

**Founded in 1918**

**SCIENTIFIC NOTES**  
**OF TAURIDA NATIONAL**  
**V. I. VERNADSKY UNIVERSITY**

**Scientific Journal**

***Series "Physics and Mathematics Sciences"***

**Volume 27(66), No. 2**

**Taurida National V. I. Vernadsky University**  
**Simferopol, 2014**



Журнал основан в 1918 г.  
Журнал заснований у 1918 р.

**УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ**  
**ТАВРИЧЕСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО**  
**УНИВЕРСИТЕТА имени В. И. ВЕРНАДСКОГО**

**ВЧЕНІ ЗАПИСКИ**  
**ТАВРІЙСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО**  
**УНІВЕРСИТЕТУ імені В. І. ВЕРНАДСЬКОГО**

Научный журнал  
Науковий журнал

*Серия "Физико-математические науки"*  
*Серія "Фізико-математичні науки"*

**Том 27(66), № 2**

Таврический национальный университет имени В.И. Вернадского  
Таврійський національний університет імені В.І. Вернадського

Симферополь, 2014  
Сімферополь, 2014

ISSN 1606-3716

Certificate of state registration – Series «Physics and Mathematics Sciences»:  
KB No. 15717-4188P of 28 September 2009

Professional registration in the Higher Attestation Commission of Ukraine:  
Decree of 22.12.10 No. 1-05/8

**Editorial Board of Journal**

**“Scientific Notes of Taurida National V. I. Vernadsky University”**

Bagrov N.V. – Dr. of Sc. (Geography), Prof., Academician of NASU (Editor in Chief) ([rector@crimea.edu](mailto:rector@crimea.edu))

Shul'gin V.F. – Dr. of Sc. (Chemistry), Prof. (Deputy Chief Editor) ([vshul@crimea.edu](mailto:vshul@crimea.edu))

Dzedolik I.V. – Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Ass. Prof. (Executive Secretary) ([dzedolik@crimea.edu](mailto:dzedolik@crimea.edu))

**Board Members (Editors of Series and Sections)**

Berzhansky V.N. – Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Prof.

Bogdanovich G.Y. – Dr. of Sc. (Philology), Prof.

Vakhrushev B.A. – Dr. of Sc. (Geography), Prof.

Grishkovets V.I. – Dr. of Sc. (Chemistry), Prof.

Kazarin V.P. – Dr. of Sc. (Philology), Prof.

Klimchuk S.V. – Dr. of Sc. (Economy), Ass. Prof.

Kopachevskiy N.D. – Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Prof.

Podsolonko V.A. – Dr. of Sc. (Economy), Prof.

Rotan V.G. – Dr. of Sc. (Law), Prof.

Temuryants N.A. – Dr. of Sc. (Biology), Prof.

Shorkin A.D. – Dr. of Sc. (Philosophy), Prof.

Yurchenko S.V. – Dr. of Sc. (Political Science), Prof.

**Editorial Board of Series «Physics and Mathematics Sciences»**

**Section “Physics”**

Alexeyev C.N. – Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Prof.

Berzhansky V.N. – Dr. of Sc. (Phys. & Math.),

Prof., (Editor of Series, Section “Physics”),

([v.n.berzhansky@gmail.com](mailto:v.n.berzhansky@gmail.com))

Volyar A.V. – Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Prof.

Glumova M.V. – Ph.D. (Phys. & Math.), Ass. Prof.

Dzedolik I.V. – Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Ass. Prof.

Desyatnikov A.S. – Ph.D. (Phys. & Math.)

Polulyakh S.N. – Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Ass. Prof.

Ponomarenko V.I. – Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Prof.

Slavin A.N. – Ph.D. (Phys. & Math.), Prof.

Strugatsky M.B. – Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Ass. Prof.

Fridman Yu.A. – Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Prof.

Yatsenko A.V. – Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Ass. Prof.

Mikhailova T.V. (Deputy Editor of Section “Physics”),

([taciamikh@gmail.com](mailto:taciamikh@gmail.com))

**Section “Mathematics”**

Anashkin O.V. – Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Prof.

Belan E.P. – Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Prof.

Donskoy V.I. – Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Prof.

Kopachevskiy N.D. – Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Prof.

(Editor of Section “Mathematics”)

([kopachevsky@list.ru](mailto:kopachevsky@list.ru))

Muratov M.A. – Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Prof.

Orlov I.V. – Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Prof.

Rudnitsky O.I. – Ph.D. (Phys. & Math.), Ass. Prof.

Samoilenko Y.S. – Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Prof.,

Corr. member NASU

Starkov P.A. – Ph.D. (Phys. & Math.), Ass. Prof.

(Deputy Editor of Section “Mathematics”)

Chekhov V.N. – Dr. of Sc. (Phys. & Math.), Prof.

**Published by the decision of the Scientific Council of the Taurida National V. I. Vernadsky University,  
the protocol No. 10 from 14.11.2014.**

Signed in print 14.11.2014. Format 70×100/16.

10,3 conventional quires. 5,96 publisher's signature. 200 reprints. Order No. 67.

**«Scientific Notes of Taurida National V. I. Vernadsky University»**

Scientific Journal. Volume 27(66), No. 2. Physics and Mathematics Sciences.

Simferopol, Taurida National V. I. Vernadsky University, 2014. Journal founded in 1918.

Address of Editorial Board: Taurida National V. I. Vernadsky University, 4 Vernadsky Ave., Simferopol 95007, Crimea

Published in Information and Publishing Department of Taurida National V. I. Vernadsky University

<http://sn-physmat.crimea.edu/eng/index.html>

© Taurida National V. I. Vernadsky University, 2014

© Таврический национальный университет имени В.И. Вернадского, 2014 г.

© Таврійський національний університет імені В.І. Вернадського, 2014 р.

UDK 535.1

## LOCALIZATION OF FUNDAMENTAL MODES ON A TWIST DEFECT IN A TWISTED ANISOTROPIC FIBER

*Alexeyev C. N.<sup>1</sup>, Lapin B. P.<sup>2</sup>, Yavorsky M. A.<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Taurida National V. I. Vernadsky University, 4 Vernadsky Ave., Simferopol 295007, Crimea, Russia

<sup>2</sup>Crimean Agrotechnological University, Agrarnoe, Simferopol 295492, Crimea, Russia

E-mail: [lapinboris@gmail.com](mailto:lapinboris@gmail.com)

In this paper we have studied the influence of a twist defect on propagation of a circularly polarized Gaussian mode in a Bragg twisted weakly guiding fiber with a uniaxial material anisotropy. It has been shown that right circularly polarized Gaussian mode in a narrow spectral range inside of forbidden band almost completely passes the fiber. This process is accompanied by generation of a localized on the defect fundamental modes.

**Keywords:** twisted anisotropic fiber, twist defect, fundamental mode.

**PACS:** 42.81.G

### INTRODUCTION

Interest in optical features of a non-guiding medium with a rotating axis of linear anisotropy have appeared long ago. As early as 1944 V. L. Ginzburg studied propagation of electromagnetic field in a gyrotropic medium and found out that in the general case the field in this media has elliptical polarization in coordinate system that traces local orientation of linear anisotropy's axis. Later on a mathematical formalism for description of twisted anisotropic fibers was developed for both regular and irregular twist [1-7]. As a result of those studies it has been established that twisting the anisotropic fiber allows one to reduce polarization mode dispersion (PMD) for nonsingular beams. In recent papers it has been shown that an analogous effect takes place also for singular beams [8-10]. Nevertheless, the question of propagation of electromagnetic field in such fibers with a twist defect is still open. In some cases violation of fiber's rotational symmetry with a special transverse profile can lead to conversion of fundamental mode to an optical vortex [11]. In the present paper we will show that the violation of rotational symmetry, which manifests in breaking the twist periodicity of the anisotropic fiber, can lead to undamped passage of an incoming regular beam in a narrow spectral range within the forbidden spectral band and generation of the defect mode localized on the twist defect.

### 1. MODEL AND BASIC EQUATION

Consider twisted anisotropic fiber (TAF) (Fig. 1), in which the transverse part of the tensor of refractive index in a cross-section with coordinate  $z$  is described as

$$\hat{n}_t^2(z) = \bar{n}^2 (1 - 2\Delta f) \hat{1} + \Delta n^2 \begin{pmatrix} 0 & e^{-2iqz} \\ e^{2iqz} & 0 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

where  $\bar{n}^2 = (n_e^2 + n_o^2)/2$ ,  $\Delta n^2 = (n_e^2 - n_o^2)/2$ ,  $n_{e,o}$  – extraordinary and ordinary refractive indexes,  $\Delta$  – optical contrast between fiber's cladding and core,  $f$  – profile function,  $q = 2\pi/H$ ,  $H$  – twist pitch of the anisotropic fiber.

