

**ВЕСТНИК**  
**ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА**  
**КРЫМСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО**  
**УНИВЕРСИТЕТА имени В.И. ВЕРНАДСКОГО**

**Том 1 (67–69), № 1**

**Крымский федеральный университет имени В. И. Вернадского**  
**Симферополь**  
**2017**

---

**Редакционная коллегия журнала**

<i>Бержанский В. Н.</i> , д-р физ.-мат. наук, проф., <b>главный редактор</b>	<i>Дзедолик И. В.</i> , д-р физ.-мат. наук, проф.
<i>Глумова М. В.</i> , канд. физ.-мат. наук, доц., <b>заместитель главного редактора</b>	<i>Милюков В. В.</i> , канд. техн. наук, доц.
<i>Михайлова Т. В.</i> , канд. физ.-мат. наук, <b>ответственный секретарь</b>	<i>Полулях С. Н.</i> , д-р физ.-мат. наук, доц.
<i>Алексеев К. Н.</i> , д-р физ.-мат. наук, проф.	<i>Стругацкий М. Б.</i> , д-р физ.-мат. наук, проф.
<i>Бекиров Э. А.</i> , д-р техн. наук, проф.	<i>Сосновский Ю. В.</i> , канд. техн. наук, доц.
<i>Воляр А. В.</i> , д-р физ.-мат. наук, проф.	<i>Старостенко В. В.</i> , д-р физ.-мат. наук, проф.
<i>Григорьев П. Е.</i> , д-р биол. наук, проф.	<i>Фридман Ю. А.</i> , д-р физ.-мат. наук, проф.
	<i>Шапошников А. Н.</i> , канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр.
	<i>Яценко А. В.</i> , д-р физ.-мат. наук, проф.

---

Научное периодическое издание, журнал  
**Вестник Физико-технического института Крымского федерального  
университета имени В. И. Вернадского**  
**Том 1 (67–69), № 1**

*Историческим предшественником журнала “Вестник Физико-технического  
института Крымского федерального университета имени В. И. Вернадского”  
является научный журнал “Ученые записки Таврического национального  
университета имени В. И. Вернадского. Серия: Физико-математические науки”.  
Журнал был основан в 1918 г. как “Известия Таврического университета”.  
За прошедшее столетие название журнала менялось несколько раз в связи с  
преобразованиями университета*

**Печатается по решению Научно-технического совета Крымского федерального  
университета имени В. И. Вернадского, протокол № 5 от «22» июня 2017 г.**

**Адрес редакции:** 295007, Республика Крым, г. Симферополь,  
пр-т Академика Вернадского, д. 4  
**E-mail:** [journal.phys.tech@cfuv.ru](mailto:journal.phys.tech@cfuv.ru)  
**Web-site:** <http://jphystech.cfuv.ru/>  
**Тел.:** +7 (3652) 63-75-95

**JOURNAL**  
**OF PHYSICS AND TECHNOLOGY INSTITUTE**  
**OF V.I. VERNADSKY CRIMEAN**  
**FEDERAL UNIVERSITY**

**Volume 1 (67–69), No. 1**

**V. I. Vernadsky Crimean Federal University**  
**Simferopol**  
**2017**

---

**Journal Editorial Board**

<i>V. N. Berzhansky</i> , Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Prof., <b>Editor-in-Chief</b>	<i>I. V. Dzedolik</i> , Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Prof.
<i>M. V. Glumova</i> , Ph.D. (Phys. & Math.), Ass. Prof., <b>Deputy Editor-in-Chief</b>	<i>V. V. Milyukov</i> , Ph.D. (Technical Sc.), Ass. Prof.
<i>T. V. Mikhailova</i> , Ph.D. (Phys. & Math.), <b>Assistant Editor</b>	<i>S. N. Polulyakh</i> , Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Ass. Prof.
<i>C. N. Alexeyev</i> , Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Prof.	<i>M. B. Strugatsky</i> , Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Prof.
<i>E. A. Bekirov</i> , Dr. of Sc. (Technical Sc.), Prof.	<i>Yu. V. Sosnovsky</i> , Ph.D. (Technical Sc.), Ass. Prof.
<i>A. V. Volyar</i> , Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Prof.	<i>V. V. Starostenko</i> , Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Prof.
<i>P. E. Grigoriev</i> , Dr. of Sc. (Biology), Prof.	<i>Yu. A. Fridman</i> , Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Prof.
	<i>A. N. Shaposhnikov</i> , Ph.D. (Phys. & Math.), Senior Researcher Degree
	<i>A. V. Yatsenko</i> , Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Prof.

---

Scientific periodical, journal

**Journal of Physics and Technology Institute  
of V. I. Vernadsky Crimean Federal University  
Volume 1 (67–69), No. 1**

*The historical predecessor of journal “Journal of Physics and Technology Institute of V. I. Vernadsky Crimean Federal University” is scientific journal “Scientific Notes of Taurida National V. I. Vernadsky University. Series: Physics and Mathematics Sciences”. The journal was founded in 1918 as “Annales de l’Universite de Tauride”. Over the past century, the journal title has changed several times due to the university reforms*

**Published by the decision of Scientific and Technical Council of V. I. Vernadsky  
Crimean Federal University, protocol No. 5 issued 22 June 2017**

**Address of Editorial Board:** 295007, Republic of Crimea, Simferopol,  
4 Vernadskogo Prospekt

**E-mail:** [journal.phys.tech@cfuv.ru](mailto:journal.phys.tech@cfuv.ru)

**Web-site:** <http://jphystech.cfuv.ru/>

**Phone.:** +7 (3652) 63-75-95

# ФИЗИКА И МАТЕМАТИКА

## PHYSICS AND MATHEMATICS

Вестник Физико-технического института  
Крымского федерального университета имени В. И. Вернадского  
Том 1 (67–69). № 1. 2017. С. 5–18  
Journal of Physics and Technology Institute of V. I. Vernadsky Crimean Federal University  
Volume 1 (67–69). No. 1. 2017. P. 5–18

УДК 539.3+514.7

### РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ МУЛЬТИСТРУННОЙ СИСТЕМЫ ПОСТОЯННОГО РАЗМЕРА

Леяков А. П., Осокин К. С.\*

Физико-технический институт, Крымский федеральный университет имени  
В. И. Вернадского, Симферополь 295007, Россия  
\*E-mail: [Oxugen93@ya.ru](mailto:Oxugen93@ya.ru)

В работе найдено решение уравнений Эйнштейна для мультиструнной системы, движущейся в одном направлении без изменения своих размеров и имеющей слоистую структуру.

**Ключевые слова:** уравнения Эйнштейна, нуль-струна, гравитационное поле, точное решение.

**PACS:** 04.60.CF

#### ВВЕДЕНИЕ

Одно из направлений теории струн состоит в исследовании роли одномерно-протяженных объектов в космологии. Калибровочные Теории Великого Объединения (ТВО) предсказывают возможность образования в процессе фазовых переходов в ранней Вселенной одномерных топологических дефектов, получивших название космических струн [1]–[7]. В работе [8] было показано, что наличие таких объектов во Вселенной не противоречит наблюдаемому микроволновому реликтовому излучению. Также не исключается, что космические струны могли сохраниться до современной эпохи и могут быть наблюдаемыми [9], [10].

Космическую струну характеризуют такие параметры: линейная плотность массы  $\rho_l$  и радиус поперечного сечения  $r_s$ . Для струн, возникающих в моделях ТВО, они связаны с типичным масштабом масс теории  $m_{GUT}$  и константой Хиггса  $\lambda$  соотношениями:

$$\frac{G}{c^2} \rho_l = \lambda^{-1} \left( \frac{m_{GUT}}{m_{pl}} \right)^2, \quad r_s = l_{pl} \left( \frac{m_{pl}}{m_{GUT}} \right),$$

где  $m_{pl}$  и  $l_{pl}$ , соответственно, планковская масса и длина,  $G$  гравитационная постоянная,  $c$  скорость света. Натяжение космической струны пропорционально линейной плотности массы  $\rho_l$  и, следуя приведенным выше соотношениям, измеряется отрицательными степенями массы планка.

Если в приведенных равенствах выбрать  $m_{GUT} \approx 10^{15}$  Гэв,  $\lambda \approx 10^{-2}$  то радиус поперечного сечения космической струны оценивается как

$$r_s = 10^{31} m.$$

Для описания движения струн в том случае, когда радиус поперечного сечения струны  $r_s$  много меньше характерного радиуса изгиба струны используется приближение, в котором положение струны задается линией в  $D$ -мерном пространстве-времени. Тогда траекторией струны является двумерная мировая поверхность, математически задаваемая функциями  $x^m(\tau, \sigma)$ , где  $\tau$  и  $\sigma$  – параметры на мировой поверхности струны,  $\sigma$  – пространственно-подобный параметр, помечающий точки вдоль струны,  $\tau$  – времени-подобный параметр, являющийся собственным временем для наблюдателя, находящегося на струне в точке с координатой  $\sigma$ .

Обобщением действия точечной частицы на случай струны, предложенного Намбу и Гото, есть выбор действия, пропорциональным площади мировой поверхности, которую заметает струна во время своего движения:

$$S = -2\rho_l \int d\tau d\sigma \sqrt{-g},$$

где:  $g = \det g_{\alpha\beta}$ ,  $g_{\alpha\beta} = \partial_\alpha x^m G_{mn}(x) \partial_\beta x^n$  – метрический тензор на мировой поверхности струны,  $G_{mn}(x)$  – метрический тензор внешнего (фонового) пространства-времени,  $m, n = 0, 1, \dots, D-1$ ;  $\alpha, \beta = 0, 1$ .

Можно заметить, что действие Намбу-Гото не может быть применено в случае, если отсутствует натяжение струны. Для того, чтобы обойти эту трудность в рассмотрении вводят вспомогательную функцию  $E(\tau, \sigma)$ , которая интерпретируется как двумерная листовая плотность. С помощью этой функции функционал действия для струны принимает вид [11]:

$$S = \int d\tau d\sigma \left[ \frac{g}{E(\tau, \sigma)} - \rho_l^2 E(\tau, \sigma) \right].$$

Отметим, что данное представление классически эквивалентно представлению Намбу-Гото. В чем легко убедиться, если воспользоваться уравнением движения для вспомогательного поля  $E$ , с помощью которого оно выключается из представления:

$$E = \rho_l^{-1} \sqrt{-g}.$$

Нуль-струны реализуют предельный случай нулевого натяжения для струн Намбу-Гото [7], [11]–[15] (т.е., описывают предельный случай, в котором точки струны могут взаимодействовать только с окружающим (внешним) гравитационным полем (но не друг с другом) при этом скорость всех точек струны равна скорости света), а поскольку натяжение струны измеряется отрицательными степенями массы планка  $m_{pl}$ , то предел нулевого натяжения соответствует

асимптотически большим масштабам энергии  $E \gg m_{pl}$  [12]. С этой точки зрения, нуль-струны реализуют высокотемпературную фазу теории струн [14], [15], т.е., могли образовываться на ранних этапах эволюции Вселенной и, таким образом, возможно, участвовали в процессах формирования структуры наблюдаемой Вселенной.

Так, например, интересна возможность участия сети (газа) струн в формировании "темной" материи [17]–[19], а также нуль-струнный механизм инфляционного сценария, предложенный в работе [16].

Исследование движения пробной нуль-струны в гравитационном поле замкнутой нуль-струны постоянного (неизменного со временем) радиуса [20], проведенное в работе [21], а также в гравитационном поле замкнутой нуль-струны, радиально расширяющейся или радиально коллапсирующей в плоскости, проведенное в работе [22], позволяет предполагать возможность существования ряда интересных, с точки зрения космологии, свойств газа нуль-струн. Так, например, было отмечено, что наличие для пробной нуль-струны только "узкой" области ("зоны взаимодействия"), находясь в которой пробная нуль-струна может взаимодействовать с нуль-струной, порождающей гравитационное поле, говорит о возможности реализации "зернистой" структуры пространства, заполненного газом нуль-струн.

Наличие для каждой пробной нуль-струны, попавшей в "зону взаимодействия" аномальных участков траектории, на которых пробная нуль-струна за очень короткий промежуток времени или ускоренно выталкивается на бесконечность, или ускоренно притягивается из бесконечности, подтверждает, хотя и косвенно, гипотезу о возможной струнной природе механизма инфляции Вселенной, предложенной в работе [16].

Анализ решений уравнений движения пробной нуль-струны, приведенный в работах [21], [22], также показал возможность реализации устойчивых поляризованных состояний (фазы) газа нуль-струн, а также возможность образования доменной структуры в пространстве, заполненном газом нуль-струн. Так, например, исследование движения пробной нуль-струны в гравитационном поле уединенной замкнутой нуль-струны постоянного (неизменного со временем) радиуса (источник), направление движения для которой ортогонально плоскости расположения показало, что в случае, когда пробная нуль-струна и нуль-струна – источник, движутся в одном направлении, пробная нуль-струна всегда находится в плоскости, параллельной плоскости расположения источника (эффект поляризации). При этом начальная форма пробной нуль-струны, которая может быть произвольной, не изменяется с течением времени.

Полученный результат говорит о возможности существования состояния (фазы) газа (сети) нуль-струн, в котором замкнутые нуль-струны располагаются в параллельных плоскостях и, не изменяя своей начальной формы, движутся в одном направлении.

В работе рассмотрена простейшая реализация такого "газа" нуль-струн (мультиструнной системы), а именно, рассмотрен случай, в котором  $m \times n$  замкнутых

нуль-струн, имеющих форму окружности неизменного (постоянного) радиуса, движутся в одном направлении.

### 1. УРАВНЕНИЯ ЭЙНШТЕЙНА

В цилиндрической системе координат

$$x^0 = t, x^1 = \rho, x^2 = \theta, x^3 = z,$$

Функции  $x^\alpha(\tau, \sigma)$ , определяющие траектории движения (мировые поверхности) замкнутых нуль-струн, образующих рассматриваемую в работе мультиструнную систему, которая движется вдоль отрицательного направления оси  $z$ , имеют вид:

$$t = \tau, \rho = R_i, \theta = \sigma, z = z_j^0 - \tau, \tau \in (-\infty; +\infty), \sigma \in [0; 2\pi], \quad (1)$$

где:  $\tau$  и  $\sigma$  параметры на мировой поверхности нуль-струны,  $\tau \in (-\infty; +\infty)$ ,  $\sigma \in [0; 2\pi]$ ,  $R_i = const, i = 1..n, z_j^0 = const, j = 1..m$ , причем  $R_{i+1} > R_i$ , и  $z_{j+1}^0 > z_j^0$ .

Можно отметить, что траектории (1) описывают случай движения мультиструнной системы, имеющей слоистую структуру, а именно, в системе имеется  $m$  слоев (поверхностей), расстояние между которыми определяются константами  $z_j^0$ , на каждом слое находится  $n$  замкнутых соосных нуль-струн различных, но неизменяющихся с течением времени радиусов  $R_i$ , причем, расположение замкнутых нуль-струн на каждом таком слое одинаково.

Частными случаями траекторий (1) есть

$$t = \tau, \rho = R_i, \theta = \sigma, z = -\tau, \quad (2)$$

в котором  $n$  замкнутых нуль-струн различных, но неизменяющихся с течением времени радиусов  $R_i$ , где индекс  $i=1..n$  определяет номер струны и  $R_{i+1} > R_i$ , находятся в одной плоскости и движутся в отрицательном направлении оси  $z$ , а также случай

$$t = \tau, \rho = R = const, \theta = \sigma, z = z_j^0 - \tau, \quad (3)$$

в котором  $m$  замкнутых нуль-струн одинакового (неизменного со временем) радиуса  $R$  движутся вдоль оси  $z$  и располагаются в плоскостях, перпендикулярных направлению движения. В этом случае константы  $z_j^0$  определяют расстояния между соседними нуль-струнами.

Тензор энергии импульса для уединенной нуль-струны имеет вид [5]:

$$T^{\alpha\beta} \sqrt{-g} = \gamma \int d\tau d\sigma x_{,\tau}^\alpha x_{,\tau}^\beta \delta^4(x^\omega - x^\omega(\tau, \sigma)), \quad (4)$$

где индексы  $\alpha, \beta, \omega$  принимают значение  $0, 1, 2, 3$ , функции  $x^\omega(\tau, \sigma)$  определяют траекторию движения нуль-струны (мировую поверхность),  $x_{,\tau}^\alpha = \partial x^\alpha / \partial \tau$ ,  $g = |g_{\alpha\beta}|$ ,  $g$  – метрический тензор внешнего пространства-времени,  $\gamma = const$ .

Поскольку взаимодействие в исследуемой мультиструнной системе только гравитационное то, обобщая (4) на рассматриваемый в работе случай, можно записать

$$T_{tot}^{\alpha\beta} = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n (T^{\alpha\beta})_{ji}, \quad (5)$$

где  $T_{tot}^{\alpha\beta}$ , и  $(T^{\alpha\beta})_{ji}$ , соответственно, тензор энергии-импульса мультиструнной системы и уединенной нуль-струны в этой системе, занумерованной индексами  $i, j$  (т.е., нуль-струны, имеющей радиус  $R_i$ , и в любой фиксированный момент времени  $t = t_0$ , находящуюся в плоскости  $z = z_j^0 - t_0$ ).

Учитывая (4), ненулевые компоненты тензора (5) для траекторий (1) имеют вид

$$T_{tot}^{00} = T_{tot}^{33} = -T_{tot}^{01} = \frac{\gamma}{\sqrt{-g}} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \delta(q - z_j^0) \delta(\rho - R_i), \quad (6)$$

где  $q = t + z$ .

Для частных случаев (2) и (3) ненулевые компоненты тензора (6) принимают вид, соответственно:

$$T_{tot}^{00} = T_{tot}^{33} = -T_{tot}^{01} = \frac{\gamma}{\sqrt{-g}} \delta(q) \left( \sum_{i=1}^n \delta(\rho - R_i) \right), \quad (7)$$

и

$$T_{tot}^{00} = T_{tot}^{33} = -T_{tot}^{01} = \frac{\gamma}{\sqrt{-g}} \delta(\rho - R) \sum_{j=1}^m \delta(q - z_j^0). \quad (8)$$

Поскольку для сохраняющихся траекторий движения мультиструнных систем (1)–(3) все направления на гиперповерхностях  $z = const$  эквивалентны, то метрические функции  $g_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta}(t, \rho, z)$ , тогда, используя инвариантность квадратичной формы относительно инверсии  $\theta$  на  $-\theta$ , получаем  $g_{02} = g_{12} = g_{32} = 0$ .

Также можно заметить, что для рассматриваемых мультиструнных систем квадратичная форма должна быть инвариантна относительно одновременной инверсии  $t \rightarrow -t$ ,  $z \rightarrow -z$ , тогда

$$g_{\alpha\beta}(t, \rho, z) = g_{\alpha\beta}(-t, \rho, -z). \quad (9)$$

Следствием (9) есть  $g_{01} = g_{31} = 0$ . Окончательно, используя свободу выбора систем координат в ОТО, частично зафиксируем ее выбором  $g_{03} = 0$ .

Таким образом, квадратичная форма для решаемой задачи может быть представлена в виде

$$dS^2 = e^{2\nu}(dt)^2 - A(d\rho)^2 - B(d\theta)^2 - e^{2\mu}(dz)^2. \quad (10)$$

где  $\nu, \mu, A, B$ , – функции переменных  $t, \rho, z$  и удовлетворяют условиям (9).

Поскольку для безмассового поля компоненты тензора энергии-импульса удовлетворяют равенству

$$T_{\alpha}^{\alpha} \equiv 0. \quad (11)$$

то, применяя (6), (10) для (11), получаем

$$\frac{\gamma}{\sqrt{AB}} \left\{ e^{\nu-\mu} - e^{\mu-\nu} \right\} \left( \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \delta(q - z_j^0) \delta(\rho - R_i) \right) = 0. \quad (12)$$

Движение нуль-струны в псевдоримановом пространстве-времени определяется системой уравнений [16]:

$$x_{,\tau\tau}^{\alpha} + \Gamma_{pq}^{\alpha} x_{,\tau}^p x_{,\tau}^q = 0, \quad (13)$$

$$g_{\alpha\beta} x_{,\tau}^{\alpha} x_{,\tau}^{\beta} = 0, \quad g_{\alpha\beta} x_{,\tau}^{\alpha} x_{,\sigma}^{\beta} = 0, \quad (14)$$

где  $\Gamma_{pq}^{\alpha}$  – символы Кристоффеля. Так как траектории движения нуль-струн образующих мультиструнную систему должны быть частным решением уравнений движения, то анализ данных уравнений может дать дополнительные ограничения на функции квадратичной формы (10). Расписывая уравнения движения нуль-струны (13), (14) для (10), можно непосредственно показать, что для траекторий (1), уравнения (14) приводят к равенству

$$e^{2\nu} - e^{2\mu} = 0, \quad (15)$$

откуда

$$\nu = \mu, \quad (16)$$

а уравнения (13), учитывая равенство (16), приводят к уравнению

$$v_{,t} - v_{,z} = 0. \quad (17)$$

откуда

$$v = v(q, \rho). \quad (18)$$

Можно отметить, что для (16) равенство (12) тождественно выполнено во всем пространстве.

Система уравнений Эйнштейна, построенная для мультиструнных образований (1)–(3), позволяет доопределить зависимость функций квадратичной формы (10) (учитывая (16), (18)):

$$A = A(q, \rho), \quad B = B(q, \rho). \quad (19)$$

и может быть представлена в виде

$$\left( \frac{A_{,q}}{A} + \frac{B_{,q}}{B} \right)_{,q} - 2v_{,q} \left( \frac{A_{,q}}{A} + \frac{B_{,q}}{B} \right) + \frac{1}{2} \left( \left( \frac{A_{,q}}{A} \right)^2 + \left( \frac{B_{,q}}{B} \right)^2 \right) = -2\chi T_{00}, \quad (20)$$

$$\left( \frac{B_{,\rho}}{B} + 2v_{,\rho} \right)_{,q} - v_{,\rho} \left( \frac{A_{,q}}{A} + \frac{B_{,q}}{B} \right) - \frac{1}{2} \frac{B_{,\rho}}{B} \left( \frac{A_{,q}}{A} - \frac{B_{,q}}{B} \right) = 0, \quad (21)$$

$$\left( \frac{B_{,\rho}}{B} \right)_{,\rho} + \frac{1}{2} \left( \frac{B_{,\rho}}{B} \right)^2 + 2v_{,\rho} \frac{B_{,\rho}}{B} - \frac{1}{2} \frac{A_{,\rho}}{A} \frac{B_{,\rho}}{B} = 0, \quad (22)$$

$$v_{,\rho\rho} + 2(v_{,\rho})^2 + \frac{v_{,\rho}}{2} \left( \frac{B_{,\rho}}{B} - \frac{A_{,\rho}}{A} \right) = 0. \quad (23)$$

$$(v_{,\rho})^2 + v_{,\rho} \frac{B_{,\rho}}{B} = 0. \quad (24)$$

где  $T_{00} = \gamma \frac{e^{2v}}{\sqrt{AB}} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \delta(q - z_j^0) \delta(\rho - R_i)$ ,  $\chi = 8\pi G$ ,  $G$  – гравитационная постоянная.

Важно отметить, что для функций (16), (18), (19), которые определяют квадратичную форму (10), уравнения (13), (14) для каждой нуль-струны входящей в мультиструнную систему выполняются тождественно, т.е., каждая из траекторий движения уединенной нуль-струны мультиструнных систем (1)–(3) действительно реализуется и не изменяется гравитационным полем мультиструнной системы.

При интегрировании системы уравнений (20)–(24) удобно воспользоваться алгоритмом, предложенным в работе [20], а именно, будем рассматривать компоненты струнного тензора энергии-импульса (6) как предел некоторого ”размазанного” распределения, в качестве которого удобно выбрать вещественное безмассовое скалярное поле (поскольку мы рассматриваем систему скалярных нуль-объектов), а затем стянем это ”размазанное” распределение в рассматриваемую мультиструнную систему, требуя при этом, чтобы компоненты тензора энергии-импульса скалярного поля, в пределе сжатия, асимптотически совпали с компонентами нуль-струнного тензора энергии-импульса. При таком подходе мы фактически отказываемся от одномерности нуль-струн образующих

мультиструнную систему и переходим к физически обоснованной модели нуль-струны в виде тонкой трубки ("размазанной" нуль-струны).

Компоненты тензора энергии-импульса для вещественного безмассового скалярного поля имеют вид [2]:

$$T_{\alpha\beta} = \varphi_{,\alpha}\varphi_{,\beta} - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}L, \quad (25)$$

где  $L = g^{\omega\lambda}\varphi_{,\omega}\varphi_{,\lambda}$ ;  $\varphi_{,\alpha} = \partial\varphi/\partial x^\alpha$ ,  $\varphi$  – потенциал скалярного поля, индексы  $\alpha, \beta, \omega$  и  $\lambda$  принимают значение 0, 1, 2, 3. Для того, чтобы обеспечить самосогласованность уравнений Эйнштейна для (10), (16), (18), (19), (25) будем требовать

$$T_{\alpha\beta} = T_{\alpha\beta}(q, \rho) \Rightarrow \varphi = \varphi(q, \rho). \quad (26)$$

Система уравнений Эйнштейна для (10), (16), (18), (19), (25), (26) может быть представлена в виде:

$$\left(\frac{A_{,q}}{A} + \frac{B_{,q}}{B}\right)_{,q} - 2v_{,q}\left(\frac{A_{,q}}{A} + \frac{B_{,q}}{B}\right) + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{A_{,q}}{A}\right)^2 + \left(\frac{B_{,q}}{B}\right)^2\right] = -2\chi(\varphi_{,q})^2, \quad (27)$$

$$\left(\frac{B_{,\rho}}{B} + 2v_{,\rho}\right)_{,q} - v_{,\rho}\left(\frac{A_{,q}}{A} + \frac{B_{,q}}{B}\right) - \frac{1}{2}\frac{B_{,\rho}}{B}\left(\frac{A_{,q}}{A} - \frac{B_{,q}}{B}\right) = -2\chi\varphi_{,q}\varphi_{,\rho}, \quad (28)$$

$$\left(\frac{B_{,\rho}}{B}\right)_{,\rho} + \frac{1}{2}\left(\frac{B_{,\rho}}{B}\right)^2 + 2v_{,\rho}\frac{B_{,\rho}}{B} - \frac{1}{2}\frac{A_{,\rho}}{A}\frac{B_{,\rho}}{B} = 0, \quad (29)$$

$$v_{,\rho\rho} + 2(v_{,\rho})^2 + \frac{v_{,\rho}}{2}\left(\frac{B_{,\rho}}{B} - \frac{A_{,\rho}}{A}\right) = 0. \quad (30)$$

$$(v_{,\rho})^2 + v_{,\rho}\frac{B_{,\rho}}{B} = \frac{\chi}{2}(\varphi_{,\rho})^2. \quad (31)$$

Сравнивая систему уравнений Эйнштейна (20)–(24) с системой (27)–(31), видно, что при стягивании скалярного поля в мультиструнную систему должно быть выполнено:

$$\begin{aligned} (\varphi_{,\rho})^2 \Big|_{q \rightarrow z_j^0, \rho \rightarrow R_i} &\rightarrow 0, & (\varphi_{,q})^2 \Big|_{q \rightarrow z_j^0, \rho \rightarrow R_i} &\rightarrow \infty, \\ (\varphi_{,q}\varphi_{,\rho}) \Big|_{q \rightarrow z_j^0, \rho \rightarrow R_i} &\rightarrow 0, \end{aligned} \quad (32)$$

а вне области, где сконцентрировано скалярное поле (т.е., при  $q \neq z_j^0$ ,  $\rho \neq R_i$ )

$$\varphi \rightarrow 0; \quad \varphi_{,\rho} \rightarrow 0; \quad \varphi_{,q} \rightarrow 0. \quad (33)$$

Обобщением функции распределения скалярного поля, предложенного в работе [20], на рассматриваемый случай мультиструнной системы, есть

$$\varphi(q, \rho) = \ln \left( \frac{1}{\alpha(q) + \lambda(q)f(\rho)} \right), \quad (34)$$

где

1. функции  $\lambda(q)$  и  $\alpha(q)$  связаны соотношением

$$\lambda(q) = \frac{1}{f_0}(1 - \alpha(q)), \quad f_0 = \text{const}, \quad (35)$$

2. функции  $\alpha(q)$  и  $f(\rho)$  ограничены и для всех  $q \in (-\infty, +\infty)$  и  $\rho \in [0, +\infty)$  принимают значения в интервале

$$0 < \alpha(q) < 1, \quad 0 < f(\rho) < f_0, \quad (36)$$

причём

$$\alpha(q) \Big|_{q \notin (z_j^0 - \Delta q_j; z_j^0 + \Delta q_j)} \rightarrow 1, \quad \alpha(q) \Big|_{q \rightarrow z_j^0} \rightarrow 0, \quad (37)$$

$$f(\rho) \Big|_{\rho \notin (R_i - \Delta \rho_i; R_i + \Delta \rho_i)} \rightarrow f_0, \quad f(\rho) \Big|_{\rho \rightarrow R_i} \rightarrow 0, \quad (38)$$

$\Delta q_j$  и  $\Delta \rho_i$  – малые положительные константы, определяющие ”толщину” кольца (”размазанной” нуль-струны), занумерованной индексами  $i$  и  $j$ .

Также в пределе сжатия скалярного поля в мультиструнную систему должны быть выполнены условия (при  $\Delta q_j \rightarrow 0$ ,  $\Delta \rho_i \rightarrow 0$ ):

$$\left| \frac{\alpha_{,q}}{\alpha(q)} \right|_{q \rightarrow z_j^0} \rightarrow \infty; \quad \left| \frac{f_{,\rho}}{f(\rho)} \right|_{\rho \rightarrow R_i} \rightarrow 0; \quad \left| \frac{\alpha_{,q}}{\alpha(q)} \times \frac{f_{,\rho}}{f(\rho)} \right|_{q \rightarrow z_j^0, \rho \rightarrow R_i} \rightarrow 0. \quad (39)$$

Ниже приведен один из возможных примеров функций  $\alpha(q)$  и  $f(\rho)$ , удовлетворяющих условиям (36)–(39):

$$\alpha(q) = \exp \left( \sum_{j=1}^m \frac{-1}{\varepsilon + \left( \xi_j (q - z_j^0) \right)^2} \right), \quad (40)$$

$$f(\rho) = f_0 \exp \left( -\gamma \left( 1 - \exp \left( \sum_{i=1}^n \frac{-1}{\left( \varsigma_i (\rho - R_i) \right)^2} \right) \right) \right), \quad (41)$$

где константы  $\xi_j$  и  $\varsigma_i$  определяют размер (”толщину”) кольца (”размазанной” нуль-струны), занумерованной индексами  $i$  и  $j$ , внутри которого

сконцентрировано скалярное поле по переменным  $q$  и  $\rho$  соответственно, а именно, как следует из (40), (41), при  $\Delta q_j \rightarrow 0$ ,  $\Delta \rho_i \rightarrow 0$

$$\xi_j \rightarrow \infty, \zeta_i \rightarrow \infty, \quad (42)$$

а положительные константы  $\varepsilon$  и  $\gamma$  обеспечивают выполнение условий (37)–(39), при  $\Delta q_j \rightarrow 0$ ,  $\Delta \rho_i \rightarrow 0$ ,  $\rho \rightarrow R_i$ ,  $q \rightarrow z_j^0$ , а именно, при  $\Delta q_j \ll 1$ ,  $\Delta \rho_i \ll 1$

$$\gamma \gg 1, \varepsilon \ll 1, \quad (43)$$

а при дальнейшем сжатии скалярного поля в мультиструнную систему, то есть при  $\Delta q_j \rightarrow 0$ ,  $\Delta \rho_i \rightarrow 0$

$$\gamma \rightarrow \infty, \varepsilon \rightarrow 0. \quad (44)$$

Используя (35), (40), (41) для (34), получаем выражение одного из возможных распределений безмассового скалярного поля, компоненты тензора энергии-импульса для которого, при сжатии, асимптотически совпадают с компонентами тензора энергии-импульса рассматриваемой мультиструнной системы.

На рис. 1 и рис. 2 для функций  $\alpha(q)$  и  $f(\rho)$ , заданных равенствами (40), (41), значения констант  $R_1 = 5$ ,  $R_2 = 15$ ,  $R_3 = 25$ ,  $\varepsilon = 0,01$ ,  $\gamma = 2$ ,  $\xi = 0,4$ ,  $\zeta_{1\dots 3} = 0,4$ , и  $\xi = 2$ ,  $\zeta_{1\dots 3} = 2$ , соответственно, представлено изменение распределения скалярного поля (34) по переменной  $\rho$  ( $\rho \in [0;30]$ ), при фиксированном значении переменной  $q = 0,01$ , которое соответствует мультиструнной системе, состоящей из трех нуль-струн, находящихся на одной поверхности. Здесь черным цветом выделена область, в которой  $\varphi \rightarrow 0$ .

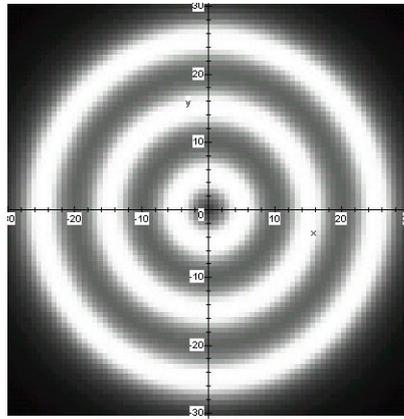


Рис. 1. Распределение скалярного поля, которое соответствует мультиструнной системе, состоящей из трех нуль-струн находящихся на одной поверхности, по переменной  $\rho$  при  $\xi = 0,4$ ,  $\zeta_{1\dots 3} = 0,4$

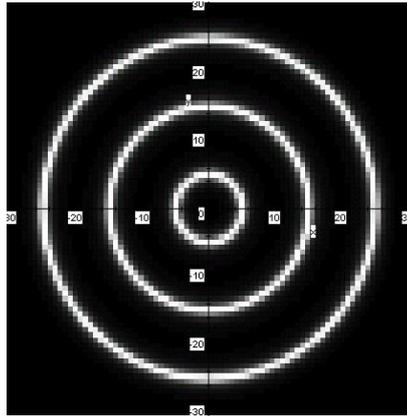


Рис. 2. Распределение скалярного поля, которое соответствует мультиструнной системе, состоящей из трех нуль-струн находящихся на одной поверхности, по переменной  $\rho$  при  $\xi = 2$ ,  $\zeta_{1...3} = 2$

Из приведенных рисунков видно, что с увеличением значения констант  $\xi$  и  $\zeta_i$ , область, в которой потенциал скалярного поля отличен от нуля, сжимается, чему соответствует уменьшение по  $\rho$  "толщины" колец, в которых сконцентрировано скалярное поле.

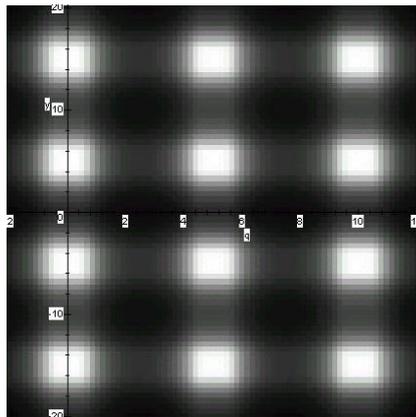


Рис. 3. Распределение скалярного поля на поверхности  $\theta = const$ , которое соответствует мультиструнной системе, состоящей из шести нуль-струн, расположенных по две нуль-струны на трех вертикальных при  $\xi_{1...3} = 1$ ,  $\zeta_{1,2} = 0,5$

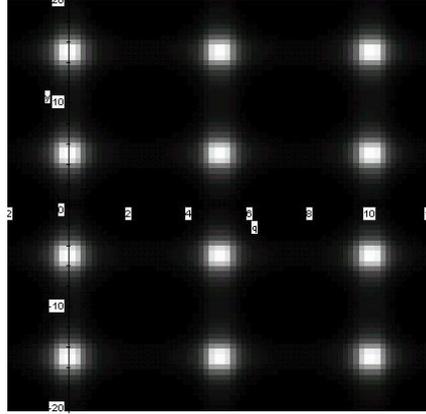


Рис. 4. Распределение скалярного поля на поверхности  $\theta = const$ , которое соответствует мультиструнной системе, состоящей из шести нуль-струн, расположенных по две нуль-струны на трех вертикальных при  $\xi_{1...3} = 2$ ,  $\varsigma_{1;2} = 1$

На рис. 3 и рис. 4 для функций  $\alpha(q)$  и  $f(\rho)$ , заданных равенствами (40), (41), значения констант  $R_1 = 5$ ,  $R_2 = 15$ ,  $z_1^0 = 0$ ,  $z_2^0 = 5$ ,  $z_3^0 = 10$ ,  $\varepsilon = 0,01$ ,  $\gamma = 2$ ,  $\xi_{1...3} = 1$ ,  $\varsigma_{1;2} = 0,5$ , и  $\xi_{1...3} = 2$ ,  $\varsigma_{1;2} = 1$ , соответственно, представлено изменение распределения скалярного поля на поверхности  $\theta = const$ , которое соответствует мультиструнной системе, состоящей из шести нуль-струн, расположенных по две нуль-струны на трех параллельных поверхностях, здесь  $q \in [-2; 12]$ ,  $\rho \in [0; 20]$ . Из приведенных рисунков видно, что с увеличением значения констант  $\xi_j$  и  $\varsigma_i$  области, в которых потенциал скалярного поля существенно отличный от нуля, сужаются, то есть уменьшается «толщина» колец, в которых сконцентрировано скалярное поле.

