

ФИЗИКА И МАТЕМАТИКА

PHYSICS AND MATHEMATICS

Вестник Физико-технического института
Крымского федерального университета имени В. И. Вернадского
Том 1 (67–69). № 1. 2017. С. 5–18
Journal of Physics and Technology Institute of V. I. Vernadsky Crimean Federal University
Volume 1 (67–69). No. 1. 2017. P. 5–18

УДК 539.3+514.7

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ МУЛЬТИСТРУННОЙ СИСТЕМЫ ПОСТОЯННОГО РАЗМЕРА

Леяков А. П., Осокин К. С.*

Физико-технический институт, Крымский федеральный университет имени
В. И. Вернадского, Симферополь 295007, Россия
*E-mail: Oxugen93@ya.ru

В работе найдено решение уравнений Эйнштейна для мультиструнной системы, движущейся в одном направлении без изменения своих размеров и имеющей слоистую структуру.

Ключевые слова: уравнения Эйнштейна, нуль-струна, гравитационное поле, точное решение.

PACS: 04.60.CF

ВВЕДЕНИЕ

Одно из направлений теории струн состоит в исследовании роли одномерно-протяженных объектов в космологии. Калибровочные Теории Великого Объединения (ТВО) предсказывают возможность образования в процессе фазовых переходов в ранней Вселенной одномерных топологических дефектов, получивших название космических струн [1]–[7]. В работе [8] было показано, что наличие таких объектов во Вселенной не противоречит наблюдаемому микроволновому реликтовому излучению. Также не исключается, что космические струны могли сохраниться до современной эпохи и могут быть наблюдаемыми [9], [10].

Космическую струну характеризуют такие параметры: линейная плотность массы ρ_l и радиус поперечного сечения r_s . Для струн, возникающих в моделях ТВО, они связаны с типичным масштабом масс теории m_{GUT} и константой Хиггса λ соотношениями:

$$\frac{G}{c^2} \rho_l = \lambda^{-1} \left(\frac{m_{GUT}}{m_{pl}} \right)^2, \quad r_s = l_{pl} \left(\frac{m_{pl}}{m_{GUT}} \right),$$

где m_{pl} и l_{pl} , соответственно, планковская масса и длина, G гравитационная постоянная, c скорость света. Натяжение космической струны пропорционально линейной плотности массы ρ_l и, следуя приведенным выше соотношениям, измеряется отрицательными степенями массы планка.

Если в приведенных равенствах выбрать $m_{GUT} \approx 10^{15}$ Гэв, $\lambda \approx 10^{-2}$ то радиус поперечного сечения космической струны оценивается как

$$r_s = 10^{31} m.$$

Для описания движения струн в том случае, когда радиус поперечного сечения струны r_s много меньше характерного радиуса изгиба струны используется приближение, в котором положение струны задается линией в D -мерном пространстве-времени. Тогда траекторией струны является двумерная мировая поверхность, математически задаваемая функциями $x^m(\tau, \sigma)$, где τ и σ – параметры на мировой поверхности струны, σ – пространственно-подобный параметр, помечающий точки вдоль струны, τ – времени-подобный параметр, являющийся собственным временем для наблюдателя, находящегося на струне в точке с координатой σ .

Обобщением действия точечной частицы на случай струны, предложенного Намбу и Гото, есть выбор действия, пропорциональным площади мировой поверхности, которую заметает струна во время своего движения:

$$S = -2\rho_l \int d\tau d\sigma \sqrt{-g},$$

где: $g = \det g_{\alpha\beta}$, $g_{\alpha\beta} = \partial_\alpha x^m G_{mn}(x) \partial_\beta x^n$ – метрический тензор на мировой поверхности струны, $G_{mn}(x)$ – метрический тензор внешнего (фонового) пространства-времени, $m, n = 0, 1, \dots, D-1$; $\alpha, \beta = 0, 1$.

Можно заметить, что действие Намбу-Гото не может быть применено в случае, если отсутствует натяжение струны. Для того, чтобы обойти эту трудность в рассмотрении вводят вспомогательную функцию $E(\tau, \sigma)$, которая интерпретируется как двумерная листовая плотность. С помощью этой функции функционал действия для струны принимает вид [11]:

$$S = \int d\tau d\sigma \left[\frac{g}{E(\tau, \sigma)} - \rho_l^2 E(\tau, \sigma) \right].$$

Отметим, что данное представление классически эквивалентно представлению Намбу-Гото. В чем легко убедиться, если воспользоваться уравнением движения для вспомогательного поля E , с помощью которого оно выключается из представления:

$$E = \rho_l^{-1} \sqrt{-g}.$$

Нуль-струны реализуют предельный случай нулевого натяжения для струн Намбу-Гото [7], [11]–[15] (т.е., описывают предельный случай, в котором точки струны могут взаимодействовать только с окружающим (внешним) гравитационным полем (но не друг с другом) при этом скорость всех точек струны равна скорости света), а поскольку натяжение струны измеряется отрицательными степенями массы планка m_{pl} , то предел нулевого натяжения соответствует

асимптотически большим масштабам энергии $E \gg m_{pl}$ [12]. С этой точки зрения, нуль-струны реализуют высокотемпературную фазу теории струн [14], [15], т.е., могли образовываться на ранних этапах эволюции Вселенной и, таким образом, возможно, участвовали в процессах формирования структуры наблюдаемой Вселенной.

