Вестник Физико-технического института Крымского федерального университета имени В. И. Вернадского Том 2 (70). № 1. 2018. С. 24–35 Journal of Physics and Technology Institute of V. I. Vernadsky Crimean Federal University Volume 2 (70). No. 1. 2018. P. 24–35

УДК 535.42

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ СВЕТА И АНАЛИЗ ФРАКТАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ РЕГУЛЯРНЫХ И НЕРЕГУЛЯРНЫХ

ФРАКТАЛОВ

Шостка В. И.¹, Шостка Н. В.², Доненко И. Л.¹

¹ Физико-технический институт, Крымский федеральный университет имени В. И. Вернадского, Симферополь, 295007, Россия ² Департамент научно-исследовательской деятельности, Крымский федеральный

- департамент научно-исслеоовательской оеятельности, крымский феоеральный университет имени В. И. Вернадского, Симферополь, 295007, Россия *E-mail: <u>vshostka@yandex.ru</u>

Для описания распределения интенсивности света и анализа фрактальной геометрии регулярных и нерегулярных фракталов, применяемых в оптоэлектронных устройствах, представляют интерес фрактальные распределения интенсивности излучения в зависимости от расположения и порядка генерации фракталов. В данной работе приведены численное моделирование дифракции излучения, прошедшего регулярные и нерегулярные геометрические фракталы, и впервые построены 3D модели пространственных фотонных кристаллов, сформированных на основе полученных экспериментальных данных.

Ключевые слова: геометрические фракталы, прототипирование и компьютерное моделирование. *PACS: 42.25.Fx*

введение

В последние годы уделяется особое внимание фрактальной геометрии для анализа и описания распределения интенсивности света для различных оптоэлектронных устройств, применяемых в современных нанобиотехнологиях и медицинской технике.

Предложенные в настоящее время методы исследования фрактальных размерностей эффективны только для плоских регулярных фракталов различных типов. Задача, связанная с изучением дифракции на плоских амплитудных фрактальных структурах, актуальна для исследований многих видов объектов, характеризующихся фрактальными свойствами. Это связано с тем, что в области дифракции в задней фокальной плоскости оптической системы, пространственный спектр фрактального объекта может обладать свойствами самоподобия. При этом интенсивность, соответствующих деталей исследуемой структуры, вносит существенный вклад в суммарную интенсивность. Таким образом использование фрактальных масок вместо традиционных пространственных фильтров может существенно повысить чувствительность оптического тракта к амплитудным и (или) фазовым искажениям, вносимым исследуемым объектом [1]. Однако, на практике далеко не все фракталы являются регулярными и зачастую не обладают статистическим самоподобием [2-5]. Фракталы являются объектом пристального внимания ученых в различных областях научного знания, в том числе и в оптике. Интерес к теоретическому и экспериментальному изучению дифракции лазерного

излучения на плоских фракталах обусловлен, прежде всего, возможностями их практического применения. В последние годы большинство работ по оптике посвящено дифракции Фраунгофера, в частности, показано, что фрактальные дифракционные решетки обладают рядом преимуществ по сравнению с двумерными периодическими структурами, т. к. в суммарную интенсивность дифракционной картины существенный вклад вносят высокие пространственные частоты, соответствующие мельчайшим деталям фрактала [5]. Одной из известных фрактальных структур, применяемых в оптике, является фрактальная зонная пластина [2, 7–13], применяемая для формирования изображения, в основном, в террагерцевой томографии [3] и микроскопии мягкого рентгеновского излучения [5, 6]. Главной особенностью ФЗП является возможность производить многократные фокусы. Основная доля этих фокусов совпадает с распределением, формируемым стандартной зонной пластинкой, но внутренняя структура каждого фокуса имеет характерную структуру, воспроизводя самоподобие, связанное с фрактальностью самой пластинки. Самоподобие как основная характеристика фрактала означает, что он более или менее единообразно устроен в широком диапазоне масштабов [14].