Можно отметить, что интегрирование системы уравнений (27)–(31), для (34), (35), полностью аналогично приведенному в работе [20]. Тогда (используя результаты работы [20]), решение системы уравнений Эйнштейна, описывающее гравитационное поле слоистой мультиструнной системы, движущейся вдоль оси  $z$ , и состоящей из замкнутых соосных (“размазанных”) нуль-струн постоянного радиуса, имеет вид

$$e^{2\nu(q,\rho)} = \frac{|\lambda_{,q}|}{(\lambda(q))^2} \left( \frac{\alpha(q) + \lambda(q)f(\rho)}{(\lambda(q))^{1/(1-\chi)}} \right)^{2-\sqrt{4-2\chi}}, \quad (45)$$

$$B(q,\rho) = \left( \frac{\alpha(q) + \lambda(q)f(\rho)}{(\lambda(q))^{1/(1-\chi)}} \right)^{\sqrt{4-2\chi}}, \quad (46)$$

$$A(q, \rho) = (f, \rho)^2 \left( \frac{\alpha(q) + \lambda(q)f(\rho)}{(\lambda(q))^{1/(1-\chi)}} \right)^{2-\sqrt{4-2\chi}}, \quad (47)$$

где функции  $\alpha(q)$  и  $f(\rho)$  удовлетворяют условиям (36)–(39) и могут быть представлены в виде (40), (41).

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе, обобщая известное решение уравнений Эйнштейна для замкнутой нуль-струны, постоянного (неизменного со временем) радиуса, которая движется вдоль оси  $z$  и в каждый момент времени  $t$  полностью лежит в плоскости, ортогональной этой оси, было найдено решение уравнений Эйнштейна для мультиструнной системы, движущейся вдоль оси  $z$  и имеющей слоистую структуру, а именно, в системе имеется  $m$  слоев и на каждом слое находится  $n$  замкнутых соосных нуль-струн различных, но не изменяющихся с течением времени радиусов, причем, расположение замкнутых нуль-струн на каждом таком слое одинаково и ортогонально направлению движения.

### Список литературы

1. Peebles P. J. E. Principles of Physical Cosmology. Princeton University Press, 1994. 736 p.
2. Linde A. D. Particle Physics and Inflationary Cosmology. Harwood, Chur, 1990. 269 p.
3. Vachaspati T., Vilenkin A. Formation and evolution of cosmic strings // Phys. Rev. D. 1984. Vol. 30, P. 2036.
4. Vilenkin A., Shellard E. P. S. Cosmic string and other topological defects. Cambridge University Press, 1994. 580 p.
5. Kibble T. W. B., Hindmarsh M. B. Cosmic strings // Reports on Progress in Physics. 1994. Vol. 58, No. 5.
6. Bennet D. P. Formation and Evolution of Cosmic Strings. Cambridge University Press, 1990.
7. Schild A. Classical null strings // Phys. Rev. D. 1977. Vol. 16, P. 1722.
8. Hill C. T., Schramm D. N., Fry J. N.. Cosmological Structure Formation from Soft Topological Defects // Commun Nucl. Part. Phys. 1999. Vol. 19. P. 25.
9. Lens candidates in the Capodimonte Deep Field in the vicinity of the CSL1 object. / M. V. Sazhin, O. S. Khovanskaya, M. Capaccioli, G. Longo, J. M. Alcala, R. Silvotti, M. V. Pavlov // arXiv: astro-ph/0406516.
10. Anomalous Fluctuations in Observations of Q0957+561 A,B: Smoking Gun of a Cosmic String? / R. Schild, I. S. Masnyak, B. I. Hnatyk, and V. I. Zhdanov // arXiv: astro-ph/0406434.
11. Roshchupkin S. N., Zheltukhin A. A. Variational principle and a perturbative solution of non-linear string equations in curved space // Nucl. Phys. B. 1999. Vol. 543. P. 365.
12. Bandos I. A., Zheltukhin A. A. Null super p-brane quantum theory in 4-dimensional space-time // Fortschr. Phys. 1993. Vol. 4. P. 619.
13. Bandos I. A., Zheltukhin A. A. // Soviet. J. Nucl. Phys. 1989. Vol. 50. P. 556.
14. Zheltukhin A. A. Hamiltonian structure of the antisymmetric action of a string // JETP Lett. 1987. Vol. 46. P. 262.
15. Zheltukhin A. A. // Soviet J. Nucl. Phys. 1988. Vol. 48. P. 375.
16. Roshchupkin S. N., Zheltukhin A. A. Friedmann universes and exact solutions in string cosmology // Class. Quantum. Grav. 1995. Vol. 12. P. 2519.
17. Cui Y., Morrissey D. E. Non-Thermal Dark Matter from Cosmic Strings // arXiv: 0805.1060.
18. Oliv K. A. TASI Lectures on Dark Matter // arXiv: astro-ph/0301505.

19. Bertone G., Hooper D., Silk J. Particle Dark Matter: Evidence, Candidates and Constraints // *Phys. Rept.* 2005. Vol. 405. P. 279.
20. Lelyakov A. P. Solution to the Einstein equations for a “spread” closed null string of constant radius // *Gravitation and Cosmology.* 2015. Vol. 21. No. 3. P. 200.
21. Lelyakov A. P. Dynamics of a null string in the gravitational field of a closed null string of constant radius // *Gravitation and Cosmology.* 2015. Vol. 21. No. 4. P. 309.
22. Lelyakov O. P., Karpenko A. S., Babadzhan R.-D. O. Dynamics of a Non-Rotating Test Null String in the Gravitational Field of a Closed “Thick” Null String Radially Expanding or Collapsing in the Plane  $z = 0$  // *Ukr. J. Phys.* 2014. Vol. 59. P. 1114.

## INVESTIGATION OF GRAVITATIONAL FIELD OF A MULTI-STRING SYSTEM WITH A CONSTANT RADIUS

*Lelyakov A.P., Osokin C.S.\**

*Institute of Physics and Technology, V.I. Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol 295007, Russia*

*\*E-mail: [Oxygen93@ya.ru](mailto:Oxygen93@ya.ru)*

In this work the solution of Einstein equations for multi-string system, moving in same direction without change of its size and having layered structure, has been found.

**Keywords:** Einstein equations, null string, gravitational field, exact solution.

### References

1. P. J. E. Peebles, *Principles of Physical Cosmology* (Princeton University Press, 1994).
2. A. D. Linde, *Particle Physics and Inflationary Cosmology* (Harwood, Chur, 1990).
3. T. Vachaspati, A. Vilenkin, *Phys. Rev. D* **30**, 2036 (1984).
4. A. Vilenkin, E. P. S. Shellard, *Cosmic string and other topological defects* (Cambridge University Press, 1994).
5. T. W. B. Kibble, M.B. Hindmarsh, e-print hep-th/9411342.
6. D. P. Bennet, *Formation and Evolution of Cosmic Strings* (Cambridge University Press, 1990).
7. A. Schild, *Phys. Rev. D* **16**, 1722 (1977).
8. C. T. Hill, D. N. Schramm and J. N. Fry, *Commun Nucl. Part. Phys.* **19**, 25 (1999).
9. M. V. Sazhin, O. S. Khovanskaya, M. Capaccioli, G. Longo, J. M. Alcala, R. Silvotti, M. V. Pavlov, arXiv: astro-ph/0406516.
10. R. Schild, I. S. Masnyak, B. I. Hnatyk, and V. I. Zhdanov, arXiv: astro-ph/0406434.
11. S. N. Roshchupkin, A. A. Zheltukhin, *Nucl. Phys. B* **543**, 365 (1999).
12. I. A. Bandos, A. A. Zheltukhin, *Fortschr. Phys.* **41**, 619 (1993).
13. I. A. Bandos, A. A. Zheltukhin, *Soviet. J. Nucl. Phys.* **50** (3), 556 (1989).
14. A. A. Zheltukhin, *JETP Lett.* **46** 262 (1987).
15. A. A. Zheltukhin, *Soviet J. Nucl. Phys.* **48**, 375 (1988).
16. S. N. Roshchupkin, A. A. Zheltukhin, *Class. Quantum. Grav.* **12**, 2519 (1995).
17. Y. Cui, D. E. Morrissey, arXiv: 0805.1060v2 (hep-ph).
18. K. A. Oliv, arXiv: astro-ph/0301505.
19. G. Bertone, D. Hooper, J. Silk, *Phys. Rept.* **405**, 279 (2005).
20. A. P. Lelyakov, *Gravitation and Cosmology* **21**, No. 3, 200 (2015).
21. A. P. Lelyakov, *Gravitation and Cosmology* **21**, No. 4, 309 (2015).
22. O. P. Lelyakov, A. S. Karpenko, R.-D. O. Babadzhan, *Ukr. J. Phys.* **59**, 1114 (2014).

*Поступила в редакцию 07.03.2017 г. Принята к публикации 21.05.2017 г.  
Received March 07, 2017. Accepted for publication May 21, 2017*

УДК 535.4

## **ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ СОСТОЯНИЯ В БРЭГГОВСКИХ МУЛЬТИГЕЛИКОИДАЛЬНЫХ ВОЛОКНАХ С ДЕФЕКТОМ СКРУТКИ ПРИ НАЛИЧИИ РАЗДЕЛИТЕЛЯ**

*Алексеев К. Н., Алексеева М. К., Лапин Б. П. \*, Викулин Д. В., Яворский М. А.*

*Физико-технический институт, Крымский федеральный университет имени  
В. И. Вернадского, Симферополь 295007, Россия  
\*E-mail: [lapinboris@gmail.com](mailto:lapinboris@gmail.com)*

Исследовано влияние разделителя в мультигеликоидальном брэгговском волокне с дефектом скрутки на возникновение локализованных топологических состояний. Показано, возбуждение такого волокна гауссовым пучком приводит к появлению локализованных на дефекте мод, чей топологический заряд совпадает с порядком вращательной симметрии показателя преломления волокна. Продемонстрировано, что изменение толщины разделителя позволяет управлять данными модами.

**Ключевые слова:** мультигеликоидальное оптическое волокно, дефект скрутки, локализованное состояние, оптический вихрь.

**PACS numbers:** 42.25.Bs, 42.81.Qb, 42.81.Bm.

### **ВВЕДЕНИЕ**

В работах Э. Яблоновича было показано, что дефекты в периодических диэлектрических структурах могут являться центрами локализованных состояний, экспоненциально затухающих при увеличении расстояния от дефектов [1]. Индуцирование несовершенства в фотонных структурах с запрещёнными зонами находит множество применений [2–7]. Наличие единичного дефекта в фотонных структурах с запрещённой зоной приводит к возникновению локализованной на дефекте моды, чья спектральная линия расположена внутри запрещённого спектрального диапазона [8].

Тип единичного дефекта, который может быть встроен в периодическую структуру, в значительной степени зависит от типа симметрии диэлектрической решётки. Например, анизотропные хиральные структуры обладают дополнительной степенью свободы в этом смысле, а именно, одна часть образца может быть повернута по отношению к другой части, образуя таким образом дефект скрутки. Действие дефекта скрутки в оптическом диапазоне в холестерических полимерных плёнках было продемонстрировано на волны, не имеющие дислокаций волнового фронта [9,10]. Насколько известно, первое исследование эволюции волн с дислокациями волнового фронта, известными как оптические вихри (ОВ) [11], в неупорядоченных массивах провёл Лобанов В. и его коллеги [12]. Было показано, что эволюция входящего ОВ с единичным топологическим зарядом (ТЗ) в неупорядоченном массиве сопровождается скачками ТЗ между значениями  $\pm 1$ . Напротив, влияние единичного дефекта на эволюцию входного пучка было изучено Алексеевым К. и др. в мультигеликоидальных волокнах (МГВ), которые представляют собой одномерные фотонные структуры с запрещённой зоной. Было

показано, что внедрение дефекта скрутки в брэгговское МГВ приводит к локализации ОВ, чьи ТЗ совпадают с порядком вращательной симметрии МГВ [13]. Интенсивность локализованных состояний вблизи дефекта скрутки намного больше, чем интенсивность падающего пучка. В дальнейшем было показано, что объединение дефекта скрутки со скачком шага скрутки позволяет управлять интенсивностью локализованных состояний в широких пределах [14].

В этой статье делается следующий шаг в изучении МГВ и исследуется совместное влияние дефекта скрутки при наличии разделителя между повернутыми друг относительно друга частями. Показано, что возбуждение таких дефектных волокон гауссовым пучком (ГП) с круговой поляризацией приводит к появлению локализованных на дефекте состояний, которыми в теории можно управлять путём регулирования толщины разделителя.

### 1. МОДЕЛЬ МУЛЬТИГЕЛИКОИДАЛЬНОГО ВОЛОКНА

Распределение показателя преломления в МГВ с дефектом скрутки и разделителем имеет вид [13–19]:

$$n^2(r, \varphi) \approx \begin{cases} n_{co}^2(1 - 2\Delta f(r)) - 2n_{co}^2\Delta\delta r f'_r \cos l(\varphi - qz), & -d_1/2 \leq z \leq 0 \\ n_{co}^2[1 - 2\Delta f(r)], & 0 < z < \delta d \\ n_{co}^2(1 - 2\Delta f(r)) - 2n_{co}^2\Delta\delta r f'_r \cos l(\varphi - qz - \theta), & \delta d < z \leq \delta d + d_1/2 \end{cases}, \quad (1)$$

где  $\Delta$  – высота функции профиля  $f$ ,  $\delta \ll 1$  – безразмерный параметр, который характеризует деформацию поперечного сечения,  $n_{co}$  – показатель преломления сердцевины,  $q = 2\pi/H$  – модуль вектора обратной геликоидальной решётки,  $H$  – шаг геликоидальной решётки,  $l$  – порядок вращательной симметрии мультигеликоидальных частей волокна. Цилиндрические координаты  $(r, \varphi, z)$  вводятся стандартным образом. На Рис. 1 показано, как создаётся дефект скрутки. Разделитель между мультигеликоидальными частями волокна сформирован идеальным волокном.

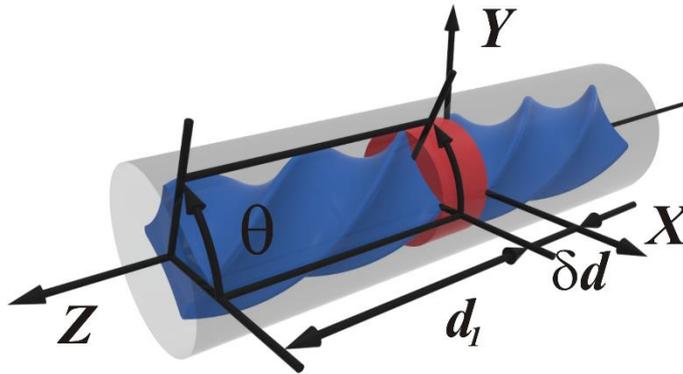


Рис. 1. Геометрия модели МГВ с дефектом скрутки и разделителем (вращательная симметрия четвёртого порядка:  $\ell = 4$ ). МГВ длины  $2d_1$  разрезают посередине в плоскости  $XY$ . Затем отмеченная половина поворачивается на угол  $\theta$  по отношению к другой половине волокна и смещается вдоль  $z$  на расстояние  $\delta d$ . Между мультигеликоидальными частями волокна вставлено идеальное волокно с длиной  $\delta d$

## 2. ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ СОСТОЯНИЯ В ДЕФЕКТНЫХ МУЛЬТИГЕЛИКОИДАЛЬНЫХ ВОЛОКНАХ

Для исследования эволюции входящего поля нужно разложить его по модам брэгговских МГВ [14] и идеальных волокон в соответствующих частях всей системы с последующим сшиванием полей и их производных по  $z$  на соответствующих границах. Это позволяет получить систему на неизвестные коэффициенты разложения, которые могут быть использованы при восстановлении выражений для полей внутри дефектных МГВ. В дальнейшем будет рассмотрен случай, когда волокно возбуждается циркулярно поляризованным ГП, который может быть аппроксимирован вблизи с входного торца волокна фундаментальной модой  $|1,0\rangle$ . В дальнейшем при численном моделировании полагается, что  $l = 4$  и  $\theta = \pi/4$ .

Согласно численным расчётам, внутри дефектного МГВ возникают три локализованных состояния:  $|1,0\rangle$  и  $|1,\pm l\rangle$ , где  $|1,l\rangle = F_l(r)\exp(il\varphi)\cdot\text{col}(1,i)$ , и  $F_l(r)$  удовлетворяет стандартному уравнению. На Рис. 2а продемонстрировано усреднённое распределение относительной интенсивности поля внутри системы на длине волны  $\lambda = 632.8$  нм. Усреднение выполнено по быстрым пространственным осцилляциям, вызванным интерференционными эффектами. Интенсивность каждой локализованной моды МГВ спадает экспоненциально с ростом расстояния от разделителя. В то же время, усреднённое распределение относительной интенсивности поля внутри разделителя остаётся постоянным. Как видно из Рис. 2б,

энергия локализованного поля, запасённая в МГВ, существенно зависит от длины разделителя и очень чувствительна к её вариации даже в пределах длины волны излучения. По мере роста длины мультигеликоидальной части волокна эффект локализации поля уменьшается (Рис. 3а). Одновременно, энергия, запасённая в локализованных модах, также уменьшается (Рис. 3б). Такое поведение системы связано с тем, что влияние единичного дефекта на способность системы к локализации поля уменьшается по мере роста общей длины мультигеликоидальной части.

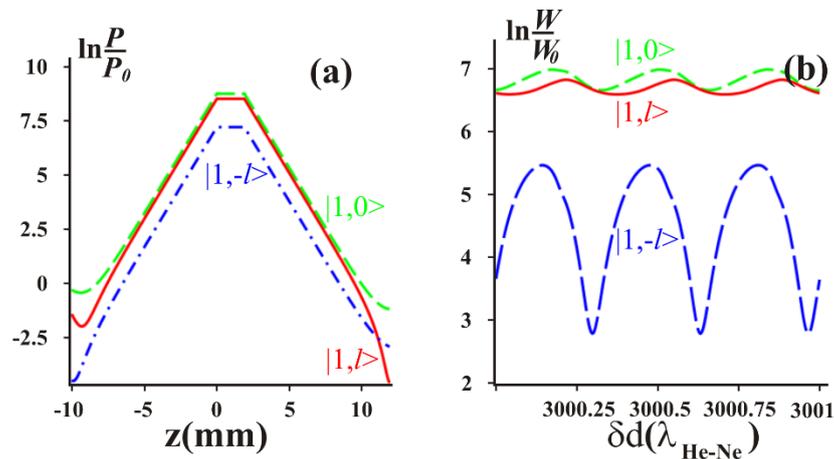


Рис. 2. а) Распределение логарифма относительной интенсивности поля внутри волокна, усреднённое по быстрым пространственным интерференционным осцилляциям в зависимости от координаты  $z$ , толщина разделителя  $\delta d = 3000\lambda_{\text{He-Ne}}$ ; б) Логарифм относительной энергии, запасённой в локализованном в МГВ состоянии, в зависимости от толщины разделителя  $\delta d$ . Тип поля указан рядом с кривой, падающее поле – ФМ  $|1,0\rangle$  при длине волны  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ . Параметры волокна:  $q = 7.436 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ ,  $n_{co} = 1.5$ ,  $\Delta = 5 \cdot 10^{-3}$ ,  $\delta = 0.05$ ,  $2d_1 = 2 \text{ см}$ . Здесь и далее интенсивность  $P$  и плотности энергии  $W$  нормированы к интенсивности  $P_0$  и плотности энергии  $W_0$  входящего пучка, соответственно

Запасённая в волокне энергия также зависит от толщины разделителя и при большой толщине разделителя стремится к нулю (Рис. 4), предварительно достигая максимума при относительно небольшой толщине дефектного слоя.

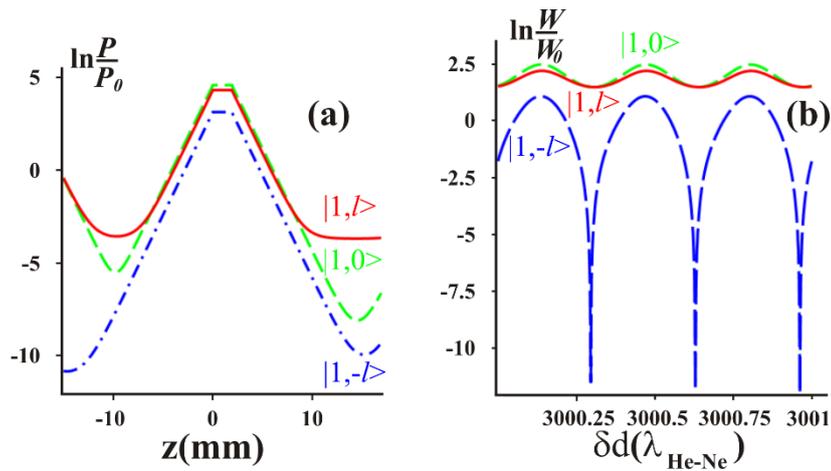


Рис. 3. а) Распределение логарифма относительной интенсивности поля внутри волокна, усреднённое по быстрым пространственным интерференционным осцилляциям в зависимости от координаты  $z$ , толщина разделителя  $\delta d = 3000\lambda_{\text{He-Ne}}$ ; б) Логарифм относительной энергии, запасённой в локализованном в МГВ состоянии, в зависимости от толщины разделителя  $\delta d$ . Параметры волокна такие же, как и для Рис. 2 за исключением  $2d_1 = 3$  см

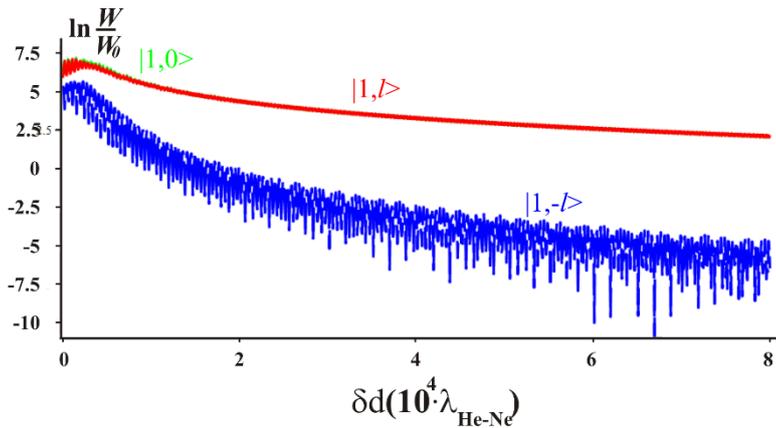


Рис. 4. Логарифм запасённой в локализованном в МГВ состоянии энергии в зависимости от толщины разделителя  $\delta d$ . Тип поля указан рядом с кривой, падающее поле – ФМ  $|1, 0\rangle$  при длине волны  $\lambda = 632.8$  нм. Параметры волокна такие же, как и для Рис. 2

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение, изучено влияние разделителя на локализованные на дефекте моды. Было показано, наличие разделителя приводит к расширению области локализации на разделитель при постоянной в среднем интенсивности, однако эффект локализации уменьшается по мере роста толщины разделителя.

## Список литературы

1. Yablonovitch E. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics // *Phys. Rev. Lett.* 1987. Vol. 58. P. 2059.
2. The superprism effect in lithium niobate photonic crystals for ultra-fast, ultra-compact electro-optical switching / Amet J., Baida F., Burr G., and Bernal M. // *Photon. and Nanostr. – Fund. and Appl.* 2008. Vol. 6. P. 47–59.
3. Optical filter based on contra-directional waveguide coupling in a 2D photonic crystal with square lattice of dielectric rods / Xu Z., Wang J., He Q., et al. // *Opt. Expr.* 2005. Vol. 13. P. 5608–13.
4. Ultra-small photonic-crystal-waveguide-based Y-splitters useful in the near-infrared wavelength region / Inoue K., Sugimoto Y., Ikeda N., et al. // *Jpn. J. Appl. Phys.* 2004. Vol. 43. P. L446–48.
5. Anderson S. P., Fauchet P. M. Ultra-low energy switches based on silicon photonic crystals for on-chip optical interconnects // *Proc. of SPIE.* 2010. Vol. 7606. P. 76060R.
6. Li H., Phillips D., Wang X., et al. // *Optica.* 2015. Vol. 2. P. 547–552.
7. Defect-mode lasing with lowered threshold in a three-layered hetero-cholesteric liquid-crystal structure / Song M. H., Ha N. Y., Amemiya K., Park B., et al. // *Adv. mat.* 2006. Vol. 18. P. 193–197.
8. Yablonovitch E. Photonic band-gap structures // *J. Opt. Soc. Am. B.* 1993. Vol. 10. P. 283.
9. Schmidtke J., Stille W., and Finkelmann H. Defect mode emission of a dye doped cholesteric polymer network // *Phys. Rev. Lett.* 2003. Vol. 90. P. 083902.
10. Schmidtke J. and Stille W. Photonic defect modes in cholesteric liquid crystal films // *Eur. Phys. J. E.* 2003. Vol. 12. P. 553–564.
11. Nye J. F. and Berry M. V. Dislocations in Wave Trains // *Proc. Roy. Soc. (London) A.* 1974. Vol. 336. P. 165.
12. Anderson localization of light with topological dislocations / Lobanov V. E., Kartashov Y. V., Vysloukh V. A., Torner L. // *Phys. Rev. A.* 2013. Vol. 88. P. 053829.
13. Localized topological states in Bragg multihelical fibers with twist defects / Alexeyev C. N., Lapin B. P., Milione G., and Yavorsky M. A. // *Phys. Rev. A.* 2016. Vol. 93. P. 063829.
14. Alexeyev C. N., Lapin B. P. and Yavorsky M. A. Localized topological states in Bragg multihelical fibers with combined pitch-jump and twist defects // *J. Opt.* 2017. Vol. 19. P. 045604.
15. Alexeyev C. N., Lapin B. P. and Yavorsky M. A. Resonance optical activity in multihelical optical fibers // *Opt. Lett.* 2016. Vol. 41. P. 962.
16. Alexeyev C. N., Lapin B. P., Milione G., and Yavorsky M. A. Optical activity in multihelical optical fibers // *Phys. Rev. A.* 2015. Vol. 92. P. 033809.
17. Spin-orbit-interaction-induced generation of optical vortices in multihelical fibers / Alexeyev C. N., Alexeyev A. N., Lapin B. P., Milione G., and Yavorsky M. A. // *Phys. Rev. A.* 2013. Vol. 88. P. 063814.
18. Orbital angular momentum control by a multihelical fibre with a twist defect / Alexeyev C. N., Fridman Yu., Lapin B. P., and Yavorsky M. A. // *J. Opt.* 2013. Vol. 15. P. 125401.
19. Topological activity of layered chiral optical Bragg waveguides / Alexeyev C. N., Alexeyev A. N., Fadeyeva T. A., Lapin B. P., and Yavorsky M. A. // *J. Opt.* 2011. Vol. 13. P. 095701.

**LOCALIZED TOPOLOGICAL STATES IN BRAGG MULTIHÉLICOIDAL  
FIBERS WITH A TWIST DEFECT IN THE PRESENCE OF A SPACER**

*Alexeyev C. N., Alexeyeva M. C., Lapin B. P.\* , Vikulin D. V., and Yavorsky M. A.*

*Institute of Physics and Technology, V. I. Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol 295007, Russia*

*\*E-mail: lapinboris@gmail.com*

We have studied the influence of a spacer in a multihelical Bragg fiber with a twist defect on the emerging of localized topological states. We have shown that if such a fiber is excited with a Gaussian beam this leads to the appearance of a defect-localized mode, whose topological charge coincides with the order of rotational symmetry of the fiber's refractive index. The influence of the spacer on this mode is studied.

**Keywords:** multihelical optical fiber, twist defect, spacer, localized state, optical vortices.

**References**

1. E. Yablonovitch, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2059 (1987).
2. J. Amet, F. Baida, G. Burr, and M. Bernal, *Photon. and Nanostr. – Fund. and Appl.* **6**, 47–59. (2008).
3. Z. Xu, J. Wang, Q. He, et al. *Opt. Expr.* **13**, 5608–13 (2005).
4. K. Inoue, Y. Sugimoto, N. Ikeda, Y. Tanaka, K. Asakawa, H. Sasaki, and K. Ishida, *Jpn. J. Appl. Phys.* **43**, L446–48 (2004).
5. S. P. Anderson, P. M. Fauchet, *Proc. of SPIE*, **7606**, 76060R (2010).
6. H. Li, D. Phillips, X. Wang, D. Ho, L. Chen, X. Zhou, J. Zhu, S. Yu, and X. Cai, *Optica* **2**, 547–552 (2015).
7. M. H. Song, N. Y. Ha, K. Amemiya, B. Park, et al., *Adv. mat.* **18**, 193–197 (2006).
8. E. Yablonovitch, *J. Opt. Soc. Am. B.* **10**, 283 (1993).
9. J. Schmidtke, W. Stille, and H. Finkelmann, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 083902 (2003).
10. J. Schmidtke and W. Stille, *Eur. Phys. J. E* **12**, 553–564 (2003).
11. J. F. Nye and M. V. Berry, *Proc. Roy. Soc. (London) A* **336**, 165 (1974).
12. V. E. Lobanov, Y. V. Kartashov, V. A. Vysloukh, L. Torner, *Phys. Rev. A* **88**, 053829 (2013).
13. C. N. Alexeyev, B. P. Lapin, G. Milione, and M. A. Yavorsky, *Phys. Rev. A* **93**, 063829 (2016).
14. C. N. Alexeyev, B. P. Lapin and M. A. Yavorsky, *J. Opt.* **19**, 045604 (2017).
15. C. N. Alexeyev, B. P. Lapin and M. A. Yavorsky, *Opt. Lett.* **41**, 962 (2016).
16. C. N. Alexeyev, B. P. Lapin, G. Milione, and M. A. Yavorsky, *Phys. Rev. A* **92**, 033809 (2015).
17. C. N. Alexeyev, A. N. Alexeyev, B. P. Lapin, G. Milione, and M. A. Yavorsky, *Phys. Rev. A* **88**, 063814. (2013).
18. C. N. Alexeyev, Yu. Fridman, B. P. Lapin, and M. A. Yavorsky, *J. Opt.* **15**, 125401 (2013).
19. C. N. Alexeyev, A. N. Alexeyev, T. A. Fadeyeva, B. P. Lapin, and M. A. Yavorsky, *J. Opt.* **13**, 095701 (2011).

*Поступила в редакцию 09.05.2017 г. Принята к публикации 23.05.2017 г.  
Received May 09, 2017. Accepted for publication May 23, 2017*

**УДК 537.9**

## **АППРОКСИМАЦИЯ ССП И ЭХА ЯДЕРНОГО МАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ**

**Рябушкин Д. С.\***

*Физико-технический институт, Крымский федеральный университет имени  
В. И. Вернадского, Симферополь 295007, Россия  
\*E-mail: [druabushkin@cfuv.ru](mailto:druabushkin@cfuv.ru)*

Рассмотрены возможности нахождения формы линии ядерного магнитного резонанса (ЯМР) в твердых телах с диполь-дипольным взаимодействием ядер. Рассматриваемый подход основывается на решении системы дифференциальных уравнений, связывающих спад свободной прецессии (ССП) с функциями времени, представляющими производные различного порядка от СПП. Анализируемый подход используется также для нахождения формы двухимпульсного эха ЯМР в жестких системах. Данный метод может быть обобщен на системы с внутренней молекулярной подвижностью.

**Ключевые слова:** ядерный магнитный резонанс, линия поглощения, спад свободной прецессии, моменты линии ЯМР.

**PACS:** 74.25.nj

### **ВВЕДЕНИЕ**

Задача вычисления линии поглощения ЯМР является основной в теории ядерного магнитного резонанса, поскольку спектр содержит всю информацию, которую можно получить в рамках данного физического метода. Как правило, вначале вычисляется спад свободной прецессии, а затем с помощью Фурье-преобразования находится форма линии, что соответствует порядку работы на современных импульсных спектрометрах ЯМР. Ряд новых возможностей открывается при использовании многоимпульсных серий с последующим Фурье-преобразованием получаемых импульсных откликов.

Непосредственное вычисление спектра возможно лишь для относительно простых систем – например, для молекулы воды, являющейся, с точки зрения ЯМР, двухспиновой системой. В более общем случае, когда количество ядер в образце сравнимо с числом Авогадро, прямой расчет невозможен. В этой связи в теории и эксперименте ЯМР остается постоянно актуальной задача нахождения таких подходов, которые позволяли бы при некоторых допустимых упрощениях анализировать спектры поглощения ЯМР реальных образцов.

Одним из таких подходов является метод аппроксимантов, позволивший получить немало важных результатов в области импульсного ЯМР [1–15]. Основное достоинство этого метода состоит в том, что он позволяет записывать сигнал многочастичной системы в виде компактного выражения, описывающего практически все особенности наблюдаемого отклика. Применение данного подхода допускает различные упрощения, одно из которых рассмотрено ниже.

## 1. АППРОКСИМАЦИЯ ССП И СОЛИД-ЭХА

Рассмотрим систему, содержащую ядра с отличным от нуля спином. Будем считать, что в образце присутствует диполь-дипольное взаимодействие, которое в приближении сильного поля описывается гамильтонианом вида

$$\hbar H = \frac{1}{2} \sum_{i>j} D_{zz}^{ij} (2I_{iz}I_{jz} - I_{ix}I_{jx} - I_{iy}I_{jy}),$$

где  $D_{zz}^{ij}$  является  $zz$ -компонентой тензора диполь-дипольного взаимодействия [2].

Внутренней молекулярной подвижностью пренебрегаем. Если такая система находится в равновесном состоянии в постоянном магнитном поле, то в рамках высокотемпературного приближения оператор матрицы плотности будет определяться как

$$\bar{\rho}(0) = I_z. \quad (1)$$

Подвергнем спиновую систему воздействию резонансного 90-градусного импульса, направленного вдоль оси  $Y$  во вращающейся системе координат (ВСК). Пренебрегая спин-спиновой релаксацией во время действия импульса (т.е. сопоставляя импульсам операторы поворота), получим для оператора матрицы плотности

$$\rho^+(0) = I_x, \quad (2)$$

где знак «плюс» означает момент времени непосредственно после импульса.

В дальнейшем оператор матрицы плотности будет развиваться под действием гамильтониана внутренних взаимодействий в соответствии с уравнением Лиувилля

$$\dot{\rho} = i[\rho, H]. \quad (3)$$

Удобно ввести в рассмотрение супероператор

$$L = [\dots, H], \quad (4)$$

т.е. оператор, действующий на другие операторы. Тогда уравнение (3) переписется в виде

$$\dot{\rho} = iL\rho. \quad (5)$$

Формальным решением уравнения (5) будет являться выражение

$$\rho(t) = e^{itL} I_x. \quad (6)$$

Представим  $\rho(t)$  в виде разложения в ряд по степеням времени:

$$\rho(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(it)^k}{k!} (L^k I_x). \quad (7)$$

Тогда для сигнала спада свободной прецессии, нормированного на единицу, имеем

$$G(t) = \text{Tr}(\rho I_x) / \text{Tr}(I_x^2) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(it)^k}{k!} \cdot \frac{\text{Tr}(I_x L^k I_x)}{\text{Tr}(I_x^2)}. \quad (8)$$

Известно, что ССП можно представить в виде разложения по центральным моментам линии поглощения ЯМР:

$$G(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(it)^k}{k!} \cdot M_k, \quad (9)$$

где  $M_k$  – момент  $k$ -го порядка линии поглощения магнитного резонанса.