Так, например, интересна возможность участия сети (газа) струн в формировании "темной" материи [17]–[19], а также нуль-струнный механизм инфляционного сценария, предложенный в работе [16].

Исследование движения пробной нуль-струны в гравитационном поле замкнутой нуль-струны постоянного (неизменного со временем) радиуса [20], проведенное в работе [21], а также в гравитационном поле замкнутой нуль-струны, радиально расширяющейся или радиально коллапсирующей в плоскости, проведенное в работе [22], позволяет предполагать возможность существования ряда интересных, с точки зрения космологии, свойств газа нуль-струн. Так, например, было отмечено, что наличие для пробной нуль-струны только "узкой" области ("зоны взаимодействия"), находясь в которой пробная нуль-струна может взаимодействовать с нуль-струной, порождающей гравитационное поле, говорит о возможности реализации "зернистой" структуры пространства, заполненного газом нуль-струн.

Наличие для каждой пробной нуль-струны, попавшей в "зону взаимодействия" аномальных участков траектории, на которых пробная нуль-струна за очень короткий промежуток времени или ускоренно выталкивается на бесконечность, или ускоренно притягивается из бесконечности, подтверждает, хотя и косвенно, гипотезу о возможной струнной природе механизма инфляции Вселенной, предложенной в работе [16].

Анализ решений уравнений движения пробной нуль-струны, приведенный в работах [21], [22], также показал возможность реализации устойчивых поляризованных состояний (фазы) газа нуль-струн, а также возможность образования доменной структуры в пространстве, заполненном газом нуль-струн. Так, например, исследование движения пробной нуль-струны в гравитационном поле уединенной замкнутой нуль-струны постоянного (неизменного со временем) радиуса (источник), направление движения для которой ортогонально плоскости расположения показало, что в случае, когда пробная нуль-струна и нуль-струна – источник, движутся в одном направлении, пробная нуль-струна всегда находится в плоскости, параллельной плоскости расположения источника (эффект поляризации). При этом начальная форма пробной нуль-струны, которая может быть произвольной, не изменяется с течением времени.

Полученный результат говорит о возможности существования состояния (фазы) газа (сети) нуль-струн, в котором замкнутые нуль-струны располагаются в параллельных плоскостях и, не изменяя своей начальной формы, движутся в одном направлении.

В работе рассмотрена простейшая реализация такого "газа" нуль-струн (мультиструнной системы), а именно, рассмотрен случай, в котором $m \times n$ замкнутых

нуль-струн, имеющих форму окружности неизменного (постоянного) радиуса, движутся в одном направлении.

1. УРАВНЕНИЯ ЭЙНШТЕЙНА

В цилиндрической системе координат

$$x^0 = t, x^1 = \rho, x^2 = \theta, x^3 = z,$$

Функции $x^\alpha(\tau, \sigma)$, определяющие траектории движения (мировые поверхности) замкнутых нуль-струн, образующих рассматриваемую в работе мультиструнную систему, которая движется вдоль отрицательного направления оси z , имеют вид:

$$t = \tau, \rho = R_i, \theta = \sigma, z = z_j^0 - \tau, \tau \in (-\infty; +\infty), \sigma \in [0; 2\pi], \quad (1)$$

где: τ и σ параметры на мировой поверхности нуль-струны, $\tau \in (-\infty; +\infty)$, $\sigma \in [0; 2\pi]$, $R_i = const, i = 1..n, z_j^0 = const, j = 1..m$, причем $R_{i+1} > R_i$, и $z_{j+1}^0 > z_j^0$.

Можно отметить, что траектории (1) описывают случай движения мультиструнной системы, имеющей слоистую структуру, а именно, в системе имеется m слоев (поверхностей), расстояние между которыми определяются константами z_j^0 , на каждом слое находится n замкнутых соосных нуль-струн различных, но неизменяющихся с течением времени радиусов R_i , причем, расположение замкнутых нуль-струн на каждом таком слое одинаково.

Частными случаями траекторий (1) есть

$$t = \tau, \rho = R_i, \theta = \sigma, z = -\tau, \quad (2)$$

в котором n замкнутых нуль-струн различных, но неизменяющихся с течением времени радиусов R_i , где индекс $i=1..n$ определяет номер струны и $R_{i+1} > R_i$, находятся в одной плоскости и движутся в отрицательном направлении оси z , а также случай

$$t = \tau, \rho = R = const, \theta = \sigma, z = z_j^0 - \tau, \quad (3)$$

в котором m замкнутых нуль-струн одинакового (неизменного со временем) радиуса R движутся вдоль оси z и располагаются в плоскостях, перпендикулярных направлению движения. В этом случае константы z_j^0 определяют расстояния между соседними нуль-струнами.