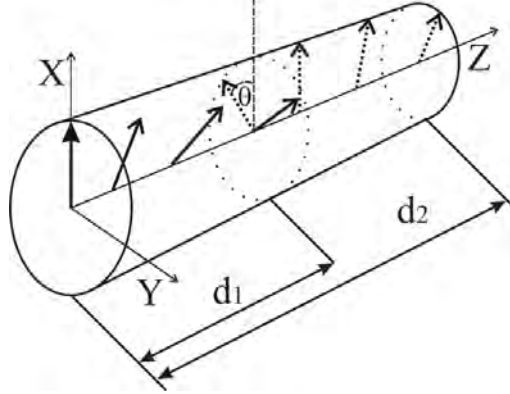


Fig. 1. The model of twisted anisotropic fiber with a twist defect. The defect is characterized by the angle  $\theta$  between the initial direction of anisotropy (solid arrows) axis and the one of anisotropy axis at length  $d_1$ . The total length of the fiber is  $d_2$ ,  $(X, Y, Z)$  – laboratory coordinate system.

Upon substitution of expression (1) into the Maxwell equations it turns out that spatial-temporal evolution of transverse component of electromagnetic field essentially depends on longitudinal component of the field [8]. Nevertheless, at condition  $\Delta n^2 \ll \Delta \ll 1$  one can neglect the influence of the longitudinal component on the transverse component and write down the equation in transverse components in the basis of circular polarization as:

$$\left( \nabla^2 + k^2 \bar{n}^2(x, y) + \frac{1}{2} k^2 \Delta n^2 \begin{pmatrix} 0 & e^{-2iqz} \\ e^{2iqz} & 0 \end{pmatrix} \right) |\psi\rangle = 0. \quad (2)$$

where  $k = 2\pi/\lambda$  – wavenumber,  $\lambda$  is wavelength in vacuum,  $|\psi\rangle = \text{col}(E_+, E_-)$ ,  $E_{\pm} = (E_x \mp iE_y)/\sqrt{2}$ . It should be noted that in Eq. (2) the influence of the spin-orbit interaction is neglected.

An important feature of Eq. (2) is the absence of translation invariance along the fiber's axis. To restore it one has to make standard substitution  $\tilde{E}_{\pm} = E_{\pm} e^{\pm iqz}$  and replace variables  $r = r'$ ,  $z = z'$ ,  $\varphi - qz = \varphi'$ , where cylindrical polar coordinates  $(r, \varphi, z)$  are implied. After these substitutions Eq. (2) takes the form [8]:

$$\left\{ \hat{H}_0 - q^2 \hat{\sigma}_0 + 2q\beta \hat{\sigma}_3 + \frac{1}{2} k^2 \Delta n^2 \hat{\sigma}_1 \right\} |\tilde{\psi}\rangle = \beta^2 |\tilde{\psi}\rangle, \quad (3)$$

where  $|\tilde{\psi}\rangle = \text{col}(\tilde{E}_+, \tilde{E}_-)$ ,  $\hat{H}_0 = \nabla_t^2 + \bar{n}^2 (1 - 2\Delta f) \hat{1}$ .

## 2. $l = 0$ MODES OF A TWISTED ANISOTROPIC FIBER

To solve Eq. (3) one can use perturbation theory. As the spectrum of  $\hat{H}_0$  is twofold degenerate, it is necessary to use perturbation theory with degeneracy. After a little algebra one can obtain a  $2 \times 2$  perturbation matrix in an  $\hat{H}_0$ -representation for  $l = 0$ , where  $l$  is the azimuthal number:

$$H = \begin{pmatrix} \tilde{\beta}_0^2 - (\beta - q)^2 & Q \\ Q & \tilde{\beta}_0^2 - (\beta + q)^2 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

where  $Q = 0.5(k\Delta n)^2$  and  $\tilde{\beta}_0$  – the scalar propagation constant. It should be noted that matrix (4) depends on its eigenvalues. Far from the point  $a(q_0, 0)$ , where  $q_0 = \tilde{\beta}_0$ , one can neglect the coupling between the orthogonally polarized fields and assume that the modes of TAF is represented by four fundamental modes:

$$|\tilde{\psi}_{1,2}\rangle = |\pm\rangle \exp(i\tilde{\beta}_0 z), \quad |\tilde{\psi}_{3,4}\rangle = |\pm\rangle \exp(-i\tilde{\beta}_0 z), \quad (5)$$

where ket-vector  $|\pm\rangle$  in the basis of linear polarizations (L) has the form  $\begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \end{pmatrix}_L$ . It should

be noted that here the functions describing the radial distribution of the modes are omitted.

Near the point  $a$  the elements of (4) on the main diagonal tend to zero and the fields  $|\tilde{\psi}_i\rangle$  undergo a strong hybridization. Using the substitution  $q = q_0 + \varepsilon$ ,  $\beta = \delta$ , where  $\varepsilon, \delta \ll \tilde{\beta}_0$ , one can linearize matrix elements in Eq. (4). It is straightforward to obtain the expression for  $H$ :

$$H = \begin{pmatrix} \delta - \varepsilon & Q/2\tilde{\beta}_0 \\ Q/2\tilde{\beta}_0 & -\delta - \varepsilon \end{pmatrix}. \quad (6)$$

The eigenvalues of (6) have the form:

$$\delta_{1,2} = \pm \sqrt{\varepsilon^2 - A^2} \equiv \pm R, \quad (7)$$

where  $A = Q/2\tilde{\beta}_0$ . The fiber's modes corresponding to (7) can be written in the laboratory frame as

$$|\psi_1\rangle = \left\{ \frac{\varepsilon + R}{A} |+\rangle e^{-iqz} + |-\rangle e^{iqz} \right\} e^{izR}, \quad |\psi_2\rangle = \left\{ \frac{\varepsilon - R}{A} |+\rangle e^{-iqz} + |-\rangle e^{iqz} \right\} e^{-izR}. \quad (8)$$

Obviously, the fields (8) are not normalized. The other two modes remain not hybridized.

$$|\psi_3\rangle = |+\rangle e^{i\tilde{\beta}_0 z}, \quad |\psi_4\rangle = |-\rangle e^{-i\tilde{\beta}_0 z}. \quad (9)$$

Making the substitution  $|\pm\rangle \rightarrow |\pm\rangle \exp(\mp i\theta)$  allows one to obtain the expressions for the modes in the laboratory frame in the second part of the fiber (that is beyond the defect), which is rotated through an angle  $\theta$  with respect to the first one.

### 3. GENERATION OF LOCALIZED STATES IN A TWISTED ANISOTROPIC FIBER

To study the evolution of the Gaussian beam with a left circular polarization in a TAF with the twist defect one has to expand the incoming field in the eigenmodes of the fiber. Then the incoming Gaussian beam with a left circular polarization, which can be approximated as  $|-\rangle$ , on the left of the fiber ( $z \leq 0$ ) can be written as

$$|F_{in}\rangle = |-\rangle \exp(ikz) + (X_1 |+\rangle + X_2 |-\rangle) \exp(-ikz). \quad (10)$$

In this expression one takes into account that in the reflected light there may appear the fields with orthogonal polarizations. Within the TAF one can write

$$|F_1\rangle = X_3 |\psi_1\rangle + X_4 |\psi_2\rangle + X_5 |+\rangle \exp(i\tilde{\beta}_0 z) + X_6 |-\rangle \exp(-i\tilde{\beta}_0 z) \quad (11)$$

at  $z \in [0, d_1]$ , and

$$|F_2\rangle = X_7 |\psi'_1\rangle + X_8 |\psi'_2\rangle + X_9 |+\rangle \exp(i\tilde{\beta}_0 z) + X_{10} |-\rangle \exp(-i\tilde{\beta}_0 z) \quad (12)$$

at  $z \in [d_1, d_2]$ .

On the right of the fiber the field is described as

$$|F_{out}\rangle = (X_{11} |+\rangle + X_{12} |-\rangle) \exp(ik(z - d_2)). \quad (13)$$

It is necessary to take into account that the expressions for  $|\psi'_i\rangle$  in the second part can be derived with a help of the substitution  $|\pm\rangle \rightarrow |\pm\rangle \exp(\mp i\theta)$  in  $|\psi_i\rangle$ . The unknown coefficients  $X_i$  can be found from the system obtained through matching the expressions for fields and their derivatives at the boundaries.