Из сравнения (8) и (9) получаем:

$$M_k = \frac{\text{Tr}(I_x L^k I_x)}{\text{Tr}(I_x^2)}. \quad (10)$$

Введем обозначение

$$\langle AB \rangle = \text{Tr}(AB).$$

Тогда момент  $k$ -го порядка примет вид

$$M_k = \frac{\langle I_x L^k I_x \rangle}{\langle I_x^2 \rangle}.$$

Набор, по которому раскладывается оператор матрицы плотности в (7), неудобен, поскольку операторы не ортогональны в том смысле, что следы от их произведений отличны от нуля. Воспользуемся процедурой Грамма-Шмидта для построения полного набора взаимно ортогональных операторов, которые будем обозначать как  $\varphi_i$  [2].

Пусть

$$\varphi_0 = I_x. \quad (11)$$

Тогда представим  $\varphi_1$  как

$$\varphi_1 = LI_x + aI_x, \quad (12)$$

где  $a$  определится из условия ортогональности операторов  $\varphi_1$  и  $\varphi_0$ . В данном случае

$$a = -\frac{\langle I_x L I_x \rangle}{\langle I_x^2 \rangle} = 0,$$

поскольку эта величина является первым моментом линии поглощения (предполагается, что линия симметрична).

Следующий оператор полного набора представим в виде

$$\varphi_2 = L^2 I_x + b L I_x + c I_x,$$

где  $b$  и  $c$  определяются из условий ортогональности

$$\langle \varphi_0 \cdot \varphi_2 \rangle = 0,$$

$$\langle \varphi_1 \cdot \varphi_2 \rangle = 0.$$

В результате получим

$$b = 0,$$

$$c = -M_2.$$

Продолжая так и дальше, найдем первые операторы ортогонального набора:

$$\varphi_1 = L I_x,$$

$$\varphi_2 = L^2 I_x - M_2 I_x,$$

$$\varphi_3 = L^3 I_x - \frac{M_4}{M_2} I_x,$$

$$\varphi_4 = L^4 I_x + \frac{M_2 M_4 - M_6}{M_4 - M_2^2} L^2 I_x + \frac{M_2 M_6 - M_4^2}{M_4 - M_2^2} I_x.$$

и т.д.

Теперь представим оператор матрицы плотности в виде разложения по найденному ортогональному набору:

$$\rho(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n(t) \cdot \varphi_n. \quad (13)$$

Отсюда следует, что  $A_0(t)$  представляет из себя спад свободной прецессии. Таким образом, целью дальнейших выкладок является нахождение данной функции времени в (13).

Подставим (13) в уравнение Лиувилля:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \dot{A}_n(t) \cdot \varphi_n = iL \sum_{n=0}^{\infty} A_n(t) \cdot \varphi_n. \quad (14)$$

Домножим (14) на  $\varphi_k$  и вычислим след, учитывая ортогональность используемых операторов:

$$\dot{A}_k(t) = i \sum_{n=0}^{\infty} A_n(t) \cdot \frac{\langle \varphi_k(L\varphi_n) \rangle}{\langle \varphi_k^2 \rangle}. \quad (15)$$

Определим, чему равны  $L\varphi_n$  для различных значений  $n$ :

$$\begin{aligned} L\varphi_0 &= \varphi_1, \\ L\varphi_1 &= \varphi_2 + M_2\varphi_0, \\ L\varphi_2 &= \varphi_3 + \frac{M_4 - M_2^2}{M_2}\varphi_1 \end{aligned}$$

и т.д.

Очевидно, общая закономерность может быть представлена как

$$L\varphi_n = \varphi_{n+1} + v_{n-1}^2 \varphi_{n-1}. \quad (16)$$

Здесь символом  $v_{n-1}^2$  обозначены величины, зависящие от моментов линии поглощения:

$$\begin{aligned} v_0^2 &= M_2, \\ v_1^2 &= \frac{M_4 - M_2^2}{M_2}, \\ v_2^2 &= \frac{M_2 M_6 - M_4^2}{M_2(M_4 - M_2^2)}, \end{aligned}$$

и т.д.

Подставим (16) в (15) и окончательно получим систему уравнений вида

$$\dot{A}_k = iA_{k-1} + iv_k^2 A_{k+1}. \quad (17)$$

Решение системы (17) осложняется тем обстоятельством, что она содержит бесконечное число уравнений. Обойти эту трудность можно несколькими способами [1–15]. Например, в [2] различные импульсные отклики представлялись в виде бесконечного ряда по функциям времени. Оказывается, обрыв такого ряда не приводит к расходимости полученного выражения и позволяет описывать практически все основные особенности наблюдаемых сигналов. При этом, конечно, чем дальше происходит обрыв, тем точнее получается результат.

Другой подход заключался в использовании преобразования Лапласа, в результате чего система (17) сводится к системе алгебраических уравнений [1].

Такая система решалась с помощью некоторых упрощающих предположений относительно соотношений между моментами линии поглощения (которые выглядели не слишком строго, но давали наблюдаемый на эксперименте результат).

Проанализируем возможности решения системы (17) посредством зануления величин  $\nu_k^2$ , т.е. рассмотрим отклики, получаемые для систем со специфическими соотношениями между моментами линии поглощения.

В простейшем случае приравняем  $\nu_1^2$  к нулю. Это означает, что между вторым и четвертым моментами линии поглощения существует связь вида

$$M_4 = M_2^2.$$

Очевидно, речь идет о двухспиновой системе, характеризуемой именно таким соотношением второго и четвертого моментов. В результате система (17) разрывается и остается лишь решить систему из двух уравнений, используя начальные условия

$$A_0(0) = 1,$$

$$A_1(0) = 0.$$

Отсюда получаем ожидаемый результат

$$G(t) = \cos \sqrt{M_2} t.$$

Фурье-преобразование полученного ССП дает, как известно, спектр, состоящий из двух линий поглощения одинаковой интенсивности на частотах  $\omega_0 \pm \sqrt{M_2}$ .

Более сложным является случай, когда нулю равняется коэффициент  $\nu_2^2$ , т.е. между вторым, четвертым и шестым моментами линии поглощения существует связь вида

$$M_2 M_6 = M_4^2.$$

Решение системы (17) показывает, что в этом случае ССП равен

$$G(t) = \frac{M_4 - M_2^2}{M_4} + \frac{M_2^2}{M_4} \cos \sqrt{\frac{M_4}{M_2}} t,$$

т.е. спектр будет состоять из трех линий на частотах  $\omega_0$ ,  $\omega_0 \pm \sqrt{\frac{M_4}{M_2}}$ . Центральная линия имеет весовой множитель, равный  $(M_4 - M_2^2) / M_4$ . Множители при боковых линиях равны  $M_2^2 / (2M_4)$ .

Можно также получить аналитическое выражение для ССП в случае  $\nu_3^2 = 0$ , более сложные приближения требуют численных расчетов. Структура системы (17)

такова, что ССП будет состоять из суммы косинусов, каждый из которых определяет пару линий поглощения со своим весом.

Рассматриваемый подход может быть обобщен на импульсные последовательности, содержащие более одного импульса. В качестве примера рассмотрим солид-эхо, т.е. отклик системы на два 90-градусных импульса, подаваемых вдоль осей  $X$  и  $Y$  вращающейся системы координат.

Выкладки, аналогичные проведенным выше для ССП, показывают, что сигнал эха  $V(t, \tau) = A_0(t, \tau)$  тоже удовлетворяет системе уравнений (17) с той лишь разницей, что теперь функции  $A_k$  содержат в качестве параметра интервал времени  $\tau$  между импульсами. Текущее время  $t$  отсчитывается от конца второго импульса.

Несложно показать, что функции  $A_k$  удовлетворяют условиям

$$A_0(0, \tau) = A_0^+(\tau) ,$$

$$A_1(0, \tau) = -A_1^+(\tau) ,$$

$$A_2(0, \tau) = A_2^+(\tau) ,$$

и т.д.

В случае равенства нулю коэффициента  $\nu_1^2$  получается известное выражение для солид-эха двухспиновой системы вида

$$V(t, \tau) = \cos \sqrt{M_2} (t - \tau) .$$

При равенстве нулю коэффициента  $\nu_2^2$  находим

$$V(t, \tau) = \frac{M_4 - M_2^2}{M_4} + \frac{M_2^2}{M_4} \cos \sqrt{\frac{M_4}{M_2}} (t - \tau) .$$

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе рассмотрен вопрос о нахождении ССП (формы линии) и солид-эха в рамках метода аппроксимантов посредством решения системы (17). Это возможно при условии разрыва системы уравнений занулением коэффициентов  $\nu_k^2$ . Спад свободной прецессии представляется в виде суммы константы и косинусов. Постоянная величина определяет величину сигнала на резонансной частоте, каждый косинус дает пару спутников. Разорвать систему (17) удастся только при определенных соотношениях между моментами линии поглощения, что, безусловно, сужает возможности данного подхода. Другим недостатком является резкое усложнение выкладок при увеличении номера  $k$  для  $\nu_k^2 = 0$ . Но при этом нет никаких ограничений по количеству частиц в исследуемой системе. Рассмотрение

проводилось для образцов без внутренней молекулярной подвижности, однако несложно обобщить результаты и на случай динамических систем.

#### Список литературы

1. Engelsberg M., Lowe I. Approximants of the Nuclear-Spin Autocorrelation Function. Application to  $\text{CaF}_2$  // *Phys. Rev. B*. 1975. Vol. 12. PP. 3547–3552.
  2. Parker G. W., Lado F. Calculation of NMR line shapes in calcium fluoride from modified moment expansions // *Phys. Rev. B*. 1974, Vol. 9. PP. 22–28.
  3. Сергеев Н. А., Рябушкин Д. С., Сапига А. В. Форма линии ЯМР в твердых телах с внутренней подвижностью // *Радиоспектроскопия: сб. науч. тр.* / Пермь: Изд-во Пермского ун-та, 1987. С. 183–188.
  4. Сергеев Н. А., Сапига А. В., Рябушкин Д. С. Форма сигнала солид-эха в ЯМР твердого тела // *ФТТ*. 1989. Т. 31. Вып. 2. С. 294–296.
  5. Sergeev N. A., Sapiga A. V., Ryabushkin D. S. The shape of two-pulse echo in solids // *Phys. Lett. A*. 1989. Vol. 137. Num. 4, 5. PP. 210–212.
  6. Сергеев Н. А., Рябушкин Д. С., Сапига А. В., Максимова С. Н. Исследование формы линии ЯМР в твердых телах с внутренней подвижностью методом «моментов» // *Известия ВУЗов, Физика*. 1989. № 11. С. 15–20.
  7. Сергеев Н. А., Сапига А. В., Рябушкин Д. С. Псевдоэхо в ЯМР твердого тела // *Письма в ЖЭТФ*. 1989. Т. 49. Вып. 6. С. 323–326.
  8. Сергеев Н. А., Сапига А. В., Рябушкин Д. С. Солид-эхо в кристаллогидратах // *УФЖ*. 1990. Т. 35. Вып. 3. С. 435–437.
  9. Ryabushkin D. Approximation of NMR Responses in Solids. AMPERE-2004, Lille, 6–11.09.2004, PO349.
  10. Рябушкин Д. С., Сапига А. В. Восстановление сигнала поглощения ЯМР с помощью моментов линии магнитного резонанса // *Ученые записки ТНУ им. В. И. Вернадского, серия «Физика»*. 2007. Т. 20(59). № 1. С. 84–89.
  11. Ryabushkin D., Sapiga A., Serov K. The NMR lineshape in multiparticle systems // *ICFM-2005. DQ-11/4*. P. 357.
  12. Ryabushkin D. S. NMR line shape approximation in solids, Abstracts, International Conference Functional Materials (Ukraine, Simferopol), 2011, EQ-1P/21, P. 82.
  13. Рябушкин Д. С. Использование начальных моментов линии магнитного резонанса для восстановления спектра поглощения в твердых телах // *Ученые записки ТНУ им. В. И. Вернадского / Симферополь*, 2011. Т. 24(63). № 2. С. 33–36.
  14. Рябушкин Д. С., Сапига А. А., Сапига Ю. А. Солид-эхо в веществах с невыделенными спиновыми группировками // *Ученые записки ТНУ им. В. И. Вернадского / Симферополь*, 2012. Т. 25(64). № 1. С. 177–183.
  15. Сергеев Н. А., Рябушкин Д. С. Основы квантовой теории ядерного магнитного резонанса. М.: Логос, 2013. 272 с.
-

## NUCLEAR MAGNETIC RESONANCE FID AND ECHO APPROXIMATION IN SOLIDS

*Ryabushkin D. S.\**

*Institute of Physics and Technology, V. I. Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol 295007, Russia*

*\*E-mail: [druabushkin@cfuv.ru](mailto:druabushkin@cfuv.ru)*

The possibilities of finding the line shape of the nuclear magnetic resonance (NMR) in solids with the dipole-dipole interaction of the nuclei are studied. This approach is based on a system of differential equations, linking the Free Induction Decay (FID) with functions of time representing the derivatives of various orders from the FID. The approach is used for finding the shape of the NMR two-pulse echo in rigid systems. This method can be generalized to systems with internal molecular mobility.

**Keywords:** Nuclear Magnetic Resonance, absorption line, Free Induction Decay, moments of NMR absorption line.

### References

1. M. Engelsberg, I. Lowe, *Phys. Rev. B* **12**, 3547–3552 (1975).
2. G. W. Parker, E. Lado, *Phys. Rev. B* **9**, 22–28 (1974).
3. N. A. Sergeev, D. S. Ryabushkin, A. V. Sapiga, *Radiospectroscopy* (Perm, Perm University, 1987) pp. 183–188 [in Russian].
4. N. A. Sergeev, A. V. Sapiga, D. S. Ryabushkin, *Fiz. Tv. Tela* **31**, Issue 2, 294–296 (1989) [in Russian].
5. N. A. Sergeev, A. V. Sapiga, D. S. Ryabushkin, *Phys. Lett. A* **137**, No. 4–5, 210–212 (1989).
6. N. A. Sergeev, D. S. Ryabushkin, A. V. Sapiga, *Izv. Vuzov (Fizika)*, No. 11, 15–20 (1989) [in Russian].
7. N. A. Sergeev, A. V. Sapiga, D. S. Ryabushkin, *Pisma v ZETF* **49**, Issue 6, 323–326 (1989) [in Russian].
8. N. A. Sergeev, A. V. Sapiga, D. S. Ryabushkin, *UFZ* **35**, Issue 3, 435–437 (1990) [in Russian].
9. D. Ryabushkin, “Approximation of NMR Responses in Solids” (*AMPERE-2004*, Lille, 2004) PO349.
10. D. S. Ryabushkin, A. V. Sapiga, *Ucheniye Zapiski TNU* **20**(59), No. 1, 84–89 (2007) [in Russian].
11. D. Ryabushkin, A. Sapiga, K. Serov, “The NMR lineshape in multiparticle systems” (*ICFM-2005*, DQ-11/4, 2005) p. 357.
12. D. S. Ryabushkin, “NMR line shape approximation in solids” (*International Conference Functional Materials*, 2011) p. 82.
13. D. S. Ryabushkin, *Ucheniye Zapiski TNU* **24**(63), No. 2, 33–36 (2011) [in Russian].
14. D. S. Ryabushkin, A. A. Sapiga, A. V. Sapiga, *Ucheniye Zapiski TNU* **25**(64), No. 1, 177–183 (2012) [Fundamentals of in Russian].
15. N. A. Sergeev, D. S. Ryabushkin, *Osnovyi kvantovoi teorii yadernogo magnitnogo rezonansa* [*Fundamentals of Quantum Theory of Nuclear Magnetic Resonance*] (Logos, Moscow, 2013) [in Russian].

*Поступила в редакцию 16.02.2017 г. Принята к публикации 30.05.2017 г.  
Received February 16, 2017. Accepted for publication May 30, 2017*

**УДК 537.635; УДК 004.421**

## **СИМВОЛЬНЫЙ ПРОЦЕССОР ДЛЯ РАСЧЕТА ИМПУЛЬСНЫХ ОТКЛИКОВ ЯМР ДВУХСПИНОВОЙ СИСТЕМЫ**

*Полулях С. Н.\**

*Физико-технический институт, Крымский федеральный университет имени  
В. И. Вернадского, Симферополь 295007, Россия  
\*E-mail: [sergey.polulyakh@cfuv.ru](mailto:sergey.polulyakh@cfuv.ru)*

Рассматривается реализация символьных вычислений средствами объектно-ориентированного программирования для квантовомеханического расчета намагниченности, формирующейся при импульсном воздействии на систему двух спинов в постоянном магнитном поле с учетом магнитных дипольных взаимодействий. Подробно рассматривается построение объектной модели математического выражения для намагниченности спиновой системы. Приводятся объекты языка программирования для представления спиновых операторов и волновых функций этих операторов, экспоненциальных и тригонометрических функций. Особое внимание уделено программированию операций с дробными коэффициентами, содержащими корень квадратный из двух в знаменателе. В качестве примера приводятся результаты расчета двухимпульсного отклика при произвольных длительностях импульсов, расстройке и величине дипольного взаимодействия. В рамках предложенного подхода удается получить выражение в общем виде для отклика спиновой системы при использовании последовательности, содержащей до четырех импульсов. В частных случаях полученные выражения совпадают с результатами, известными ранее.

**Ключевые слова:** символьные вычисления, магнитный резонанс, двухспиновая система.

**PACS:** 76.60.-k; **PACS:** 02.70.-c

### **ВВЕДЕНИЕ**

В настоящее время известны специализированные компьютерные программы, обеспечивающие символьные преобразования математических выражений – символьные процессоры. Как правило, в таких программах пользователь вводит исходные математические выражения, придерживаясь правил ввода. Благодаря этому программа различает числа, переменные, функции и т. п. Для математических преобразований выбранного выражения пользователь использует команды меню «разложить на множители», «упростить», «разложить в ряд», и т. п. Символьные процессоры допускают написание пользовательских скриптов, позволяющих программировать сложные вычисления.

Символьные вычисления находят применение в теории магнитного резонанса. Например, в работах [1, 2] сообщается о вычислениях произведения операторов в пакете Mathematica. В работе [3] для символьных вычислений спиновой динамики предложена специализированная программная оболочка SD-CAS, использующая библиотеки компьютерной алгебры YACAS.

В настоящей работе предлагается специализированный символьный процессор для расчета импульсных откликов ЯМР двухспиновой системы, реализованный с помощью методов объектно-ориентированного программирования. Основное внимание в работе уделяется собственно построению объектной модели исходного

математического выражения, используемого для расчета ядерной намагниченности. А именно, выделение в исходном математическом выражении частей, которые могут быть представлены объектами программного кода. Рассматривается программирование правил символьных вычислений с использованием выделенных объектов. Визуализация результатов вычислений осуществляется путем представления объектов в одном из известных текстовых форматов, таких как LaTeX, Html, RTF и т. д.

### 1. ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим систему, состоящую из двух магнитных частиц с одинаковым гиромагнитным отношением, находящихся в постоянном магнитном поле (магнитное поле одинаково для каждой из частиц). При этом учитывается магнитное дипольное взаимодействие частиц. Физический пример такой системы – протоны в изолированной молекуле воды [4–6].

Во вращающейся системе координат гамильтониан  $H$  двухспиновой системы с учетом только секулярной части дипольных взаимодействий имеет вид (в единицах  $\hbar = 1$ , где  $\hbar$  – постоянная Планка) [4]

$$H = -\Delta\omega \cdot (I_{z1} + I_{z2}) + \Lambda \cdot (4 \cdot I_{z1} \cdot I_{z2} - (I_{+1} \cdot I_{-2} + I_{-1} \cdot I_{+2})). \quad (1)$$

Здесь  $\Delta\omega$  – расстройка между частотой вращения системы координат и частотой ядерного магнитного резонанса (ЯМР), определяемой гиромагнитным отношением и величиной постоянного магнитного поля,  $\Lambda$  – параметр, характеризующий величину дипольного взаимодействия,  $I_{zi}$ ,  $I_{\pm i} = I_{xi} \pm iI_{yi}$  – компоненты оператора спина  $i$ -й частицы ( $i = 1, 2$ . Например,  $I_{z1}$  –  $z$ -компонента оператора спина первой частицы).

При действии на систему импульсов переменного магнитного поля будем полагать, что амплитуда переменного магнитного поля  $\omega_1$ , выраженная в единицах частоты посредством гиромагнитного отношения, велика как по сравнению с расстройкой  $\omega_1 \gg \Delta\omega$ , так и по сравнению с величиной дипольных взаимодействий  $\omega_1 \gg \Lambda$ . Тогда единственное взаимодействие, которое учитывается во время действия импульса – взаимодействие с переменным магнитным полем. Гамильтониан такого взаимодействия (в единицах  $\hbar = 1$ ) имеет вид [4–6]

$$R^{(\pm x)} = \mp \omega_1 \cdot (I_{x1} + I_{x2}), \quad (2)$$

если переменное поле приложено вдоль оси  $Ox$  вращающейся системы координат. При направлении поля вдоль положительного направления оси  $Ox$  используется  $R^{(+x)}$ ,  $R^{(-x)}$  – при направлении поля вдоль отрицательного направления оси  $Ox$ . Если поле приложено вдоль оси  $Oy$ , то гамильтониан имеет вид

$$R^{(\pm y)} = \mp \omega_1 \cdot (I_{y1} + I_{y2}). \quad (3)$$

В настоящей работе рассчитывается макроскопический параметр – поперечная намагниченность  $M_+ = M_x + iM_y$  ансамбля невзаимодействующих друг с другом двухспиновых систем. Наблюдаемое значение намагниченности вычисляется с помощью оператора матрицы плотности  $\rho$  [4]. Намагниченность в момент времени  $t$  есть

$$M_+(t) = Sp(\rho(t) \cdot (I_{+1} + I_{+2})). \quad (4)$$

Для оператора матрицы плотности используется уравнение Лиувилля [4]

$$\frac{\partial \rho(t)}{\partial t} = i[\rho(t), H] = i(\rho(t) \cdot H - H \cdot \rho(t)). \quad (5)$$

Если в течение времени  $t$  гамильтониан  $H$  не зависит от времени, то решение уравнения (5) имеет вид<sup>1</sup>

$$\rho(t) = \exp(-i \cdot H \cdot t) \cdot \rho(0) \cdot \exp(+i \cdot H \cdot t). \quad (6)$$

В случае многоимпульсной последовательности полный интервал наблюдения над системой разбивается на интервалы времени, в течение каждого из которых гамильтониан не зависит от времени. Конечное значение матрицы плотности на интервале фиксированной длительности используется в качестве начального значения для следующего интервала.

Предполагается, что перед началом действия первого импульса спиновая система находится в состоянии термодинамического равновесия (намагниченность направлена вдоль постоянного магнитного поля). Тогда можно полагать, что в начальный момент времени  $\rho = I_z = I_{z1} + I_{z2}$  [4].

Намагниченность ансамбля двухспиновых систем в момент времени  $t$  после окончания действия  $j$ -го импульса описывается выражением

$$M_+(t) = Sp \left( e^{-iHt} e^{-iR_j \tau_j} e^{-iHt_{j-1}} e^{-iR_{j-1} \tau_{j-1}} \dots e^{-iR_1 \tau_1} I_z \times \right. \\ \left. \times e^{R_1 \tau_1} \dots e^{iR_{j-1} \tau_{j-1}} e^{iHt_{j-1}} e^{iR_j \tau_j} e^{iHt} I_+ \right). \quad (7)$$

Здесь  $\tau_k$  – длительность  $k$ -го импульса,  $R_k$  – гамильтониан, описывающий взаимодействие спиновой системы с переменным магнитным полем во время действия  $k$ -го импульса,  $t_k$  – длительность временного интервала после  $k$ -го импульса ( $k = 1, 2, \dots, j$ ). Конкретный вид гамильтониана  $R_k$  определяется выражениями (3) или (4). В дальнейшем временной интервал свободной прецессии после первого импульса обозначается как просто  $\tau$ , а временной интервал после последнего импульса обозначается как  $t$ .

---

<sup>1</sup> В этом можно убедиться непосредственной постановкой (6) в (5).

## 2. ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ

Для вычисления следа матрицы в (7) необходимо использовать волновые функции. Для спиновых операторов известны волновые функции, различающиеся магнитным квантовым числом. В случае двухспиновой системы волновую функцию можно представить в виде  $|m_1 m_2\rangle$ , где  $m_1$  – магнитное квантовое число, относящееся к первой частице. Магнитное квантовое число  $m_1$  изменяется только спиновыми операторами с индексом 1. Соответственно,  $m_2$  относится ко второй частице. В случае спина  $I = 1/2$  магнитное квантовое число может принимать значения  $\pm 1/2$ . Для краткости записи  $1/2$  будем опускать, удерживая только знак. Тогда полный набор волновых функций системы двух частиц со спином  $I = 1/2$  каждая представим в виде

$$|++\rangle, |+-\rangle, |-+\rangle, |--\rangle. \quad (8)$$

Функции (8) являются собственными функциями оператора  $I_z = I_{z1} + I_{z2}$ . Однако, легко видеть, что эти волновые функции не являются собственными для гамильтонианов (1) – (3). С другой стороны, собственные функции этих гамильтонианов можно представить в виде суперпозиции волновых функций (8), см. Таблицу 1. Собственные функции  $|\psi_i\rangle$  гамильтониана (1) образуют ортонормированный базис. Аналогично ортонормированный базис образуют собственные функции  $|\varphi_i^x\rangle$  и  $|\varphi_i^y\rangle$ .

Используя собственные функции и собственные значения из таблицы 1, выражение (7) представим в виде

$$M_+(t) = \sum \left\{ \underbrace{\langle \psi_{n1} | e^{-iHt} | \psi_{n1} \rangle}_{\exp(-iE_{n1}t)} \underbrace{\langle \psi_{n1} | \varphi_{n2}^j \rangle}_{C_{n1,n2}} \underbrace{\langle \varphi_{n2}^j | e^{-iR_j \tau_j} | \varphi_{n2}^j \rangle}_{\exp(-i\varepsilon_{n2}^j \tau_j)} \langle \varphi_{n2}^j | \dots \times \right. \\ \times \dots \underbrace{\langle \varphi_{n3}^1 | \varphi_{n3}^1 \rangle}_{\exp(-i\varepsilon_{n3}^1 \tau_1)} \underbrace{\langle \varphi_{n3}^1 | I_z | \varphi_{n4}^1 \rangle}_{A_{n3,n4}} \underbrace{\langle \varphi_{n4}^1 | e^{R_1 \tau_1} | \varphi_{n4}^1 \rangle}_{\exp(i\varepsilon_{n4}^1 \tau_1)} \langle \varphi_{n4}^1 | \dots \times \quad (9) \\ \left. \times \dots \underbrace{\langle \varphi_{n5}^j | \varphi_{n5}^j \rangle}_{\exp(i\varepsilon_{n5}^j \tau_j)} \underbrace{\langle \varphi_{n5}^j | \psi_{n6} \rangle}_{G_{n5,n6}} \underbrace{\langle \psi_{n6} | e^{iHt} | \psi_{n6} \rangle}_{\exp(iE_{n6}t)} \underbrace{\langle \psi_{n6} | I_+ | \psi_{n1} \rangle}_{B_{n6,n1}} \right\}.$$

Здесь целые числа  $n1, n2, n3, \dots$  нумеруют волновые функции и соответствующие им собственные значения. Каждое из этих целых чисел принимает

значения от 1 до 4 в соответствии с данными таблицы 1. Суммирование в (9) проводится по всем целым числам  $n_1, n_2, n_3, \dots$  количество которых зависит от числа возбуждающих импульсов. В случае импульсной последовательности из  $N$  импульсов выражение (9) содержит  $4^{2N}$  слагаемых. Однако часть этих слагаемых обращается в ноль, а часть слагаемых оказывается подобными для некоторых сочетаний волновых функций.

Таблица 1. Собственные функции и собственные значения гамильтонианов (1) – (3)

Гамильтониан	Собственная функция	Собственное значение
$H$	$ \psi_1\rangle =  ++\rangle$	$-\Delta\omega + \Lambda$
	$ \psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} +-\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} -+\rangle$	$-2\Lambda$
	$ \psi_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} +-\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} -+\rangle$	$0$
	$ \psi_4\rangle =  --\rangle$	$\Delta\omega + \Lambda$
Импульс вдоль оси $Ox$ $R^{(\pm x)}$	$ \varphi_1^x\rangle = \frac{1}{2} ++\rangle + \frac{1}{2} +-\rangle + \frac{1}{2} -\rangle + \frac{1}{2} --\rangle$	$-\omega_1$
	$ \varphi_2^x\rangle = \frac{1}{2} ++\rangle + \frac{1}{2} +-\rangle - \frac{1}{2} -\rangle - \frac{1}{2} --\rangle$	$0$
	$ \varphi_3^x\rangle = -\frac{1}{2} ++\rangle + \frac{1}{2} +-\rangle - \frac{1}{2} -\rangle + \frac{1}{2} --\rangle$	$0$
	$ \varphi_4^x\rangle = \frac{1}{2} ++\rangle - \frac{1}{2} +-\rangle - \frac{1}{2} -\rangle + \frac{1}{2} --\rangle$	$\omega_1$
Импульс вдоль оси $Oy$ $R^{(\pm y)}$	$ \varphi_1^y\rangle = \frac{1}{2} ++\rangle + \frac{i}{2} +-\rangle + \frac{i}{2} -\rangle - \frac{1}{2} --\rangle$	$-\omega_1$
	$ \varphi_2^y\rangle = \frac{1}{2} ++\rangle + \frac{i}{2} +-\rangle - \frac{i}{2} -\rangle + \frac{1}{2} --\rangle$	$0$
	$ \varphi_3^y\rangle = \frac{1}{2} ++\rangle - \frac{i}{2} +-\rangle + \frac{i}{2} -\rangle + \frac{1}{2} --\rangle$	$0$
	$ \varphi_4^y\rangle = \frac{1}{2} ++\rangle - \frac{i}{2} +-\rangle - \frac{i}{2} -\rangle - \frac{1}{2} --\rangle$	$\omega_1$

Верхний индекс  $y$  волновых функций  $|\varphi_n^j\rangle$  в выражении (9) показывает порядковый номер возбуждающего импульса, к которому относится волновая функция. В зависимости от направления переменного магнитного поля во время действия импульса должны использоваться функции  $|\varphi_n^x\rangle$  или  $|\varphi_n^y\rangle$  из таблицы 1. При переходе от (7) к (9) использована квантово-механическая единица в виде

$$1 = |\psi_n\rangle\langle\psi_n|, \quad 1 = |\varphi_n^x\rangle\langle\varphi_n^x|, \quad 1 = |\varphi_n^y\rangle\langle\varphi_n^y|. \quad (10)$$

В выражении (9) можно выделить комплексные числа  $C$  и  $G$ , получающиеся в результате произведения волновых функций

$$C_{n,m} = \langle\psi_n|\varphi_m\rangle, \quad G_{n,m} = \langle\varphi_n|\psi_m\rangle, \quad (11)$$

комплексные числа  $A$  и  $B$ , получающиеся в результате действия операторов  $I_z = I_{z1} + I_{z2}$  и  $I_+ = I_{+1} + I_{+2}$  на волновые функции

$$A_{n,m} = \langle\varphi_n^1|I_z|\varphi_m^1\rangle, \quad B_{n,m} = \langle\psi_n|I_+|\psi_m\rangle \quad (12)$$

и комплексные экспоненты

$$e^{\pm iE_n t} = \langle\psi_n|e^{\pm iH t}|\psi_n\rangle, \quad e^{\pm i\varepsilon_n^j \tau_j} = \langle\varphi_n^j|e^{\pm iR_j \tau_j}|\varphi_n^j\rangle, \quad (13)$$

где  $E_n = \langle\psi_n|H|\psi_n\rangle$  –  $n$ -е собственное значение оператора (1),  $\varepsilon_n^j = \langle\varphi_n^j|R_j|\varphi_n^j\rangle$  –  $n$ -е собственное значение оператора  $R$  во время действия  $j$ -го возбуждающего импульса.

Основная сложность при вычислении намагниченности (9) состоит в большом числе слагаемых. Представляется интересным автоматизировать этот процесс.

### 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИМПУЛЬСНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

В настоящей работе ставится задача получить выражение для временной зависимости намагниченности  $M_+ = M_+(t)$  после последнего возбуждающего импульса согласно выражению (9). Отклик системы – результат действия последовательности импульсов. После каждого импульса следует интервал свободной прецессии. Для задания импульсной последовательности достаточно задать два параметра: порядковый номер импульса в последовательности и направление переменного магнитного поля во время действия импульса. По умолчанию предполагается, что после  $n$ -го возбуждающего импульса следует интервал длительностью  $\tau_{n,n+1}$ .

Непосредственно возбуждающий импульс характеризуется углом поворота  $\alpha$ , равным произведению длительности импульса  $\tau_p$  на амплитуду переменного поля  $\omega_1$ :  $\alpha = \tau_p \cdot \omega_1$ . В коде программы тип импульса, то есть направление переменного магнитного поля, задается перечислимым типом (рис. 1).

```
public enum EPulseType
{
    lx = 0,
    lxm = 1,
    ly = 2,
    lym = 3
}
```

Рис. 1. Пример задания типа импульса в синтаксисе С#

Импульсная последовательность представляет собой массив, каждый элемент которого есть тип импульса (перечислимый тип "EPulseType"). Такой объект может быть легко представлен в наглядной форме с помощью строки в RTF, LaTeX, Html или другом стандартном формате. Например, RTF представление последовательности из трех импульсов, заданное в тексте программы как `EPulseType[] sequence = { EPulseType.Ix, EPulseType.Ixm, EPulseType.Iy }`, имеет вид `Sequence:  $\alpha_1^{(+X)} - \tau - \alpha_2^{(-X)} - \tau_{23} - \alpha_3^{(+Y)} - t$` .

#### 4. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА И МАТРИЧНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ

Компьютерную программу для расчета намагниченности (9) будем строить используя подходы объектно-ориентированного программирования. Достаточно легко определить класс для представления комплексных чисел. Фактически нам достаточно иметь два поля для действительных чисел: действительной и мнимой частей комплексного числа. В этом же классе можно определить операции над комплексными числами: сложение, произведение, модуль числа, проверка на равенство и т. д.