Тензор энергии импульса для уединенной нуль-струны имеет вид [5]:

$$T^{\alpha\beta} \sqrt{-g} = \gamma \int d\tau d\sigma x_{,\tau}^\alpha x_{,\tau}^\beta \delta^4(x^\omega - x^\omega(\tau, \sigma)), \quad (4)$$

где индексы α, β, ω принимают значение $0, 1, 2, 3$, функции $x^\omega(\tau, \sigma)$ определяют траекторию движения нуль-струны (мировую поверхность), $x_{,\tau}^\alpha = \partial x^\alpha / \partial \tau$, $g = |g_{\alpha\beta}|$, g – метрический тензор внешнего пространства-времени, $\gamma = const$.

Поскольку взаимодействие в исследуемой мультиструнной системе только гравитационное то, обобщая (4) на рассматриваемый в работе случай, можно записать

$$T_{tot}^{\alpha\beta} = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n (T^{\alpha\beta})_{ji}, \quad (5)$$

где $T_{tot}^{\alpha\beta}$, и $(T^{\alpha\beta})_{ji}$, соответственно, тензор энергии-импульса мультиструнной системы и уединенной нуль-струны в этой системе, занумерованной индексами i, j (т.е., нуль-струны, имеющей радиус R_i , и в любой фиксированный момент времени $t = t_0$, находящуюся в плоскости $z = z_j^0 - t_0$).

Учитывая (4), ненулевые компоненты тензора (5) для траекторий (1) имеют вид

$$T_{tot}^{00} = T_{tot}^{33} = -T_{tot}^{01} = \frac{\gamma}{\sqrt{-g}} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \delta(q - z_j^0) \delta(\rho - R_i), \quad (6)$$

где $q = t + z$.

Для частных случаев (2) и (3) ненулевые компоненты тензора (6) принимают вид, соответственно:

$$T_{tot}^{00} = T_{tot}^{33} = -T_{tot}^{01} = \frac{\gamma}{\sqrt{-g}} \delta(q) \left(\sum_{i=1}^n \delta(\rho - R_i) \right), \quad (7)$$

и

$$T_{tot}^{00} = T_{tot}^{33} = -T_{tot}^{01} = \frac{\gamma}{\sqrt{-g}} \delta(\rho - R) \sum_{j=1}^m \delta(q - z_j^0). \quad (8)$$

Поскольку для сохраняющихся траекторий движения мультиструнных систем (1)–(3) все направления на гиперповерхностях $z = const$ эквивалентны, то метрические функции $g_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta}(t, \rho, z)$, тогда, используя инвариантность квадратичной формы относительно инверсии θ на $-\theta$, получаем $g_{02} = g_{12} = g_{32} = 0$.

Также можно заметить, что для рассматриваемых мультиструнных систем квадратичная форма должна быть инвариантна относительно одновременной инверсии $t \rightarrow -t$, $z \rightarrow -z$, тогда

$$g_{\alpha\beta}(t, \rho, z) = g_{\alpha\beta}(-t, \rho, -z). \quad (9)$$

Следствием (9) есть $g_{01} = g_{31} = 0$. Окончательно, используя свободу выбора систем координат в ОТО, частично зафиксируем ее выбором $g_{03} = 0$.

Таким образом, квадратичная форма для решаемой задачи может быть представлена в виде

$$dS^2 = e^{2\nu}(dt)^2 - A(d\rho)^2 - B(d\theta)^2 - e^{2\mu}(dz)^2. \quad (10)$$

где ν, μ, A, B , – функции переменных t, ρ, z и удовлетворяют условиям (9).

Поскольку для безмассового поля компоненты тензора энергии-импульса удовлетворяют равенству

$$T_{\alpha}^{\alpha} \equiv 0. \quad (11)$$

то, применяя (6), (10) для (11), получаем

$$\frac{\gamma}{\sqrt{AB}} \left\{ e^{\nu-\mu} - e^{\mu-\nu} \right\} \left(\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \delta(q - z_j^0) \delta(\rho - R_i) \right) = 0. \quad (12)$$

Движение нуль-струны в псевдоримановом пространстве-времени определяется системой уравнений [16]:

$$x_{,\tau\tau}^{\alpha} + \Gamma_{pq}^{\alpha} x_{,\tau}^p x_{,\tau}^q = 0, \quad (13)$$

$$g_{\alpha\beta} x_{,\tau}^{\alpha} x_{,\tau}^{\beta} = 0, \quad g_{\alpha\beta} x_{,\tau}^{\alpha} x_{,\sigma}^{\beta} = 0, \quad (14)$$

где Γ_{pq}^{α} – символы Кристоффеля. Так как траектории движения нуль-струн образующих мультиструнную систему должны быть частным решением уравнений движения, то анализ данных уравнений может дать дополнительные ограничения на функции квадратичной формы (10). Расписывая уравнения движения нуль-струны (13), (14) для (10), можно непосредственно показать, что для траекторий (1), уравнения (14) приводят к равенству

$$e^{2\nu} - e^{2\mu} = 0, \quad (15)$$

откуда

$$\nu = \mu, \quad (16)$$

а уравнения (13), учитывая равенство (16), приводят к уравнению

$$v_{,t} - v_{,z} = 0. \quad (17)$$

откуда

$$v = v(q, \rho). \quad (18)$$

Можно отметить, что для (16) равенство (12) тождественно выполнено во всем пространстве.