Consider the case where the defect is maximal ( $\theta = \pi/2$ ) and is located right at the middle of the TAF ( $d_1 = 0.5d_2$ ). Numerical solution of equations in the unknown coefficients  $X_i$  allows one to establish the presence of the crossover event for the



reflected fundamental mode  $|+\rangle$  and the transmitted fundamental mode  $|-\rangle$  (Fig.2). The crossover takes place at  $d = d_{co} = 13967H \approx 0.005894 m$ .

Before the crossover ( $d < d_{co}$ ) a significant part of the energy of the incoming fundamental mode  $|-\rangle$  in a narrow spectral range within the forbidden band, which boundaries can be found from the equation  $|\varepsilon^2 - A^2| = 0$ , passes through the TAF with a twist defect (Fig. 3, b). Simultaneously, on the graph for the reflection coefficient of the fundamental mode  $|+\rangle$  a narrow dip appears (Fig. 3, a). As the length of the fiber increases, the behavior of the transmission/reflection coefficients changes. After the crossover (at  $d = 2d_{co}$ ) a sharp peak in the transmission curve for  $|-\rangle$  field and a dip in the reflection curve for  $|+\rangle$  field disappear (Fig. 4).

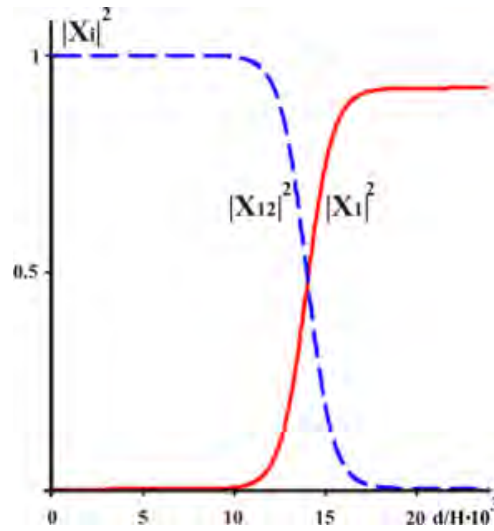


Fig. 2. Dependence of reflection coefficient for  $|+\rangle$  ( $|X_1|^2$ ) and transmission coefficient for  $|-\rangle$  ( $|X_{12}|^2$ ) on the reduced length  $d/H$ . Fiber parameters:  $n_{co} = 1.5$ ,  $\Delta = 10^{-2}$ ,  $\Delta n^2 = 10^{-3}$ ,  $\lambda = \lambda_0$ ,  $\lambda_0 = 632.8 nm$ ,  $r_0 = 10\lambda_0$ ,  $H = 4.21985 \cdot 10^{-7} m$ ,  $\theta = \pi/2$ . The incoming field is  $|-\rangle$ .

Appearance of a sharp pick in the middle of the forbidden band ( $\lambda = 632.8 nm$ ) for the fundamental mode  $|-\rangle$  at  $d = d_{co}$  is accompanied by the appearance of a localized

defect state. To illustrate this let us plot a graph for intensity within the TAF (Fig. 5) at  $d = d_{co}$  for the fields

$$\begin{aligned} |+\rangle_{in} &= \left[ X_3 \frac{\varepsilon + R}{A} \exp(iRz) + X_4 \frac{\varepsilon - R}{A} \exp(-iRz) \right] \exp(-iqz) + X_5 \exp(i\tilde{\beta}_0 z), \\ |-\rangle_{in} &= \left[ X_3 \exp(iRz) + X_4 \exp(-iRz) \right] \exp(iqz) + X_6 \exp(-i\tilde{\beta}_0 z) \end{aligned} \quad (14)$$

at  $z \in [0, 0.5d_{co}]$ , and

$$\begin{aligned} |+\rangle'_{in} &= \left[ X_7 \frac{\varepsilon + R}{A} \exp(iRz) + X_8 \frac{\varepsilon - R}{A} \exp(-iRz) \right] \exp(-i(\theta + qz)) + X_9 \exp(i\tilde{\beta}_0 z), \\ |-\rangle'_{in} &= \left[ X_7 \exp(iRz) + X_8 \exp(-iRz) \right] \exp(i(\theta + qz)) + X_{10} \exp(-i\tilde{\beta}_0 z), \end{aligned} \quad (15)$$

at  $z \in [0.5d_{co}, d_{co}]$ .

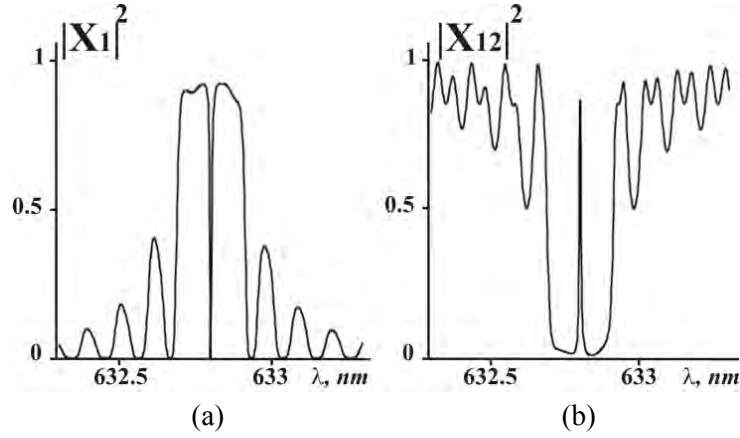


Fig. 3. Dependence of reflection coefficient for  $|+\rangle$  (a) and transmission coefficient for  $|-\rangle$  (b) on the wavelength of the incoming  $|-\rangle$  field. Fiber parameters:  $n_{co} = 1.5$ ,  $\Delta = 10^{-2}$ ,  $\Delta n^2 = 10^{-3}$ ,  $\lambda = \lambda_0$ ,  $\lambda_0 = 632.8$  nm,  $r_0 = 10\lambda_0$ ,  $H = 4.21985 \cdot 10^{-7}$  m,  $d = 0.4d_{co}$ ,  $\theta = \pi/2$ .

From Fig. 5 one can see that the amplitude of the fields  $|+\rangle$  and  $|-\rangle$  at  $d = d_{co}$  significantly exceed the amplitude of the fields outside the TAF. As the length increases, the field's intensity within the fiber decreases and at  $d = 2d_{co}$  the localization of the fundamental modes disappears (Fig. 6).

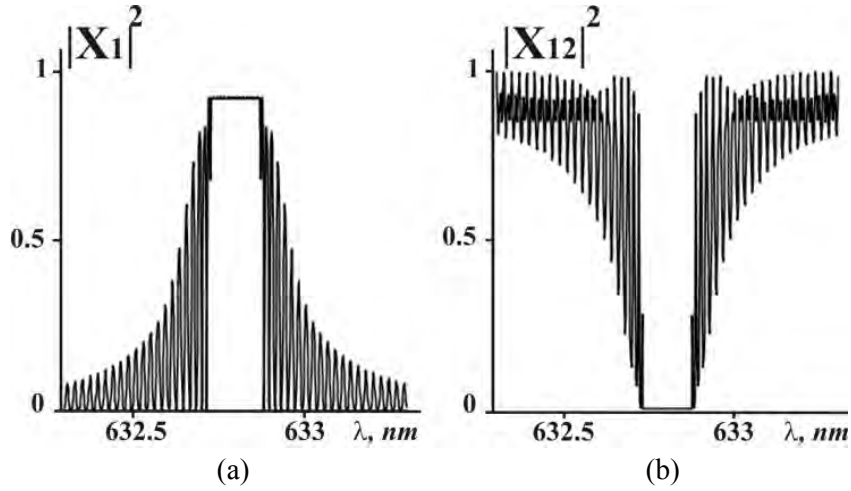


Fig. 4. Dependence of reflection coefficient for  $|+\rangle$  (a) and transmission coefficient for  $|-\rangle$  (b) on the wavelength of the incoming field  $|-\rangle$ . Fiber parameters:  $n_{co} = 1.5$ ,  $\Delta = 10^{-2}$ ,  $\Delta n^2 = 10^{-3}$ ,  $\lambda = \lambda_0$ ,  $\lambda_0 = 632.8$  nm,  $r_0 = 10\lambda_0$ ,  $H = 4.21985 \cdot 10^{-7}$  m,  $d = 2d_{co}$ ,  $\theta = \pi/2$ .