Заметим (см. Таблицу 1), что для СФ гамильтониана (1) числовые множители содержат корень квадратный из двух в знаменателе. При проведении символьных вычислений представляется важным сохранить именно такое представление. Для этого предлагается вместо действительных чисел использовать числа вида

$$\frac{a + b\sqrt{2}}{c + d\sqrt{2}}, \quad (14)$$

где  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  – целые числа. С точки зрения программного кода это число может быть представлено объектом с четырьмя целочисленными полями (рис. 2). Простые арифметические операции над такими числами сводятся к сложению и умножению целых чисел и результатом простых арифметических операций над числами вида (14) также является число вида (14). Например, действительное число

$1/\sqrt{2}$  представляется объектом с  $a=1$ ,  $b=c=0$  и  $d=1$ . Число  $1/3$  представляется объектом с  $a=1$ ,  $c=3$  и  $b=d=0$ . Преимущество представления (14) состоит в том, что удастся удержать точное символическое представление дробных коэффициентов и коэффициентов, содержащих  $\sqrt{2}$ .

```

public class SNumber
{
    public int A { get; set; }
    public int B { get; set; }
    public int C { get; set; }
    public int D { get; set; }

    /// <summary>
    /// Constructor: creates zero
    /// </summary>
    public SNumber()
    {
        A = 0; B = 0;
        C = 1; D = 0;
    }

    /// <summary>
    /// Constructor
    /// </summary>
    public SNumber(int a, int b, int c, int d)
    {
        if (c == 0 && d == 0)
            throw new Exception("Error create SNumber");
        A = a; B = b;
        C = c; D = d;
    }

    /// <summary>
    /// Multiplication operator * definition
    /// </summary>
    public static SNumber operator *(SNumber X, SNumber Y)
    {
        int nA = X.A * Y.A + 2 * X.B * Y.B;
        int nB = X.B * Y.A + X.A * Y.B;
        int nC = X.C * Y.C + 2 * X.D * Y.D;
        int nD = X.D * Y.C + X.C * Y.D;

        if (nA == 0 && nB == 0)
        {
            nC = 1;
            nD = 0;
        }
        return new SNumber(nA, nB, nC, nD);
    }
}

```

Рис. 2. Пример определения класса для представления чисел в виде (14) и определения операции умножения в синтаксисе C#

Для представления волновых функций достаточно иметь массив из 4-х комплексных чисел. Каждое из чисел есть коэффициент перед собственной функцией оператора  $I_z$ . При этом коэффициенты всегда располагаются в строгом порядке: первый элемент массива есть коэффициент перед волновой функцией  $|++\rangle$ , второй элемент – коэффициент перед  $|+-\rangle$  и т. д. Операции для нахождения скалярного произведения функций (11) программируются достаточно легко. Например, для скалярного произведения волновых функций  $\langle\varphi|\psi\rangle$  можно определить оператор умножения «\*». Если переменная  $psi$  представляет волновую функцию  $|\psi\rangle$ , а функция  $|\varphi\rangle$  представлена переменной  $f_i$ , то скалярное произведение  $\langle\varphi|\psi\rangle$  есть комплексное число. Фрагмент C#-кода по определению класса WaveFn приведен на рисунке 3.

```
class WaveFn
{
    /// <summary>
    /// Function size
    /// </summary>
    public const int FN_SIZE = 4;

    /// <summary>
    /// Members
    /// </summary>
    public Complex[] C;

    /// <summary>
    /// Default constructor
    /// </summary>
    public WaveFn()
    {
        C = new Complex[FN_SIZE];
        for (int pos = 0; pos < FN_SIZE; pos++)
            C[pos] = new Complex();
    }

    /// <summary>
    /// Multiplication operator * definition
    /// </summary>
    /// <param name="fA">Left wave function</param>
    /// <param name="fB">Right wave function</param>
    public static Complex operator *(WaveFn fA, WaveFn fB)
    {
        Complex c = new Complex();
        for (int pos = 0; pos < FN_SIZE; pos++)
            c.Add(fA.C[pos].Conjugate * fB.C[pos]);
        return c;
    }
    ...
}
```

Рис. 3. Фрагмент C#-кода для определения класса волновой функции

В приведенном примере использован дополнительно определенный класс Complex. Метод «Add» прибавляет к комплексному числу новое комплексное число (аргумент функции). Метод «Conjugate» возвращает комплексно-сопряженное число.

Операторы могут быть представлены перечислимыми типами в силу их конечного числа. Результат действия оператора на волновую функцию есть новая волновая функция. Например,

$$\begin{aligned} I_z |\varphi_1^x\rangle &= \frac{1}{2} I_z |++\rangle + \frac{1}{2} I_z |+-\rangle + \frac{1}{2} I_z |-+\rangle + \frac{1}{2} I_z |--\rangle = \\ &= \frac{1}{8} |++\rangle - \frac{1}{8} |+-\rangle - \frac{1}{8} |-+\rangle + \frac{1}{8} |--\rangle. \end{aligned} \quad (15)$$

В этом случае исходная волновая функция содержит элементы  $C[0]=1/2$ ,  $C[1]=1/2$ ,  $C[2]=1/2$ ,  $C[3]=1/2$ . Функция, полученная в результате действия оператора на исходную функцию, содержит элементы  $C[0]=1/8$ ,  $C[1]=1/8$ ,  $C[2]=1/8$  и  $C[3]=1/8$ .

Код программы содержит определения для волновых функций, получающихся в результате действия оператора  $I_z$  на волновые функции  $|\varphi_i^x\rangle$  и оператора  $I_+$  на функцию  $|\psi_i\rangle$ . Этого достаточно для вычисления матричных элементов (13). Собственно вычисление матричного элемента (13) проводится в два этапа. Вначале оператор действует на правую волновую функцию, а затем находится произведение левой функции на новую функцию, получившуюся в результате действия оператора.

## 5. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

Вначале рассмотрим экспоненциальные функции (13), соответствующие некоторому  $k$ -му возбуждающему импульсу. Для каждого множителя вида

$$\langle \varphi_n^k | e^{-iR_k \tau_k} | \varphi_n^k \rangle = \exp(-i\varepsilon_n^k \tau_k) \quad (16)$$

слева от «центрального» оператора  $I_z$  в выражении для намагниченности (9) справа от этого оператора найдется множитель

$$\langle \varphi_m^k | e^{iR_k \tau_k} | \varphi_m^k \rangle = \exp(i\varepsilon_m^k \tau_k), \quad (17)$$

где  $n$  и  $m$  – разные целые числа,  $R_k$  – гамильтониан, описывающий действие  $k$ -импульса длительностью  $\tau_k$ ,  $\varepsilon_n^k$  и  $\varepsilon_m^k$  –  $n$ -е и  $m$ -е собственные значения оператора  $R_k$ . Таким образом, в коде программы необходимо уметь представлять выражения вида

$$\exp(-i(\varepsilon_n^k - \varepsilon_m^k)\tau_k). \quad (18)$$

Заметим, что согласно данным таблицы 1 собственные значения типа  $\varepsilon_m^k$  могут быть представлены амплитудой поля  $\omega_1$  с соответствующим числовым множителем. Соответственно, разность  $\varepsilon_n^k - \varepsilon_m^k$  в показателе экспоненты (18) также есть произведение числового множителя на  $\omega_1$ . В свою очередь, произведение длительности импульса на амплитуду есть угол поворота  $\alpha_k = \omega_1 \cdot \tau_k$ . Тогда для представления экспоненты (18) в коде программы достаточно определить комплексный числовой множитель – коэффициент перед  $\alpha_k$ , тип импульса и его порядковый номер в последовательности.

Рассуждая подобным образом для участков свободной прецессии (в промежутках между возбуждающими импульсами) получим, что для временного интервала  $\tau_{k,k+1}$  после  $k$ -го импульса получаются экспоненциальные функции вида

$$\exp(-i(E_n - E_m) \cdot t_{k,k+1}) = \exp(\beta_k \cdot \Delta\omega \cdot t_{k,k+1}) \cdot \exp(\gamma_k \cdot \Lambda \cdot t_{k,k+1}), \quad (19)$$

где  $\beta_k$  и  $\gamma_k$  – комплексные множители. Для представления таких множителей необходимо определить его тип ( $\Delta\omega$  или  $\Lambda$ ), соответствующий комплексный множитель ( $\beta_k$  или  $\gamma_k$ ) и порядковый номер в последовательности. Тип экспоненты задается перечислимым типом, комплексный множитель имеет тип Complex, порядковый номер – целое число.

Тогда каждое из слагаемых под знаком суммы в (9) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \Phi_r = C_r \cdot X_r(T_j) \cdot X_r(\Delta\omega_j) \cdot X_r(\Lambda_j) \cdot X_r(T_{j-1}) \cdot X_r(\Delta\omega_{j-1}) \cdot X_r(\Lambda_{j-1}) \times \\ \times \dots \cdot X_r(T_1) \cdot X_r(\Delta\omega_1) \cdot X_r(\Lambda_1). \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь под символом  $r$  будем понимать полный набор целых чисел  $n1, n2, n3, \dots$  по которым проводится суммирование,  $T_j$  – тип  $j$ -го возбуждающего импульса. В тексте программы слагаемое  $\Phi_r$  (20) может быть представлено объектом с двумя полями: множитель (комплексное число  $C_r$ ) и упорядоченный массив объектов  $X$ , представляющих экспоненциальные множители.

Для экспоненциальных множителей достаточно легко определяется операция сравнения на равенство: два экспоненциальных объекта равны друг другу если они имеют одинаковый тип, равные комплексные множители и одинаковый порядковый номер в последовательности. Операцию сравнения для элементов типа  $\Phi_r$  (20) определим без учета множителей  $C_r$ . Два объекта будем полагать равными друг другу, если равны друг другу все экспоненциальные объекты одного типа для каждого из импульсов. Эта операция полезна тем, что при суммировании два

одинаковых объекта типа  $\Phi_r$ , можно заменить одним с новым числовым множителем  $C_r$ .

Для функций типа  $X_r$ , можно использовать тригонометрическое представление по формуле Эйлера

$$\exp(i \cdot \alpha) = \cos \alpha + i \cdot \sin \alpha . \quad (21)$$

Тогда представление функций типа  $X_r$ , в коде программы следует расширить, добавив перечислимый тип функции: экспонента, косинус или синус. Тип функции следует учитывать при проверке на равенство.

## 6. АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Для вычисления отклика согласно (9) будем использовать рекурсию. Начинать рекурсию будем с середины. А именно, перебирая целые числа  $n$  и  $m$  в интервале от 1 до 4, вначале вычисляем объект типа  $\Phi$  для первого возбуждающего импульса.

$$\Phi_0 = \langle \varphi_n^1 | e^{-iR_1 \tau_1} | \varphi_n^1 \rangle \langle \varphi_n^1 | I_z | \varphi_m^1 \rangle \langle \varphi_m^1 | e^{R_1 \tau_1} | \varphi_m^1 \rangle = A_{n,m} \cdot \exp(-i(\varepsilon_n^1 - \varepsilon_m^1) \tau_1) \quad (22)$$

В качестве входного параметра для соответствующей функции передается новый объект типа  $\Phi$  с единичным множителем и пустым массивом функций. Результат вычислений – объект, состоящий из комплексного числа  $A_{n,m}$  и функции  $\exp(-i(\varepsilon_n^1 - \varepsilon_m^1) \tau_1)$ . Для последующего интервала свободной прецессии, в соответствии с (9), перебирая числа  $n'$  и  $m'$  в интервале от 1 до 4, находим

$$\Phi_0 = \Phi_0 \cdot \langle \psi_{n'} | \varphi_n^1 \rangle \cdot \langle \varphi_m^1 | \psi_{m'} \rangle \cdot \exp(\beta_1 \cdot \Delta \omega \cdot t_{1,2}) \cdot \exp(\gamma_1 \cdot \Lambda \cdot t_{1,2}) \quad (23)$$

Для этого пересчитываем комплексный множитель

$$A_{n,m} = A_{n,m} \cdot C_{n'n} \cdot G_{mm'} \quad (24)$$

и добавляем в массив две новых функции  $\exp(\beta_1 \cdot \Delta \omega \cdot t_{1,2})$  и  $\exp(\gamma_1 \cdot \Lambda \cdot t_{1,2})$ .

На выходе получаем объект типа  $\Phi$  и две волновых функции  $|\psi_{n'}\rangle$  и  $\langle \psi_{m'}|$  (точнее, объекты, представляющие эти функции), стоящие «слева» и «справа». Результат вычислений используется как входной параметр для следующего шага рекурсии. Вычисления проводим для всей импульсной последовательности. Результат вычислений для всей последовательности сохраняем как элемент результирующего массива. При добавлении нового элемента в массив проводим проверку на наличие в массиве равного элемента. Если есть равные элементы, то новый элемент не добавляется в результирующий массив, а пересчитывается комплексный множитель имеющегося элемента.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В качестве примера на рисунке 4 приведены результаты работы программы для последовательности их двух синфазных возбуждающих импульсов. Для визуализации результатов использовано RTF представление. При  $\alpha_1 = \pi/2$  и  $\alpha_2 = \pi$  такая последовательность обеспечивает формирование эхо Хана. На рисунке 5 приведены результаты для последовательности из двух импульсов, в первом из которых поле направлено вдоль оси  $Ox$ , а во втором – вдоль оси  $Oy$  вращающейся системы координат. При  $\alpha_1 = \pi/2$  и  $\alpha_2 = \pi/2$  такая последовательность обеспечивает формирование «солид»-эхо. Для экспоненциальных функций использовано разложение по формуле Эйлера.

<p>Sequence: <math>\alpha_1^{(+x)} - \tau - \alpha_2^{(+x)} - t</math>.</p> <p><b><math>M_+</math></b> = <math>M_x + i M_y</math>:</p> <p>+2 cos(<math>\alpha_1</math>) sin(<math>\alpha_2</math>) sin(<math>\Delta\omega t</math>) cos(<math>3\Lambda t</math>)</p> <p>+2 sin(<math>\alpha_1</math>) sin(<math>\Delta\omega \tau</math>) cos(<math>\Delta\omega t</math>) cos(<math>3\Lambda \tau</math>) cos(<math>3\Lambda t</math>)</p> <p>+2 sin(<math>\alpha_1</math>) cos(<math>\alpha_2</math>) cos(<math>\Delta\omega \tau</math>) sin(<math>\Delta\omega t</math>) cos(<math>3\Lambda \tau</math>) cos(<math>3\Lambda t</math>)</p> <p>-2 sin(<math>\alpha_1</math>) cos(<math>\alpha_2</math>) cos(<math>\Delta\omega \tau</math>) sin(<math>\Delta\omega t</math>) sin(<math>3\Lambda \tau</math>) sin(<math>3\Lambda t</math>)</p> <p>-2 sin(<math>\alpha_1</math>) cos(<math>2\alpha_2</math>) sin(<math>\Delta\omega \tau</math>) cos(<math>\Delta\omega t</math>) sin(<math>3\Lambda \tau</math>) sin(<math>3\Lambda t</math>)</p> <p>+2i cos(<math>\alpha_1</math>) sin(<math>\alpha_2</math>) cos(<math>\Delta\omega t</math>) cos(<math>3\Lambda t</math>)</p> <p>-2i sin(<math>\alpha_1</math>) sin(<math>\Delta\omega \tau</math>) sin(<math>\Delta\omega t</math>) cos(<math>3\Lambda \tau</math>) cos(<math>3\Lambda t</math>)</p> <p>+2i sin(<math>\alpha_1</math>) cos(<math>\alpha_2</math>) cos(<math>\Delta\omega \tau</math>) cos(<math>\Delta\omega t</math>) cos(<math>3\Lambda \tau</math>) cos(<math>3\Lambda t</math>)</p> <p>-2i sin(<math>\alpha_1</math>) cos(<math>\alpha_2</math>) cos(<math>\Delta\omega \tau</math>) cos(<math>\Delta\omega t</math>) sin(<math>3\Lambda \tau</math>) sin(<math>3\Lambda t</math>)</p> <p>+2i sin(<math>\alpha_1</math>) cos(<math>2\alpha_2</math>) sin(<math>\Delta\omega \tau</math>) sin(<math>\Delta\omega t</math>) sin(<math>3\Lambda \tau</math>) sin(<math>3\Lambda t</math>)</p> <p><b><math>M_z</math></b>:</p> <p>+2 cos(<math>\alpha_1</math>) cos(<math>\alpha_2</math>)</p> <p>-2 sin(<math>\alpha_1</math>) sin(<math>\alpha_2</math>) cos(<math>\Delta\omega \tau</math>) cos(<math>3\Lambda \tau</math>)</p>
---

Рис. 4. Результат расчета намагниченности для последовательности из двух возбуждающих импульсов, приложенных вдоль оси  $Ox$  вращающейся системы координат

Sequence:  $\alpha_1^{(+X)} - \tau - \alpha_2^{(+Y)} - t$ .

$\mathbf{M}_+ = \mathbf{M}_x + i \mathbf{M}_y$ :

$$-2 \cos(\alpha_1) \sin(\alpha_2) \cos(\Delta\omega t) \cos(3\Lambda t)$$

$$+2 \sin(\alpha_1) \cos(\Delta\omega \tau) \sin(\Delta\omega t) \cos(3\Lambda \tau) \cos(3\Lambda t)$$

$$+2 \sin(\alpha_1) \cos(\alpha_2) \sin(\Delta\omega \tau) \cos(\Delta\omega t) \cos(3\Lambda \tau) \cos(3\Lambda t)$$

$$-2 \sin(\alpha_1) \cos(\alpha_2) \sin(\Delta\omega \tau) \cos(\Delta\omega t) \sin(3\Lambda \tau) \sin(3\Lambda t)$$

$$-2 \sin(\alpha_1) \cos(2\alpha_2) \cos(\Delta\omega \tau) \sin(\Delta\omega t) \sin(3\Lambda \tau) \sin(3\Lambda t)$$

$$+2i \cos(\alpha_1) \sin(\alpha_2) \sin(\Delta\omega t) \cos(3\Lambda t)$$

$$+2i \sin(\alpha_1) \cos(\Delta\omega \tau) \cos(\Delta\omega t) \cos(3\Lambda \tau) \cos(3\Lambda t)$$

$$-2i \sin(\alpha_1) \cos(\alpha_2) \sin(\Delta\omega \tau) \sin(\Delta\omega t) \cos(3\Lambda \tau) \cos(3\Lambda t)$$

$$+2i \sin(\alpha_1) \cos(\alpha_2) \sin(\Delta\omega \tau) \sin(\Delta\omega t) \sin(3\Lambda \tau) \sin(3\Lambda t)$$

$$-2i \sin(\alpha_1) \cos(2\alpha_2) \cos(\Delta\omega \tau) \cos(\Delta\omega t) \sin(3\Lambda \tau) \sin(3\Lambda t)$$

$\mathbf{M}_z$ :

$$+2 \cos(\alpha_1) \cos(\alpha_2)$$

$$+2 \sin(\alpha_1) \sin(\alpha_2) \sin(\Delta\omega \tau) \cos(3\Lambda \tau)$$

Рис. 5. Результат расчета намагниченности для последовательности из двух возбуждающих импульсов, первый из которых приложен вдоль оси  $Ox$ , а второй – вдоль оси  $Oy$  вращающейся системы координат

Увеличение числа возбуждающих импульсов приводит к быстрому росту числа слагаемых в (9) и, соответственно, к увеличению времени работы программы. Тем не менее, с использованием предложенного алгоритма, наряду с результатами, приведенными на рисунке 4 и рисунке 5, получены отклики для различных трех- и четырехимпульсных последовательностей. Однако эти результаты не приводятся в силу их громоздкости. При аналитических выкладках без использования символьных компьютерных преобразований как правило анализируются случаи относительно простых углов поворота, равных  $\pi$  или  $\pi/2$ , отсутствия расстройки  $\Delta\omega$  или дипольного взаимодействия  $\Lambda$ . В случае предложенного символьного процессора результаты в общем виде получаются для произвольных углов поворота намагниченности во время действия возбуждающих импульсов с учетом как расстройки  $\Delta\omega$ , так и дипольного взаимодействия  $\Lambda$ . В рамках предложенного подхода несложно реализовать упрощение конечных выражений для конкретных значений используемых параметров.

#### Список литературы

1. Shriver J. W. NMR Product-Operator Calculations in Mathematica // Journal of Magnetic Resonance. 1991. Vol. 94. Pp. 612–616.
2. Jerschow A. MathNMR: Spin and spatial tensor manipulations in Mathematica // Journal of Magnetic Resonance. 2005. Vol. 176. Pp. 7–14.
3. Filip X., Filip C. SD-CAS: Spin Dynamics by Computer Algebra System // Journal of Magnetic Resonance. 2010. Vol. 207. Pp. 95–113.
4. Сликтер Ч. Основы теории магнитного резонанса. М.: Мир, 1981. 448 с.

5. Дзюба С. А. Основы магнитного резонанса. Новосибирск, 1997, 138 с.
  6. Сергеев Н. А., Рябушкин Д. С. Основы квантовой теории ядерного магнитного резонанса. Логос, 2013, 272 с.
- 

**SYMBOLIC PROCESSOR TO COMPUTE PULSE NMR RESPONSES  
OF THE TWO-SPIN SYSTEM**

*Polulyakh S. N.\**

*Institute of Physics and Technology, V. I. Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol  
295007, Russia*

*\*E-mail: [sergey.polulyakh@cfuv.ru](mailto:sergey.polulyakh@cfuv.ru)*

The implementation of symbolic computations by means of object-oriented programming is reported for the quantum-mechanical calculation of the magnetization, formed by exciting pulses applied to the two-spin system with magnetic dipole interactions in *dc* magnetic field. The object model of the mathematical expression which gives the spin-system magnetization is considered in detail. The objects of programming language to represent the spin operators and wave functions of these operators, exponential and trigonometric functions are discussed. Special attention is paid to the manipulations on fractional factors containing the square root of two in the denominator. The results with arbitrary values of pulses duration, detuning and dipole interactions are given for the two-pulse response as an example. Using the proposed approach it is possible to obtain the expressions in a general way for the response of the two-spin system when a sequence include up to four pulses. The obtained expressions match the known expressions for the particular cases.

**Keywords:** symbolic computations, magnetic resonance, two-spin system.

**References**

1. J. W. Shriver, *Journal of Magnetic Resonance* **94**, 612–616 (1991).
2. A. Jerschow, *Journal of Magnetic Resonance* **176**, 7–14 (2005).
3. X. Filip, C. Filip, *Journal of Magnetic Resonance* **207**, 95–113 (2010).
4. C. P. Slichter, *Principles of magnetic resonance* (Springer-Verlag, 1980).
5. S. A. Dzuba, *Osnovy magnitnogo resonansa [Fundamentals of magnetic resonance]* (Novosibirsk, 1997) [in Russian].
6. N. A. Sergeev, D. S. Ryabushkin, *Osnovy kvantovoj teorii magnitnogo resonansa [Fundamentals of quantum theory on nuclear magnetic resonance]* (Logos, 2013) [in Russian].

*Поступила в редакцию 20.02.2017 г. Принята к публикации 06.05.2017 г.  
Received February 20, 2017. Accepted for publication May 06, 2017*

УДК 537.31

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛЬТ-АМПЕРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НОМИНАЛЬНО БЕСПРИМЕСНЫХ КРИСТАЛЛОВ $\text{LiNbO}_3$ КОНГРУЭНТНОГО СОСТАВА

Туник К. С., Яценко А. В.\*

Физико-технический институт, Крымский федеральный университет имени В. И. Вернадского,  
Симферополь 295007, Россия

\*E-mail: [yatsenkoav@cfuv.ru](mailto:yatsenkoav@cfuv.ru)

Исследованы электрические свойства номинально чистых кристаллов ниобата лития. Показано, что вольт-амперная характеристика кристаллов  $\text{LiNbO}_3$  конгруэнтного состава при относительно низкой температуре ( $T \approx 410$  К) является нелинейной при значениях приложенного электрического поля существенно меньше коэрцитивного поля. Обсуждаются причины возникновения нелинейности.

**Ключевые слова:**  $\text{LiNbO}_3$ , ППДС, электрические свойства.

PACS 77.84.Dy, 72.20.-i

### ВВЕДЕНИЕ

В современной электронике широко применяются изделия на основе монокристаллов ниобата лития  $\text{LiNbO}_3$  и танталата лития  $\text{LiTaO}_3$  с периодически поляризованной доменной структурой (ППДС) [1, 2]. Для создания ППДС на полярные поверхности кристалла наносится проводящая маска и после подачи на электроды поляризирующего импульса в кристалле формируется доменная структура, соответствующая форме маски. Разность потенциалов между электродами должна обеспечивать внутри кристалла напряженность электрического поля  $E$  больше коэрцитивного поля  $E_c$ .

Согласно [3] значение  $E_c$  в номинально беспримесных образцах НЛ конгруэнтного состава при комнатной температуре составляет 23 кВ/мм и 16 кВ/мм при наложении постоянного электрического поля параллельно и антипараллельно полярной оси кристалла соответственно. Известно, что введение в состав НЛ примеси магния влияет на значение  $E_c$  – при т.н. пороговой концентрации магния (5.0 мол.% MgO по шихте)  $E_c$  уменьшается примерно в 2 раза [4]. Также отмечается существенное влияние на  $E_c$  температуры образца [5].

В большинстве работ, посвященных исследованию электрических свойств кристаллов НЛ по постоянному току основное внимание уделяется механизмам проводимости, а так называемая вольт-амперная характеристика (ВАХ) исследовалась в весьма ограниченном количестве работ.

ВАХ образцов НЛ с пороговой концентрацией магния исследовались в [6]. Показано, что их ВАХ при  $T = 443$  К практически линейна вплоть до значений напряженности электрического поля в кристалле  $E = 4$  кВ/см, однако в области максимальных значений  $E$  наблюдается тенденция к нарушению линейности ВАХ.

Исследования электрической проводимости номинально беспримесных кристаллов НЛ конгруэнтного состава в диапазоне температур 160–300 °С, проведенные в [7, 8] показали, что при  $T > 493$  К их ВАХ становится нелинейной, причем нелинейность при фиксированном значении  $E$  увеличивается с ростом температуры. Причины этого явления не обсуждались.

Исследование ВАХ кристаллов НЛ при значениях напряженности внешнего электрического поля, приближающихся к  $E_c$ , может дать дополнительную информацию о механизмах переполяризации кристаллов НЛ. Целью данной работы является изучение возможностей исследования нелинейности ВАХ номинально беспримесных кристаллов НЛ конгруэнтного состава при относительно малых температурах – при  $T < 420$  К.

### 1. МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Для проведения экспериментов была использован тонкий диск (z-срез), вырезанный из объемного монокристалла НЛ конгруэнтного состава. Диаметр диска равен 12 мм, толщина составляет  $(1.00 \pm 0.02)$  мм. Полярные поверхности диска были дополнительно обработаны корундовым порошком с диаметром зерна (4–6) мкм, обезжирены и осушены. После этого на них методом втирания были нанесены токопроводящие электроды из In-Ga эвтектики в соответствии с рис. 1. Один из электродов покрывает только центральную часть образца (площадь  $\approx 20$  мм<sup>2</sup>) – это сделано для минимизации влияния поверхностной проводимости и уменьшения вероятности пробоев между электродами по воздуху.

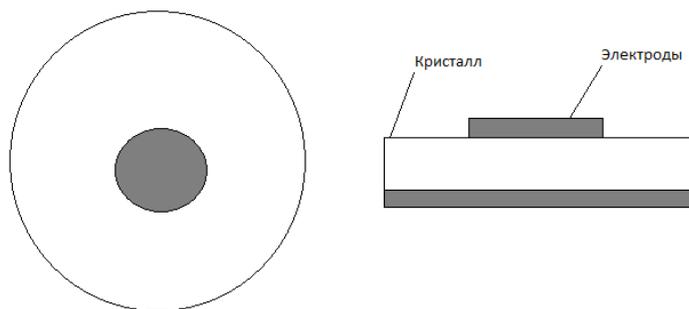


Рис. 1. Расположение электродов на поверхности исследуемого образца

Измерения выполнялись на установке, предназначенной для исследования электрических свойств высокоомных диэлектриков [9]. Дополнительно был разработан регулируемый высоковольтный источник с очень малым уровнем пульсаций (0.008 %) выходного напряжения. Источник обеспечивает выходное напряжение в диапазоне (0.5–3) кВ при токе нагрузки до 1 мА.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Для корректной интерпретации результатов эксперимента необходимо знать истинное направление полярной оси в исследуемом образце. Поэтому на первом этапе была выполнена регистрация пироэлектрического тока в режиме разогрева кристалла и из знака пироэлектрического тока было определено направление полярной оси образца. В качестве вспомогательного эксперимента также была установлена температурная зависимость удельной электрической проводимости  $\sigma(T)$  данного образца. Измерения  $\sigma(T)$  проводились при приложении к кристаллу сравнительно небольшой разности потенциалов – менее 100 В. Результаты этих измерений приводятся на рис. 2. Видно, что электрическая проводимость кристалла в температурном диапазоне (394–452) К определяется только одним типом носителей и энергия активации проводимости равна  $(1.05 \pm 0.02)$  эВ. Эти результаты хорошо совпадают с известными данными [10].

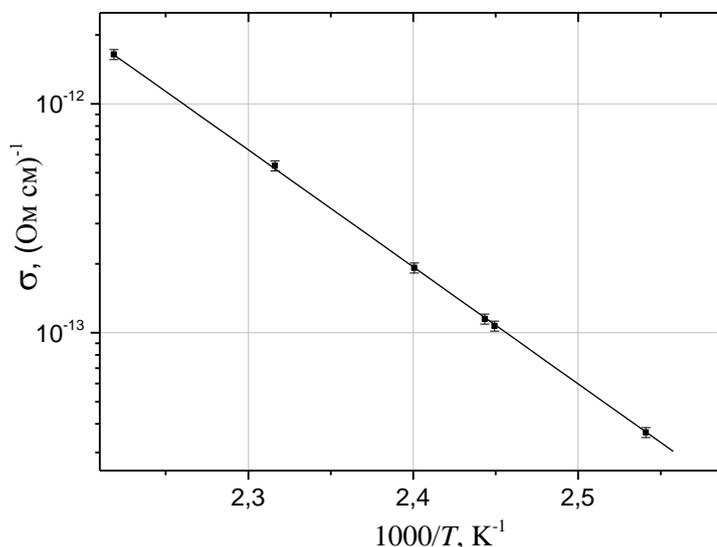


Рис. 2. Температурная зависимость удельной электрической проводимости образца. Сплошная линия – оптимальная аппроксимация законом Аррениуса

Результаты исследования ВАХ данного образца НЛ, приведенные к температуре  $T = 408,3$  К представлены на рис. 3. Положительные значения напряженности внешнего электрического поля соответствуют направлению вектора  $\mathbf{E}$  вдоль вектора спонтанной поляризации  $\mathbf{P}_0$ . Видно, что нарастающее отклонение ВАХ от линейной начинается при  $|E| \approx 10$  кВ/см, что существенно меньше значения  $E_c$  при этой температуре [5].

Отдельно для положительных и отрицательных значений  $E$  была проведена аппроксимация тока через кристалл  $I_c$  полиномом 4-го порядка:

$$I_c(E) = a_1|E| + a_2|E|^2 + a_3|E|^3 + a_4|E|^4$$

Проверка показала, что наиболее точная аппроксимация достигается при условии  $a_2 = a_3 = 0$ , при этом абсолютные значения  $a_4$  несколько отличаются для участков с разной полярностью  $E$ , а абсолютные значения  $a_1$  совпадают в пределах погрешности эксперимента

$$\begin{aligned} a_1 &= (25.8 \pm 0.2) \text{ пА} \times \text{см/кВ}; & a_4 &= (26.1 \pm 0.2) \times 10^{-5} \text{ пА} \times (\text{см/кВ})^4 & \text{при } E > 0, \\ a_1 &= (-26.0 \pm 0.2) \text{ пА} \times \text{см/кВ} & a_4 &= (-37.7 \pm 0.3) \times 10^{-5} \text{ пА} \times (\text{см/кВ})^4 & \text{при } E < 0. \end{aligned}$$

Этот факт хорошо согласуется с тем, что петля гистерезиса в кристаллах НЛ асимметрична и значение  $E_c$  при  $E \uparrow \downarrow P$  существенно меньше, чем для параллельной ориентации вектора  $E$ .

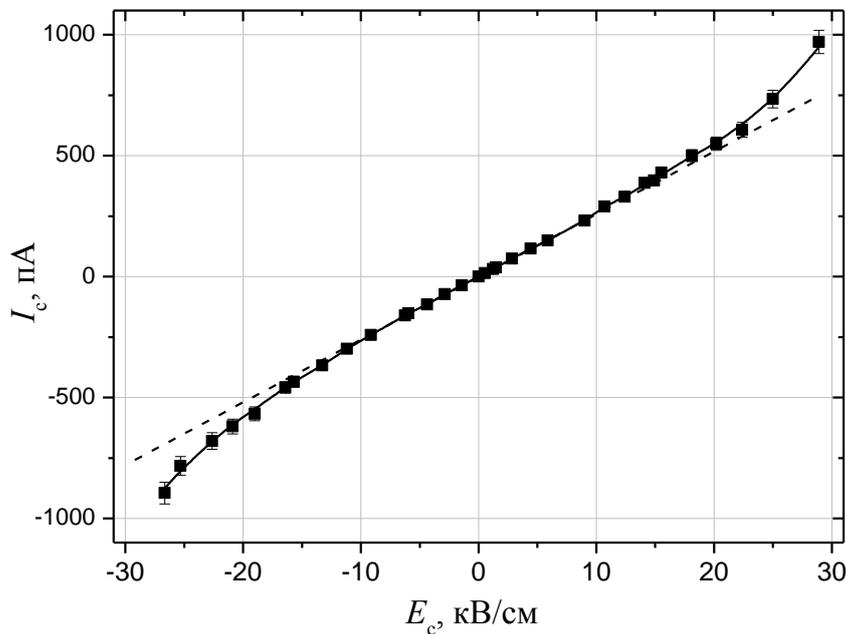


Рис. 3. ВАХ кристалла НЛ при температуре  $T = 408,3$  К. Экспериментальные данные представлены точками. Пунктирная линия – линейная аппроксимация центрального участка ВАХ

Появление нелинейности ВАХ может быть индикатором того, кристалл НЛ приближается к состоянию, при котором возможна его переполяризация, в процессе которой ионы лития смещаются под ближайший кислородный слой, а ионы ниобия меняют знак сдвига относительно центра октаэдра  $NbO_6$  [11]. Известно, что при больших значениях напряженности поля начинает сказываться деформация структуры за счет пьезоэлектрического эффекта. Так, согласно [12] при

$E = 51.5$  кВ/см ионы  $\text{Nb}^{5+}$  смещаются вдоль поля на  $4.9 \times 10^{-4}$  Å относительно кислородной подрешетки, а ионы  $\text{Li}^{+}$  – на  $13 \times 10^{-4}$  Å. (при комнатной температуре).

Классической причиной, приводящей к нелинейности ВАХ диэлектриков, является инжекция электронов и дырок из электродов, что приводит к возникновению так называемых «токов, ограниченных пространственным зарядом» [13, 14]. Однако этот эффект приводит к квадратичной, либо кубической зависимости тока от напряжения, что противоречит полученным нами данным.

Также установлено, что при приложении к образцу напряжений, отвечающих  $|E| > 20$  кВ/см наблюдался эффект медленного увеличения тока через кристалл при неизменной температуре образца, остающегося под напряжением. Этот эффект также требует дополнительного изучения.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что нелинейность ВАХ номинально беспримесных кристаллов  $\text{LiNbO}_3$  конгруэнтного состава вдоль полярного направления начинает проявляться при температуре образца порядка 410 К и толщине образца 1 мм. Проведение расширенных исследований ВАХ в полярном и неполярном направлении может дать дополнительную информацию о механизмах локальной реполяризации кристаллов  $\text{LiNbO}_3$ .

### Список литературы

1. Arizmendi L. Photonic applications of lithium niobate crystals // *Phys. Stat. Sol. (a)*. 2004. Vol. 201. Pp. 253–283.
2. Micro- and nanoscale domain engineering in lithium niobate and lithium tantalite / Shur V. Ya., Rumyantsev E., Nikolayeva E., Shishkin E. et al. // *SPIE Proc.* 2000. Vol. 3992. Pp. 143–154.
3. Investigation of ferroelectric coercive field in  $\text{LiNbO}_3$  / Wang H. F., Zhu Y. Y., Zhu S. N., Ming N. B. // *Appl. Phys. A*. 1997. Vol. 65. Pp. 437–438.
4. Effect of MgO doping on coercive field in  $\text{LiNbO}_3$  crystals / Sen P., Sisodia N., Choubey R. K., Kar S., Bartwal K. S. // *J. Nonlinear Opt. Phys. & Mater.* 2008. Vol. 17. Pp. 175–183.
5. Influence of heat and UV light on the coercive field of lithium niobate crystals / Steigerwald H., Cube von F., Luedetke F., Dierolf V., Buse K. // *Appl. Phys. B*. 2010. Vol. 101. Pp. 535–539.
6. Meyer N., Nataf G., Granzow T. Field induced modification of defect complexes in magnesium-doped lithium niobate. // *J. Appl. Phys.* 2014. Vol. 116. 244102.
7. Chikh-Bled B., Benyoucef B., Aillerie M. Experimental Measurement of electric conductivity and activation energy in congruent lithium niobate crystal // *J. of Active and Passive Electronic Devices*. 2012. Vol. 7. P. 261–270.
8. Chikh-Bled B., Aillerie M., Benyoucef B. Dark and photo-conductivity measurement techniques for dielectric materials, application to  $\text{LiNbO}_3$  // *J. of Eng. And Appl. Sci.* 2011. Vol. 6. P. 163–167.
9. Установка для исследования импеданса диэлектриков на низких и сверхнизких частотах / Евдокимов С. В., Притуленко А. С., Сапига А. А., Яценко А. В. // *Ученые записки Таврического национального университета им. В.И. Вернадского. Серия «Физико-математические науки»*. 2011. Т. 24 (63), № 2. С. 187–192.
10. Притуленко А. С., Яценко А. В., Евдокимов С. В. Анализ природы электрической проводимости номинально беспримесных кристаллов  $\text{LiNbO}_3$  // *Кристаллография*. 2015. Т. 60, № 2. С. 293–298.
11. Gopalan V., Dierolf V., Scrymgeour D. A. Defect-domain wall interactions in trigonal ferroelectrics // *Annu.Rev.Mater.Res.* 2007. Vol. 37. Pp. 449–489.