Система уравнений Эйнштейна, построенная для мультиструнных образований (1)–(3), позволяет доопределить зависимость функций квадратичной формы (10) (учитывая (16), (18)):

$$A = A(q, \rho), \quad B = B(q, \rho). \quad (19)$$

и может быть представлена в виде

$$\left(\frac{A_{,q}}{A} + \frac{B_{,q}}{B} \right)_{,q} - 2v_{,q} \left(\frac{A_{,q}}{A} + \frac{B_{,q}}{B} \right) + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{A_{,q}}{A} \right)^2 + \left(\frac{B_{,q}}{B} \right)^2 \right) = -2\chi T_{00}, \quad (20)$$

$$\left(\frac{B_{,\rho}}{B} + 2v_{,\rho} \right)_{,q} - v_{,\rho} \left(\frac{A_{,q}}{A} + \frac{B_{,q}}{B} \right) - \frac{1}{2} \frac{B_{,\rho}}{B} \left(\frac{A_{,q}}{A} - \frac{B_{,q}}{B} \right) = 0, \quad (21)$$

$$\left(\frac{B_{,\rho}}{B} \right)_{,\rho} + \frac{1}{2} \left(\frac{B_{,\rho}}{B} \right)^2 + 2v_{,\rho} \frac{B_{,\rho}}{B} - \frac{1}{2} \frac{A_{,\rho}}{A} \frac{B_{,\rho}}{B} = 0, \quad (22)$$

$$v_{,\rho\rho} + 2(v_{,\rho})^2 + \frac{v_{,\rho}}{2} \left(\frac{B_{,\rho}}{B} - \frac{A_{,\rho}}{A} \right) = 0. \quad (23)$$

$$(v_{,\rho})^2 + v_{,\rho} \frac{B_{,\rho}}{B} = 0. \quad (24)$$

где $T_{00} = \gamma \frac{e^{2v}}{\sqrt{AB}} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \delta(q - z_j^0) \delta(\rho - R_i)$, $\chi = 8\pi G$, G – гравитационная постоянная.

Важно отметить, что для функций (16), (18), (19), которые определяют квадратичную форму (10), уравнения (13), (14) для каждой нуль-струны входящей в мультиструнную систему выполняются тождественно, т.е., каждая из траекторий движения уединенной нуль-струны мультиструнных систем (1)–(3) действительно реализуется и не изменяется гравитационным полем мультиструнной системы.

При интегрировании системы уравнений (20)–(24) удобно воспользоваться алгоритмом, предложенным в работе [20], а именно, будем рассматривать компоненты струнного тензора энергии-импульса (6) как предел некоторого ”размазанного” распределения, в качестве которого удобно выбрать вещественное безмассовое скалярное поле (поскольку мы рассматриваем систему скалярных нуль-объектов), а затем стянем это ”размазанное” распределение в рассматриваемую мультиструнную систему, требуя при этом, чтобы компоненты тензора энергии-импульса скалярного поля, в пределе сжатия, асимптотически совпали с компонентами нуль-струнного тензора энергии-импульса. При таком подходе мы фактически отказываемся от одномерности нуль-струн образующих

мультиструнную систему и переходим к физически обоснованной модели нуль-струны в виде тонкой трубки ("размазанной" нуль-струны).

Компоненты тензора энергии-импульса для вещественного безмассового скалярного поля имеют вид [2]:

$$T_{\alpha\beta} = \varphi_{,\alpha}\varphi_{,\beta} - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}L, \quad (25)$$

где $L = g^{\omega\lambda}\varphi_{,\omega}\varphi_{,\lambda}$; $\varphi_{,\alpha} = \partial\varphi/\partial x^\alpha$, φ – потенциал скалярного поля, индексы α, β, ω и λ принимают значение 0, 1, 2, 3. Для того, чтобы обеспечить самосогласованность уравнений Эйнштейна для (10), (16), (18), (19), (25) будем требовать

$$T_{\alpha\beta} = T_{\alpha\beta}(q, \rho) \Rightarrow \varphi = \varphi(q, \rho). \quad (26)$$

Система уравнений Эйнштейна для (10), (16), (18), (19), (25), (26) может быть представлена в виде:

$$\left(\frac{A_{,q}}{A} + \frac{B_{,q}}{B}\right)_{,q} - 2v_{,q}\left(\frac{A_{,q}}{A} + \frac{B_{,q}}{B}\right) + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{A_{,q}}{A}\right)^2 + \left(\frac{B_{,q}}{B}\right)^2\right] = -2\chi(\varphi_{,q})^2, \quad (27)$$

$$\left(\frac{B_{,\rho}}{B} + 2v_{,\rho}\right)_{,q} - v_{,\rho}\left(\frac{A_{,q}}{A} + \frac{B_{,q}}{B}\right) - \frac{1}{2}\frac{B_{,\rho}}{B}\left(\frac{A_{,q}}{A} - \frac{B_{,q}}{B}\right) = -2\chi\varphi_{,q}\varphi_{,\rho}, \quad (28)$$