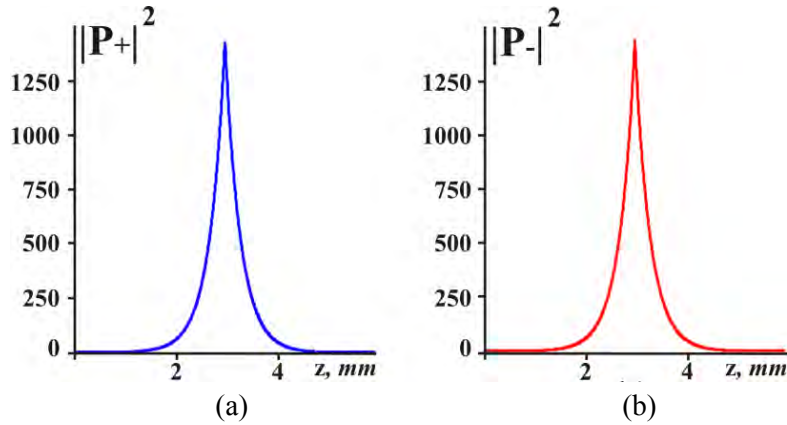


Fig. 5. Dependence of intensity for the fields  $|+\rangle$  (a) and  $|-\rangle$  (b) within the fiber on  $z$  at the incoming fundamental mode  $|-\rangle$ . Fiber parameters:  $n_{co} = 1.5$ ,  $\Delta = 10^{-2}$ ,  $\Delta n^2 = 10^{-3}$ ,  $r_0 = 10\lambda_0$ ,  $\lambda_0 = 632.8$  nm,  $H = 4.21985 \cdot 10^{-7}$  m,  $d = d_{co}$ ,  $\theta = \pi/2$ .

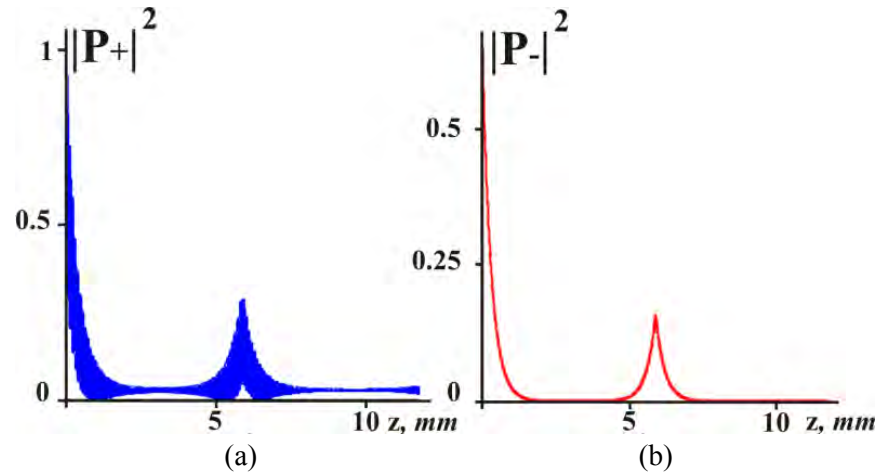


Fig. 6. Dependence of intensity for fields  $|+\rangle$  (a) and  $|-\rangle$  (b) within the fiber on  $z$  at incoming fundamental mode  $|-\rangle$ . Fiber parameters:  $n_{co}=1.5, \Delta=10^{-2}, \Delta n^2=10^{-3}, r_0=10\lambda_0, \lambda_0=632.8\text{ nm}, H=4.21985\cdot 10^{-7}\text{ m}, d=2d_{co}, \theta=\pi/2$ .

### CONCLUSION

In this paper we have established that the passage of the fundamental mode  $|-\rangle$  through the twisted anisotropic fiber with a twist defect in a narrow spectral range within the forbidden band can be accompanied by the appearance of the localized states  $|+\rangle$  and  $|-\rangle$  within the fiber. The amplitude of the localized state is maximal right at the twist defect.

### References

1. F. P. Kapron, N. F. Borrelli, D. B. Keck, *IEEE J. Quant. Electr.* **8**, 222 (1972).
2. R. Ulrich, A. Simon, *Appl. Opt.* **18**, No. 13, 2241 (1979).
3. P. McIntyre and A. W. Snyder, *J. Opt. Soc. Am.* **68**, 149 (1978).
4. A. J. Barlow, J. J. Ramskov-Hansen, D. N. Payne, *Appl. Opt.* **20**, No. 17, 2962 (1981).
5. G. B. Malykin, V. I. Pozdnyakova, and I. A. Shereshevski, *Opt. Spectrosc.* **88**, No. 3, 427 (2000).
6. A. Pizzinat, B. S. Marks, L. Palmieri, C. R. Menyuk, A. Galtarossa, *Opt. Lett.* **28**, No. 6, 390 (2003).
7. M. Wang, T. Li, and S. Jian, *Opt. Exp.* **11**, No. 19, 2403 (2003).
8. C. N. Alexeyev, A. V. Volyar, M. A. Yavorsky, ““Exact” solution of the problem of a weakly guiding anisotropic twisted fiber”, in *Proceedings of International Conference on Advanced Optoelectronics and Lasers (CAOL)* **2**, 80 (2003), IEEE Catalog number 03EX715.
9. C. N. Alexeyev, A. V. Volyar, M. A. Yavorsky, A. N. Alexeyev, *Proceedings of SPIE* **5257**, 295 (2003).
10. C. N. Alexeyev, A. V. Volyar, M. A. Yavorsky, *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics* **6**, S162 (2004).
11. C. N. Alexeyev, B. P. Lapin, A. V. Volyar, M. A. Yavorsky, *Opt Lett.* **38**, 2277-9 (2013).

Алексеев К. М. Локалізація фундаментальних мод на дефекті скрутки в скрученому анізотропному волокні / К. М. Алексеев, Б. П. Лапін, М. А. Яворський // Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія : Фізико-математичні науки. – 2014. – Т. 27 (66), № 2. – С. 5-13.

У даній статті вивчено вплив дефекту скрутки на поширення циркулярно поляризованої гаусової моди в бреггівському слабкоспрямовуючому скрученому волокні з одноосовою матеріальною анізотропією. Було показано, що гаусова мода з правою круговою поляризацією у вузькому спектральному діапазоні в межах забороненої зони майже повністю проходить крізь волокно. Даний процес супроводжується появою локалізованих на дефекті фундаментальних мод.

**Ключові слова:** скручене анізотропне волокно, дефект скрутки, фундаментальна мода.

Алексеев К. Н. Локализация фундаментальных мод на дефекте скрутки в скрученном анизотропном волокне / К. Н. Алексеев, Б. П. Лапин, М. А. Яворский // Ученые записки Таврического национального университета имени В. И. Вернадского. Серия : Физико-математические науки. – 2014. – Т. 27 (66), № 2. – С. 5-13.

В данной статье изучено влияние дефекта скрутки на распространение циркулярно поляризованной гауссовой моды в брегговском скрученном слабонаправляющем волокне с одноосной материальной анизотропией. Было показано, что гауссова мода с правой круговой поляризацией в узком спектральном диапазоне внутри запрещенной зоны почти полностью проходит через волокно. Данный процесс сопровождается появлением локализованных на дефекте фундаментальных мод.

**Ключевые слова:** скрученное анизотропное волокно, дефект скрутки, фундаментальная мода.

#### Список литературы

1. Kapron F. P. Birefringence in dielectric optical waveguides / F. P. Kapron, N. F. Borrelli, D. B. Keck // IEEE J. Quant. Electr. – 1972. – Vol. 8. – P. 222-225.
2. Ulrich R. Polarization optics of twisted single-mode fibres / R. Ulrich, A. Simon // Appl. Opt. – 1979. – Vol. 18, No 13. – P. 2241-2251.
3. McIntyre P. Light propagation in twisted anisotropic media / P. McIntyre and A. W. Snyder // J. Opt. Soc. Am. – 1978. – Vol. 68. – P. 149-157.
4. Barlow A. J. Birefringence and polarization mode-dispersion in spun single-mode fibers / A. J. Barlow, J. J. Ramskov-Hansen, D. N. Payne // Appl. Opt. – 1981. – Vol. 20, No 17. – P. 2962-2968.
5. Malykin G. B. Coupling between elliptic screw polarization modes in single-mode optical waveguides with liner birefringence and regular twist of anisotropy axes in the presence of random axis twist / G. B. Malykin, V. I. Pozdnyakova, and I. A. Shereshevski // Opt. Spectrosc. – 2000. – Vol. 88, No 3. – P. 427-440.
6. Polarization mode dispersion of spun fibres with randomly varying birefringence / A. Pizzinat, B. S. Marks, L. Palmieri, et al. // Opt. Lett. – 2003. – Vol. 28, No 6. – P. 390-392.
7. Wang M. Analytical theory for polarization mode dispersion of spun and twisted fibre / M. Wang, T. Li, and S. Jian // Opt. Exp. – 2003. – Vol. 11, No 19. – P. 2403-2410.
8. Alexeyev C. N. "Exact" solution of the problem of a weakly guiding anisotropic twisted fiber / C. N. Alexeyev, A. V. Volyar, M. A. Yavorsky // International Conference on Advanced Optoelectronics and Lasers (CAOL), 2003 : Proceedings. – Vol. 2. – P. 80-84. – IEEE Catalog number 03EX715.
9. Vortex-preserving fibers / C. N. Alexeyev, A. V. Volyar, M. A. Yavorsky, A. N. Alexeyev // Proceedings of SPIE. – 2003. – Vol. 5257. – P. 295-302.
10. Alexeyev C. N. Vortex-preserving weakly guiding anisotropic twisted fibres / C. N. Alexeyev, A. V. Volyar, M. A. Yavorsky // Journal of Optics A: Pure and Applied Optics. – 2004. – Vol. 6. – P. S162-S165.
11. Helical-core fiber analog of a quarter-wave plate for orbital angular momentum / C. N. Alexeyev, B. P. Lapin, A. V. Volyar, M. A. Yavorsky // Opt Lett. – 2013. – Vol. 38. – P. 2277-9.