Особый интерес представляют структуры изображений, сформированные регулярными и нерегулярными транспарантами, а также фрактальные распределения интенсивности излучения в зависимости от координаты и порядка генерации фрактала.

В связи, с чем целью данной работы является:

 формирование и исследование структуры фрактального распределения интенсивности излучения, прошедшего транспарант типа ковра Серпинского и спиралевидный транспарант;

– оценка фрактальной размерности полученных отображений вблизи фокусного расстояния линзы Френеля.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ СТРУКТУРЫ ФРАКТАЛЬНОЙ ДИФРАКЦИОННОЙ КАРТИНЫ

С практической точки зрения важно, что в наиболее простом случае небольшая часть фрактала содержит информацию обо всем фрактале. В связи с чем в качестве регулярного транспаранта и был выбран ковер Серпинского, который формируется из квадрата последовательным вырезанием серединных квадратов. Поскольку вырезаемые квадраты располагаются все более часто, то в результате на ковре Серпинского не будет ни одного, даже самого маленького, квадрата без дырки (рис. 1).



Рис. 1. «Дырявый» квадратный ковер Серпинского

В качестве нерегулярного транспаранта нами был выбран спиралевидный транспарант, применяемый в сингулярной оптике для формирования световых полей с ненулевым угловым моментом.



Рис. 2. Нерегулярный спиралевидный транспарант

В работе [15] показано, что пространственное распределение интенсивности в дифракционной картине подчиняется закону:

$$I(r) \sim r^{-D},$$

где I – интенсивность, *r* – осевая или продольная координата.

Выбранные фрактальные объекты характеризуются существенно различными фрактальными размерностями. Фрактальной размерностью называется число, учитывающее изменения в деталях объекта с изменением масштаба, которую можно оценить с помощью выражения:

$$D = \frac{\ln N(\mathbf{r})}{\ln r},$$

где N(r) – минимальное число n-мерных подобных фигур, необходимых для покрытия основного объекта [16].

Схема установки для экспериментального исследования лазерного излучения, прошедшего транспарант типа ковра Серпинского и нерегулярный спиралевидный транспарант, представлена на рис. 3.



Рис. 3. Схема экспериментальной установки для изучения фрактального распределения интенсивности лазерного излучения вблизи фокусного расстояния линзы Френеля: ЛГН – гелий-неоновый лазер ЛГН 208А; ТР –транспарант; МО – микрообъектив микроскопа; ЛФ – линза Френеля; Э – экран

Линейнополяризованное излучение гелий-неонового лазера ЛГН 208 А ($\lambda = 0,6328$ мкм, мощностью W = 2 мВт) попадает на транспарант ТР, и при помощи микрообъектива МО, расширяющего пучок излучения, формирует изображение вблизи фокусного расстояния линзы Френеля ЛФ на экране Э, и регистрируется с помощью ССD-камеры. При различных вариациях расстояния R изменяется вид дифракционных картин, сформированных системой микрообъектив – линза Френеля на экране Э. На основе экспериментальных картин, распределения интенсивности и разбивки каждой дифракционной картины изображений транспарантов на бесконечное множество пикселей рассчитывается их фрактальная размерность при изменении порядка возбуждения и осевой координаты R вблизи фокуса линзы Френеля.

На рис. 4 представлена полученная в эксперименте зависимость интенсивности дифракционных картин, сформированных системой микрообъектив – линза Френеля, от осевой координаты R при прохождении лазерного излучения через регулярный транспарант – ковер Серпинского.



Рис. 4. Зависимость интенсивности фрактальных дифракционных картин регулярного транспаранта – ковра Серпинского при изменении осевой координаты R (R отсчитывается от транспаранта TP) вблизи фокуса системы микрообъектив – линза Френеля

Эволюция структуры полученных фрактальных дифракционных картин, соответствующих точкам интенсивности транспаранта – ковра Серпинского, полученных вблизи фокуса системы микрообъктив – линза Френеля приведена на рис. 5.

Зависимость изменения фрактальной размерности экспериментально полученных дифракционных картин приведена на рис. 6.