$$\left(\frac{B_{,\rho}}{B}\right)_{,\rho} + \frac{1}{2}\left(\frac{B_{,\rho}}{B}\right)^2 + 2v_{,\rho}\frac{B_{,\rho}}{B} - \frac{1}{2}\frac{A_{,\rho}}{A}\frac{B_{,\rho}}{B} = 0, \quad (29)$$

$$v_{,\rho\rho} + 2(v_{,\rho})^2 + \frac{v_{,\rho}}{2}\left(\frac{B_{,\rho}}{B} - \frac{A_{,\rho}}{A}\right) = 0. \quad (30)$$

$$(v_{,\rho})^2 + v_{,\rho}\frac{B_{,\rho}}{B} = \frac{\chi}{2}(\varphi_{,\rho})^2. \quad (31)$$

Сравнивая систему уравнений Эйнштейна (20)–(24) с системой (27)–(31), видно, что при стягивании скалярного поля в мультиструнную систему должно быть выполнено:

$$\begin{aligned} (\varphi_{,\rho})^2 \Big|_{q \rightarrow z_j^0, \rho \rightarrow R_i} &\rightarrow 0, & (\varphi_{,q})^2 \Big|_{q \rightarrow z_j^0, \rho \rightarrow R_i} &\rightarrow \infty, \\ (\varphi_{,q}\varphi_{,\rho}) \Big|_{q \rightarrow z_j^0, \rho \rightarrow R_i} &\rightarrow 0, \end{aligned} \quad (32)$$

а вне области, где сконцентрировано скалярное поле (т.е., при $q \neq z_j^0$, $\rho \neq R_i$)

$$\varphi \rightarrow 0; \quad \varphi_{,\rho} \rightarrow 0; \quad \varphi_{,q} \rightarrow 0. \quad (33)$$

Обобщением функции распределения скалярного поля, предложенного в работе [20], на рассматриваемый случай мультиструнной системы, есть

$$\varphi(q, \rho) = \ln \left(\frac{1}{\alpha(q) + \lambda(q)f(\rho)} \right), \quad (34)$$

где

1. функции $\lambda(q)$ и $\alpha(q)$ связаны соотношением

$$\lambda(q) = \frac{1}{f_0}(1 - \alpha(q)), \quad f_0 = \text{const}, \quad (35)$$

2. функции $\alpha(q)$ и $f(\rho)$ ограничены и для всех $q \in (-\infty, +\infty)$ и $\rho \in [0, +\infty)$ принимают значения в интервале

$$0 < \alpha(q) < 1, \quad 0 < f(\rho) < f_0, \quad (36)$$

причём

$$\alpha(q) \Big|_{q \notin (z_j^0 - \Delta q_j; z_j^0 + \Delta q_j)} \rightarrow 1, \quad \alpha(q) \Big|_{q \rightarrow z_j^0} \rightarrow 0, \quad (37)$$

$$f(\rho) \Big|_{\rho \notin (R_i - \Delta \rho_i; R_i + \Delta \rho_i)} \rightarrow f_0, \quad f(\rho) \Big|_{\rho \rightarrow R_i} \rightarrow 0, \quad (38)$$

Δq_j и $\Delta \rho_i$ – малые положительные константы, определяющие ”толщину” кольца (”размазанной” нуль-струны), занумерованной индексами i и j .

Также в пределе сжатия скалярного поля в мультиструнную систему должны быть выполнены условия (при $\Delta q_j \rightarrow 0$, $\Delta \rho_i \rightarrow 0$):

$$\left| \frac{\alpha_{,q}}{\alpha(q)} \right|_{q \rightarrow z_j^0} \rightarrow \infty; \quad \left| \frac{f_{,\rho}}{f(\rho)} \right|_{\rho \rightarrow R_i} \rightarrow 0; \quad \left| \frac{\alpha_{,q}}{\alpha(q)} \times \frac{f_{,\rho}}{f(\rho)} \right|_{q \rightarrow z_j^0, \rho \rightarrow R_i} \rightarrow 0. \quad (39)$$

Ниже приведен один из возможных примеров функций $\alpha(q)$ и $f(\rho)$, удовлетворяющих условиям (36)–(39):

$$\alpha(q) = \exp \left(\sum_{j=1}^m \frac{-1}{\varepsilon + (\xi_j (q - z_j^0))^2} \right), \quad (40)$$

$$f(\rho) = f_0 \exp \left(-\gamma \left(1 - \exp \left(\sum_{i=1}^n \frac{-1}{(\varsigma_i (\rho - R_i))^2} \right) \right) \right), \quad (41)$$

где константы ξ_j и ς_i определяют размер (”толщину”) кольца (”размазанной” нуль-струны), занумерованной индексами i и j , внутри которого