12. Fujimoto I. Electric-field induced ionic displacement and redistribution of bonding electrons in LiNbO<sub>3</sub> and LiTaO<sub>3</sub> revealed by modulation X-ray diffraction // *Acta Cryst. A*. 1982. Vol. 38. Pp. 337–345.
13. Рез И. С., Поплавко Ю. М. Диэлектрики. Основные свойства и применение в электронике / М. : Радио и связь, 1989. 288 с.
14. Kao K. C. Dielectric Phenomena in Solids / Elsevier Academic Press, San Diego. 2004. 582 p.

## INVESTIGATION OF VOLT-AMPERE CHARACTERISTICS OF NOMINALLY PURE CONGRUENTLY GROWN LiNbO<sub>3</sub> CRYSTALS

*Tunik K. S., Yatsenko A. V.\**

*Institute of Physics and Technology, V. I. Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol  
295007, Russia*

*\*E-mail: [yatsenkoav@cfuv.ru](mailto:yatsenkoav@cfuv.ru)*

The problem of nonlinearity of the static electrical properties of LiNbO<sub>3</sub> crystals is discussed. We investigate dc conductivity of the thick (1 mm) z-cut plate of congruently grown nominally pure LiNbO<sub>3</sub> crystal in a temperature range 300–450 K. It is shown that volt-ampere characteristic of this sample starts as nonlinear when applied electric field is larger than 12 kV/cm at a temperature  $T \approx 410$  K. The causes of nonlinearity are discussed.

**Keywords:** LiNbO<sub>3</sub>, PPDS, electrical properties.

### Список литературы

1. L. Arizmendi, *Phys. Stat. Sol. (a)* **201**, 253–283 (2004).
2. V. Ya. Shur, E. Rumyantsev, E. Nikolayeva, E. Shishkin et al, *SPIE Proc.* **3992**, 143–154 (2000).
3. H. F. Wang, Y. Y. Zhu, S. N. Zhu, N. B. Ming, *Appl. Phys. A*. **65**, 437–438 (1997).
4. P. Sen, N. Sisodia, R. K. Choubey, S. Kar, K. S. Bartwal, *J. Nonlinear Opt. Phys. & Mater.* **17**, 175–183 (2008).
5. H. Steigerwald, Cube von F., F. Luedetke, V. Dierolf, K. Buse, *Appl. Phys. B*. **101**, 535–539 (2010).
6. N. Meyer, G. Nataf, T. J. Granzow, *Appl. Phys.* **116**, 244102 (2014).
7. B. Chikh-Bled, B. Benyoucef, M. Aillerie, *J. of Active and Passive Electronic Devices* **7**, 261–270 (2012).
8. B. Chikh-Bled, M. Aillerie, B. Benyoucef, *J. of Eng. and Appl. Sci.* **6**, 163–167 (2011).
9. S. V. Yevdokimov, A. S. Pritulenko, A. A. Sapiga, A. V. Yatsenko, *Scientific Notes of Taurida National V. I. Vernadsky University. Series: Physics and Mathematics Sciences* **24(63)**, No.2, 187–192 (2011).
10. A. S. Pritulenko, A. V. Yatsenko, S. V. Yevdokimov, *Crystallography Reports* **60**, No. 2, 267–272 (2015).
11. V. Gopalan, V. Dierolf, D. A. Scrymgeour, *Annu. Rev. Mater. Res.* **37**, 449–489 (2007).
12. I. Fujimoto, *Acta Cryst. A* **38**, 337–345 (1982).
13. I. S. Rez, Yu. M. Poplavko, *Dielektriki. Osnovnye svoystva i primeneniye v ehlektronike* [Dielectrics. Basic properties and applications in electronics] (Moscow, Radio and communication, 1989) 288 p. [in Russian]
14. K. C. Kao, *Dielectric Phenomena in Solids* (Elsevier Academic Press, San Diego, 2004) 582 p.

*Поступила в редакцию 20.02.2017 г. Принята к публикации 06.05.2017 г.  
Received February 20, 2017. Accepted for publication May 06, 2017*

# БИОФИЗИКА И МЕДИЦИНСКАЯ ФИЗИКА

## BIOPHYSICS AND MEDICAL PHYSICS

*Вестник Физико-технического института  
Крымского федерального университета имени В.И. Вернадского  
Том 1 (67–69). № 1. 2017. С. 56–65  
Journal of Physics and Technology Institute of V.I. Vernadsky Crimean Federal University  
Volume 1 (67–69). No. 1. 2017. P. 56–65*

УДК 577.322

### ВЫВОД ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛИ СВЯЗЫВАНИЯ НЕСКОЛЬКИХ ЛИГАНДОВ С БИОПОЛИМЕРОМ МЕТОДОМ ТРАНСФЕР-МАТРИЦ

*Бучельников А. С.<sup>1</sup>, Скуратовская И. В.<sup>2</sup>, Гаврилова В. А.<sup>2</sup>, Евстигнеев М. П.<sup>1,2\*</sup>*

<sup>1</sup>*Лаборатория органического синтеза и ЯМР-спектроскопии, ФГАОУ ВО «Белгородский государственный национальный исследовательский университет», 308015 Белгород, Россия*

<sup>2</sup>*Кафедра «Физика», ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет», 299053 Севастополь, Россия*

*\*E-mail: [evstigneev@sevsu.ru](mailto:evstigneev@sevsu.ru)*

Впервые показано, что классическое уравнение МакГи-фон Хиппела связывания лигандов с одномерной решеткой, моделирующей биополимер, может быть выведено в общем случае путем применения формализма трансфер-матриц.

**Ключевые слова:** биополимер, лиганд, комплексообразование, метод трансфер-матриц.

**PACS:** 87.15.kp

### ВВЕДЕНИЕ

Нековалентное связывание малых молекул (лигандов) с биополимерами относится к категории классических задач молекулярной биофизики, «увязывающей» между собой физический процесс адсорбции лигандов на одномерной решетке (модели биополимера), и возникающий вследствие этого биологический эффект (например, ингибирование репликации и транскрипции) [1, 2]. Важным элементом исследования комплексообразования лиганд-биополимер является наличие модели комплексообразования, устанавливающей связь между некоторыми параметрами, вытекающими из эксперимента, и параметрами, характеризующими сродство лиганда к биополимеру (равновесные константы комплексообразования, параметры исключения, кооперативности и пр.). Систематические исследования в области моделирования процессов комплексообразования можно отнести ко второй половине XX века, когда появилась серия ключевых работ Скэтчарда [3], МакГи-фон Хиппела [4] и Заседателя-Гурского-Волькенштейна [5]. В настоящее время это направление продолжает активно развиваться исследовательскими группами Нечипуренко [6], Тейфа [7, 8], Роча [9] и другими.

Особенностью вывода моделей комплексообразования (адсорбции) лигандов на биополимере является использование методов статистической термодинамики. Разные исследовательские группы отдают разное предпочтение тем или иным методам, однако, судя по данным литературы, наиболее частое и систематическое использование отмечается в отношении комбинаторных (или алгебраических)

методов (например, [3–6]), метода производящих последовательность функций (sequence generating function [8, 10]) и алгоритмических методов [10–12]. Вместе с тем, в статистической физике хорошо известен еще один метод – метод трансфер-матриц (transfer matrix, ТМ), который, несмотря на длительную историю существования, до сих пор остается недооцененным в области моделирования процессов комплексообразования, и лишь сравнительно недавно был «реанимирован» для активного использования группой Тейфа [7, 8, 10].

В настоящей работе нами впервые будет проведен анализ возможности использования метода ТМ для получения обобщенного выражения классической модели МакГи-фон Хиппела [4, 5] для случая некооперативного и неспецифического связывания  $m$  различных типов лигандов с решеточным биополимером.

## **1. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ**

### **1.1. Общее представление о методе трансфер-матриц**

Метод трансфер-матриц является исторически первым методом, разработанным непосредственно для точного решения решеточных задач [13]. Одним из первых применений метода трансфер-матриц было описание кооперативных явлений в ферромагнетиках [14], основанное на решеточной модели Изинга, которая, в свою очередь, впоследствии нашла свое применение и в молекулярной биофизике. Позднее этот метод применялся чаще в молекулярной физике и биофизике для описания переходов «спираль-клубок» в полимерах [15], связывания лигандов с полимерами [16], при изучении плавления ДНК [17] и других областях.

Формализм трансфер-матриц основан на представлении исследуемой системы в качестве регулярной решетки, каждая ячейка которой характеризуется определенным статистическим весом, соответствующим определенному состоянию (например, занятый лигандом или свободный сайт ДНК). Квадратная матрица, состоящая из таких статистических весов, и называется трансфер-матрицей, а ее след (сумма диагональных элементов) представляет собой статистическую сумму описываемой ею системы, т.е. состояние ячеек решетки [18]. Следует отметить, что след трансфер-матрицы является статистической суммой только если рассматриваемый решеточный полимер является достаточно длинным для того, чтобы можно было считать его бесконечным. В иных случаях, например, если полимер имеет конечную сравнительно небольшую длину, статистическая сумма находится из трансфер-матрицы другими способами [18].

Ключевая идея записи трансфер-матрицы проста [7]: квадратная матрица  $M$  заполняется элементами  $M_{ij}$ , равными статистическим весам соответствующих ячеек решетки, находящихся в  $i$ -м состоянии, за которыми следуют ячейки, находящиеся в  $j$ -м состоянии. Физический смысл этого утверждения заключается в том, что элемент трансфер-матрицы отражает условную вероятность того, что данная ячейка решетки находится в состоянии  $i$  в то время как непосредственно следующая за ней ячейка находится в состоянии  $j$ . Запрещенные состояния ячеек соответствуют статистическому весу, равному нулю.

Трансфер-матрица  $\mathbf{M}$  содержит статистические веса всех возможных состояний для одного звена решетки. Тогда возведение ее в степень  $N$  благодаря свойствам матричного произведения даст исчерпывающую информацию обо всех возможных состояниях одномерной решетки длиной  $N$  звеньев. Далее, следуя данному выше определению, получаем статистическую сумму  $Z$  в виде следа  $N$ -ной степени матрицы:

$$Z = \text{Tr} \mathbf{M}^N .$$

Применяя преобразование подобия к трансфер-матрице, приходим к выводу, что статистическая сумма равна сумме  $N$ -ных степеней всех собственных значений трансфер-матрицы  $\mathbf{M}$ :

$$Z = \text{Tr} \mathbf{M}^N = \text{Tr} (\mathbf{T} \mathbf{\Lambda} \mathbf{T}^{-1})^N = \text{Tr} \mathbf{\Lambda}^N = \sum_{i=1}^p \lambda_i^N \quad (1)$$

где  $\mathbf{T}$  – вспомогательная матрица преобразования,  $\mathbf{\Lambda}$  – диагональная матрица, состоящая из элементов  $\lambda_i$ , которые являются собственными значениями матрицы  $\mathbf{M}$ .

Основным свойством статистической суммы является то, что ее частные производные дают информацию о конкретных характеристиках системы. Так, например, если исследуется адсорбция лиганда на решетке либо линейная агрегация лигандов, то производная статистической суммы такой системы по натуральному логарифму мономерной концентрации дает общую концентрацию вещества в системе [19,20]. Таким образом, если выражение для  $Z$  получено, то дальнейшее построение конкретной модели комплексообразования в рамках заданных условием задачи ограничений, не представляет сложности.

## 2.2. Вывод уравнений модели некооперативной адсорбции лигандов на одномерной решетке

Рассмотрим конкурентное неспецифическое и некооперативное связывание  $m$  разнотипных протяженных лигандов с полимерной решеткой, состоящей из  $N$  одинаковых сайтов связывания лигандов. Понятие «протяженный лиганд» означает, что при связывании с решеткой такой лиганд «накрывает» собой сразу несколько сайтов на полимере. Пусть  $n_i$  – число сайтов решетки, занимаемой лигандом  $i$ -го типа;  $K_i$  – равновесная микроскопическая константа связывания лиганда  $i$ -го типа с решеткой;  $C_i$  – концентрация мономеров лиганда  $i$ -го типа. Квадратная трансфер-матрица  $\mathbf{M}$  порядка  $p = \sum_{i=1}^m n_i + 1$  имеет следующий вид:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix}
 1 & 1 & 0 & 0 & L & 0 & 1 & 0 & L \\
 0 & 0 & (K_1 C_1)^{1/n_1} & 0 & L & 0 & 0 & 0 & L \\
 0 & 0 & 0 & (K_1 C_1)^{1/n_1} & L & 0 & 0 & 0 & L \\
 M & M & M & M & O & M & M & M & L \\
 0 & 0 & 0 & 0 & L & (K_1 C_1)^{1/n_1} & 0 & 0 & L \\
 (K_1 C_1)^{1/n_1} & (K_1 C_1)^{1/n_1} & 0 & 0 & L & 0 & (K_1 C_1)^{1/n_1} & 0 & L \\
 0 & 0 & 0 & 0 & L & 0 & 0 & (K_2 C_2)^{1/n_2} & L \\
 M & M & M & M & L & M & M & M & K \\
 (K_2 C_2)^{1/n_2} & (K_2 C_2)^{1/n_2} & 0 & 0 & L & 0 & (K_2 C_2)^{1/n_2} & 0 & L \\
 M & M & M & M & L & M & M & M & O
 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Каждый элемент матрицы (2) представляет собой статистический вес сайта полимерной решетки при условии, что за ним следует сайт в одном из разрешенных состояний. Очевидно, в рассматриваемом случае существует несколько таких состояний:

1) незанятый лигандом сайт; статистический вес такого сайта принимается равным 1;

2) сайт, занятый одной из  $n_1$  частей протяженной молекулы первого типа; исходя из определения произведения вероятностей, статистический вес данного сайта равен корню  $n_1$ -ной степени из произведения  $K_1 C_1$ ;

3) сайт, занятый одной из  $n_2$  частей протяженной молекулы второго типа; аналогично находится как  $(K_2 C_2)^{1/n_2}$  и т.д.

Номер строки/столбца матрицы (2) соответствует последовательно: незанятому сайту; сайту, занятому первой частью молекулы первого типа; ...; сайту, занятому последней  $n_1$ -ной частью молекулы первого типа; сайту, занятому первой частью молекулы второго типа и т.д.

Согласно выражению (1) для нахождения статистической суммы системы требуется знать спектр (совокупность собственных значений) матрицы, который находится из характеристического уравнения вида:

$$\mathbf{M}\mathbf{c} = \lambda\mathbf{c}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{c} = (1 \quad c_1 \quad L \quad c_{p-1})^T$  – собственный вектор матрицы  $\mathbf{M}$ . Матричное уравнение (3) эквивалентно системе  $p$  линейных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 1 + c_1 + c_{n_1+1} + K = \lambda \\
 (K_1 C_1)^{1/n_1} c_2 = \lambda c_1 \\
 \text{L L L L L L L L} \\
 (K_1 C_1)^{1/n_1} c_{n_1} = \lambda c_{n_1-1} \\
 (K_1 C_1)^{1/n_1} (1 + c_1 + c_{n_1+1} + K) = \lambda c_{n_1} \\
 (K_2 C_2)^{1/n_2} c_{n_1+2} = \lambda c_{n_1+1} \\
 \text{L L L L L L L L} \\
 (K_2 C_2)^{1/n_2} c_{n_1+n_2} = \lambda c_{n_1+n_2-1} \\
 (K_2 C_2)^{1/n_2} (1 + c_1 + c_{n_1+1} + K) = \lambda c_{n_1+n_2} \\
 \text{L L L L L L L L}
 \end{array} \right. \quad (4)$$

Упростим систему (4) и перепишем ее в другом виде

$$\left\{ \begin{array}{l}
 1 + c_1 + c_{n_1+1} + K + c_{n_1+1} = \lambda \\
 (K_1 C_1)^{1/n_1} c_{i+1} = \lambda c_i, \quad (i=1, 2, K, n_1-1) \\
 (K_1 C_1)^{1/n_1} = c_{n_1} \\
 (K_2 C_2)^{1/n_2} c_{j+1} = \lambda c_j, \quad (j = n_1 + 1, n_1 + 2, K, n_1 + n_2 - 1) \\
 (K_2 C_2)^{1/n_2} = c_{n_1+n_2} \\
 \text{K K K K K K K K K} \\
 (K_m C_m)^{1/n_m} c_{j+1} = \lambda c_j, \quad \left( j = \sum_{i=1}^m n_i + 1 - n_m, \sum_{i=1}^m n_i + 2 - n_m, K, \sum_{i=1}^m n_i - 1 \right) \\
 (K_2 C_2)^{1/n_2} = c_{n_1+n_2+K+n_m}
 \end{array} \right. \quad (5)$$

Из каждого второго уравнения системы (5) имеем

$$(K_k C_k)^{(n_k-1)/n_k} c_t = \lambda^{n_k-1} c_{t-n_k+1}, \quad t = \sum_{i=1}^k n_i.$$

С учетом каждого третьего уравнения системы (5) окончательно получим

$$K_k C_k = \lambda^{n_k-1} c_{t-n_k+1}, \quad t = \sum_{i=1}^k n_i. \quad (6)$$

Подставляя выражения (6) в первое уравнение системы (5), будем иметь после несложных преобразований

$$\lambda - 1 = K_1 C_1 \lambda^{1-n_1} + K_2 C_2 \lambda^{1-n_2} + \dots = \sum_{i=1}^m K_i C_i \lambda^{1-n_i} . \quad (7)$$

Согласно [18] доля сайтов решетки длиной  $N$ , занятых молекулой  $j$ -го типа, равна  $n_j \theta_j$ , где  $\theta_j$  может быть найдено с помощью статистической суммы  $Z$ :

$$\theta_j = \frac{1}{N} \frac{\partial \ln Z}{\partial \ln C_j} .$$

Подставляя (2) в последнее выражение, получим

$$\theta_j = \frac{1}{N} \frac{\partial \ln \left( \sum_{i=1}^p \lambda_i^N \right)}{\partial \ln C_j} .$$

В приближении решетки бесконечной длины можем принять

$$\lim_{N \rightarrow \infty} Z \approx \lambda_{\max}^N ,$$

где  $\lambda_{\max}$  – наибольшее собственное значение (спектральный радиус) матрицы  $\mathbf{M}$ .

Отсюда

$$\theta_j = \frac{\partial \ln \lambda_{\max}}{\partial \ln C_j} = \frac{C_j}{\lambda_{\max}} \frac{\partial \lambda_{\max}}{\partial C_j} . \quad (8)$$

Продифференцируем (7) по  $\lambda_{\max}$  и по  $C_j$ , а затем найдем производную (8):

$$\begin{aligned} d\lambda &= \sum_{i=1}^m (1-n_i) K_i C_i \lambda^{-n_i} d\lambda + K_j \lambda^{1-n_j} dC_j , \\ \lambda \theta_j &= K_j C_j \lambda^{1-n_j} + \theta_j \sum_{i=1}^m (1-n_i) K_i C_i \lambda^{1-n_i} . \end{aligned}$$

Отсюда с использованием уравнения (7) получим

$$\frac{K_j C_j}{\theta_j} \lambda^{1-n_j} = \lambda - \sum_{i=1}^m K_i C_i \lambda^{1-n_i} + \sum_{i=1}^m n_i K_i C_i \lambda^{1-n_i} = 1 + \sum_{i=1}^m n_i K_i C_i \lambda^{1-n_i} . \quad (9)$$

Последние равенства можем переписать в следующем виде:

$$\frac{K_1 C_1}{\theta_1} \lambda^{1-n_1} = \frac{K_2 C_2}{\theta_2} \lambda^{1-n_2} = \dots = \frac{K_m C_m}{\theta_m} \lambda^{1-n_m} . \quad (10)$$

В общем случае система уравнений (10) может быть записана в виде

$$K_i C_i \lambda^{1-n_i} = \frac{\theta_i}{\theta_j} K_j C_j \lambda^{1-n_j}, \quad i = \overline{1, m}.$$

Домножая обе части уравнения на  $n_i$ , получим

$$n_i K_i C_i \lambda^{1-n_i} = n_i \theta_i \frac{K_j C_j \lambda^{1-n_j}}{\theta_j}, \quad i = \overline{1, m}. \quad (11)$$

Суммируя (11) по всем  $i$ , будем иметь

$$\sum_{i=1}^m n_i K_i C_i \lambda^{1-n_i} = \frac{K_j C_j}{\theta_j} \lambda^{1-n_j} \sum_{i=1}^m n_i \theta_i. \quad (12)$$

Подставляя (12) в выражение (9), получим

$$\frac{K_j C_j}{\theta_j} \lambda^{1-n_j} \left( 1 - \sum_{i=1}^m n_i \theta_i \right) = 1,$$

откуда

$$K_j C_j \lambda^{1-n_j} = \frac{\theta_j}{1 - \sum_{i=1}^m n_i \theta_i}, \quad j = \overline{1, m}. \quad (13)$$

Просуммируем выражения типа (13) по всем  $j$ , тогда

$$\lambda - 1 = \frac{\sum_{i=1}^m \theta_i}{1 - \sum_{i=1}^m n_i \theta_i}$$

или

$$\lambda = \frac{1 - \sum_{i=1}^m (n_i - 1) \theta_i}{1 - \sum_{i=1}^m n_i \theta_i}. \quad (14)$$

В результате, подставляя (14) в (13) и переходя к координатам Скэтчарда, имеем систему уравнений МакГи-фон Хиппела [4] для конкурентного некооперативного связывания  $m$  протяженных лигандов с полимерной решеткой, записанную в максимально общем виде:

$$\frac{\theta_j}{C_j} = K_j \left( 1 - \sum_{i=1}^m n_i \theta_i \right) \left( \frac{1 - \sum_{i=1}^m n_i \theta_i}{1 - \sum_{i=1}^m (n_i - 1) \theta_i} \right)^{n_j - 1}. \quad (15)$$

Уравнение (15) и представляют собой решение поставленной во введении задачи.

### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В настоящей работе впервые показано, что классическое уравнение МакГи-фон Хипела связывания лигандов с одномерной решеткой, моделирующей биополимер, может быть выведено в общем случае путем применения формализма трансфер-матриц. Этот результат расширяет возможности по моделированию систем лиганд-полимер, позволяя, в частности, использовать аппарат матричной алгебры, эффективно реализуемый в настоящее время в различных пакетах прикладной математики (например, MATLAB).

### **Список литературы**

1. Sequence-specific DNA binding agents / Ed. by Waring M. // RSC Publishing. 2006. P. 271.
2. Evstigneev M. P. DNA-binding aromatic drug molecules: Physico-chemical interactions and their biological roles. Berlin: Lambert Academic Publishing. 2010. P. 96.
3. Scatchard G. The attractions of proteins for small molecules and ions // Ann. New York Acad. Sci. 1949. Vol. 51. No. 4. Pp. 660–672.
4. McGhee J. D., von Hippel P. H. Theoretical aspects of DNA-protein interactions: co-operative and non-co-operative binding of large ligands to a one-dimensional homogeneous lattice // J. Mol. Biol. 1974. Vol. 86. No. 2. Pp. 469–489.
5. Заседателев А. С., Гурский Г. В., Волькенштейн М. В. Теория одномерной адсорбции. I. Адсорбция малых молекул на гомополимере // Молек. биология. 1971. Т. 5, № 2. С. 245–251.
6. Нечипуренко Ю. Д. Анализ связывания лигандов с нуклеиновыми кислотами // Биофизика. 2014. Т. 59. № 1. С. 12–36.
7. Teif V. B. General transfer matrix formalism to calculate DNA-protein-drug binding in gene regulation: application to  $O_R$  operator of phage  $\lambda$  // Nucleic Acids Res. 2007. Vol. 35. No. 11. Art. No. e80.
8. Teif V. B., Rippe K. Statistical-mechanical lattice models for protein-DNA binding in chromatin // J. Phys.: Condens. Matter. 2010. Vol. 22. No. 414105–14.
9. Rocha M. S. Revisiting the neighbor exclusion model and its applications // Biopolymers. 2010. Vol. 93. Pp. 1–7.
10. Teif V. B., Rippe K. Calculating transcription factor binding maps for chromatin // Brief. Bioinformatics. 2011. Pp. 1–15.
11. Predicting expression patterns from regulatory sequence in *Drosophila* segmentation / E. Segal, T. Raveh-Sadka, M. Schroeder, U. Unnerstall, U. Gaul // Nature. 2008. Vol. 451. Pp. 535–540.
12. A novel computational approach 'BP-STOCH' to study ligand binding to finite lattice / D. A. Beshnova, E. G. Bereznyak, A. V. Shestopalova, M. P. Evstigneev // Biopolymers. 2011. Vol. 95. Pp. 208–216.
13. Бэкстер Р. Точно решаемые модели в статистической механике. М. : Мир. 1985. 488 с.
14. Kramers H. A., Wannier G. H. Statistics of the two-dimensional ferromagnet. Part I // Phys. Rev. 1941. Vol. 60, No. 3. Pp. 252–262.

15. Poland D., Scheraga H. A. Theory of helix-coil transitions in biopolymers. New York : Academic Press. 1970. 797 p.
  16. Hill T. L. Some statistical problems concerning linear macromolecules // J. Polymer Sci. 1957. Vol. 23. No. 104. Pp. 549–562.
  17. Crothers D. M. Calculation of melting curves for DNA // Biopolymers. 1968. Vol. 6. No. 10. Pp. 1391–1404.
  18. Tsuchiya T., Szabo A. Cooperative binding of n-mers with steric hindrance to finite and infinite one-dimensional lattices // Biopolymers. 1982. Vol. 21, No. 5. Pp. 979–994.
  19. General analysis of competitive binding in drug-interceptor-DNA systems / A. S. Buchelnikov, A. A. Hernandez Santiago, M. Flores, R. Ramirez, D. B. Davies, M. P. Evstigneev // Eur. Biophys. J. 2012. Vol. 41, No. 3. Pp. 273–283.
  20. Complete solution of the problem of one-dimensional non-covalent non-cooperative self-assembly in two-component systems / V. P. Evstigneev, A. A. Mosunov, A. S. Buchelnikov, A. A. Hernandez Santiago, M. P. Evstigneev // J. Chem. Phys. 2011. Vol. 134, No. 19. Art. No. 194902.
- 

## DERIVATION OF THE GENERALIZED MODEL OF MULTIPLE LIGAND BINDING WITH BIOPOLYMER BY MEANS OF TRANSFER MATRIX FORMALISM

*Buchelnikov A. S.<sup>1</sup>, Skuratovskaya I. V.<sup>2</sup>, Gavrilova V. A.<sup>2</sup>, Evstigneev M. P.<sup>1,2\*</sup>*

<sup>1</sup>Laboratory of organic synthesis and NMR spectroscopy, Belgorod State University, 308015 Belgorod, Russia

<sup>2</sup>Department of Physics, Sevastopol State University, 299053 Sevastopol, Russia

\*E-mail: evstigneev@sevsu.ru

In the present work it was demonstrated for the first that the classical McGhee-von Hippel equation describing ligand binding with one-dimensional lattice representing a biopolymer may be derived in general case by means of transfer-matrix formalism. This result expands the available arsenal of instruments for modeling the ligand-polymer systems, enabling to use matrix algebra, which can effectively be implemented in standard applied mathematics software (e.g., MATLAB).

**Keywords:** biopolymer, ligand, complexation, transfer matrix method.

### References

1. *Sequence-specific DNA binding agents* (Ed. by M. Waring, RSC Publishing, 2006) 271 p.
2. M. P. Evstigneev, *DNA-binding aromatic drug molecules: Physico-chemical interactions and their biological roles* (Berlin: Lambert Academic Publishing, 2010) 96 p.
3. G. Scatchard, *Ann. New York Acad. Sci.* **51**, No. 4, 660–672 (1949).
4. J. D. McGhee, P. H. von Hippel, *J. Mol. Biol.* **86**, No. 2, 469–489 (1974).
5. A. S. Zasedatelev, G. V. Gurskij, M. V. Vol'kenshtejn, *Molecular biology* **5**, No. 2, 245–251 (1971). [In Russian].
6. Yu. D. Nechipurenko, *Biophysics* **59**, No. 1, 12–36 (2014). [In Russian].
7. V. B. Teif, *Nucleic Acids Res.* **35**, No. 11, Art. No. e80 (2007).
8. V. B. Teif, K. Rippe, *J. Phys.: Condens. Matter.* **22**, No. 414105-14 (2010).
9. M. S. Rocha, *Biopolymers* **93**, 1–7 (2010).
10. V. B. Teif, K. Rippe, *Brief. Bioinformatics*, 1–15 (2011).

11. E. Segal, T. Raveh-Sadka, M. Schroeder, U. Unnerstall, U. Gaul, *Nature* **451**, 535–540 (2008).
12. D. A. Beshnova, E. G. Bereznyak, A. V. Shestopalova, M. P. Evstigneev, *Biopolymers* **95**, 208–216 (2011).
13. R. Behkster, *Tochno reshaemye modeli v statisticheskoy mekhanike [Exactly solvable models in statistical mechanics]* (Moscow, Mir, 1985) 488 p. [In Russian].
14. H. A. Kramers, G. H. Wannier, *Phys. Rev.* **60**, No. 3. 252–262. (1941).
15. D. Poland, H. A. Scheraga, *Theory of helix-coil transitions in biopolymers* (Academic Press, New York, 1970) 797 p.
16. T. L. Hill, *J. Polymer Sci.* **23**. No. 104, 549–562 (1957).
17. D. M. Crothers, *Biopolymers* **6**, No. 10, 1391–1404 (1968).
18. T. Tsuchiya, A. Szabo, *Biopolymers* **21**, No. 5. 979–994 (1982).
19. A. S. Buchelnikov, A. A. Hernandez Santiago, M. Flores, R. Ramirez, D. B. Davies, M. P. Evstigneev, *Eur. Biophys. J.* **41**, No. 3, 273–283 (2012).
20. V. P. Evstigneev, A. A. Mosunov, A. S. Buchelnikov, A. A. Hernandez Santiago, M. P. Evstigneev, *J. Chem. Phys.* **134**, No. 19, Art. No. 194902 (2011).

*Поступила в редакцию 20.02.2017 г. Принята к публикации 06.05.2017 г.  
Received February 20, 2017. Accepted for publication May 06, 2017*

**УДК 159.91+159.99+612.821 + 612.8**

## **СЕНСОМОТОРНЫЕ РЕАКЦИИ И ДЛИТЕЛЬНОСТЬ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ МИНУТЫ У ДЕТЕЙ-ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ МОБИЛЬНОЙ СВЯЗЬЮ**

*Хорсева Н. И.<sup>1\*</sup>, Аль-Курди О. Р.<sup>2</sup>, Шульженко Н. Ю.<sup>2</sup>*

*<sup>1</sup>Федеральное государственное бюджетное учреждение науки (ФГБУН) Институт биохимической физики им. Н. М. Эмануэля РАН, 1199334 Москва, Россия; ФГБУН Институт космических исследований РАН, 1179997 Москва, Россия*

*<sup>2</sup>Муниципальное автономное образовательное учреждение Лицей 17, 141400 городской округ Химки, Московская область, Россия*

*\*E-mail: [sheridan1957@mail.ru](mailto:sheridan1957@mail.ru)*

Впервые изучены и установлены взаимосвязи между параметрами сенсомоторных реакций (простой слухо-моторной и воспроизведения заданного ритма) и длительностью индивидуальной минуты у детей-пользователей мобильной связью. Установлено, что использование безопасного режима пользования мобильным телефоном приводит к улучшению показателей воспроизведения заданного ритма.

**Ключевые слова:** заданный ритм, простая слухо-моторная реакция, индивидуальная минута, мобильные телефоны, учащиеся.

**PACS:** 87.50.–a

### **ВВЕДЕНИЕ**

В нашу жизнь с каждым годом все активнее внедряются различные гаджеты, поэтому всем, особенно детям и их родителям, важно знать к каким последствиям может привести их частое пользование.

Известно, что мобильный телефон является открытым и неконтролируемым источником электромагнитного излучения радиочастотного диапазона. Впервые за всю историю цивилизации мы подносим этот источник электромагнитного излучения непосредственно к голове, тем самым облучая структуры головного мозга и в первую очередь слуховой анализатор.

Как показали исследования, проведенные ранее, электромагнитное излучение мобильного телефона может оказать влияние на психофизиологические показатели, в частности, сенсомоторные реакции, характеризующие функционирование слухового анализатора. В первую очередь это относится к показателям простой слухо-моторной реакции [1, 2] и параметрам воспроизведения заданных ритмов [3].

Однако в известной нам литературе мы не нашли указаний на то, связаны ли параметры простой слухо-моторной реакции и воспроизведения заданного ритма. Тем не менее, на основании полученных результатов [3], нами было сделано предположение о том, что полученные закономерности, связанные с ритмами, задаваемыми извне (звуковые ритмы), могут быть связаны с таким показателем, как «чувство времени», которое можно «измерить» с помощью регистрации длительности так называемой «индивидуальной минуты».

### **Простая слухо-моторная реакция**

Пользование мобильным телефоном (МТ) в первую очередь предусматривает его использование как коммуникативного устройства для быстрой связи с собеседником, т.е. осуществление телефонного звонка. В этом случае пользователь подносит трубку непосредственно к уху. Как только МТ стали широкодоступны, встал вопрос о возможном воздействии их изучения на слуховой анализатор человека.

Для изучения воздействия внешних факторов, в т.ч. электромагнитных излучений МТ на слуховую систему в настоящее время в медицине используется несколько способов:

- отоакустическая эмиссия, в частности, вызванная отоакустическая эмиссия, с помощью которой можно диагностировать возможные поражения улитки и/или среднего уха, однако этот метод не позволяет выявить степень дефицита слуха;

- регистрация слуховых вызванных потенциалов, которая дает возможность тестировать проведение импульсов от периферических отделов слуховой системы до слуховой коры;

- тимпанометрия (импедансометрия) – метод объективного исследования функции среднего уха;

- аудиометрия – определение слуховой чувствительности к звуковым волнам различной частоты.

Кроме того, анализ литературы показал, что кратковременное воздействие излучений МТ, которое регистрировалось различными методами (включая поведенческие и нейропсихологические), не оказывает в большинстве случаев негативного влияния на слуховую систему как экспериментальных животных, так и человека [1, 2, 4].

Однако, реалии современной жизни таковы, что мы используем мобильный телефон не кратковременно, а постоянно. И исследования последних лет показали, что длительное использование мобильного телефона может приводить к негативным последствиям. Подтверждением этого могут служить проведенные экспериментальные исследования на животных [5,6], так и эпидемиологические наблюдения [7, 8].

Тем не менее, существующие психофизиологические методы, наравне с медицинскими методами могут быть использованы для изучения влияния различных факторов внешней среды на организм человека [9], в частности, электромагнитного излучения мобильного телефона на центральную нервную систему, в т.ч. на анализаторы [1].

Именно применение психофизиологических методов (изучение параметров простой слухо-моторной реакции), в частности, с использованием специализированного программно-аппаратного комплекса, позволило выявить функциональные изменения показателей слухового анализатора при длительном, а не однократном пользовании мобильного телефона детьми [2].

Дальнейшие исследования в области компьютерных методов регистрации психофизиологических показателей, и с учетом ранее полученных результатов [9],

был создан программный продукт – LUM («Локальный универсальный мониторинг»), который применяется в настоящее время в нашем Лицее для диагностики нейро-динамических особенностей учащихся. Поэтому для реализации задач данного проекта мы использовали эту программу для изучения параметров простой слухо-моторной реакции, поскольку регистрация показателей проводится с учетом возрастных особенностей учащихся.

### **Воспроизведение заданного ритма**

Когда говоря о ритме, подразумевают повторение одного или нескольких элементов, организованных в целые структуры. С понятием ритм мы встречаемся в различных областях и в повседневной жизни: ритмы в архитектуре, в музыке, в литературе, в поэзии и в прозе, в живописи.

В природе внешние ритмы имеют географическую природу и связаны с вращением Земли относительно Солнца и Луны (суточный цикл, лунный цикл, годовой цикл, циклы солнечной активности) [10].

Наш организм имеет свои собственные ритмы, которые, безусловно связаны с внешними ритмами и подчиняются им. Наши внутренние ритмы называются биоритмами. Например, существуют ритмы обновления, а также ритмы функционирования органов и систем.