*Received 20 September 2014.*

**UDK 535.42**

## **ALGEBRA OF OPTICAL QUARKS**

***Egorov Yu. A., Konovalenko V. L., Volyar A. V.***

***Taurida National V. I. Vernadsky University, 4 Vernadsky Ave., Simferopol 295007, Crimea, Russia  
E-mail: [yuriy.crimea@gmail.com](mailto:yuriy.crimea@gmail.com)***

We have considered a new type of singular beams called as optical quarks. They have fractional topological charges being equal to half an integer and they possess rather unique properties. There are four types of optical quarks, even and odd ones, which reveal the opposite signs of topological charges. The sums or differences of the even and odd quarks form standard vortex or non-vortex beams with the topological charges of integer order. All the quarks in the same beam annihilate and the beam vanishes. We conducted an analysis of all possible combinations of even and odd optical quarks with different charges. What provided an opportunity to explore what interactions correspond to their “sum” and “difference”.

**Keywords:** optical vortex, fractional charge.

**PACS:** 42.25.Fx, 47.32.C

### **INTRODUCTION**

As far back as in the beginning of 1990s, Soskin et al. [1] have wondered at a 'strange' behaviour of the simplest singular beams with fractional topological charges. It turns out that the inherent property of such beams is that the initial field distribution is not recovered during propagation along any beam length, while the optical vortex with a fractional topological charge is not nucleated at any beam cross section. Indeed, a broken axial symmetry of the beam does not permit reconstructing the propagating field. The immediate inference is that the vortex beams with the fractional topological charges cannot exist in principle. Although such a simple statement does not need a strong confirmation at all, the work by Berry [2] has ignited a heated discussion. Berry has considered the process of diffraction for a Gaussian (G) beam by a spiral phase plate with the fractional phase step. The evolution of the diffracted beam manifests itself in the form of beam fracture, with chains of singly charged optical vortices. However, the major point has been that the beam could carry over a fractional orbital angular momentum (OAM).

An avalanche of subsequent studies has surpassed all imagination [4]. The detailed analysis has shown that the fractional optical vortex splits into an infinite series of integer-order vortices, while the OAM of the beam is defined by contributions of integer-order optical vortices. Although it seems at the first sight that fractionalising the OAM of the beam contradicts the foundations of quantum mechanics, the authors of the work [7] have shown the mixed stated of photons to be able to carry over the fractional OAMs. At the same time, according to the results [2], the fractional-vortex beam must inevitably be destroyed while propagating, because of different phase velocities of partial elementary beams involved. Nevertheless, the recent studies [3,6] have demonstrated availability of spatially invariant beams with fractional OAMs and, in particular, with fractional optical vortices [3,6] (so-called Erf-G beams).

Such unusual properties of the fractional-vortex beams compel to peer more attentively into the structure of spatially invariant fractional-vortex beams. The aim of the present article is to analyse the interaction features of elementary fractional-vortex beams in the free space.

## 1. THEORY

We have shown in the study [3,6] that the error function-Gaussian beams (Erf-G beams) bearing optical vortices with the topological charges  $l = +1/2$  (Fig.1) belong to the strong solutions of the vector paraxial wave equation and refer to a set of so-called standard paraxial beams (Hermite-Gaussian (HG), Laguerre-Gaussian (LG), Bessel-Gaussian (BG), etc.), with a complex argument.

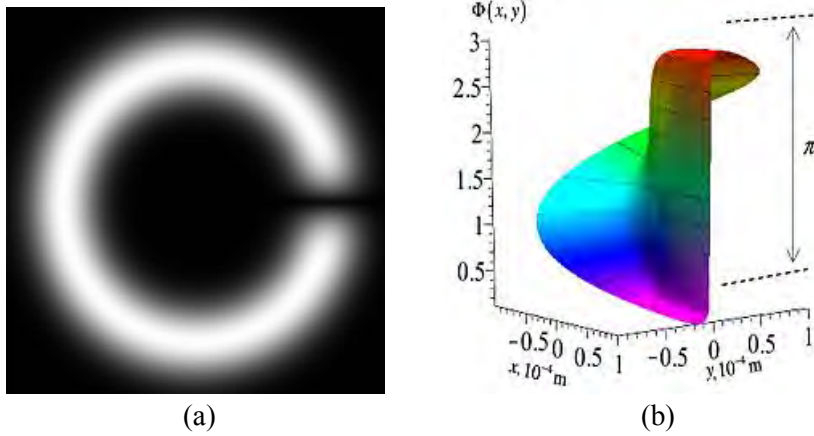


Fig. 1. Intensity (a) and phase (b) distributions for erf- beams with  $w_0 = 35 \mu\text{m}$  in the initial plane  $z = 0$  (a)  $\text{m}^{-1}$  and (b)  $\text{m}^{-1}$ .

In contrast to the usual standard beams (e.g., HG, Laguerre (L), G or BG ones), the erf-G beams have a non-factorising form, i.e. their azimuthal ( $\varphi$ ) and radial ( $r$ ) variables are not separated. The scalar erf-G beam may be written in the form

$$\psi_s = \frac{-2i\sqrt{\pi}e^{\frac{is\varphi}{2}}}{R} NG \left\{ e^{\frac{-R^2}{2}} \operatorname{erf}\left(iR\sin\frac{\varphi}{2}\right) + se^{\frac{R^2}{2}} \operatorname{erf}\left(R\cos\frac{\varphi}{2}\right) \right\}, \quad (1)$$

where  $erf(x)$  stands for the error function,  $R = \sqrt{2 \frac{Kr}{\sigma}}$ ,  $G = \frac{\exp\left(\frac{-r^2}{W_0^2 \sigma}\right)}{\sigma}$ ,

$N = \exp\left(\frac{-K^2 w_0^2}{4\sigma}\right)$ ,  $\sigma = 1 - i z/z_0$ , and  $z = -k w_0^2 / 2$ . Here  $w_0$  is the radius of the beam

waist at  $z = 0$ ,  $k$  the wavenumber,  $s = \pm 1$ , and the free parameter  $K$  can acquire arbitrary values, including complex ones. The field distribution given by Eq. (1) depends on the free parameter  $K$ .

Near the beam axis where  $Kr$  is very small ( $Kr \ll 1$ ), the wave function of the erf-G beam given by Eq. (1) may be presented as

$$\psi_s \approx 2\sqrt{\pi} e^{\frac{is\varphi}{2}} NG \left\{ e^{\frac{-R^2}{2} \sin \frac{\varphi}{2}} - is e^{\frac{R^2}{2} \left( R \cos \frac{\varphi}{2} \right)} \right\}, \quad (2)$$

Notice that the two terms in Eq. (2) have much to do with the forms of the fractional-vortex beams suggested by Soskin et al. in the work [1]. Let us write out a generalised form of such wave constructions at the initial plane  $z = 0$  and outline their basic properties:

$$Q_{ev}^{+,m} = \cos\left(\frac{m\varphi}{2}\right) e^{\frac{im\varphi}{2}} F(r), \quad (3)$$

$$Q_{od}^{+,m} = -isin\left(\frac{m\varphi}{2}\right) e^{\frac{im\varphi}{2}} F(r), \quad (4)$$

$$Q_{ev}^{-,m} = -\cos\left(\frac{m\varphi}{2}\right) e^{\frac{-im\varphi}{2}} F(r), \quad (5)$$

$$Q_{od}^{-,m} = -isin\left(\frac{m\varphi}{2}\right) e^{\frac{-im\varphi}{2}} F(r), \quad (6)$$

where  $F(r)$  is the radial envelope of the standard paraxial beam and  $m = 2m'+1$  is an odd number.