сконцентрировано скалярное поле по переменным q и ρ соответственно, а именно, как следует из (40), (41), при $\Delta q_j \rightarrow 0$, $\Delta \rho_i \rightarrow 0$

$$\xi_j \rightarrow \infty, \zeta_i \rightarrow \infty, \quad (42)$$

а положительные константы ε и γ обеспечивают выполнение условий (37)–(39), при $\Delta q_j \rightarrow 0$, $\Delta \rho_i \rightarrow 0$, $\rho \rightarrow R_i$, $q \rightarrow z_j^0$, а именно, при $\Delta q_j \ll 1$, $\Delta \rho_i \ll 1$

$$\gamma \gg 1, \varepsilon \ll 1, \quad (43)$$

а при дальнейшем сжатии скалярного поля в мультиструнную систему, то есть при $\Delta q_j \rightarrow 0$, $\Delta \rho_i \rightarrow 0$

$$\gamma \rightarrow \infty, \varepsilon \rightarrow 0. \quad (44)$$

Используя (35), (40), (41) для (34), получаем выражение одного из возможных распределений безмассового скалярного поля, компоненты тензора энергии-импульса для которого, при сжатии, асимптотически совпадают с компонентами тензора энергии-импульса рассматриваемой мультиструнной системы.

На рис. 1 и рис. 2 для функций $\alpha(q)$ и $f(\rho)$, заданных равенствами (40), (41), значения констант $R_1 = 5$, $R_2 = 15$, $R_3 = 25$, $\varepsilon = 0,01$, $\gamma = 2$, $\xi = 0,4$, $\zeta_{1...3} = 0,4$, и $\xi = 2$, $\zeta_{1...3} = 2$, соответственно, представлено изменение распределения скалярного поля (34) по переменной ρ ($\rho \in [0;30]$), при фиксированном значении переменной $q = 0,01$, которое соответствует мультиструнной системе, состоящей из трех нуль-струн, находящихся на одной поверхности. Здесь черным цветом выделена область, в которой $\varphi \rightarrow 0$.

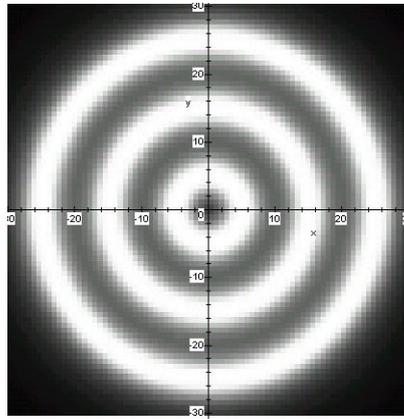


Рис. 1. Распределение скалярного поля, которое соответствует мультиструнной системе, состоящей из трех нуль-струн находящихся на одной поверхности, по переменной ρ при $\xi = 0,4$, $\zeta_{1...3} = 0,4$

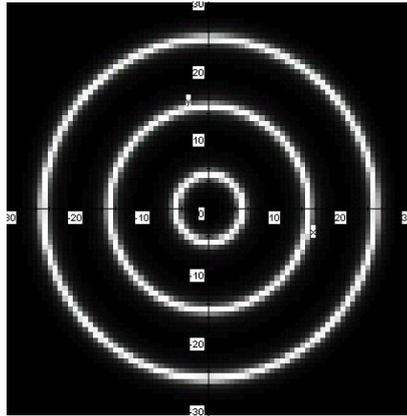


Рис. 2. Распределение скалярного поля, которое соответствует мультиструнной системе, состоящей из трех нуль-струн находящихся на одной поверхности, по переменной ρ при $\xi = 2$, $\zeta_{1...3} = 2$

Из приведенных рисунков видно, что с увеличением значения констант ξ и ζ_i , область, в которой потенциал скалярного поля отличен от нуля, сжимается, чему соответствует уменьшение по ρ "толщины" колец, в которых сконцентрировано скалярное поле.

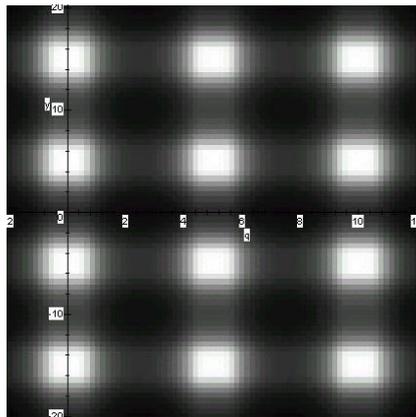


Рис. 3. Распределение скалярного поля на поверхности $\theta = const$, которое соответствует мультиструнной системе, состоящей из шести нуль-струн, расположенных по две нуль-струны на трех вертикальных при $\xi_{1...3} = 1$, $\zeta_{1,2} = 0,5$

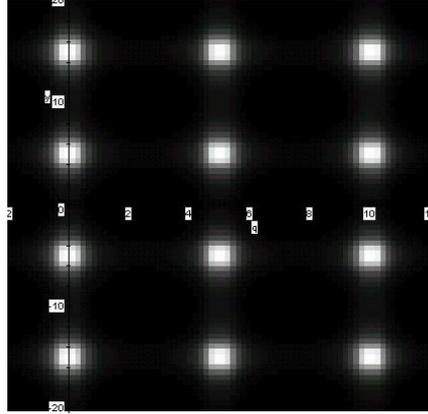


Рис. 4. Распределение скалярного поля на поверхности $\theta = const$, которое соответствует мультиструнной системе, состоящей из шести нуль-струн, расположенных по две нуль-струны на трех вертикальных при $\xi_{1...3} = 2$, $\varsigma_{1;2} = 1$