Несмотря на то, что в организме человека существуют собственные ритмы, функционирование нашего организма связано с внешними ритмами и подчиняются им. Следует особо отметить, что основу восприятия ритма составляет способность к схватыванию и осознанию последовательных элементов как единого целого. Для отчетливого восприятия ритма необходимо, чтобы продолжительность между отдельными ритмическими элементами была короткой. Слышимые ритмы вызывают реальную моторную реакцию, характеризующуюся периодичностью движений. Так даже годовалый ребенок осторожно покачивается, слушая ритмичные музыкальные произведения.

Многие специалисты используют ритмы в своей деятельности. Так называемое воспроизведение ритма используют в своей диагностической работе отоларингологи, нейропсихологи, логопеды, музыкальные работники. В частности, просят воспроизвести (повторить тот или иной ритм) [11–13].

Для объективной оценки воспроизведения заданных ритмов была разработана компьютерная программа «Ритм» [14 цит. по 15], с помощью которой был проведен широкий круг исследований. В частности, установлено, что точность воспроизведения заданных ритмов различен для лиц с разным хронотипом [16] и уровнем тревожности [15].

Однако в отличие от работ с использованием компьютерной программы «Ритм», где использовались интервалы с разными временными отрезками, существуют исследования, в которых подача звукового сигнала осуществляется с равными временными интервалами. В частности, в работе Ульянова С. В., котором использовались эталоны в 500, 700, 900, 1100, 1300, 1500, 1700, 1900 мс, было выяснено то, что испытуемым было гораздо удобнее воспроизводить ритмы с интервалами подачи звукового сигнала в 500, 700, 900 мс и существенно менее

удобно 1300, 1500, 1700, 1900 мс. Также было установлено, что люди, которые долгое время занимались музыкой, гораздо лучше воспроизводят ритмы, нежели люди, которые не занимались музыкой (правильность воспроизведения зависит от чувства ритма) [17].

Кроме того, было показано, что воспроизведение заданного ритма у детей-пользователей мобильной связью имеет свои особенности по сравнению с теми, кто мобильным телефоном не пользуется [3].

Следует отметить, что «...выполнение «пробы на ритмы» требует от испытуемого обязательного определения длительности каждого из элементов предъявляемого и воспроизводимого задания, то есть продолжительности сигналов и пауз между ними. Отсюда становится понятным близость тестов с внутренним отсчетом времени и тестов с воспроизведением заданных ритмических структур.» [15, с. 26]. А что известно об этих показателях с внутренним отсчетом времени?

### **Индивидуальная минута**

В литературе часто встречаются такие понятия как «биологические часы», «чувство времени». Часть исследователей считает, что это врожденные ритмы и связаны они с ритмом дыхания и биением сердца, другие – с электрической активностью головного мозга, третьи – что существует взаимосвязь нескольких регулятивных систем. Тем не менее, чтобы проверить «качество работы» «биологических часов», Ф Халберг предложил достаточно простой тест, по которому каждый может определить свою «индивидуальную минуту» (по команде экспериментатора, проводящего тестирование, учащийся должен начать отсчет времени (про себя) от 1 до 60 секунд; при начале отсчета на секундомере нажимается кнопка «СТАРТ» при окончании счета цифра «60» – нажимается кнопка «СТОП»), который стал достаточно широко использоваться в исследованиях.

Было установлено, что длительность «индивидуальной минуты» может зависеть от возраста [18], пола испытуемого [19, 20], функционального состояния организма [15, 18, 21–24], интеллектуального развития [20, 21], а также характеризует адаптивные способности человека [15, 16, 19, 25–28].

Однако большинство исследователей утверждают, что у здорового человека показатель длительности индивидуальной минуты величина достаточно постоянная. Но в большинстве случаев данный показатель в литературе указан только для взрослых. Безусловно, любые физиологические процессы, в том числе и оценка временных интервалов формируются с возрастом [15, 18, 19, 23], но нормативные возрастные показатели, которые можно было бы использовать как эталонные, отсутствуют, поскольку диапазон их изменений различен у разных авторов. В связи с тем, что работ в области изучения длительности индивидуальной минуты очень много (и их анализ может быть темой отдельного исследования), мы ограничились поиском работ, в которых указаны конкретные временные параметры длительности индивидуальной минуты в первую очередь для детей и подростков. Результаты представлены в таблице 1.

Таблица 1. Временные показатели длительности индивидуальной минуты

Возраст учащихся	Диапазон изменений ИМ	Источник информации
720 школьников в возрасте 7–10 лет		[19]
7 лет	(47,2–49,7) ±1,0 с	
8 лет	(51,6–55,9) ±1,0 с	
9 лет	(55,2–56,3) ±1,0 с	
10 лет	(56,8–58,3) ±1,0 с	
возраст не указан (1 курс института) 75 чел.	уровни адаптации: 60–65 с – высокий 46,2–47 с – средний 31,0–40,0 с – ниже среднего 22,0–30,0 с – низкий	[27]
13,1±0,2 года, 107 чел.	64,2±1,7 с по группе 66,3±2,2 с девушки 60,0±2,5 с юноши	[26]
14–15 лет 8 класс, 50 чел.	индивидуальная минута: укороченная ИМ < 60 с нормальная ИМ = 60 с удлиненная ИМ > 60 с	[23]
44 чел., 9 класс	уровни адаптации: 46,2–47 с – невысокий 62,90–69,71 с – высокий 53,2±3,2 с – средняя по группе	[24]
18–19 лет	58–67 с	[25]
19–22 года, 112 студентов женского пола	45–67 с	[15]
21,1±0,8 лет, 45 студентов	(54,6–66,1) ±2,5 с	[21]
не указан	60–70 с	[22]

Как видно из представленных материалов, только в работе [19] проведены исследования на достаточно обширном материале (720 человек). Однако ни в одном исследовании мы не нашли указаний на то, что длительность индивидуальной минуты была изучена для лиц-пользователей мобильной связью.

Таким образом, анализ литературных данных показал, что вопросы влияния электромагнитного излучения мобильных телефонов на параметры сенсомоторных реакций, а также длительность индивидуальной минуты изучен недостаточно. Поэтому изучение возможных взаимосвязей между параметрами сенсомоторных

реакций (простой слухо-моторной и воспроизведением заданного ритма), а также длительность индивидуальной минуты у детей-пользователей мобильной связью весьма актуально.

## 1. МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Для выяснения режима пользования мобильным телефоном была разработана анкета.

В эксперименте использовался ноутбук ASUS с установленными программами «Метроном» и «LUM» (Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2012660066 «LUM (Локальный универсальный мониторинг) от 8 ноября 2012 года), наушники для предъявления звуковых сигналов при стерео- и моно-предъявлении, секундомер мобильного телефона NOKIA. В исследовании приняли участие учащиеся 5-го класса 11-летнего возраста (13 девочек и 18 мальчиков).

С помощью программы LUM (Локальный универсальный мониторинг) проведена регистрация параметров простой слухо-моторной реакции (ПСМР) при стерео- и моно- предъявлении звукового сигнала (20 звуковых сигналов с произвольной подачей стимула). Сначала звуковой сигнал подавался в оба наушника (стерео-эффект), затем учащегося просили сдвинуть наушник сначала с правого уха (подача сигнала при этом осуществлялась только в левое ухо), а потом с правого уха (подача сигнала при этом осуществлялась только в правое ухо). В этом случае регистрировались параметры ПСМР при моно-предъявлении звукового сигнала. Регистрировалась среднее время реакции по 20 предъявлениям звукового сигнала, а также уровень стабильности выполнения теста. Параметры ПСМР зарегистрированы у 30 учащихся.

Программа «Метроном» использовалась для регистрации параметров воспроизведения заданного ритма с тремя интервалами подачи звукового сигнала: 1000 мс, 750 мс, 1500 мс. Сначала испытуемым предлагалось нажимать клавишу в такт задаваемому ритму, а затем, после отключения звукового сигнала удерживать заданный ритм без него. Регистрировались следующие параметры: среднее время реакции при звуковом сопровождении ритма и при воспроизведении заданного ритма, а также уровень стабильности выполнения теста при звуковом сопровождении и без такового. Длительность эксперимента 30 сек. Параметры воспроизведения заданных ритмов зарегистрированы у 31 учащегося.

Длительность индивидуальной минуты осуществлялось согласно методики Ф. Халберга: по команде экспериментатора, проводящего тестирование, испытуемый должен начать отсчет времени (про себя) от 1 до 60 секунд. При начале отсчета на секундомере нажимается кнопка «СТАРТ», при окончании счета цифра «60» – нажимается кнопка «СТОП». Замеры проводятся в трёх аналитических повторностях (т.е. три раза) и результаты каждого замера заносятся в протокол. Параметры воспроизведения заданных ритмов зарегистрированы у 31 учащегося.

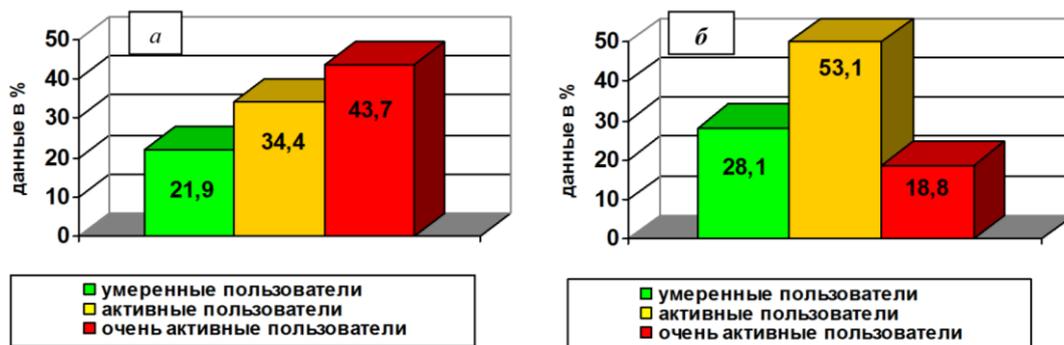
Проведён устный опрос учащихся о режиме пользования мобильным телефоном (к какому уху чаще подносит трубку). Данные занесены в протокол исследования.

Статистическая обработка результатов проведена с помощью критерия Стьюдента, программное обеспечение которого находится на сайте <http://www.psychol-ok.ru/statistics/student/>.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

### 2.1. Результаты анкетирования

Сравнение результатов группового и индивидуального опроса представлено на рис. 1.



(а) – по данным группового анкетирования; (б) – по данным индивидуального анкетирования

Рис. 1. Распределение учащихся класса по режиму пользования мобильного телефона

Видно, что распределение ответов по режиму пользования отличаются достаточно существенно для позиций «активные пользователи» и «очень активные пользователи». Не исключено, что при индивидуальном проведении анкетирования, учащиеся давали «социально одобряемые ответы», поэтому их число в группе «очень активные пользователи» практически в 2 раза меньше при индивидуальном опросе.

Однако сравнить полученные данные с результатами анкетирования прошлого года [3] в полном объеме не представляется возможным, поскольку изменился состав класса практически на треть. Поэтому далее мы сравнивали результаты только тех учащихся, которые участвовали в анкетировании как в прошлом году, так и в этом. Результаты анкетирования представлены в таблице 2.

Таблица 2. Сравнение результатов группового и индивидуального опроса учащихся 4 и 5 класса по режиму пользования мобильным телефоном с использованием анкетирования

<p>данные в %</p> <p><b>A-4</b></p> <p>21,1 36,8 42,1</p> <p>■ умеренные пользователи ■ активные пользователи ■ очень активные пользователи</p>	<p>данные в %</p> <p><b>B-4</b></p> <p>36,4 59,1 4,5</p> <p>■ умеренные пользователи ■ активные пользователи ■ очень активные пользователи</p>
<p>Среднее время пользования МТ по группе А-4 составляет <b>41,9 мин/день</b></p>	<p>Среднее время пользования МТ по группе Б-4 составляет <b>15,7 мин/день</b></p>
<p><i>Используют безопасный режим пользования<sup>2</sup></i></p>	
<p><b>15,8 % учащихся</b></p>	<p><b>68,4 % учащихся</b></p>
<p>данные в %</p> <p><b>A-5</b></p> <p>9,1 45,6 45,3</p> <p>■ умеренные пользователи ■ активные пользователи ■ очень активные пользователи</p>	<p>данные в %</p> <p><b>B-5</b></p> <p>36,3 59,1 4,5</p> <p>■ умеренные пользователи ■ активные пользователи ■ очень активные пользователи</p>
<p>Среднее время пользования МТ по группе А-5 составляет <b>22,0 мин/день</b></p>	<p>Среднее время пользования МТ по группе Б-5 составляет <b>12,2 мин/день</b></p>
<p><i>Используют безопасный режим пользования</i></p>	
<p><b>42,1 % учащихся</b></p>	<p><b>68,4 % учащихся</b></p>

Примечание: А-4 и А-5 – по данным группового анкетирования учащихся 4 и 5 класса соответственно; Б-4 и Б-5 – по данным индивидуального анкетирования учащихся 4 и 5 класса соответственно

<sup>2</sup> используют ТОЛЬКО громкую связь или наушники; держат МТ около уха, а не подносят к самому уху; при возможности предпочитают громкую связь

Исходя из данных, представленных в таблице 2 при индивидуальном анкетировании учащиеся дают «социально одобряемые ответы». Следует обратить внимание, что полученные результаты при индивидуальном анкетировании совпадают, а при групповом – отличаются: если число «очень активных пользователей» практически не изменилось, то увеличилось число «активных пользователей». Тем не менее это не означает, что одни и те же учащиеся не изменяли режима пользования мобильным телефоном. Как показал дополнительный анализ результатов установлено:

- снижение ежедневного времени пользования мобильным телефоном (с 41,9 мин/день до 22,0 мин/день при групповом анкетировании и с 15,7 мин/день до 12,2 мин/день при индивидуальном);

- увеличилось число учащихся, которые предпочитают безопасный режим пользования (с 15,8 % до 42,1 % при групповом анкетировании);

- число учащихся, которые предпочитают безопасный режим пользования при индивидуальном анкетировании не изменился и составил 68,4 %.

Но влияет ли изменение режима пользования мобильным телефоном на параметры сенсомоторных реакций и длительность индивидуальной минуты?

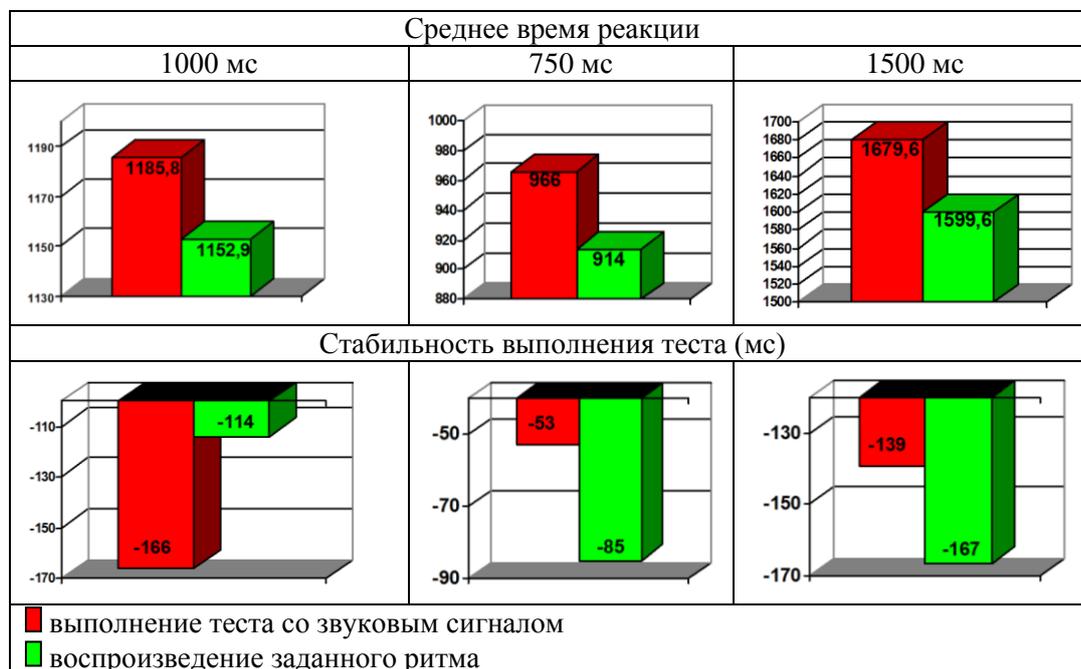
## **2.2. Экспериментальные данные**

### **2.2.1. Показатели воспроизведения заданного ритма**

Ранее нами было показано, что параметры воспроизведения заданного ритма детей-пользователей мобильной связью статистически значимо отличались от контрольной группы [3]. Тем не менее, остается вопрос: насколько эти результаты стабильны во времени, поскольку меняются как возрастные психофизиологические показатели, так и режим пользования мобильными телефонами величина не постоянная. Поэтому в этом году мы продолжили изучение показателей воспроизведения заданного ритма для трех временных интервалах подачи звукового сигнала: 1000 мс, 750 мс, 1500 мс.

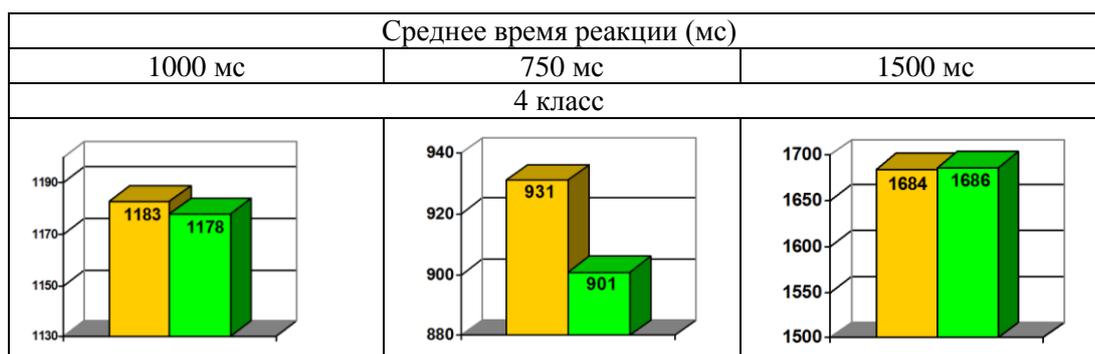
В целом по группе были получены результаты, представленные в таблице 3. Анализ результатов, представленных в таблице 3, показывает, что среднее время реакции воспроизведения заданного ритма со звуковым сигналом ниже, чем при воспроизведении без него. Стабильность выполнения тестов также изменяется: в случае воспроизведения ритма с интервалом подачи звукового стимула 1000 мс она увеличивается при воспроизведении ритма без звукового сигнала (этот же эффект был обнаружен и в прошлом году), а для воспроизведения ритма 750 мс и 1500 мс – наоборот – уменьшение стабильности при воспроизведении ритма без звукового сигнала.

Таблица 3. Параметры воспроизведения заданного ритма для трех временных интервалов в целом по группе (n = 31)

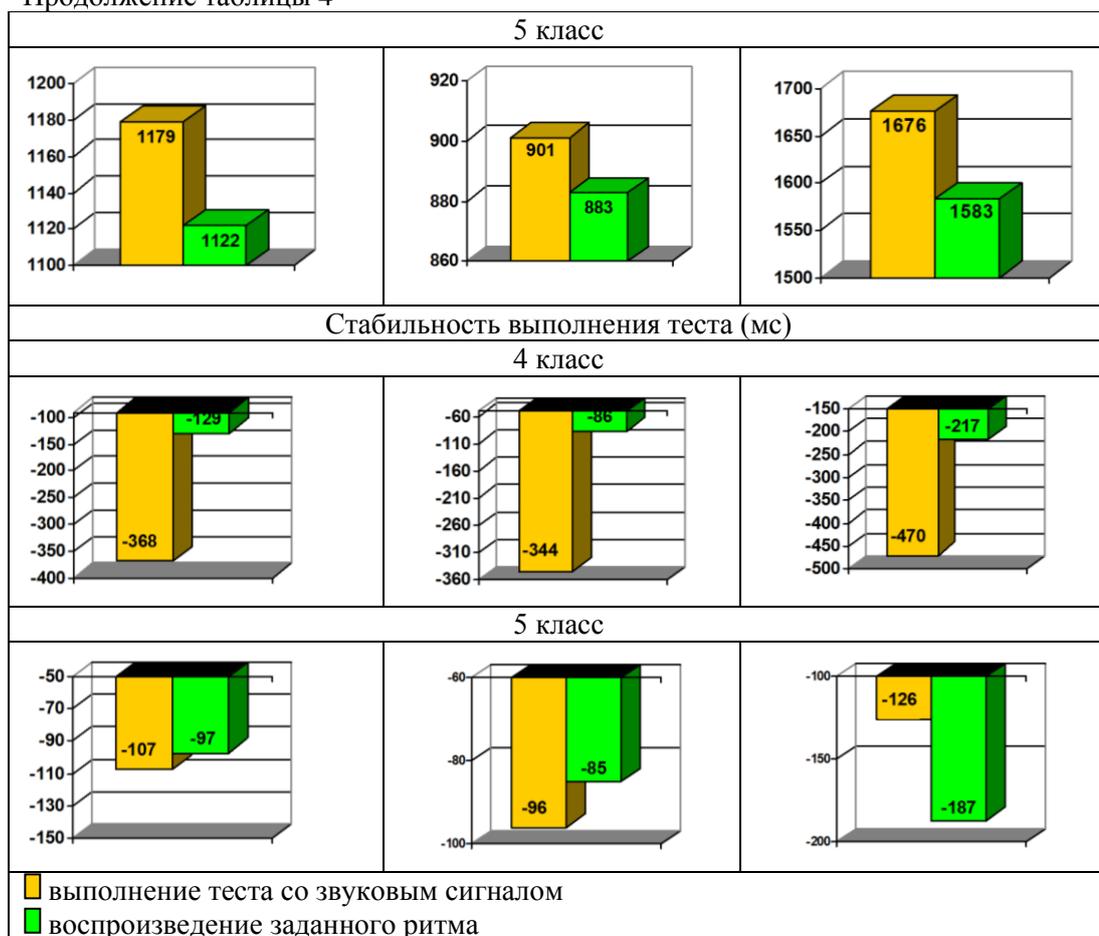


Однако сравнить полученные данные, как и в случае с результатами анкетирования, прошлого года в полном объеме не представляется возможным, поскольку изменился состав класса. Поэтому мы сравнивали результаты только тех учащихся, которые участвовали в эксперименте, как в прошлом году, так и в этом. Результаты эксперимента представлены в таблице 4.

Таблица 4. Сравнение параметров воспроизведения заданного ритма для трех временных интервалов подачи звукового сигнала в целом по группе (n = 18)



Продолжение таблицы 4



Для того, чтобы проанализировать возможные изменения показателей воспроизведения заданного ритма не только с возрастом, но и режимом пользования мобильной связью, было проведено сравнение числа учащихся, у которых показатели среднего времени реакции находятся в пределах условной границы нормы для двух групп (т.е.  $\pm 10\%$  от предъявленного временного интервала между сигналами): 900 – 1100 мс ( $1000 \pm 10\%$ ); 685 – 825 мс ( $750 \pm 10\%$ ) и 1350 – 1650 мс ( $1500 \pm 10\%$ ). Для этого из имеющихся экспериментальных данных были выбраны показатели для 18 учащихся, которые участвовали в эксперименте как в прошлом году, так и в этом. Результаты представлены в таблице 5.

Представленные результаты указывают на мультивариантность изменения показателей. Видно, что воспроизведение ритма 1000 мс со звуковым сигналом лучше для учащихся 4-го класса (16,7 % против 5,6 %), однако удержание ритма – лучше для учащихся 5-го класса (16,7 % против 38,7 %). Улучшились показатели для воспроизведения как быстрого ритма (750 мс), так и медленного (1500 мс). Не исключено, что это связано как с возрастными особенностями [15, 18], так с

изменениями режима пользования мобильным телефоном в части увеличения учащихся, которые используют безопасный режим.

Таблица 5. Сравнение числа учащихся (в %), у которых среднее время воспроизведения заданного ритма находится в условных границах нормы

Интервалы между звуковыми сигналами	4 класс (n = 18)		5 класс (n = 18)	
	Воспроизведение со звуком	Удерживание заданного ритма	Воспроизведение со звуком	Удерживание заданного ритма
1000 ± 10 % 900 – 1100 мс	16,7	16,7	5,6	38,9
750 ± 10 % 685 – 825 мс	5,6	0	11,2	16,7
1500 ± 10 % 1350 – 1650 мс	38,9	50,0	44,4	67,7

### 2.2.2. Показатели простой слухо-моторной реакции

Анализ результатов показал, что у более 50 % учащихся были зарегистрированы низкие показатели простой слухо-моторной реакции (ПСМР): при стерео-предъявлении звукового сигнала – 56,7 %, при моно-предъявлении – у 63,3 %. Кроме того, у 43,3% учащихся все три параметра имеют низкие показатели. Полученные данные хорошо согласуются с ранее порученными результатами [3, 17]. Сопоставление параметров ПСМР с режимом пользования МТ позволило установить, что большинство учащихся с низкими показателями ПСМР пользуются мобильными телефонами 4–5 лет, а также достаточно активно пользуются ими ежедневно. В частности, зарегистрировано, что один из учащихся «суперактивно» разговаривает по МТ (более 60 мин/день !!! по данным группового тестирования) и его показатели были крайне низкими: среднее время реакции – 525 мс при стерео-эффекте и 563,1 мс и 873 мс (!!!) при моно-предъявлении звукового сигнала слева и справа соответственно; уровень стабильности выполнения теста – 353,8 мс при стерео-эффекте и 438,5 мс и 410,6 мс при моно-предъявлении звукового сигнала слева и справа соответственно (при условной норме до 100 мс). Не исключено, что и остальные психофизиологические параметры могут быть снижены.

Далее мы сравнили показатели ПСМР отдельно для группы девочек и мальчиков. Результаты представлены в таблице 6.

Из представленных результатов видно, что в группе девочек показатели среднего времени реакции на звуковой сигнал при стерео- и моно-предъявлении звукового сигнала ниже, чем в группе мальчиков.

Особенно они различаются при регистрации ПСМР справа (т.е. при предъявлении звукового сигнала на правое ухо). Не исключено, что это связано с тем, что девочки, по данным дополнительного опроса, чаще подносят мобильный телефон к правому уху. Кроме того, более низкие показатели ПСМР в группе девочек может быть связано ещё и с тем, что они более активно используют МТ для разговоров, чем мальчики.

Таблица 6. Сравнение показателей простой слухо-моторной реакции и режима пользования мобильным телефоном по всей группе (n = 30)

Мальчики (n = 17)	Девочки (n = 13)
Среднее время реакции при стерео-эффекте звукового сигнала	
350,1 мс	362,0 мс
Среднее время реакции при моно-предъявлении звукового сигнала слева (на левое ухо)	
349,4 мс	389,9 мс
Среднее время реакции при моно-предъявлении звукового сигнала справа (на правое ухо)	
355,9 мс	406,0 мс
Число учащихся с низкими показателями ПСМР (стерео-эффект) <sup>3</sup>	
47,1%	69,2%
Число учащихся с низкими показателями ПСМР (моно-предъявление слева)	
58,8%	69,2%
Число учащихся с низкими показателями ПСМР (моно-предъявление справа)	
52,9%	76,9%
Средние показатели ежедневного времени пользования МТ по данным группового опроса	
13,9 мин/день	24,2 мин/день
Средние показатели ежедневного времени пользования МТ по данным индивидуального опроса	
16,8 мин/день	12,9 мин/день

Мы полагаем, что представленные результаты дадут возможность показать, что излучение мобильного телефона существенно влияет на слуховой анализатор, снижая его способность воспринимать и перерабатывать звуковые сигналы. Дальнейшее активное использование мобильного телефона (если пользователь и дальше будет подносить аппарат непосредственно к уху, а не пользоваться им в безопасном режиме) может привести к нарушению слуха, что и показали исследования индийского отоларинголога Нериша Панды [2].

### 2.2.3. Длительность индивидуальной минуты

Известно, что длительность индивидуальной минуты может характеризовать степень адаптационных способностей организма к факторам внешней среды, однако в доступной нам литературе закономерностей изменения этих показателей найдено не было. Существующие разрозненные данные относятся к взрослым лицам. В этой связи, проведя анализ данных, нами за ориентир возрастных изменений, были взяты показатели, представленные в диссертационном исследовании Р. С-А. Захкиевой [19], которые указывают на то, что с возрастом длительность индивидуальной

<sup>3</sup> Расчеты далее проводились на число учащихся в группе мальчиков и девочек отдельно

минуты увеличивается с 47–48 с для детей 7-летнего возраста до 55–57 с для детей 10-ти лет. Кроме того, автор указывает на то, что, в частности, для детей 10-летнего возраста длительность индивидуальной минуты у девочек меньше, чем у мальчиков. Поскольку в нашем исследовании принимали участие учащиеся 11-летнего возраста, поэтому была проанализирована длительность индивидуальной минуты, полученные в эксперименте. Установлено, что в целом по группе этот параметр составил  $58,11 \pm 6,55$  с, что уже близко к физическому параметру минуты. Кроме того, мы также провели оценку длительности индивидуальной минуты отдельно для девочек и мальчиков. Установлено, что статистически значимых различий между показателями длительности индивидуальной минуты мальчиков (ДИМ) ( $58,32 \pm 5,22$  с) и девочек ( $57,82 \pm 8,28$  с) не выявлено (рис. 2), однако следует отметить, что колебание показателя ДИМ для девочек было в более широком диапазоне (43,8 – 71,6 с), чем для мальчиков (47,7 – 68,0 с).

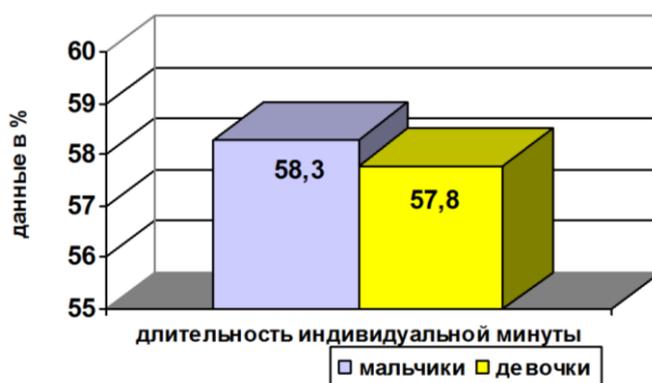


Рис. 2. Сравнение средних показателей длительности индивидуальной минуты для девочек и мальчиков

Не исключено, что полученные результаты могут быть обусловлены как физиологическими перестройками, которые происходят в этом возрастном периоде, так и с режимом пользования мобильным телефоном (ежедневное время пользования МТ у девочек выше, чем у мальчиков).

#### 2.2.4. Статистический анализ полученных результатов

Для статистической обработки данных были применены:

- t-критерий Стьюдента, с помощью которого можно оценить степень различий между двумя выборками или показателями, можно рассчитать в автоматическом режиме [29] для зависимых и независимых выборок;

- корреляционный анализ с применением упрощенной шкалы Челдока. Корреляционную зависимость определяли с помощью встроенных функций таблиц Excel.

С целью упрощения представления полученных результатов, мы использовали «наглядную» таблицу (таблица 7). При оценке по t-критерию Стьюдента в колонке

«зоне незначимости» перечислены те показатели, которые между собой не различаются. Соответственно в колонке «зона значимости» - показатели, которые статистически достоверно различаются. Аналогично представлены результаты для корреляционных зависимостей.

Таблица 7. Результаты статистического анализа полученных результатов

<b>t-критерий Стьюдента</b>	
<b>Статистически значимых различий не выявлено</b>	<b>Выявлены статистически значимые различия</b>
при сравнении показателей <u>среднего времени реакции</u> для учащихся 4 и 5 классов в тесте воспроизведение заданного ритма во всех частотных диапазонах (1000 мс, 750 мс, 1500 мс)	при сравнении показателей стабильности выполнения теста воспроизведение заданного ритма между группами учащихся 4 и 5 классов <u>только со звуковым сигналом</u> : $t_{\text{мп}} = 5,6$ (воспроизведение ритма 1000 мс) $t_{\text{мп}} = 7,6$ (воспроизведение ритма 750 мс) $t_{\text{мп}} = 10,5$ (воспроизведение ритма 1500 мс)
при сравнении показателей <u>стабильности</u> выполнения теста воспроизведение заданного ритма для учащихся 4 и 5 классов <u>без звукового сигнала</u>	
при сравнении показателей среднего времени при выполнении теста простой слухо-моторной реакции при стерео и моно-предъявлении звукового сигнала между группами мальчиков и девочек	
при сравнении показателей длительности индивидуальной минуты между группами мальчиков и девочек	
при сравнении ежедневного времени пользования мобильным телефоном между группами мальчиков и девочек	
<b>Корреляционные зависимости (r)</b>	
<b>не выявлены</b>	<b>выявлены</b>
для всех показателей воспроизведения заданного ритма и длительностью индивидуальной минуты	между показателями длительности индивидуальной минуты (ДИМ) и слухо-моторной реакции (ПСМР): $r = -0,455$ (ДИМ – ПСМР стерео-) $r = -0,448$ (ДИМ – ПСМР при подаче звукового сигнала слева) $r = -0,492$ (ДИМ – ПСМР при подаче звукового сигнала справа)
между временем пользования мобильным телефоном и исследуемыми показателями	<u>только</u> между показателем ПСМР при стерео – предъявлении звукового сигнала и параметром «среднее время реакции» при воспроизведении заданного ритма с частотой 1500 мс <u>со звуковым сигналом</u> ( $r = 0,37$ )

Таким образом, можно говорить о том, что учащиеся 5 класса более стабильно начали выполнять тест с воспроизведением заданного ритма. Не исключено, что это может быть связано как с возрастными особенностями, так и с режимом пользования мобильным телефоном. Кроме того, зависимости показателей сенсомоторных реакций и индивидуальной минуты от режима пользования мобильной связью выявлены не были. Этому может быть несколько причин. Во-первых – малочисленность выборки – 30 учащихся; во-вторых – мультивариантность режима пользования мобильным телефоном (длительность пользования, ежедневный режим использования, использование наушников, громкой связи и пр.). Поэтому, опираясь на данные о безопасном режиме пользования мобильным телефоном, многие полученные закономерности пока носят описательный характер.

Тем не мене, выявленные отрицательные корреляционные связи между показателями длительности индивидуальной минуты и показателями ПСМР указывают на возможную зависимость между длительностью индивидуальной минуты (как степенью адаптации к внешним воздействиям, в том числе и излучения мобильного телефона) и психофизиологическими показателями (в частности, ПСМР). Не исключено, что низкие показатели ПСМР, также, как и низкие показатели длительности индивидуальной минуты могут служить маркером для оценки неблагоприятного воздействия электромагнитного излучения на слуховой анализатор и организм человека в целом. Однако это наше предположение требует дальнейшего изучения.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Показатели стабильности при выполнении теста воспроизведения заданного ритма со звуковым сигналом статистически значимо различаются для групп учащихся 4 и 5 класса. Для учащихся 5 класса уровень стабильности выполнения теста выше, чем для учащихся 4 класса.

2. Отрицательная корреляционная зависимость выявлены между показателями среднего времени простой слухо-моторной реакции при стерео- и моно-предъявлениях звукового сигнала и длительностью индивидуальной минуты. Таким образом, чем выше длительность индивидуальной минуты, тем меньше время реакции на звуковой сигнал.

3. Изменение режима пользования мобильным телефоном (снижение времени ежедневных разговоров, а также безопасный режим пользования) приводят к улучшению показателей воспроизведения заданного ритма во всех предъявляемых временных интервалах.

### Список литературы

1. Хорсева Н. И., Григорьев Ю. Г., Горбунова Н. В. Изменение параметров простой слухо-моторной реакции детей-пользователей мобильной связью: лонгитюдное исследование // Радиационная биология. Радиозкология. 2012. Т. 52. № 3. С. 282–292.