An arbitrary non-vortex beam can be presented as a superposition of the wave elements given by Eqs. (3)-(6):

$$F(r) = Q_{ev}^{+,m} + Q_{od}^{+,m} \quad \text{or} \quad F(r) = -(Q_{ev}^{-,m} + Q_{od}^{-,m}) \quad (7)$$

Correspondingly, the beams with the edge dislocations may be written as



$$F(r)\cos(m\varphi) = \{Q_{ev}^{+m} - Q_{od}^{+m} - Q_{ev}^{-m} + Q_{od}^{-m}\} \quad (8)$$

$$F(r)\cos(m\varphi) = \{Q_{ev}^{+m} - Q_{od}^{+m} + Q_{ev}^{-m} - Q_{od}^{-m}\} \quad (9)$$

However, since the vortex beams of high orders are unstable with respect to slight perturbations, later on we will focus our attention only on the simplest vortex beams with  $m = \pm 1$ .

Another basic property is that the sum all the wave constructions given by Eqs. (3)-(6) vanishes:

$$Q_{ev}^{+m} + Q_{od}^{+m} + Q_{ev}^{-m} + Q_{od}^{-m} = 0. \quad (10)$$

In analogy with the Gell-Mann quark model of hadrons, we will call such wave constructions *as* optical quarks. In this way the wave constructions  $Q_{od}^{-m}$  and  $Q_{ev}^{-m}$  may be treated as anti-quarks. Eqs. (7) and (8) can be read such that a superposition of two even and odd quarks or anti-quarks forms a non-vortex beam, while their difference represents a vortex-beam. At the same time, the occurrence of all the quarks and anti-quarks results in their total annihilation (see Eq. (10)).

## 2. GENERATION OF ERF-G BEAMS

Generation of optical quarks is possible due to the use of computer-generated holograms [1] shown in Fig. 2.

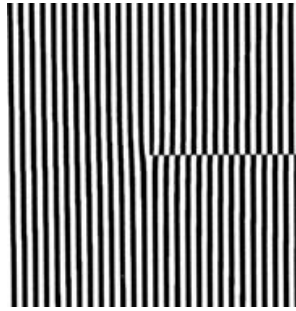


Fig. 2. Computer generated hologram.

For the generation of optical quarks and their analysis was assembled Mach-Zehnder interferometer (Fig. 3). For the light source we used a He-Ne laser LGN-207A. After the laser light propagated by splitting cube, where the second beam was directed into the support arm of the interferometer. The main beam spread and entered to polarizer. There he converted into a linearly polarized, and then fell by a quarter wave plate, and converted into a circularly polarized. After that, the beam was diffracted by the hologram (Fig. 3(6)). On the phase transporant generated a spectrum of beams (Fig. 4). Central order is a beam of zero charge, each next beam differs from the preceding one by  $l = 1/2$  in dependence of order. Thus for the experiment, we are only suitable  $-1$  and  $+1$  order.

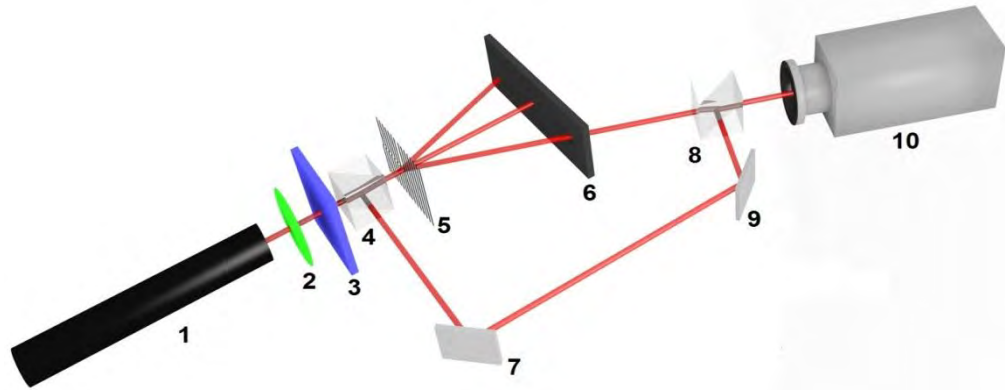


Fig. 3. The experimental setup for the generation of fractional topological charges: 1 – He-Ne laser; 2 – polarizer; 3 – quarter wave plate; 4, 8 – splitting cube; 5 – hologram; 6 – diaphragm; 7, 9 – mirror; 10 – camera.

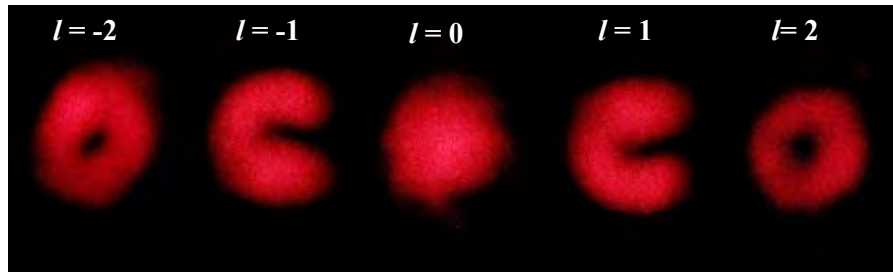


Fig. 4. The spectrum of beams carrying fractional charge.

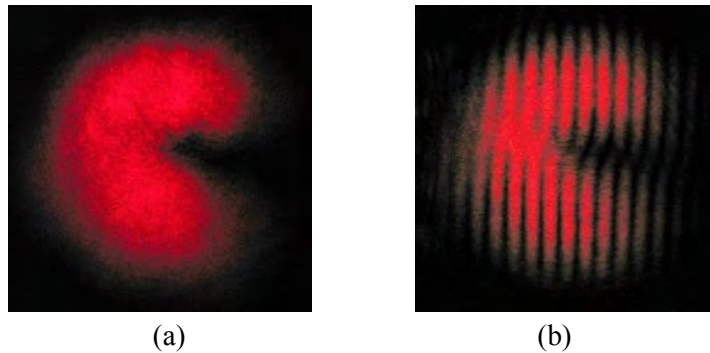


Fig. 5. Intensity (a) and phase (b) distributions for erf- beams with  $l = 1/2$ .

From the spectrum of the hologram we chose the needed optical quarks (+1 and -1 order) Fig. 5. Final beam interfered with the reference beam (Fig. 5, b). Overall picture of falling on the CCD camera.

### 3. THE ALGEBRA OF FRACTIONAL CHARGES

To study the interaction of fractional charges has been assembled experimental set-up (Fig. 6). For the light source used laser LGN-207B (1), a power of 0.5 mW,  $\lambda = 632$  microns. When linearly polarized light passes through the quarter-wave plate (3), the beam is converted into a circularly polarized, and placed in a Mach-Zehnder interferometer. Consisting of splitting the cubes (4, 8) and mirrors (7). Each of the arms in the direction of propagation of the beam was placed computer synthesized hologram (5).

After output generates eddies fractional charges with different combinations of  $(l = 1/2; l = +1/2)$ ,  $(l = +1/2, l = -1/2)$ ,  $(l = -1/2, l = -1/2)$ ,  $(l = -1/2, l = +1/2)$ . We took one of these combinations. Both vortices were combined by splitting cube (5), after which there was the result of their interaction. The result of the experiment were recorded by CCD camera (9) and displayed on the monitor.

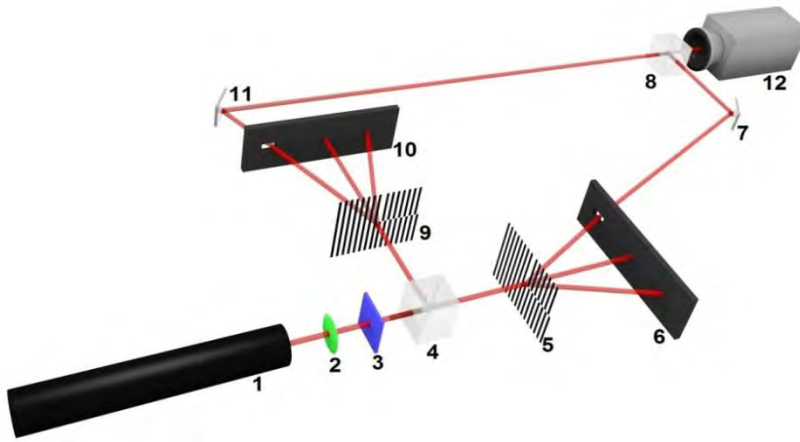


Fig. 6. The experimental set-up for the “addition” and “subtraction” fractional topological charges: 1 – HeNe laser; 2 – polarizer; 3 – quarter wave plate; 4, 8 – splitting cubes; 5, 9 – hologram; 6, 10 – diaphragm; 7, 11 – mirror; 12 – camera.