На рис. 3 и рис. 4 для функций $\alpha(q)$ и $f(\rho)$, заданных равенствами (40), (41), значения констант $R_1 = 5$, $R_2 = 15$, $z_1^0 = 0$, $z_2^0 = 5$, $z_3^0 = 10$, $\varepsilon = 0,01$, $\gamma = 2$, $\xi_{1...3} = 1$, $\varsigma_{1;2} = 0,5$, и $\xi_{1...3} = 2$, $\varsigma_{1;2} = 1$, соответственно, представлено изменение распределения скалярного поля на поверхности $\theta = const$, которое соответствует мультиструнной системе, состоящей из шести нуль-струн, расположенных по две нуль-струны на трех параллельных поверхностях, здесь $q \in [-2; 12]$, $\rho \in [0; 20]$. Из приведенных рисунков видно, что с увеличением значения констант ξ_j и ς_i области, в которых потенциал скалярного поля существенно отличный от нуля, сужаются, то есть уменьшается «толщина» колец, в которых сконцентрировано скалярное поле.

Можно отметить, что интегрирование системы уравнений (27)–(31), для (34), (35), полностью аналогично приведенному в работе [20]. Тогда (используя результаты работы [20]), решение системы уравнений Эйнштейна, описывающее гравитационное поле слоистой мультиструнной системы, движущейся вдоль оси z , и состоящей из замкнутых соосных (“размазанных”) нуль-струн постоянного радиуса, имеет вид

$$e^{2\nu(q,\rho)} = \frac{|\lambda_{,q}|}{(\lambda(q))^2} \left(\frac{\alpha(q) + \lambda(q)f(\rho)}{(\lambda(q))^{1/(1-\chi)}} \right)^{2-\sqrt{4-2\chi}}, \quad (45)$$

$$B(q,\rho) = \left(\frac{\alpha(q) + \lambda(q)f(\rho)}{(\lambda(q))^{1/(1-\chi)}} \right)^{\sqrt{4-2\chi}}, \quad (46)$$

$$A(q, \rho) = (f, \rho)^2 \left(\frac{\alpha(q) + \lambda(q)f(\rho)}{(\lambda(q))^{1/(1-\chi)}} \right)^{2-\sqrt{4-2\chi}}, \quad (47)$$

где функции $\alpha(q)$ и $f(\rho)$ удовлетворяют условиям (36)–(39) и могут быть представлены в виде (40), (41).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе, обобщая известное решение уравнений Эйнштейна для замкнутой нуль-струны, постоянного (неизменного со временем) радиуса, которая движется вдоль оси z и в каждый момент времени t полностью лежит в плоскости, ортогональной этой оси, было найдено решение уравнений Эйнштейна для мультиструнной системы, движущейся вдоль оси z и имеющей слоистую структуру, а именно, в системе имеется m слоев и на каждом слое находится n замкнутых соосных нуль-струн различных, но не изменяющихся с течением времени радиусов, причем, расположение замкнутых нуль-струн на каждом таком слое одинаково и ортогонально направлению движения.

Список литературы

1. Peebles P. J. E. Principles of Physical Cosmology. Princeton University Press, 1994. 736 p.
2. Linde A. D. Particle Physics and Inflationary Cosmology. Harwood, Chur, 1990. 269 p.
3. Vachaspati T., Vilenkin A. Formation and evolution of cosmic strings // Phys. Rev. D. 1984. Vol. 30, P. 2036.
4. Vilenkin A., Shellard E. P. S. Cosmic string and other topological defects. Cambridge University Press, 1994. 580 p.
5. Kibble T. W. B., Hindmarsh M. B. Cosmic strings // Reports on Progress in Physics. 1994. Vol. 58, No. 5.
6. Bennet D. P. Formation and Evolution of Cosmic Strings. Cambridge University Press, 1990.
7. Schild A. Classical null strings // Phys. Rev. D. 1977. Vol. 16, P. 1722.
8. Hill C. T., Schramm D. N., Fry J. N.. Cosmological Structure Formation from Soft Topological Defects // Commun Nucl. Part. Phys. 1999. Vol. 19. P. 25.
9. Lens candidates in the Capodimonte Deep Field in the vicinity of the CSL1 object. / M. V. Sazhin, O. S. Khovanskaya, M. Capaccioli, G. Longo, J. M. Alcala, R. Silvotti, M. V. Pavlov // arXiv: astro-ph/0406516.
10. Anomalous Fluctuations in Observations of Q0957+561 A,B: Smoking Gun of a Cosmic String? / R. Schild, I. S. Masnyak, B. I. Hnatyk, and V. I. Zhdanov // arXiv: astro-ph/0406434.
11. Roshchupkin S. N., Zheltukhin A. A. Variational principle and a perturbative solution of non-linear string equations in curved space // Nucl. Phys. B. 1999. Vol. 543. P. 365.
12. Bandos I. A., Zheltukhin A. A. Null super p-brane quantum theory in 4-dimensional space-time // Fortschr. Phys. 1993. Vol. 4. P. 619.
13. Bandos I. A., Zheltukhin A. A. // Soviet. J. Nucl. Phys. 1989. Vol. 50. P. 556.
14. Zheltukhin A. A. Hamiltonian structure of the antisymmetric action of a string // JETP Lett. 1987. Vol. 46. P. 262.
15. Zheltukhin A. A. // Soviet J. Nucl. Phys. 1988. Vol. 48. P. 375.
16. Roshchupkin S. N., Zheltukhin A. A. Friedmann universes and exact solutions in string cosmology // Class. Quantum. Grav. 1995. Vol. 12. P. 2519.
17. Cui Y., Morrissey D. E. Non-Thermal Dark Matter from Cosmic Strings // arXiv: 0805.1060.
18. Oliv K. A. TASI Lectures on Dark Matter // arXiv: astro-ph/0301505.