2. Григорьев Ю. Г., Хорсева Н. И. Мобильная связь и здоровье детей. Оценка опасности применения мобильной связи детьми и подростками. Рекомендации детям и родителям. М. : Экономика. 2014. 230 с.
3. Хорсева Н. И., Аль-Курди О. Р., Максимова Н. А. Воспроизведение заданного ритма детьми-пользователями мобильной связью (пилотное исследование) // Тезисы XII Международного междисциплинарного конгресса «Нейронаука для медицины и психологии». Судак, Крым, Россия, 1 – 11 июня 2016. С. 434–435.
4. Хорсева Н. И., Григорьев Ю. Г., Горбунова Н. В. Психофизиологические показатели детей-пользователей мобильной связью. Сообщение 1. Современное состояние проблемы // Радиационная биология. Радиоэкология. 2011. Т. 51. № 5. С. 611–616.
5. The effect of radiofrequency radiation generated by a Global System for Mobile Communications source on cochlear development in a rat model / E. Seekin, F. Suren Basar, S. F. F. Atmaca et al. // J. Laryngol. Otol. 2014. No. 1 P. 1–6.
6. Effects of exposure to 2100MHz GSM-like radiofrequency electromagnetic field on auditory system of rats / M. Çeliker, A. Özgür, L. Tümkaya et.al // Braz. J. Otorhinolaryngol. 2016 [электронный ресурс]. Режим доступа : <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/27865708?dopt=Abstract>.
7. Medeiros L. N., Sanchez T. G. Tinnitus and cell phones: the role of electromagnetic radiofrequency radiation // Braz. J. Otorhinolaryngol. 2016. Vol. 82, No. 1. P. 97–104.
8. Das S., Chakraborty S., Mahanta B. A study on the effect of prolonged mobile phone use on pure tone audiometry thresholds of medical students of Sikkim // J. Postgrad Med. 2017 [электронный ресурс]. Режим доступа : <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/28272071>.
9. Хорсева Н. И. «Экологическое значение естественных электромагнитных полей в период внутриутробного развития человека» : дисс. ... к. б. н. : 03.01.02 М. 2004. 144 с.
10. «Биологические ритмы» / под редакцией Ю. Ашоффа в двух томах. Том II Перевод с английского канд. биол. наук А. М. Алпатова и др. М. : Мир. 1984. 414 с.
11. Семенович А. В. Нейропсихологическая диагностика и коррекция в детском возрасте. М.: Изд. центр «Академия». 2002. 232 с.
12. Лурия А. Р. Основы нейропсихологии. Учеб.пособие для студ. высш. учеб. заведений. М.: Издательский центр «Академия». 2003. 384 с.
13. Борозинец Н. М., Шеховцова Т. С. Логопедические технологии: Учебно-методическое пособие. Ставрополь, 2008. 224 с.
14. Метод компьютерной оценки ритмического воспроизведения заданных временных отрезков: Методические рекомендации / В. А. Батурин, Л. И. Губарева, И. Н. Вороненко, М. В. Батурин. Ставрополь: Изд-во СтГМА, 2005. 8 с. цит по И. Н. Вороненко, Особенности воспроизведения временных отрезков и интервалов у студентов с различным типом вегетативной регуляции и уровнем тревожности. дисс. ... к. пс. н.: 19.00.02. Ставрополь, 2005. 104 с.
15. Вороненко И. Н. Особенности воспроизведения временных отрезков и интервалов у студентов с различным типом вегетативной регуляции и уровнем тревожности: дисс. ... к.пс.н.: 19.00.02. - Ставрополь, 2005. 104 с.
16. Будкевич Р. О. Воспроизведение временных интервалов как показатель хронотипических особенностей Материалы III Международной научно-практической конференции «Развитие научного наследия А. Р. Лурия в отечественной и мировой психологии / Под. ред. проф. В. А. Москвина. Москва-Белгород: Издательско-полиграфический центр «ПОЛИТЕРРА», 2007. 191 с.] [электрон. ресурс]. Режим доступа: <http://knigi.dissers.ru/books/1/12794-29.php>.
17. Ульянов С. В. Воспроизведение ритма метронома Сборник тезисов докладов Международной научно-практической школы-конференции молодых исследователей «Флёрвские чтения» 3–8 января 2008 г. С. 21–23. [электрон. ресурс]. Режим доступа: <http://www.lyceeb.ru/documents/sbornik.tez.flcht-2008.pdf>.
18. Корягина Ю. В. Восприятие времени и пространства в спортивной деятельности. М.: Научно-издательский центр «Теория и практика физической культуры и спорта», 2006. 224 с.
19. Захкиева Р. С.-А. Физиологические механизмы адаптации младших школьников Чеченской республики к обучению в условиях городской и сельской среды: дисс. ... к. б. н. : 03.03.01. Ставрополь, 2016. 168 с.

20. Зимина С. В. Восприятие времени человека: медико-психологические аспекты [электрон. ресурс]. Режим доступа: [http://www.chronos.msu.ru/old/RREPORTS/zimina\\_vospriyatie.pdf](http://www.chronos.msu.ru/old/RREPORTS/zimina_vospriyatie.pdf)
21. Горст В. Р., Горст Н. А., Борисов А. Э., Мостакова О. А. Продолжительность «индивидуальной» минуты и психофизиологические особенности студентов [электрон. ресурс]. Режим доступа: <http://www.stavedu.ru/docs/pdf/vuz-chursin/confer/cyclesX/3/07.pdf>.
22. Финогенко Е. И. Автореферат «Дизадаптивные состояния у студентов в зависимости от типа функциональной конституции»: автореф. дисс. ... к. б. н.: 14.00.16 - Вост.-Сиб. науч. центр СО РАМН. Иркутск, 2004. 22 с.
23. Смирнова Т. А. Биологические ритмы, их адаптивная роль в жизни человека. Научно-исследовательская работа [электрон. ресурс] – Режим доступа: <https://www.scienceforum.ru/2016/pdf/28181.pdf>.
24. Перельгина А. В., Петракова Т. В. Влияние особенностей восприятия индивидуальной минуты на функциональное состояние сердечнососудистой системы учащихся 8 класса гимназии № 39 г. Орла // Научно-методический электронный журнал «Концепт». 2015. Т. 25. С. 96–100 [электрон. ресурс]. Режим доступа: <https://e-koncept.ru/2015/65322.htm>.
25. Леонов Н. И. Психология делового общения: Учеб. Пособие / Н. И. Леонов. 3-е изд., испр. и доп. М.: Издательство Московского психолого-социального института; Воронеж: Издательство НПО «МОДЭК», 2005. 256 с.
26. Шебеко Л. В. Пространственно-временная характеристика механизмов регуляции сердца: Дисс. ... к. б. н.: 03.03.01 Астрахань. 2015. 144 с.
27. Иванова Н. Л. Индивидуальная минута как показатель уровня адаптации студенческой молодежи к антропогенным факторам среды // Наука и бизнес пути развития. Раздел: Педагогические науки. 2015. № 10(52). С. 104–106.
28. Свищева И. А., Олемпиева Е. В., Ходарев Н. В., Индивидуальная минута как скрининг-метод в оценке реабилитации лиц опасных профессий // Журнал научных статей «Здоровье и образование в XXI веке» (Серия медицина). 2012. Т. 14. С. 44–46.
29. Автоматический расчет t-критерия Стьюдента [электрон. ресурс]. Режим доступа: <http://www.psychol-ok.ru/statistics/student/>.

---

## SENSOCOTHER REACTIONS AND INDIVIDUAL MINUTE DURATION OF CHILDREN-USERS OF MOBILE COMMUNICATION

*Khorseva N. I.<sup>1\*</sup>, Al'-Kurdi O. R.<sup>2</sup>, Shul'zhenko N. Yu.<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Federal state budgetary establishment of science (FGBUN) the institute of biochemical physics named by. N. M. Emanuel of Russian Academy of Science Moscow, 1199334 Russia; Federal state budgetary institution of the science «Space Research Institute of Russian Academy of Sciences», 1179997 Moscow, Russia*

<sup>2</sup>*Municipal autonomous educational institution Lyceum 17, 141400 Borough Khimki, Moscow Region, Russia*

*\*E-mail: sheridan1957@mail.ru*

The study involved 31 schoolchildren of 11-year-old age at Lyceum number 17 of town Khimki. With the help of programs «Metronome» and LUM («Local universal monitoring») were studied: parameters of reproduction of given rhythms (RGR) with different frequency of beeping (1000 ms, 750 ms and 1500 ms); parameters of simple auditory-motor reaction (SAMR) with stereo- and mono- sound presentation (mean time and the level of stability of the job); determined length of individual minutes (LIM) by F.Halberg method (1969); conducted a survey on the usage mode of mobile phones. It was revealed that:

- in the whole group LIM index was  $58,11 \pm 6,55$  seconds;  
 - there is no statistically significant difference between the of boys' LIM ( $58,32 \pm 5,22$  seconds) and girls' ( $57,82 \pm 8,28$  seconds), but it should be noted that the range of LIM was wider in girls (43,8 – 71.6 seconds) than in boys (47,7 – 68,0 seconds);  
 - correlation between the LIM and the parameters of playback rate has been established;  
 - between the index of LIM and SAMR there are correlations:  $r = -0,455$  (LIM – SAMR stereo);  $r = -0,448$  (LIM- SAMR audio signal to the left ear)  $r = -0,492$  (LIM – PAMR audio signal to the right ear);  $p = 0,0116$ . It should be noted that schoolchildren hold the mobile phones mostly at the right ear;  
 - correlations between the indicators of SAMR and parameters of playback of given rhythm was established only for SAMR stereo and playback of given rhythm with frequency of 1500 ms with a sound signal ( $r = 0,37$ );  
 - analysis of individual data revealed that mode of mobile phone usage affects SAMR indicators, as well as the success of the test, «reproduction of given rhythms» and LIM.  
 It can not be ruled out that low levels of SAMR, as well as low indices of the duration of an individual minute, can serve as a marker for assessing the adverse effects of electromagnetic radiation on the auditory analyzer and the human body as a whole. However, this assumption requires further study.

**Key words:** A given rhythm, a simple auditory-motor reaction, an individual minute, mobile phones, schoolchildren.

#### References

1. N. I. Khorseva, Yu. G. Grigoriev, N. V. Gorbunova, *Radiatsionnaya biologiya. Radioekologiya* **52**, No. 3, 282–292 (2012) [in Russian].
2. Yu. G. Griogoriev, N. I. Khorseva, «Mobil'naya svyaz' i zdorov'ye detey. Otsenka opasnosti primeneniya mobil'noy svyazi det'mi i podrostkami. Rekomendatsii detyam i roditelyam» [«*Mobile communication and children's health. Assessment of the risk of use of mobile children and adolescents. Recommendations for children and parents*»] (Ekonomika, Moscow, 2014) [in Russian].
3. N. I. Khorseva, O. R. Al-Kurdi, N. A. Maksimova, «Vosproizvedeniye zadannogo ritma det'mi-pol'zovatelyami mobil'noy svyaz'yu (pilotnoye issledovaniye)» [«*Reproduction of a given rhythm by children-users by mobile communication (pilot study)*»] in Abstracts of the 12th International Interdisciplinary Congress «Neuroscience for Medicine and Psychology». Sudak, Crimea, Russia, 1 – 11 June 2016. Pp. 434–435 [in Russian].
4. N. I. Khorseva, Yu. G. Grigoriev, N. V. Gorbunova, *Radiatsionnaya biologiya. Radioekologiya* **51**, No. 5, 611–616 (2011) [in Russian].
5. E. Seckin, F. Suren Basar, S. F. F. Atmaca et al., *J. Laryngol. Otol.*, No. 1, 1–6 (2014).
6. M. Çeliker, A. Özgür, L. Tümkaya et al., *Braz. J. Otorhinolaryngol.* Available: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/27865708?dopt=Abstract>.
7. L. N. Medeiros, T. G. Sanchez, *Braz. J. Otorhinolaryngol* **82**, No. 1, 97–104 (2016).
8. S. Das, S. Chakraborty, B. Mahanta, *J. Postgrad Med.* Available: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/28272071>
9. N. I. Khorseva, Candidate's dissertation in Biology (Moscow, 2004) [in Russian].
10. «Biologicheskiye ritmy» [«Biological rhythms»] edited by Yu. Ashoff, **II** (Mir, Moscow, 1984) [in Russian].
11. A. V. Semenovich, «*Neyropsikhologicheskaya diagnostika i korrektsiya v detskom vozraste*», [«*Neuropsychological diagnosis and correction in childhood*»] (Akademia, Moscow, 2002) [in Russian].
12. A. R. Luriya, «*Osnovy neyropsikhologii*», «*Principles of neuropsychology*» (Akademiya, Moscow, 2003) [in Russian].

13. N. M. Borozinets, T. S. Shekhovtsova, «Logopedicheskiye tekhnologii», [*Logopedic technologies*] (Stavropol, 2008) [in Russian].
14. V. A. Baturin, L. I. Gubareva, M. V. Voronenko, M. V. Baturin, «Metod komp'yuternoy otsenki ritmicheskogo vosproizvedeniya zadannykh vremennykh otrezkov: Metodicheskiye rekomendatsii», [*Method for computer evaluation of rhythmic reproduction of given time intervals: Methodical recommendations*] (StGMA, Stavropol, 2005) [in Russian].
15. I. N. Voronenko, Candidate's dissertation in Psychology (Stavropol, 2004) [in Russian].
16. R. O. Budkevich, «Vosproizvedeniye vremennykh intervalov kak pokazatel' khronotipicheskikh osobennostey», [*Reproduction of time intervals as an indicator of chronotypic features*] in Materials of the III International Scientific and Practical Conference «Development of the scientific heritage of A. R. Luria in the domestic and world psychology», Ed. Prof. V. A. Moskvina (Politerra, Moscow-Belgorod, 2007). Available: <http://knigi.dissers.ru/books/1/12794-29.php> [in Russian].
17. S. V. Ulyanov, «Vosproizvedeniye ritma metronome», [*Reproduction of the metronome rhythm*] in The collection of abstracts of the reports of the International Scientific and Practical School-Conference of Young Researchers «Flerov Readings» January 3–8, 2008. Available: <http://www.lycee6.ru/documents/sbornik.tez.flcht-2008.pdf> [in Russian].
18. Yu. V. Koryagina, «Vospriyatiye vremeni i prostranstva v sportivnoy deyatel'nosti», [*Vospriyatiye vremeni i prostranstva v sportivnoy deyatel'nosti*], (Nauchno-izdatel'skiy tsentr «Teoriya i praktika fizicheskoy kultury i sporta», Moscow, 2006) [in Russian].
19. R. S-A. Zakhiyeva, Candidate's dissertation in Biology (Stavropol, 2004) [in Russian].
20. S. V. Zimina, «Vospriyatiye vremeni cheloveka: mediko-psikhologicheskiye aspekty», [*Perception of human time: medical and psychological aspects*]. Available: [http://www.chronos.msu.ru/old/RREPORTS/zimina\\_vospriyatie.pdf](http://www.chronos.msu.ru/old/RREPORTS/zimina_vospriyatie.pdf) [in Russian].
21. V. R. Gorst, N. A. Gorst, A. E. Borisov, O. A. Mostakova, «Prodolzhitel'nost' "individual'noy" minuty i psikhofiziologicheskiye osobennosti studentov», [*The duration of the "individual" minute and the psychophysiological characteristics of students*]. Available: [http://www.stavedu.ru/\\_docs/pdf/vuz-chursin/\\_confer/cyclesX/3/07.pdf](http://www.stavedu.ru/_docs/pdf/vuz-chursin/_confer/cyclesX/3/07.pdf) [in Russian].
22. E. I. Finogenko, Candidate's dissertation in Biology (Irkutsk, 2004). [in Russian].
23. T. A. Smirnova, «Biologicheskiye ritmy, ikh adaptivnaya rol' v zhizni cheloveka. Nauchno-issledovatel'skaya rabota», [*Biological rhythms, their adaptive role in human life. Research work*] Available: <https://www.scienceforum.ru/2016/pdf/28181.pdf> [in Russian].
24. A. V. Pereygina, T. V. Petrakova, *Nauchno-metodicheskiy elektronnyy zhurnal «Kontsept»* **25**, 96–100 (2015). Available: <https://e-koncept.ru/2015/65322.htm> [in Russian]
25. N. I. Leonov, «Psikhologiya delovogo obshcheniya: Uchebnoye posobiye», [*Psychology of Business Communication: A Tutorial*] (Izdatel'stvo Moskovskogo psikhologo-sotsial'nogo instituta, Moscow; Izdatel'stvo NPO «MODEK», Voronezh, 2005) [in Russian]
26. L. V. Shebeko, Candidate's dissertation in Biology (Astrakhan, 2015).
27. N. L. Ivanova, *Nauka i biznes: puti razvitiya. Razdel: Pedagogicheskiye nauki*, No. 10(52), 104–106 (2015) [in Russian].
28. I. A. Svisheva, E. V. Olempiyeva, N. V. Khodaryov, *Zhurnal nauchnykh statey «Zdorov'ye i obrazovaniye v XXI veke» (Seriya meditsina)*, **14**, 44–46 (2012) [in Russian].
29. Automatic calculation of Student's t-test. Available: <http://www.psychol-ok.ru/statistics/student/>.

*Поступила в редакцию 20.02.2017 г. Принята к публикации 06.05.2017 г.  
Received February 20, 2017. Accepted for publication May 06, 2017*

# ТЕХНИКА, ИНФОРМАТИКА И УПРАВЛЕНИЕ

## TECHNICS, COMPUTER SCIENCE AND MANAGEMENT

*Вестник Физико-технического института  
Крымского федерального университета имени В.И. Вернадского  
Том 1 (67–69). № 1. 2017. С. 86–90  
Journal of Physics and Technology Institute of V.I. Vernadsky Crimean Federal University  
Volume 1 (67–69). No. 1. 2017. P. 86–90*

**УДК 621.316.06: 621.316.729**

### РЕГУЛИРОВАНИЕ СОВМЕСТНОЙ РАБОТЫ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ С СЕТЬЮ ОГРАНИЧЕННОЙ МОЩНОСТИ

**Бекиров Э. А. \*, Асанов М. М., Воскресенская С. Н.**

*Физико-технический институт, Крымский федеральный университет имени  
В. И. Вернадского, Симферополь 295007, Россия  
\*E-mail: [bekirov.e.a@cfuv.ru](mailto:bekirov.e.a@cfuv.ru)*

Был разработан электронный блок синхронизации для подключения асинхронных двигателей к сети ограниченной мощности. Его основной задачей является обеспечение надежной и безаварийной работы асинхронных двигателей, используемых промышленными предприятиями. Электронный блок синхронизации состоит из следующих элементов: согласующий преобразователь; узел синхронизации; задающий генератор и трехфазный распределитель.

**Ключевые слова:** асинхронный двигатель, сеть, электронный блок, напряжение, частота.

**PACS:** 84.50.+d

#### ВВЕДЕНИЕ

Асинхронные двигатели являются крупными потребителями реактивной мощности. На их долю приходится около 40 % реактивной мощности, потребляемой в промышленных электрических сетях [1]. В связи с этим, изменение генерации реактивной мощности оказывает значительное влияние на работу такого типа двигателей.

При напряжении порядка 0,85 от номинального значения реактивная мощность в сети уменьшается вследствие уменьшения намагничивающей мощности асинхронных двигателей. Если происходит дальнейшее снижение напряжения, то асинхронные двигатели начинают затормаживаться, а потребление ими реактивной мощности увеличивается, что приводит к еще большему спаду напряжения на нагрузке. Процесс падения напряжения имеет лавинообразный характер, и асинхронные двигатели в этом случае останавливаются. Так, мощность асинхронного двигателя, в зависимости от его исполнения, падает на 5–20 % при несимметрии напряжения, равной 5 %. А несимметрия в 4% сокращает срок службы таких двигателей в 2 раза [2].

От баланса активной и реактивной мощностей колеблется и частота сети. При включении или отключении мощных асинхронных двигателей баланс будет нарушаться и балансирующие по частоте электростанции не всегда смогут обеспечить мгновенное регулирование. Это грозит выходом из строя эксплуатируемого оборудования.

На работу асинхронных двигателей влияет не только изменение генерации электрической энергии, но и коэффициент загрузки. С увеличением коэффициента

загрузки происходит увеличение доли реактивной нагрузки от полей рассеяния и ее уменьшение от токов намагничивания.

Вышеперечисленные факторы обуславливают необходимость надежной синхронизации работы асинхронных машин с сетью. Решением этой проблемы может стать электронный блок для регулирования параметров подаваемого на двигатель напряжения с целью соблюдения заданного режима работы и защиты от перепадов амплитуды и частоты.

Вопросу синхронизации работы генераторов различного типа с сетью посвящено большое количество работ, в том числе патентов [3 – 5] и публикаций [6, 7]. В источнике [8] описывается коммутация солнечной электростанции с общей энергосистемой.

## 1. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Рассмотрим случай работы асинхронных двигателей на сеть ограниченной мощности.

Разработанная функциональная схема электронного блока приведена на рис. 1.

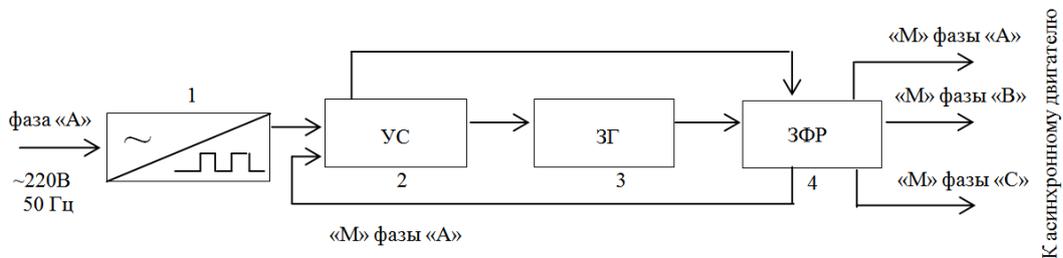


Рис. 1. Функциональная схема блока синхронизации

Блок 1 представляет собой согласующий преобразователь для сопряжения синусоидального напряжения фазы «А» 220 В, 50 Гц со входом узла синхронизации (УС) (блок 2). Синусоидальный сигнал преобразовывается в сигнал прямоугольной формы со скважностью, равной двум (меандр «М»), совпадающий по фазе с напряжением фазы «А».

УС (блок 2) предназначен для сравнения частоты и напряжения фазы «А» сети, которая является ведущей, с соответствующими параметрами прямоугольного напряжения меандра «М» фазы «А» трехфазного распределителя (ЗФР) (блок 4). Кроме того оно управляет частотой задающего генератора (ЗГ) (блок 3).

В УС напряжение прямоугольной формы, поступающее из блока 1, подается на два преобразователя частота-напряжение. Ток первого преобразователя изменяется в зависимости от частоты ЗГ, а второго – от частоты сети 220 В фазы «А». Сумматор обеспечивает алгебраическое суммирование выходных напряжений преобразователей, в результате чего выделяется напряжение управления частотой ЗГ и его полярность относительно «нулевой» точки питания УС. Благодаря этому имеем информацию не только о том, что частота ЗГ выше или ниже частоты сети,

но о значении величины рассогласования частот. Таким образом, появляется возможность управления частотой ЗГ, подстраивая ее под частоту сети.

С выхода сумматора сигнал поступает на включатель сети, который формирует диапазон допустимых колебаний частоты ЗГ для обеспечения оптимальных условий совместной работы асинхронных машин с сетью и выдает сигнал для начала выработки напряжения прямоугольной формы, поступающего на полосовые фильтры для выделения основной частоты 50 Гц.

Блок 3 (рис. 1) представляет собой ЗГ, выдающий частоту 300 Гц, которая затем поступает в ЗФР.

Блок 4 (рис. 1) – ЗФР, который делит частоту 300 Гц на 6 и распределяет частоту 50 Гц на три фазы. При этом каждый сигнал сдвинут друг относительно друга на  $120^\circ$ , а меандр «М» фазы «А» принимается за нулевую отметку. На выходе ЗФР напряжения всех фаз имеют прямоугольную форму.

Шесть периодов колебаний ЗГ составляют  $360^\circ$ , так как каждый период это  $60^\circ$ . В результате формируются сигналы всех трех фаз. Полный цикл формирования заканчивается с передним фронтом пятого импульса синхронизации, так как два цикла импульсов синхронизации составляют  $120^\circ$  (рис. 2).

Далее трехфазный сигнал прямоугольной формы поступает на управляемый трехфазный коммутатор, который подключает его к инверторам. С выхода инверторов сигналы поступают на полосовые фильтры выделения основной гармоники (50 Гц) в полосе от 45 до 55 Гц: первое звено – фильтр нижних частот (от 0 до 55 Гц); второе звено – фильтр высоких частот (от 45 Гц) со средней частотой 50 Гц.

В результате описанное устройство формирует трехфазное напряжение фиксированной амплитуды, частоты и фазы, которое через усилитель мощности подается на асинхронный двигатель. Три фазы подаваемого напряжения симметричны, имеют одинаковую амплитуду, частоту и сдвинуты по фазе ровно на  $120^\circ$ .

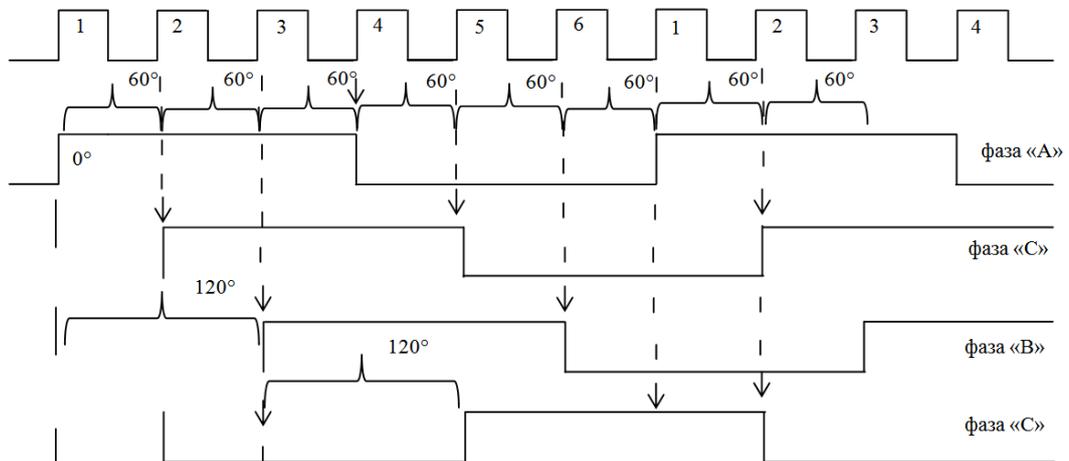


Рис. 2. Диаграмма работы ЗФР

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Таким образом, в результате применения блока синхронизации обеспечиваются оптимальные для работы асинхронных двигателей параметры, что позволяет избежать аварийных отключений и способствует увеличению надежности. Разработка может быть использована на промышленных предприятиях, где основную нагрузку составляют именно асинхронные двигатели, и остановка производственного процесса из-за нестабильности напряжения и частоты сети приведет к простоям оборудования и потерям прибыли.

## **Список литературы**

1. Беляевский Р. В. Анализ влияния коэффициента загрузки асинхронных двигателей на потребление реактивной мощности // Вестник Кузбасского государственного технического университета. 2010. № 6. С. 66–69.
2. Дамдинсүрэнгийн Г. Способы нормализации качества и снижения потерь электрической энергии в сельских распределительных сетях 0,38 кВ Монголии. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Иркутск: Иркутский государственный аграрный университет, 2015.
3. Патент на изобретение 56709 А Украина, Н02М 1/08. Способ синхронизации генератора с сетью по напряжению и частоте / Э. А. Бекиров, А. Д. Масликов; заявитель и патентообладатель Э. А. Бекиров. № 2002086872 ; заявл. 20.08.02 ; опубл. 15.05.03, Бюл. № 5.
4. Патент на изобретение 57381 А Украина, Н02М 1/08. Устройство синхронизации генератора с сетью по частоте / Э. А. Бекиров; заявитель и патентообладатель Э. А. Бекиров. № 2002097339; заявл. 10.09.2002; опубл. 16.06.2003, Бюл. № 6.
5. Патент на изобретение 2457597 Россия. Н02J 3/42. Способ синхронизации возбужденной синхронной машины с сетью / А. Н. Беляев, Ю. В. Хрущев; заявитель и патентообладатель ГОУВПО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет». № 2011120883/07; заявл. 24.05.2011; опубл. 27.07.2012, Бюл. № 21.
6. Способ и устройство синхронизации с сетью возбужденного синхронного генератора / Н. Ф. Котеленец, А. В. Богачев, Е. В. Ежов // Электричество. 2014. № 6. С. 50–53.
7. Работа асинхронного генератора параллельно с сетью / Н. И. Богатырев, Н. С. Баракин, Д. Ю. Семернин и др. // Международная научно-техническая конференция «Энергообеспечение и энергосбережение в сельском хозяйстве»: Тезисы. Москва: ФГБНУ Всероссийский научно-исследовательский институт электрификации сельского хозяйства, 2012. Том 1. С. 162–168.
8. Бекиров Э. А. Автономные источники электропитания на базе солнечных батарей. ИТ Ариал, 2011. 480 с.

---

## **REGULATION OF ASYNCHRONOUS MOTORS AND LIMITED POWER NETWORK JOINT WORK**

*Bekirov E. A. \*, Asanov M. M., Voskresenskaya S. N.*

*Institute of Physics and Technology, V.I. Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol  
295007, Russia*

*\*E-mail: [bekirov.e.a@cfuv.ru](mailto:bekirov.e.a@cfuv.ru)*

Electronic synchronization unit used to connect asynchronous motors to the limited power network is designed. This device is useful because a significant voltage drop in the network leads firstly to braking and then to stopping of the motors. At the same time, the

deterioration of the supplied power quality, that is, the voltages asymmetry, may lead to decrease of mechanical power, to reduction of the motors lifetime. Thus, the main task of the unit is to provide reliable and trouble-free operation of asynchronous motors in the limited power network. The electronic synchronization unit consists of the following elements: a matching converter; synchronization block; master oscillator and three-phase distributor. Matching converter is used to interface the network phase sinusoidal voltage with the input of synchronization block and to convert it into a square wave signal. The synchronization block compares the frequency and voltage of the network phase with the corresponding parameters of the square wave signal supplied to the bandpass filters from the three-phase distributor. It includes two frequency-voltage converters, which operation mode is regulated according to the network frequency and the master oscillator. Converters' signals in case of need can be amplified. They arrive to the adder used to determine the mismatching voltage, by means of which the control of the master oscillator frequency is carried out. Three-phase distributor divides the frequency coming from the master oscillator by six, whereby each phase of the asynchronous motor is supplied with industrial frequency voltage. Six oscillation periods are  $360^\circ$ , since each period corresponds to  $60^\circ$ . Thus, there is a signals generation of all three phases. Square wave signals supplied to the controlled three-phase commutator connected to the inverters. Further, bandpass filters connected to the circuit that isolate the signal with a given frequency range. Electronic synchronization unit for connecting asynchronous motors to the limited power network is intended for use by industrial plants in order to reduce the risks of stopping the technological production process, to ensure the stable operation of electrical equipment.

**Keywords:** asynchronous motor, network, electronic unit, voltage, frequency.

#### References

1. R. V. Beljaevskij, *Vestnik Kuzbasskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta [Bulletin of the Kuzbass State Technical University]*, No. 6, 66–69 (2010) [in Russian].
2. G. Damdinsurjengijn, Candidate's Dissertation in Technical Sciences. (Irkutsk State Agricultural University, Irkutsk, 2015) [in Russian].
3. E. A. Bekirov, A. D. Maslykov, UA Patent No. 2002086872 Byull., No. 5 (2003).
4. E. A. Bekirov, UA Patent No. 2002097339 Byull., No. 6 (2003).
5. A. N. Beljaev, Ju. V. Hrushhev, RF Patent No. 2011120883/07 Byull., No. 21 (2012).
6. N. F. Kotelenec, A. V. Bogachev, E. V. Ezhov, *Jelektřičestvo [Electricity]*, No. 6, 50–53 (2014) [in Russian].
7. N. I. Bogatyrev, N. S. Barakin, D. Ju. Semernin, "Rabota asinhronnogo generatora parallel'no s set'ju" [Asynchronous generator operation in parallel with the network] in *Mezhdunarodnaja nauchno-tehnicheskaja konferencija «Jenergoobespechenie i jenergosberezhenie v sel'skom hozjajstve» [International scientific-technical conference «Energy supply and energy saving in agriculture»]*, (Moscow, Russian Research Institute for Electrification of Agriculture, 2012), pp. 162–168 [in Russian].
8. E. A. Bekirov, *Avtonomnye istochniki jelektropitanija na baze solnechnyh batarej [Autonomous sources of power supply on the base of sun batteries]* (Arial, Simferopol, 2011) (in Russian).

*Поступила в редакцию 20.02.2017 г. Принята к публикации 06.05.2017 г.  
Received February 20, 2017. Accepted for publication May 06, 2017*

**УДК 621.865.5**

**УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДОВ ИЗМЕРЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ  
ДАВЛЕНИЯ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКОМ ПРОЦЕССЕ ЭКСТРУЗИОННОЙ  
ПЕРЕРАБОТКИ РАЗНОРОДНЫХ ВТОРИЧНЫХ ПОЛИМЕРНЫХ  
МАТЕРИАЛОВ**

*Дядичев В. В.<sup>1</sup>, Гутько Ю. И.<sup>2</sup>, Колесников А. В.<sup>2\*</sup>*

<sup>1</sup>*Физико-технический институт, Крымский федеральный университет имени  
В. И. Вернадского, Симферополь 295007, Россия*

<sup>2</sup>*Луганский национальный университет имени Владимира Даля, Луганск 91034*

*\*E-mail: [angevkav@mail.ru](mailto:angevkav@mail.ru)*

В научной статье представлены основные цели, которые могут быть достигнуты за счет точного измерения давления, развиваемого экструдером при переработке разнородных вторичных полимерных материалов. К ним относятся: более точное проектирование экструзионных машин, уточнение и проверка адекватности математических моделей расчета рабочих процессов экструзии, оперативная защита привода экструдера и экструзионной головки от избыточного давления. Первым, предлагаемым методом измерения давления, развиваемого экструдером, является определение степени деформации патрубка экструдера. Данный метод воплощается в виде датчика давления, реализованного на основе магнитометрического преобразователя, представляющего собой кольцевой электромагнит и феррозондовый магнитометр. Вторым методом является измерение реакции упорного подшипника экструдера, который реализуется в виде магнитоупругого преобразователя. Третьим методом является измерение силы тока якоря двигателя постоянного тока экструдера и пересчета данного значения в комплексе с другими параметрами в давление, развиваемое экструдером. В работе представлены рекомендации по использованию, предложенных методов измерения давления в рабочем процессе экструзии.

**Ключевые слова:** экструдер, разнородные вторичные полимерные материалы, давление, деформация патрубка, магнитометрический преобразователь, электромагнит, магнитометр, реакция упорного подшипника, магнитоупругий преобразователь, сила тока якоря двигателя постоянного тока.

**PACS:** 98.80. ± k

**ВВЕДЕНИЕ**

В настоящее время существующие технологические схемы переработки разнородных отходов полимерных материалов не позволяют эффективно и оперативно влиять на качество готового изделия из вторичных полимеров [1–5]. Это обусловлено общим упрощенным двустадийным подходом к решению сложной проблемы подготовки однородной смеси из отходов полимерных материалов различного типа и ее последующей переработки, отсутствием совершенных конструкций экструзионного оборудования, способного перерабатывать смеси из разнородных отходов полимеров и автоматизированных систем управления всем технологическим процессом, базирующихся на новых принципах и методах управления, современных компьютерных средствах управления [6–8].

Нам представляется необходимым сегодня развить и дополнить эти исследования с учетом существующих достижений в области обработки полимерных материалов давлением, конструирования, алгоритмизации, новых

требований к технологическим функциям экструзионного оборудования.

Одной из интересных научных задач, требующих решения в рамках озвученной проблемы, является измерение давления, развиваемого в процессе экструзионной переработки. Точное измерение данной величины позволит повысить эффективность проектирования технологического процесса и оборудования, функционирования системы управления, а также повысить качество производимых изделий с использованием вторичных материалов.