Since there are four combinations of addition of beam intensity, we need to choose the most interesting. As shown by theoretical calculations combination  $(l = 1/2, l = -1/2)$  and the combination of  $(l = -1/2, l = +1/2)$  lead to the same type of addition of beam intensity. A combination of  $(l = 1/2, l = +1/2)$  and  $(l = -1/2, l = -1/2)$  are identical but opposite topological charges.

### 4. THE ADDITION OF OPTICAL VORTICES WITH FRACTIONAL CHARGE

During the experiment it was shown that when placed in the assembled installation scheme of hologram  $(l = 1/2, l = +1/2)$  is generated at the output of the interference pattern (Fig. 7) is the sum formed by the addition of the intensity of the beams.

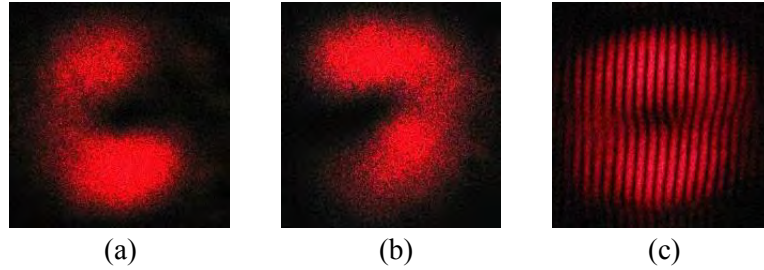


Fig. 7. The addition of optical vortices with fractional charge: (a) optical vortex of charge  $l = 1/2$ ; (b) optical vortex of charge  $l = 1/2$ ; (c) the resulting interference pattern.

But since each of these beams has its own topological charge  $l = 1/2$ , the result of addition of these beams is formed interference pattern displayed on it with the topological sum of two optical vortices. As can be seen from the interference pattern of the resulting beam is equal to the topological charge  $l = 1$ . Thus is explained the law of conservation of topological charges.

### 5. SUBTRACTION OF OPTICAL VORTICES WITH FRACTIONAL CHARGE

During the experiment it was shown that when placed in the assembled installation scheme hologram ( $l = 1/2, l = -1/2$ ), the output interference pattern generated, which is the sum formed by adding the intensities of the beams (Fig. 8). But since each of these beams has its own topological charge  $l = 1/2$ , the result of addition of these beams is formed interference pattern displayed on it with the topological sum of two optical vortices.

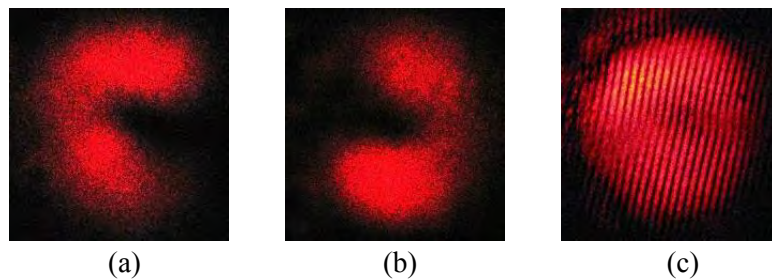


Fig. 8. The subtraction of optical vortices with fractional charge: (a) optical vortex of charge  $l = 1/2$ ; (b) optical vortex of charge  $l = -1/2$ ; (c) the resulting interference pattern.

As can be seen from the resulting interference pattern has a beam topological charge equal to  $l = 0$  (Fig. 8, c). Thus is explained the law of conservation of topological charges.

### CONCLUSION

So, a new type of singular beams called as optical quarks was considered. They have fractional topological charges being equal to half an integer and they possess rather unique

properties. There are four types of optical quarks, even and odd ones, which reveal the opposite signs of topological charges. The sums or differences of the even and odd quarks form standard vortex or non-vortex beams with the topological charges of integer order. All the quarks in the same beam annihilate and the beam vanishes. All possible combinations of even and odd optical quarks with different charges were analyzed. What provided an opportunity to explore what interactions correspond to their “sum” and “difference”.

### References

1. I. Basisty, M. Soskin and M. Vasnetsov, *Opt. Commun.* **119**, 604 (1995).
2. M. V. Berry, *J. Opt. A*, **6**, 259 (2004).
3. Alexander V. Volyar, *Ukr. J. Phys. Opt.* **14**, 31 (2013).
4. J. Leach, E. Yao and M. J. Padgett, *New J. Phys.* **6**, 71 (2004).
5. Garcia J. Gutierrez-Vega, *J. Opt. Soc. Amer. A* **26**, 794 (2009).
6. T. Fadeyeva, C. Alexeyev, A. Rubass and A. Volyar, *Opt. Lett.* **37**, 1397 (2012).
7. J. Gotte, S. Franke-Arnold, R. Zambrini and S. M. Barnett, *J. Mod. Opt.* **54**, 1723 (2007).

**Егоров Ю. О. Алгебра оптических кварков / Ю. О. Егоров, В. Л. Коноваленко, О. В. Волярь // Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія : Фізико-математичні науки. – 2014. – Т. 27 (66), № 2. – С. 14-22.**

Було розглянуто новий тип сингулярних пучків, так званих оптичних кварків. Дані сингулярні пучки володіють топологічним зарядом рівним половині цілого числа, а також вони мають досить унікальні оптичні властивості. Всього існує чотири типи оптичних кварків: парні і непарні, що мають різні знаки топологічних зарядів. Додавання і віднімання парних і непарних оптичних кварків призводить до створення стандартного пучка з топологічним зарядом рівному цілому числу. Був проведений аналіз всіх можливих комбінацій парних і непарних оптичних кварків з різними зарядами, що дало можливість досліджувати взаємодії оптичних кварків як при підсумовуванні, так і відніманні.

**Ключові слова:** оптичний вихор, дробовий топологічний заряд.

**Егоров Ю. А. Алгебра оптических кварков / Ю. А. Егоров, В. Л. Коноваленко, А. В. Волярь // Ученые записки Таврического национального университета имени В. И. Вернадского. Серия : Физико-математические науки. – 2014. – Т. 27 (66), № 2. – С. 14-22.**

Был рассмотрен новый тип сингулярных пучков, называемых «оптические кварки». Данные сингулярные пучки обладают топологическим зарядом равным половине целого числа, также они обладают достаточно уникальными оптическими свойствами. Всего существует четыре типа оптических кварков: четные и нечетные, имеющие разные знаки топологических зарядов. Сложение и вычитание четных и нечетных оптических кварков приводит к созданию стандартного пучка с топологическим зарядом равному целому числу. Был проведен анализ всех возможных комбинаций четных и нечетных оптических кварков с разными зарядами, что дало возможность исследовать взаимодействия оптических кварков при суммировании и при их вычитании.

**Ключевые слова:** оптический вихрь, дробный топологический заряд.

### Список литературы

1. Basisty I. Optical wavefront dislocations and their properties / I. Basisty, M. Soskin and M. Vasnetsov // *Opt. Commun.* – 1995. – Vol. 119. – P. 604-612.
2. Berry M. V. Optical vortices evolving from helicoidal integer and fractional phase steps / M. V. Berry // *J. Opt. A.* – 2004. – Vol. 6. – P. 259-269.
3. Volyar Alexander V. Do optical quarks exist in the free space? A scalar treatment / Alexander V. Volyar // *Ukr. J. Phys. Opt.* – 2013. – Vol. 14. – P. 31-43.

4. Leach J. Observation of the vortex structure of a non-integer vortex beam / J. Leach, E. Yao and M. J. Padgett // *New J. Phys.* – 2004. – Vol. 6. – P. 71.
5. Garcia J Gutierrez-Vega. Diffraction of plane waves by finite-radius spiral phase plates of integer and fractional topological charge / Garcia J Gutierrez-Vega // *J. Opt. Soc. Amer. A.* – 2009. – Vol. 26. – P. 794-803.
6. Vector erf-Gaussian beams: fractional optical vortices and asymmetric TE and TM modes / T. Fadeyeva, C. Alexeyev, A. Rubass and A. Volyar // *Opt. Lett.* – 2012. – Vol. 37. – P. 1397-1399.
7. Quantum formulation of fractional orbital angular momentum / J. Gotte, S. Franke-Arnold, R. Zambrini and S. M. Barnett // *J. Mod. Opt.* – 2007. – Vol. 54. – P. 1723-1738.