Анализ результатов соответствующих фрактальных отображений и интенсивностей, а также построенное по ним распределение фрактальной размерности в зависимости от осевой координаты R (рис. 6), что фрактальная дифракционная картина не разрушается и сохраняется вблизи первого и второго фокусов системы микрообъектив – линза (рис. 5.3 и 5.9), а также вблизи максимума интенсивности (рис. 5.5 и 5.7).



Рис. 5. Эволюция структуры полученных фрактальных дифракционных картин, соответствующих точкам интенсивности транспаранта – ковра Серпинского, полученных вблизи фокуса системы микрообъктив – линза Френеля



Рис. 6. Распределение фрактальной размерности дифракционных отображений ковра Серпинского от осевой координаты R системы микрообъектив – линза Френеля

Для сравнения были проведены эксперименты для нерегулярного спиралевидного транспаранта. Зависимость изменения интенсивности фрактальных дифракционных картин, полученных при прохождении лазерного излучения через спиралевидный транспарант при изменении осевой координаты системы микрообъектив – линза Френеля приведена на рис. 7.



Рис. 7. Зависимость изменения интенсивности фрактальных дифракционных картин, полученных при прохождении лазерного излучения через спиралевидный транспарант при изменении осевой координаты R системы микрообъектив – линза Френеля

Эволюция структуры соответствующих фрактальных дифракционных картин спиралевидного транспаранта вблизи фокуса системы микрообъектив – линза Френеля приведена на рис. 8.



Рис. 8. Эволюция структуры фрактальных дифракционных картин спиралевидного транспаранта вблизи фокуса системы микрообъектив – линза Френеля

Корреляция структуры фрактальной размерности наблюдается в двойном фокусе в отличии от ковра Серпинского, т.к. спиралевидный транспарант является нерегулярным, в связи с чем при прохождении двойного фокусного расстояния микрообъектива на линзе Френеля получается инверсное изображение, а в фокусе спираль трансформируется в двойную спираль. При дальнейшем сканировании изображений спиралевидного транспаранта за двойным фокусом линзы Френеля наблюдается разрушение фрактальной структуры его дифракционной картины.



Рис. 9. Зависимость фрактальной размерности для спиралевидного транспаранта при изменении осевой координаты R системы микрообъектив – линза Френеля

Данные дифракционные картины эволюции структуры фрактальных отображений построены на основе 150 итераций изображений. При определенных итерациях обнаружены области неустойчивости ($R \ge 14 \cdot 10^{-3}$ м), в которых наблюдается разрушение фрактальной картины отображения транспарантов, сформированных системой микрообъектив – линза Френеля, при прохождении через них лазерного излучения.

На основании экспериментальных данных впервые были построены 3D-модели фотонных кристаллических структур ковра Серпинского и спиралевидного транспаранта (рис. 10) [17, 18].



Рис. 10. Трехмерные модели фотонных кристаллических структур ковра Серпинского (а) и спиралевидного транспаранта (б)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенных экспериментов обнаружено, что структура фрактальной размерности транспаранта ковер Серпинского не разрушается вблизи фокуса системы микрообъектив – линза Френеля.

Для спиралевидного транспаранта в отличие от ковра Серпинского при прохождении через систему микрообъектив – линза Френеля лазерного излучения вблизи фокуса формируется изображение двойной спирали, а в двойном фокусе системы – ее инверсное изображение. За двойным фокусным расстоянием фрактальная структура полностью разрушается.

На основании экспериментальных данных впервые были построены 3D-модели фотонных кристаллических структур ковра Серпинского и спиралевидного транспаранта.

Результаты распределения интенсивностей дифракционных картин и данные фрактальных размерностей могут найти применение в компьютерном прототипировании и моделировании голографических изображений, а также в компьютерной графике.