19. Bertone G., Hooper D., Silk J. Particle Dark Matter: Evidence, Candidates and Constraints // *Phys. Rept.* 2005. Vol. 405. P. 279.
20. Lelyakov A. P. Solution to the Einstein equations for a “spread” closed null string of constant radius // *Gravitation and Cosmology*. 2015. Vol. 21. No. 3. P. 200.
21. Lelyakov A. P. Dynamics of a null string in the gravitational field of a closed null string of constant radius // *Gravitation and Cosmology*. 2015. Vol. 21. No. 4. P. 309.
22. Lelyakov O. P., Karpenko A. S., Babadzhan R.-D. O. Dynamics of a Non-Rotating Test Null String in the Gravitational Field of a Closed “Thick” Null String Radially Expanding or Collapsing in the Plane $z = 0$ // *Ukr. J. Phys.* 2014. Vol. 59. P. 1114.

INVESTIGATION OF GRAVITATIONAL FIELD OF A MULTI-STRING SYSTEM WITH A CONSTANT RADIUS

*Lelyakov A.P., Osokin C.S.**

Institute of Physics and Technology, V.I. Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol 295007, Russia

**E-mail: Oxygen93@ya.ru*

In this work the solution of Einstein equations for multi-string system, moving in same direction without change of its size and having layered structure, has been found.

Keywords: Einstein equations, null string, gravitational field, exact solution.

References

1. P. J. E. Peebles, *Principles of Physical Cosmology* (Princeton University Press, 1994).
2. A. D. Linde, *Particle Physics and Inflationary Cosmology* (Harwood, Chur, 1990).
3. T. Vachaspati, A. Vilenkin, *Phys. Rev. D* **30**, 2036 (1984).
4. A. Vilenkin, E. P. S. Shellard, *Cosmic string and other topological defects* (Cambridge University Press, 1994).
5. T. W. B. Kibble, M.B. Hindmarsh, e-print hep-th/9411342.
6. D. P. Bennet, *Formation and Evolution of Cosmic Strings* (Cambridge University Press, 1990).
7. A. Schild, *Phys. Rev. D* **16**, 1722 (1977).
8. C. T. Hill, D. N. Schramm and J. N. Fry, *Commun Nucl. Part. Phys.* **19**, 25 (1999).
9. M. V. Sazhin, O. S. Khovanskaya, M. Capaccioli, G. Longo, J. M. Alcala, R. Silvotti, M. V. Pavlov, arXiv: astro-ph/0406516.
10. R. Schild, I. S. Masnyak, B. I. Hnatyk, and V. I. Zhdanov, arXiv: astro-ph/0406434.
11. S. N. Roshchupkin, A. A. Zheltukhin, *Nucl. Phys. B* **543**, 365 (1999).
12. I. A. Bandos, A. A. Zheltukhin, *Fortschr. Phys.* **41**, 619 (1993).
13. I. A. Bandos, A. A. Zheltukhin, *Soviet. J. Nucl. Phys.* **50** (3), 556 (1989).
14. A. A. Zheltukhin, *JETP Lett.* **46** 262 (1987).
15. A. A. Zheltukhin, *Soviet J. Nucl. Phys.* **48**, 375 (1988).
16. S. N. Roshchupkin, A. A. Zheltukhin, *Class. Quantum. Grav.* **12**, 2519 (1995).
17. Y. Cui, D. E. Morrissey, arXiv: 0805.1060v2 (hep-ph).
18. K. A. Oliv, arXiv: astro-ph/0301505.
19. G. Bertone, D. Hooper, J. Silk, *Phys. Rept.* **405**, 279 (2005).
20. A. P. Lelyakov, *Gravitation and Cosmology* **21**, No. 3, 200 (2015).
21. A. P. Lelyakov, *Gravitation and Cosmology* **21**, No. 4, 309 (2015).
22. O. P. Lelyakov, A. S. Karpenko, R.-D. O. Babadzhan, *Ukr. J. Phys.* **59**, 1114 (2014).

*Поступила в редакцию 07.03.2017 г. Принята к публикации 21.05.2017 г.
Received March 07, 2017. Accepted for publication May 21, 2017*