### **1. ЦЕЛЬ ИЗМЕРЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ ДАВЛЕНИЯ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКОМ ПРОЦЕССЕ ЭКСТРУЗИОННОЙ ПЕРЕРАБОТКИ РАЗНОРОДНЫХ ВТОРИЧНЫХ ПОЛИМЕРНЫХ МАТЕРИАЛОВ**

Измерение давления, развиваемого экструдером, (или противодействия со стороны экструзионной головки) необходимо производить с расчетом на следующие цели использования полученного значения:

- ✓ проектирование экструзионных машин. Механическая часть экструдера сравнительно проста, однако аналитическое определение перепада давления в экструзионной головке является достаточно сложным и нами не обнаружены публикации, освещающие погрешность такого расчета. При расчете мощности привода экструдера в процессах экструзии необходимо рассчитать давление, которое должен развивать экструдер при продавливании полимерного расплава через головку. В то же время точный расчет противодействия в каналах экструзионной головки необходим для оптимального конструирования экструзионной установки и определения технологических режимов. Наличие датчика давления позволит произвести исследования по выявлению зависимостей  $P = f(N)$ ,  $P = f(T)$  для различных полимеров. Результаты которых могут использоваться при последующем проектировании аналогичных машин.
- ✓ уравнения, применяемые для описания реологии полимеров также имеют погрешность. В том числе практически не существует методик, определяющих изменение реологических характеристик в зависимости от кратности переработки полимера, а одно из направлений применения экструзионной технологии – утилизация полимерных отходов. Эти факторы отражаются на адекватности моделирования процессов экструзии и определении технологических параметров процесса [9–12].
- ✓ защита электродвигателя экструдера и его вращающихся частей от большого момента сопротивления, вызванного избыточным давлением; защита экструзионной головки от избыточного давления.

Таким образом указанные три причины контроля давления являются достаточно весомыми и, кроме того, при дальнейшем исследовании процесса и параметра давления могут быть найдены другие цели измерения и использования его значения.

Приведенные цели доказывают необходимость измерения давления, развиваемого экструдером в процессе экструзии.

## **2. КОСВЕННО-БЕСКОНТАКТНЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ ДАВЛЕНИЯ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКОМ ПРОЦЕССЕ ЭКСТРУЗИОННОЙ ПЕРЕРАБОТКИ**

Давление во всех системах измеряется косвенно. Методы контроля, используемые для жидкостей: гидростатические, мембранные, в данном случае неприемлемы. Ввиду практической невозможности применения гидростатических методов из-за высоких величин давления, конструктивной невозможности и перехода вязкотекучего полимера в твердое состояние при уменьшении температуры во время отключения установки. Контактные мембранные методы неприемлемы из-за конструктивных соображений и, снова, перехода полимера из одного состояния в другое. Существенное неудобство также возникает от высокой температуры полимера в расплавленном состоянии (до 200 °С) [13–15].

Из перечисленных ограничений необходимо сделать вывод о том, что величину давления, развиваемого экструдером необходимо измерять косвенно и бесконтактно. Кроме того, целесообразно ориентироваться на электрический сигнал для передачи электронную систему управления [16–20].

Для расплавленного полимера под давлением, т.е. на выходе из экструдера, справедлив закон Паскаля: “Внешнее давление на жидкость или газ передается во все стороны равномерно”. Этот постулат необходимо положить в основу косвенно-бесконтактных методов измерения давления экструдера.

При продавливании расплава через каналы головки в следствии значительного гидравлического сопротивления каналов и высокой вязкости материала на входе в головку (т.е. после шнека) развивается давление, достигающее иногда 40 МПа. Это давление воздействует на подводящий патрубок (между экструдером и головкой). Давление пластика обеспечивается соответствующим крутящим моментом двигателя экструдера, которому пропорциональна сила тока якоря двигателя постоянного тока экструдера. Вследствие давления после шнека возникает значительное осевое усилие, действующее на шнек и стремящееся переместить его к двигателю. Это усилие со шнека передается на втулку и далее – на упорный подшипник, с него на крышку и дальше через болтовые соединения на основание установки [21–24].

Исходя из отмеченного действия давления экструдера можно выделить следующие косвенно-бесконтактные методы его измерения:

- ✓ измерение деформации патрубка между экструдером и экструзионной головкой;
- ✓ изменение осевого усилия;
- ✓ измерение силы тока якоря двигателя постоянного тока.

Рассмотрим возможности практической реализации каждого из предложенных методов измерения.

### 3. ИЗМЕРЕНИЕ ДЕФОРМАЦИИ ПАТРУБКА УСТАНОВКИ

Одним из наиболее эффективных методов измерения давления (до 50 МПа) при повышенной температуре (до 473 К) является косвенный метод измерения давления по степени деформации конструктивного элемента установки, например, ее патрубка, которая связана с величиной давления, развиваемого экструдером [25–30].

Достаточно высокие метрологические характеристики имеет датчик давления, реализованный на основе магнитометрического преобразователя, представляющего собой кольцевой электромагнит и феррозондовый магнитометр.

Принцип измерения давления состоит в следующем: после нанесения на ферромагнитный патрубок магнитной метки с помощью приставного электромагнита, феррозондовым преобразователем, размещенным вблизи поверхности патрубка, измеряется горизонтальная составляющая напряженности магнитного поля, которая пропорциональна величине прогиба стенки патрубка.

### 4. ИЗМЕРЕНИЕ РЕАКЦИИ УПОРНОГО ПОДШИПНИКА ЭКСТРУДЕРА

Как ранее отмечалось цепь передачи осевого усилия на шнек, образуемого в результате давления на выходе из экструдера, следующая : шнек → упорная втулка → подвижное кольцо упорного подшипника → неподвижное кольцо упорного подшипника → крышка → болтовое соединение крышки с корпусом → корпус → основание. Особенности съема усилия: невозможно разорвать приведенную цепь, т.к. это приведет к нарушению конструктивной целостности механизма; нельзя снять усилие параллельно по конструктивным соображениям; ввести в цепь какой-либо упругий элемент в виде мембраны параллельно также нет возможности, т.к. конструкция не дает возможности осевым перемещениям.

Исходя из перечисленного выше можно сделать вывод о том, что для измерения осевого усилия необходимо вклинить в цепь передачи усилия упругий жесткий элемент, который служил бы и в качестве датчика осевого усилия, и в качестве жесткого звена в цепи передачи осевого усилия, т.е. это звено должно воспринимать усилие, реагировать на него и передавать его.

Подобными характеристиками обладают магнитоупругие преобразователи.

Принцип действия магнитоупругого преобразователя основан на использовании магнитоупругого эффекта, сущность которого заключается в изменении магнитной проницаемости и других магнитных свойств ферромагнитного тела под действием механических упругих деформаций.

Зависимость этих свойств от деформаций можно показать в виде зависимостей изменения магнитной проницаемости от напряжений и гистерезисных кривых для различных напряжений.

Магнитоупругий преобразователь спроектирован для восприятия нагрузки от неподвижного кольца упорного подшипника, реакции на нее и передачи на крышку экструдера.

## 5. ИЗМЕРЕНИЕ СИЛЫ ТОКА ЯКОРЯ ДВИГАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА ЭКСТРУДЕРА

Увеличение противодействия в головке при экструзии вызывает увеличение давления, развиваемого экструдером за счет увеличения крутящего момента, развиваемого двигателем постоянного тока экструдера, что вызывает увеличение тока якоря двигателя, а, следовательно, потребляемой мощности из сети.

Измерение силы тока якоря двигателя постоянного тока экструдера является достаточно заманчивым решением проблемы контроля давления, т.к. при этом отпадает необходимость в использовании преобразователя ввиду того, что сигнал о давлении уже является электрической величиной, при подаче которого в электронную систему управления его необходимо лишь понизить.

Необходимо лишь вывести зависимость выходной величины – тока от входной величины – давления. Поиск зависимости базируется на уравнении баланса мощностей: производимой и потребляемой экструдером, с дальнейшим переходом от момента на валу шнека машины к силе тока двигателя постоянного тока экструдера. Полученная зависимость, для исследуемой машины, имеет следующий вид:

$$P = \frac{CE \cdot \Phi \cdot I_{я} \cdot \eta_{\text{экс}} \cdot \pi}{5,61 \cdot 10^{-5}} - 7,5 \cdot 10^4 \cdot m_0 \cdot e^{-0,01(T-T_0)} \cdot (31,416 \cdot N)^n, \quad (1)$$

где P – давление, развиваемое экструдером;

CE – константа двигателя постоянного тока;

Φ – магнитный поток возбуждения;

η<sub>экс</sub> – к.п.д. экструдера;

I<sub>я</sub> – ток якоря двигателя постоянного тока;

m<sub>0</sub> – константа вязкости;

T<sub>0</sub> – температура измерения константы вязкости;

T – температура расплава;

n – показатель текучести;

N – частота вращения двигателя.

Зависимость достаточно сложна, но при централизованной системе управления параметры N, I<sub>я</sub>, T будет просто необходимо контролировать для целей контроля и управления, т.е. они будут известны, остальные параметры постоянны при следующих допущениях: постоянстве η<sub>экс</sub> при достаточно больших значениях давления; постоянстве Φ, т.е. при условии, что двигатель постоянного тока экструдера имеет независимое возбуждение.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Описанные выше методы контроля могут в равной степени использоваться при контроле давления в экструзионных машинах, однако существуют определенные рекомендации. Измерение силы тока якоря двигателя постоянного тока экструдера

возможен при использовании в централизованной микропроцессорной системе управления, ввиду сложностей расчета. Измерение реакции подшипника при внедрении требует существенных изменений в конструкции крышки и корпуса; приемлемо лишь при создании новых машин в промышленном производстве. Измерение деформации патрубка экструдера возможно использовать при доработки существующей модели под контроль давления.

#### Список литературы

1. Rauwendaal C. Melting, Theory for Temperature-Dependent Fluids, Exact Analytical Solution for Power Law Fluids // *Adv. Polym. Techn.* 1992. No. 11. Pp. 19–25.
2. Rauwendaal C., Ingen Housz J. F. // *Journal of Reinforced Plastics and Composites.* 1990. No. 9, Pp. 583–601.
3. Быстров Г. А., Гальперин В. М., Титов Б. П. Обезвреживание и утилизация отходов в производстве пластмасс. Ленинград, 1982.
4. Дядичев В. В., Локотош Б. Н., Леваничев В. В. Моделирование процессов соэкструзии. Луганск, 1998.
5. Дядичев В. В. Переработка отходов полимерных материалов методом соэкструзии. Луганск, 2003.
6. Дядичев В. В. Экструзия вторичных полимеров. Луганск, 2003.
7. Каган Д. Ф., Гуль В. Е., Самарина Л. Д. Многослойные и комбинированные пленочные материалы. Москва, 1989.
8. Калиновская Г. Д. Пути переработки отходов слоистых пластиков. Ленинград, 1997.
9. Reitemeyer P. Coextrusions werkzeuge zum Herstellen von Flachfolien fur den Verpackung sbereich // *Kunststoffe.* 1988. Vol. 78, No. 5. Pp. 395–397.
10. Nissel F. R., Split barrier and modules feed block systems // *Coextrusion V, SPE Regional Technical Conference, Arlington, Oct. 1989.*
11. Perdikonlias J., Petric J., Annuler Coextrusion Die Cherts New Territory // *PM & E.* 1992. No. 9. Pp. 35–39.
12. Auffermann A. Coextrudierte Verbuwdfolien, Coextrudierte Folien und Pletten, Dussldorf // *VDI, Verheg.* 1990. Pp. 11–32.
13. Nichols R. J., Kheradi F., *Modern Plastics.* 1984.
14. Luker K. Paper presented at the Continuous Compounding Conference, Beachwood, Ohio, 2000.
15. Shahinpoor M. // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 1983. No. 12. Pp. 31–38.
16. Brinkschroeder F. J., Johannaber F. // *Kunststoffe.* 1981. No. 71, Pp. 138–143.
17. Rauwendaal C. Melting Theory for Temperature-Dependent Fluids, Exact Analytical Solution for Power Law Fluids // *Adv. Polym. Techn.* 1992. No. 11. Pp. 19–25.
18. Davis B., Grooved Feed Single Screw Extmders – Improving Productivity and Reducing Viscous Heating Effects // *Polym. Eng. Sci.* 1998. Vol. 38. No. 7. Pp. 1199.
19. U.S. Patent 5,909,958. Screw Extruder with Adjustable Groove Depth / C. J. Rauwendaal // 1999.
20. Elemans P., van Wunnik J. M., The Effect of Feeding Mode on the Dispersive Mixing Efficiency in Single-Screw Extrusion // *Proc. SPE ANTEC, 2000.* Pp. 265–267.
21. Fogarty J., Rauwendaal C. J., Fogarty D., Rios A. Turbo-Screw, New Screw Design for Foam Extrusion // *SPE ANTEC Techn. Papers.* 2001.
22. Kwon T. H., Joo J. W., Kim S. J., Kinematics and Deformation Characteristics as a Mixing Measure in the Screw Extrusion Process // *Polym. Eng. Sci.* 1994. Vol. 34. No. 3. Pp. 174–189.
23. Ingen Housz J. F., Meijer H. E. // *Polym. Eng. Sci.* 1981. No. 21. Pp. 352–359.
24. Perdikonlias J., Wybenga W. The development of a new coextrusion die for tubuler film // *TAPPI Pilymers, Laminations & Coatings Conference, San Diego, Sept. 1991.*

25. Migauchi N., Saito N., Osada Y., Experimental study on multilayer shut coextrusion using feedback method // JSW Technical Review. 1990. No. 14. Pp. 103–108.
  26. Kies J. Coextrusion von Folier Reihe Kunststofftechnik. VDI-Verlag, Dusseldorf, 1996.
  27. Han C. D. Multiphase flow in polymer processing. New York: Academic Press, 1981.
  28. Dooley J., Dietsche L., Numerical simulation of viscoelastic polymer flow – effects of secondary Flows in multilayer coextrusion // Plastics engineering. 1995. No. 4. Pp. 37–39.
  29. Schrenk W. J., Veazely E. W. Films, Multilayer, London // Enc. Polym. Sci. Eng. 1987. No. 7, Pp. 106–127.
  30. Hegel R. Coextrusion flow molding of large hollow articles // Coex. Europe. 1986. Pp. 385–389.
- 

**IMPROVEMENT OF METHODS OF MEASUREMENT VALUES PRESSURE IN  
THE PROCESS THE PROCESS OF EXTRUSION PROCESSING  
HETEROGENEOUS SECONDARY POLYMERIC MATERIALS**

*Dyadichev V. V.<sup>1</sup>, Gytko U. I.<sup>2</sup>, Kolesnikov A. V.<sup>2\*</sup>*

<sup>1</sup> *Institute of Physics and Technology, V. I. Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol 295007, Russia*

<sup>2</sup> *Lugansk National University named after Vladimir Dal, Lugansk 91034*

*\*E-mail: [angevkav@mail.ru](mailto:angevkav@mail.ru)*

In the scientific article the main goals that may be achieved by accurate measurement of pressure, developed by the extruder during processing secondary dissimilar polymeric materials. These include a more precise design of extrusion machines, specification and verification of the adequacy of mathematical models for calculating the working extrusion processes, operational protection of the extruder drive and extrusion die from excessive pressure. First, the proposed method of measuring the pressure, developed by the extruder, is to determine the degree of deformation of the extruder nozzle. This method is embodied as a pressure sensor, a magnetometric implemented based transducer is an annular electromagnet and a fluxgate magnetometer. A second method is to measure the reaction extruder thrust bearing, which is realized in the form of a magnetoelastic transducer. The third method is to measure the amperage DC extruder motor armature current and the conversion of values in combination with other parameters in the pressure developed by the extruder. The paper presents the recommendations for the use proposed by measuring the pressure in the working methods of the extrusion process.

**Keywords:** extruder, diverse secondary polymeric materials, pressure, nozzle deformation magnirometricheksky converter solenoid, a magnetometer, a thrust bearing reaction magnetoelastic transducer, force DC motor armature current.

**References**

1. C. Melting Rauwendaal, *Adv. Polym. Techn.*, No. 11, 19–25 (1992).
2. C. Rauwendaal, J. F. Ingen Housz, *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, No. 9, 583–601 (1990).
3. G. A. Quick, V. Galperin, B. P. Titov, *Neutralization and utilization of waste plastics* (Leningrad 1982).
4. V. V. Dyadichev, B. N. Lokotosh, V. V. Levanichev, *Modeling coextrusion process* (Lugansk, 1998).
5. V. V. Dyadichev, *Waste plastics coextrusion* (Lugansk, 2003).
6. V. V. Dyadichev, *Extrusion of secondary polymers* (Lugansk, 2003).

7. D. F. Kagan, V. E. Gul, L. D. Samarin, *Combined multilayer film materials* (Moscow, 1989).
8. G. D. Kalynovska, *Path recycling laminates* (Leningrad, 1997).
9. P. Reitemeyer, *Kunststoffe* **78**, No. 5, 395–397 (1988).
10. F. R. Nissel, “Split barrier and modules feed block systems,” *Coextrusion V in SPE Regional Technical Conference* (Arlington, Oct. 1989).
11. J. Perdikonlias, J. Petric, *PM & E*, No. 9, 35–39 (1992).
12. A. Auffermann, *Coextrudierte Verbudfolien, Coextrudierte Folien und Pletten, Dussldorf*, (VDI, Verheg, 1990) pp. 11–32.
13. R. J. Nichols, F. Kheradi, *Modern Plastics* (1984).
14. K. Luker, *Paper presented at the Continuous Compounding Conference* (Beachwood, Ohio, 2000).
15. M. Shahinpoor, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, No. 12, 31–38 (1983).
16. F. J. Brinkschroeder, F. Johannaber, *Kunststoffe*, No. 71, 138–143 (1981).
17. C. Rauwendaal, *Adv. Polym. Techn.*, No. 11, 19–25 (1992).
18. B. Davis, *Polym. Eng. Sci.* **38**, No. 7, 1199 (1998).
19. C. J. Rauwendaal, U.S. Patent 5,909,958, “Screw Extruder with Adjustable Groove Depth,” 1999.
20. P. Elemans, J. M. Van Wunnik, “The Effect of Feeding Mode on the Dispersive Mixing Efficiency in Single-Screw Extrusion,” in *Proc. SPE ANTEC*, 2000, Pp. 265–267.
21. J. Fogarty, C. J. Rauwendaal, D. Fogarty, A. Rios, *SPE ANTEC Techn, Papers* (2001).
22. T. H. Kwon, J. W. Joo, S. J. Kim, *Polym. Eng. Sci.* **34**, No. 3, 174–189 (1994).
23. J. F. Ingen Housz, H. E. Meijer, *Polym. Eng. Sci.*, No. 21, 352–359 (1981).
24. J. Perdikonlias, W. Wybenga, “The development of a new coextrusion die for tubuler film,” in *TAPPI Pilymers, Laminations & Coatings Conference* (San Diego, Sept. 1991).
25. N. Migauchi, N. Saito, Y. Osada, *JSW Technical Review*, No. 14, 103–108 (1990).
26. J. Kies, *Coecstrusion von Folier Reihe Kunststofftechnik* (VDI-Verlag, Dusseldorf, 1996).
27. C. D. Han, *Multiphase flow in polymer processing* (New York, Academic Press, 1981).
28. J. Dooley, L. Dietsche, *Plastics engineering*, No. 4, 37–39 (1995).
29. W. J. Schrenk, E. W. Veazely, *Enc. Polym. Sci. Eng.*, No. 7, 106–127 (1987).
30. R. Hegel, *Coex. Europe*, 385–389 (1986).

*Поступила в редакцию 20.03.2017 г. Принята к публикации 4.05.2017 г.  
Received March 20, 2017. Accepted for publication May 04, 2017*

**УДК 519.876.5**

## **КЛАССИФИКАЦИЯ ДАННЫХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИСКУССТВЕННОЙ ИММУННОЙ СИСТЕМЫ**

*Михерский Р. М.\**

*Физико-технический институт, Крымский федеральный университет имени  
В. И. Вернадского, Симферополь 295007, Россия  
\*E-mail: [mrm03@mail.ru](mailto:mrm03@mail.ru)*

Разработана и программно реализована искусственная иммунная система, позволяющая проводить классификацию данных. Показано, что данная система способна распознавать символы рукописного текста.

**Ключевые слова:** искусственная иммунная система, система искусственного интеллекта.

**PACS:** 07.05.Mh

### **ВВЕДЕНИЕ**

В настоящее время искусственные иммунные системы являются одним из самых перспективных направлений развития искусственного интеллекта. По сравнению с конкурирующими технологиями, такими как нейронные сети и генетические алгоритмы, данный подход имеет ряд существенных преимуществ, одним из которых является возможность использования искусственных иммунных систем в высокопроизводительных системах параллельных вычислений.

Теоретические основы применения искусственных иммунных систем были заложены в классических работах [1–3]. На сегодняшний день искусственные иммунные системы с успехом используются для сжатия информации [4], машинного обучения [5,6], решения задач классификации [7], оптимизации [8,9], нахождения аномалий [10], компьютерной безопасности [11], извлечения информации и обработки не структурированных данных [12], адаптивного контроля [13].

Целью данной работы явилось построение искусственной иммунной системы способной решать задачу классификации данных.

### **1. АЛГОРИТМ РАБОТЫ ИСКУССТВЕННОЙ ИММУННОЙ СИСТЕМЫ**

Предполагается, что на вход данной системы подаются кортежи бит, называемые «вирусами». Вирусы взаимодействуют с кортежами бит, называемых «лимфоцитами». Длина кортежей лимфоцитов совпадает с длиной кортежей вирусов. Задачей системы является определение, к какому классу относится данный вирус. Для этого на первом этапе систему необходимо обучить. С этой целью создается два массива: массив вирусов, представляющий собой набор различных вариантов, обрабатываемых данных относящихся к одному классу и массив лимфоцитов, на начальном этапе представляющий набор кортежей случайных чисел. В процессе обучения кортежи вирусов, для которых известно, к

какому классу они относятся, побитно сравниваются с кортежами «лимфоцитов». Обобщенной мерой, характеризующей близость кортежей вирусов и лимфоцитов в подобных системах чаще всего, является расстояние Хэмминга. Вероятность взаимодействия обычно зависит от этого расстояния: чем оно меньше, тем выше вероятность взаимодействия. В данной работе была предложена другая формула расчета вероятности  $p$  взаимодействия:

$$p = \frac{\log_2(2^{n_1} + 2^{n_2} + \dots + 2^{n_k})}{n} \quad (1)$$

где,  $n_1, n_2, \dots, n_k$  – длины последовательностей совпадающих элементов вируса и лимфоцита,  $n$  – длина кортежа вируса и лимфоцита.

В частности если все элементы вируса и лимфоцита совпадают, вероятность взаимодействия  $p = 1$ . Если же совпадают не все элементы, то  $p < 1$ . В случае если между вирусом и лимфоцитом происходит взаимодействие, данный экземпляр вируса уничтожается, а лимфоцита размножается. В рассматриваемой системе коэффициент размножения лимфоцитов равнялся 10. В случае если взаимодействие не происходит, производится мутация тех элементов лимфоцита, которые не совпадают с соответствующими элементами вируса с вероятностью  $p_1 = \frac{1}{n}$ .

Процесс происходит до тех пор, пока в массиве вирусов остается, хотя бы один элемент.

В случае если ни одного элемента в массиве не осталось, процесс обучения лимфоцитов для распознавания вирусов данного класса можно считать законченным.

Аналогичным образом получают массивы лимфоцитов для всех классов вирусов, которые нужно распознавать.

Пусть теперь на вход системы подается вирус, о котором нет сведений, к какому классу он относится. На первом этапе проводится клонирование этого вируса для того что бы создать массив таких вирусов. Далее из каждого ранее полученного массива лимфоцитов отбирается одинаковое их количество в новый массив. Лимфоциты из этого нового массива взаимодействуют с вирусами до полного их уничтожения. На последнем этапе производится подсчет лимфоцитов, и определяется, лимфоциты какого класса размножились наиболее успешно. Соответственно, считается, что вирус принадлежал именно к этому классу.

## 2. ПРИМЕНЕНИЕ ИСКУССТВЕННОЙ ИММУННОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ РАСПОЗНАВАНИЯ РУКОПИСНОГО ТЕКСТА

На основании вышеизложенного алгоритма была разработана и программно реализована искусственная иммунная система. Программная реализация иммунной системы была осуществлена с помощью интегрированной среды разработки Visual

Studio 2015 и языка программирования C#. Тестирования данной иммунной системы проводилось на ноутбуке Dell Inspiron 5520 с встроенной Web-камерой (процессор Intel Core i5-3210M CPU 2.50 GHz, объем оперативной памяти 6 ГБ).

Разработанная программная система работает следующим образом. На экране компьютера отображается изображение, получаемое с Web-камеры. Изображение рукописного текста, образ которого необходимо записать в систему, размещается в поле зрения камеры так, чтобы оно оказалось в центре отображаемой картинке, и проводится обучение системы. После обучения система используется для распознавания рукописного текста.

В ходе проведенного эксперимента система была обучена распознавать десять цифр. На этапе тестирования правильности распознавания системой образов, ей предъявлялось десять вариантов рукописного написания полного набора цифр (от 0 до 9). Соответственно, всего было предъявлено для распознавания 100 цифр.

В таблице 1 представлена зависимость процента правильно распознанных цифр от значения этих цифр.

Таблица 1. Процент правильно распознанных цифр

Цифра	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Процент правильно распознанных цифр, %	90	90	80	80	100	70	100	90	80	90

Как видно из этой таблицы, наиболее хорошо система распознает цифры 4 и 6, хуже всего – цифру 5. Средний процент правильно распознанных цифр составил 87%.

### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Таким образом, разработанная искусственная иммунная система позволяет проводить устойчивую классификацию данных.

Следует отметить, что представленная в данной работе искусственная иммунная система может быть успешно применена не только для распознавания символов рукописного текста, но и для распознавания других зрительных образов, таких как: лица людей, изображения знаков дорожного движения и т.д.

### **Список литературы**

1. Farmer J. D., Packard N. H., Perelson A. S. The immune system, adaptation, and machine learning // *Physical D*. 1986. Vol. 22. Pp. 187–204.
2. Kephart J. O. A biologically inspired immune system for computer // In *Artificial Life IV: Proceedings of the Fourth International Workshop on the Synthesis and Simulation of Living Systems*. 1994. Pp. 130–139.
3. *Artificial Immune Systems and Their Applications* / D. Dasgupta (Editor) // Springer-Verlag, Inc. Berlin. 1999. 306 p. ISBN 3-540-64390-7.

4. Станкевич Л. А., Казанский А. Б. Иммунологическая система обеспечения безопасности гуманоидного робота // Актуальные проблемы защиты и безопасности: тр. 9-й Всерос. науч.-практич. конф. 2006. № 5. С. 145–152.
  5. Hunt J. E., Cooke D. E. Learning using an artificial immune system // *Journ. of Network Computing Applications*. 1996. Vol. 19. Pp. 189–212.
  6. Dasgupta D., Yua S., Nino F. Recent advances in artificial immune systems : Models and applications // *Applied Soft Computing*. 2011. Vol. 11. Pp. 1574–1587.
  7. Бардачев Ю. Н., Дидык А. А. Использование положений теории опасности в искусственных иммунных системах // *Автоматика, автоматизация, электротехнические комплексы и системы*. 2007. № 2. С. 107–111.
  8. Брюховецкий А. А., Скатков А. В. Применение моделей искусственных иммунных систем для решения задач многомерной оптимизации // *Оптимізація виробничих процесів*. 2010. № 7. С. 119–122.
  9. Clonal optimization-based negative selection algorithm with applications in motor fault detection./ X. Z. Gao, S. J. Ovaska, X. Wang, M. Y. Chow // *Neural Computing and Applications*. 2009. Vol. 18. No. 7. Pp. 719–729.
  10. Garrett S. M. How do we evaluate artificial immune systems? // *Evolutionary Computation*. 2005. Vol. 13. Pp. 145–178.
  11. Kim J., Bentley P. Towards an artificial immune system for network intrusion detection: An investigation of dynamic clonal selection // *In Proc. Congress on Evolutionary Computation, Honolulu, HI, USA*. 2002. Pp. 1244–1252.
  12. Knight T., Timmis J. Aine: An immunological approach to data mining // *IEEE Intern. Conf. on Data Mining*. 2001. Pp. 297–304.
  13. Krishna K. K., Neidhoefer J. Immunized adaptive critic for an autonomous aircraft control application // Ed. by Dasgupta D. // *Springer-Verlag Inc.*. 1999. Vol. 20, Pp. 221–240.
- 

## CLASSIFICATION OF DATA WITH THE USE OF THE ARTIFICIAL IMMUNE SYSTEM

*Michersky R. M.*

*Institute of Physics and Technology, V.I. Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol 295007, Russia*

*\*E-mail: [mrm03@mail.ru](mailto:mrm03@mail.ru)*

An artificial immune system has been developed and software implemented, which makes it possible to classify data. It is shown that this system is able to recognize characters of handwritten text.

**Keywords:** artificial immune system, artificial intelligence system.

### References

1. J. D. Farmer, N. H. Packard, A. S. Perelson *Physical D* **22**, 187–204 (1986).
2. J. O. Kephart, “A biologically inspired immune system for computer” In *Artificial Life IV: Proceedings of the Fourth International Workshop on the Synthesis and Simulation of Living Systems* (1994) Pp. 130–139.
3. *Artificial Immune Systems and Their Applications* (Ed. By D. Dasgupta; Springer-Verlag, Inc. Berlin. 1999). 306 p.
4. L. A. Stankevich, A. B. Kazanskij, “Immunologicheskaya sistema obespecheniya bezopasnosti gumanoidnogo robota,” [“Immunological safety system for a humanoid robot,”] in *Actual problems of protection and safety: thesis of 9-th Russian scientific-practical conference No. 5* (2006) Pp. 145–152. [in Russian].

5. J. E. Hunt, D. E. Cooke, *Journ. of Network Computing Applications* **19**, 189–212 (1996).
6. D. Dasgupta, S. Yua, F. Nino. *Applied Soft Computing*. **11**, 1574–1587 (2011).
7. Yu. N. Bardachev, A. A. Didyk, *Avtomatika, avtomatizatsiya, ehlektrotekhnicheskie komplekсы i sistemy* [*Automation, automation, electrotechnical complexes and systems*], No. 2, 107–111 (2007). [in Russian].
8. A. A. Bryukhovetskij, A. V. Skatkov, *Optimization of productive processes* [Avtomatishhatsiya vyrobnychikh protsesiv], No. 7, 119–122 (2010). [in Ukrainian]
9. X. Z. Gao, S. J. Ovaska, X. Wang, M. Y. Chow, *Neural Computing and Applications* **18**, No. 7, 719–729 (2009).
10. S. M. Garrett, *Evolutionary Computation*. **13**, 145–178 (2005).
11. J. Kim, P. Bentley, “Towards an artificial immune system for network intrusion detection: An investigation of dynamic clonal selection”, *In Proc. Congress on Evolutionary Computation* (Honolulu, HI, USA, 2002) Pp. 1244–1252.
12. T. Knight, J. Timmis, “Aine: An immunological approach to data mining”, *in IEEE Intern. Conf. on Data Mining* (2001) Pp. 297–304.
13. K. K. Krishna, J. Neidhoefer, *Immunized adaptive critic for an autonomous aircraft control application* **20** (Ed. by D. Dasgupta, Springer-Verlag Inc., 1999) Pp. 221–240.

*Поступила в редакцию 25.03.2017 г. Принята к публикации 4.05.2017 г.  
Received March 25, 2017. Accepted for publication May 04, 2017*

## СОДЕРЖАНИЕ

### ФИЗИКА И МАТЕМАТИКА

1. **Распределение скалярного поля мультиструнной системы постоянного размера**  
*Леяков А. П., Осокин К. С. .... 5*
2. **Локализованные топологические состояния в брэгговских мультигеликоидальных волокнах с дефектом скрутки при наличии разделителя**  
*Алексеев К. Н., Алексеева М. К., Латин Б. П., Викулин Д. В., Яворский М. А. .... 19*
3. **Аппроксимация ссп и эха ядерного магнитного резонанса в твердых телах**  
*Рябушкин Д. С. .... 26*
4. **Символьный процессор для расчета импульсных откликов ЯМР двухспиновой системы**  
*Полулях С. Н. .... 35*
5. **Исследование вольт-амперных характеристик номинально беспримесных кристаллов  $\text{LiNbO}_3$  конгруэнтного состава**  
*Туник К. С., Яценко А. В. .... 50*

### БИОФИЗИКА И МЕДИЦИНСКАЯ ФИЗИКА

6. **Вывод обобщенной модели связывания нескольких лигандов с биополимером методом трансфер-матриц**  
*Бучельников А. С., Скуратовская И. В., Гаврилова В. А., Евстигнеев М. П. .... 56*
7. **Сенсомоторные реакции и длительность индивидуальной минуты у детей-пользователей мобильной связью**  
*Хорсева Н. И., Аль-Курди О. Р., Шульженко Н. Ю. .... 66*

### ТЕХНИКА, ИНФОРМАТИКА И УПРАВЛЕНИЕ

8. **Регулирование совместной работы асинхронных двигателей с сетью ограниченной мощности**  
*Бекиров Э. А., Асанов М. М., Воскресенская С. Н. .... 86*
  9. **Усовершенствование методов измерения величины давления в технологическом процессе экструзионной переработки разнородных вторичных полимерных материалов**  
*Дядичев В. В., Гутько Ю. И., Колесников А. В. .... 91*
  10. **Классификация данных с использованием искусственной иммунной системы**  
*Михерский Р. М. .... 99*
- СОДЕРЖАНИЕ** ..... 104

## TABLE OF CONTENTS

### PHYSICS AND MATHEMATICS

1. **Investigation of gravitational field of a multi-string system with a constant radius**  
*Lelyakov A. P., Osokin C. S.* .....5
2. **Localized topological states in bragg multihelicoidal fibers with a twist defect in the presence of a spacer**  
*Alexeyev C. N., Alexeyeva M. C, Lapin B. P., Vikulin D. V., and Yavorsky M. A.* .....19
3. **Nuclear magnetic resonance fid and echo approximation in solids**  
*Ryabushkin D. S.*.....26
4. **Symbolic processor to compute pulse NMR responses of the two-spin system**  
*Polulyakh S. N.* .....35
5. **Investigation of volt-ampere characteristics of nominally pure congruently grown LiNbO<sub>3</sub> crystals**  
*Tunik K. S., Yatsenko A. V.* .....50

### BIOPHYSICS AND MEDICAL PHYSICS

6. **Derivation of the generalized model of multiple ligand binding with biopolymer by means of transfer matrix formalism**  
*Buchelnikov A. S., Skuratovskaya I. V., Gavrilova V. A., Evstigneev M. P.* .....56
7. **Sensocother reactions and individual minute duration of children-users of mobile communication**  
*Khorseva N. I., Al'-Kurdi O. R., Shul'zhenko N. Yu.* .....66

### TECHNICS, COMPUTER SCIENCE AND MANAGEMENT

8. **Regulation of asynchronous motors and limited power network joint work**  
*Bekirov E. A., Asanov M. M., Voskresenskaya S. N.* .....86
  9. **Improvement of methods of measurement values pressure in the process the process of extrusion processing heterogeneous secondary polymeric materials**  
*Dyadichev V. V., Gytko U. I., Kolesnikov A. V.* .....97
  10. **Classification of data with the use of the artificial immune system**  
*Michersky R. M.* .....99
- TABLE OF CONTENTS**.....105

Научное периодическое издание, журнал  
Scientific periodical, journal

**Вестник Физико-технического института Крымского  
федерального университета имени В. И. Вернадского**  
**Journal of Physics and Technology Institute**  
**of V. I. Vernadsky Crimean Federal University**

**Том 1 (67–69), № 1**  
**Volume 1 (67–69), No. 1**

**Редакция:**

д-р физ.-мат. наук, проф. Бержанский В. Н. – главный редактор  
канд. физ.-мат. наук, доц. Глумова М. В. – заместитель главного редактора  
канд. физ.-мат. наук Михайлова Т. В. – ответственный секретарь  
Осокин К. С. – технический редактор, корректор

**Компьютерная верстка** – Осокин К. С., Михайлова Т. В.

**Печатается по решению Научно-технического совета Крымского федерального  
университета имени В. И. Вернадского, протокол № 5 от «22» июня 2017 г.**

---

Подписано в печать \_\_.\_\_.2017. Формат 70×100/16.

8,61 усл. п. л. 5,2 уч.-изд. л. Тираж 50. Заказ № \_\_.

Отпечатано в отделе редакционно-издательской деятельности  
Департамента управления качеством и проектных решений  
ФГАОУ ВО «КФУ им. В. И. Вернадского»

---

**Адрес редакции:** 295007, Республика Крым, г. Симферополь,  
пр-т Академика Вернадского, д. 4

**E-mail:** [journal.phys.tech@cfuv.ru](mailto:journal.phys.tech@cfuv.ru)

**Web-site:** <http://jphystech.cfuv.ru/>

**Тел.:** +7 (3652) 63-75-95