Список литературы

- 1. Смирнов Б. М. Физика фрактальных кластеров. М. : Наука, 1991. 134 с.
- О принципах амплитудной и амплитудно-фазовой пространственной фильтрации. / А. А. Зинчик, Я. Б. Музыченко, С. К. Стафеев // Известия вузов. Приборостроение. 2007. Т. 50, № 7. С. 46–52.
- 3. Fractal zone plates / G. Saavedra, W. D. Furlan, J. A. Monsoriu // Opt. Lett. 2003.Vol. 28, No. 12. P. 971–973.
- 4. Terahertz tomographic imaging with a Fresnel lens / S. Wang, X. Zhang // Opt. Photon. News. 2002. No. 13. P. 59.
- 5. Sharper images by focusing soft x-rays with photon sieves / L. Kipp, M. Skibowski, R. L. Johnson, R. Berndt, R. Adelung, S. Harm and R. Seemann // Nature. 2001. No. 414. P. 184–188.
- Achromatic Fresnel optics for wideband extreme-ultraviolet and X-ray imaging / Y. Wang, W. Yun, C. Jacobsen // Nature. 2003. No. 424. P. 50–53.
- Calculation of the focusators into a longitudinal line segment and study of a focal area / S. N. Khonina, V. V. Kotlyar, V. A. Soifer // J. Modern Optics. 1993. Vol. 40(5). P. 761–769.
- Расчет фрактальной размерности регулярных фракталов по картине дифракции в дальней зоне / А. А. Зинчик, Я. Б. Музыченко, А. В. Смирнов, С. К. Стафеев // Научно-технический вестник Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики. 2009. Вып. 60. № 2. С. 17–23.
- Бинарная линза: исследование локальных фокусов / С. Н. Хонина, А. В. Устинов, Р. В. Скиданов // Компьютерная оптика. 2011. Т. 35, № 3. С. 339–346.
- Расчёт линз для формирования параксиального продольного распределения в соответствии с их пространственным спектром / С. Н. Хонина, А. В. Устинов // Компьютерная оптика, 2013. Т. 37, № 2. С. 193–202.
- 11. Diffractive paper lens for terahertz optics / A. Siemion, M. Makowski, J. Suszek, J. Bomba, A. Czerwiski, F. Garet, J.-L. Coutaz and M. Sypek // Opt. Lett. 2012. Vol. 37. P. 4320–4322.
- Фокусирующие свойства фрактальных зонных пластинок /Я. Б. Музыченко, А. А. Зинчик, С. К. Стафеев // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2010. Вып. 6 (70). С. 22–27.
- Расчет фрактальной размерности регулярных фракталов по картине дифракции в дальней зоне / А. А. Зинчик, Я. Б. Музыченко, А. В. Смирнов, С. К. Стафеев // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2009. Вып. 2 (60). С. 17–23.
 - 33

- 14. Фрактальные структуры в лазерном факеле / Н. Е. Каск, С. В. Мичурин, Г. М. Федоров // Квантовая электроника. Вып. 33. № 1. 2017. С. 57–68.
- 15. Вольф Э., Борн М. Основы оптики. М. : Наука, 1970. 856 с.
- 16. Божокин С. В., Паршин Д. А. Фракталы и мультифракталы. Ижевск : «РХД», 2013. 128 с.
- Эволюция фрактальных отображений световых полей и 3D-моделирование фотонных кристаллов / В. И. Шостка, А. В. Воляр, И. Л. Доненко // Материалы Всероссийского открытого конкурса студентов вузов и молодых исследователей. Тамбов, 2017. С. 49–52.
- Виртуальное моделирование и исследование оптических фрактальных отображений / И. Л. Доненко, В. И. Шостка //Сборник : Виртуальное моделирование, прототипирование и промышленный дизайн. Материалы IV Международной научно-практической конференции. 2017. С. 553–556.

DISTRIBUTION OF LIGHT INTENSITY AND ANALYSIS OF FRACTAL GEOMETRY OF REGULAR AND IRREGULAR FRACTALS

Shostka V. I.¹, Shostka N. V.², Donenko I. L.¹

¹Institute of Physics and Technology, V. I. Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol 295007, Russia

²Scientific research department, V. I. Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol 295007, Russia

*E-mail: <u>vshostka@yandex.ru</u>

When analyzing the geometry of regular and irregular fractals used in optoelectronic devices, it is of interest to distribute the intensity of fractals depending on their arrangement and order of generation. This paper presents the results of numerical modeling of the diffraction of radiation transmitted through regular and irregular fractals. For the first time-built 3D models of photonic crystals, created in result of the experiments.

Key words: geometric fractals, prototyping and computer modeling.

Reference

- 1. Smirnov B. M., *Fizika fraktal'nykh klasterov [Physics of fractal clusters]* (Nauka, Moscow, 1991) [in Russian].
- 2. A. A. Zinchik, Ya. B. Muzychenko, S. K. Stafeyev, *Izvestiya vuzov. Priborostroyeniye*, **50**, No. 7, 46-52 (2007) [in Russian].
- 3. G. Saavedra, W. D. Furlan, J. A. Monsoriu, Opt. Lett. 28, No. 12, 971–973 (2003).
- 4. S. Wang, X. Zhang, Opt. Photon. News. No. 13, 59 (2002).
- 5. L. Kipp, M. Skibowski, R. L. Johnson, R. Berndt, R. Adelung, S. Harm and R. Seemann, *Nature*. No. 414, 184–188 (2001).
- 6. Y. Wang, W. Yun, C. Jacobsen, *Nature*. No. 424, 50–53, (2003).
- 7. S. N. Khonina, V. V. Kotlyar, V. A. Soifer, J. Modern Optics. 40 (5), 761-769 (1993).
- 8. A. A. Zinchik, Ya. B. Muzychenko, A. V. Smirnov, S. K. Stafeyev, *Sci. Tech. J. Inf. Technol. Mech. Opt.* **60**, No. 2, 17–23 (2009) [in Russian].
- 9. S. N. Khonina, A. V. Ustinov, R. V. Skidanov, *Computer Optics*. 35, No. 3, 339–346 (2011) [in Russian].
- 10. S. N. Khonina, A. V. Ustinov, Computer Optics, 37, No. 2, 193-202 (2013) [in Russian].
- 11. A. Siemion, M. Makowski, J. Suszek, J. Bomba, A. Czerwiski, F. Garet, J.-L. Coutaz, and M. Sypek, *Opt. Lett.* **37**, 4320–4322 (2012).

- 12. Ya. B. Muzychenko, A. A. Zinchik, S. K. Stafeyev, *Sci. Tech. J. Inf. Technol. Mech. Opt.* 6 (70), 22–27 (2010) [in Russian].
- 13. A. A. Zinchik, Ya. B. Muzychenko, A. V. Smirnov, S. K. Stafeyev, Sci. Tech. J. Inf. Technol. Mech. Opt. 2 (60), 17–23 (2009) [in Russian].
- 14. N. Ye. Kask, S. V. Michurin, G. M. Fedorov, *Kvantovaya elektronika* 33, No. 1, 57–68 (2017) [in Russian].
- 15. E. Vol'f, M. Born, Osnovy optiki [Basis of optics] (Nauka, Moscow, 1970) [in Russian].
- 16. S. V. Bozhokin, D. A. Parshin, *Fraktaly i mul'tifraktaly [Fractals and multifractals]* (RKHD, Izhevsk, 2013) [in Russian].
- 17. V. I. Shostka, A. V. Volyar, I. L. Donenko, "Evolution of Fractal Mappings of Light Fields and 3D Modeling of Photonic Crystals" in *Abstracts "Materialy Vserossiyskogo otkrytogo konkursa studentov vuzov i molodykh issledovateley*" (Tambov, 2017) p. 49–52. [in Russian].
- I. L. Donenko, V. I. Shostka, "Virtual modeling and investigation of optical fractal mappings" in Abstracts "Virtual'noye modelirovaniye, prototipirovaniye i promyshlennyy dizayn" (2017) p. 553–556. [in Russian].

Поступила в редакцию 07.03.2018 г. Принята к публикации 20.04.2018 г. Received March 07, 2018. Accepted for publication April 20, 2018