*Received 19 September 2014.*

**UDK 535.147**

## **GENERATION OF AN ARRAY OF VECTOR BOTTLE BEAMS**

***Shostka N. V., Shostka V. I., Ivanov M.***

***Taurida National V. I. Vernadsky University, 4 Vernadsky Ave., Simferopol 295007, Crimea, Russia***

***E-mail: [nataliya\\_shostka@mail.ru](mailto:nataliya_shostka@mail.ru)***

In present work an experimental method of formation of an bottle beam array by focusing an array of  $N$  uniformly-polarized Gaussian beams passed uniaxial crystal is considered.

**Keywords:** uniaxial crystal, array of bottle beams.

**PACS:** 42.25

### **INTRODUCTION**

The possibility of manipulation of micro particles with the help of light [1] is one of the most topical researches in modern optics. Optical tweezers manipulate colloidal microscopic particles, life cells, nano- and microparticles, single molecules and atoms, which find wide applications in modern microbiology and micro engineering. For creating an optical potential well and achieve fully three dimensional trapping, the so-called *optical bottle beam* have been proposed, i.e. beams with a finite axial region of low intensity surrounded in all dimensions by area of high light intensity [2, 3]. In works [4, 5] it was shown, that the speckle pattern of a coherent beam from the surface of diffuser could be used for trapping of a great number of micron sized particles in air. However this type of multi tweezers is sensible to any shift of the diffuse screen, so it's not possible to realize changes of trapped particles position.

In present work the method of generating an array of bottle beams using an uniaxial crystal is demonstrated.

### **1. FORMATION OF SINGLE BOTTLE BEAM BY UNIAXIAL CRYSTAL**

The main feature of bottle beams is closed 3D area of low intensity inside light focus. An uniaxial crystal could serve as basic element for realization of practical generation of such beams [6, 7, 8]. In works of Chiatonni, prof. Volyar, prof. Fadeyeva, prof. Shvedov it has been shown theoretically and experimentally that the propagation of circularly polarized beam along the axis of an uniaxial crystal in an orthogonal with respect to the initial circularly polarized component optical vortex is born, its topological charge differs from the charge of the initial beam in two units. In the basis of the formation of an optical vortex in this case is the law of conservation of the projection of the total flux of angular momentum of the beam to the optical axis of the crystal [9].

Consider the case when initial beam on crystal is the circular polarized Gaussian beam. Circularly polarized Gaussian beam in crystal could be described as superposition of ordinary and extraordinary beams, which have different beam waists [6, 8].

As the result of focusing of the beam exit uniaxial crystal there are clearly observed two focuses with different polarization distributions separated by the region of low intensity, i.e. bottle beam [8]. Computer modulation of longitudinal and transverse intensity distributions is shown in Fig. 1 (a, b). The distance between two waists in such beam is defined as:  $2\delta = d(n_o^2 - n_e^2)/(n_e^2 n_o)$ , where  $n_o$  and  $n_e$  are ordinary and extraordinary refractive indices,  $d$  is the thickness of the crystal. Thus the distance between beam waists depends not only on birefringence properties of the crystal but and on its thickness. I.e., it is possible to change the properties of the formed bottle beam by changing geometrical parameters of optical system for its generation.

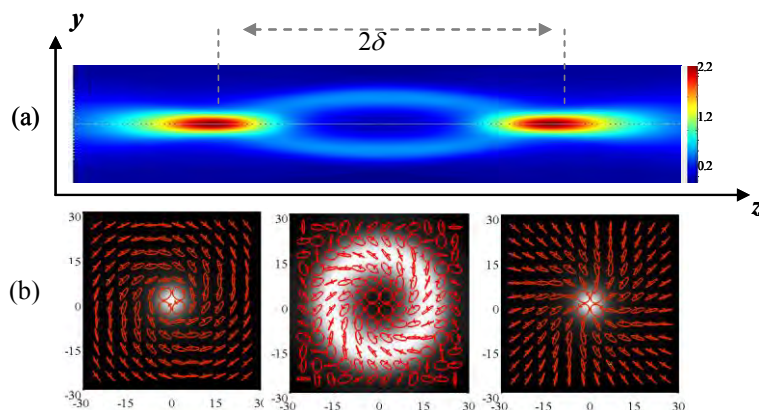


Fig. 1. Theoretical calculation (a), (b) of longitudinal and transverse intensity distributions in bottle beam. On (b) are presented pictures of polarization distribution in the areas of the beam waists.

Let us answer the question, is it possible to form an array of bottle beams in the following manner.

## 2. GENERATION OF AN ARRAY OF 3-DIMENSION BOTTLE BEAMS

The computer generated diffraction element, constituted screen with  $N$  regularly arranged pinholes, allows to split initial laser coherent beam into  $N$  Gaussian beams.

An equation for the general wave function of an array in free space can be presented in the following way:

$$\Psi = \sum_{n=1}^N \Psi_n \quad (1)$$

where  $N$  – number of the local beams in array,  $n$  – index of each beam.

As it was shown in [10] the incline of the paraxial beam axis at a small angle is equivalent to the shift of the  $y$ -axis of the beam to the imaginary part on the distance  $iaz_0$ .



Thus the wave function of the  $n$ -th inclined beam in an array could be written as the following expression:

$$\Psi_n = \frac{1}{\sigma} \exp\left(-k \frac{\alpha^2 z_0}{2}\right) \exp\left(-\frac{x_{n'}^2 + (y_{n'} + i\alpha z_0)^2}{\omega_0^2 \sigma}\right) \exp(-ikz) \quad (2)$$

Coordinates of  $n$ -the beam are written the following way:

$$\begin{cases} x_{n'} = x_n \cos \varphi_n + y_n \sin \varphi_n + r_0 \\ y_{n'} = y_n \cos \varphi_n - x_n \sin \varphi_n \end{cases} \quad (3)$$

where  $\varphi_n = \frac{2\pi}{N}n$ ,  $z_0 = k\rho^2/2$ ,  $k = 2\pi/\lambda$  is wave number,  $\lambda$  is wave length,

$$\sigma = 1 - i \frac{z}{z_0}.$$

We work in paraxial regime, so we consider  $\sin \alpha \approx \alpha$ ,  $\alpha$  is the inclination angle of the beam axis to the optical axis of the hole system.

Let's consider propagation of an array of Gaussian beams (1) in crystal. In work [10] it was shown, that for a given crystal length there is an optimal inclination angle  $\alpha$  when the output beam contains an isolated single charge vortex on its axis as in the case of on-axis propagation of circularly polarized Gaussian beam. So for small inclination angle the ordinary and extraordinary polarized beam components propagate together along the optical axis of the inclined beam, and the conservation law is done. Thus for a small inclination angle of each beam in an array the focusing of the crystal-propagating beam array can shape an array of isolated "bottle beams".

For experimental study of the beam array evolution and formation of bottle beam array we have used an experimental setup shown in Fig. 2.

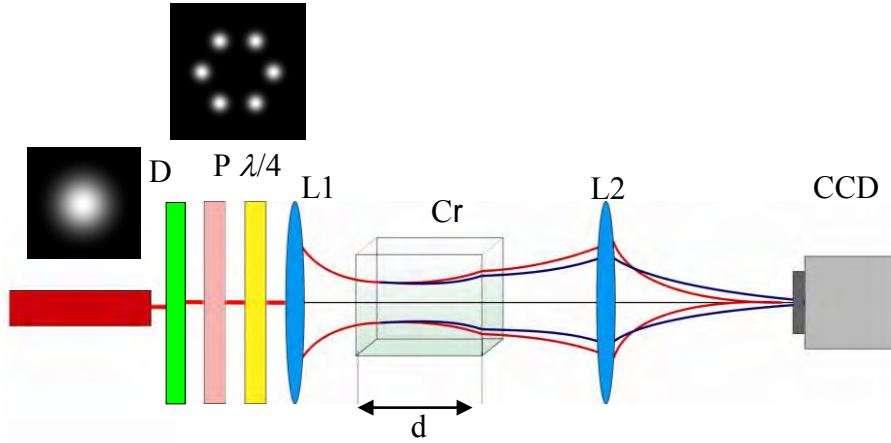


Fig. 2. Experimental set-up: laser with the wave length  $\lambda = 634$  nm; D – amplitude screen; P – polarizer;  $\lambda/4$  – quarter wave plate; Cr – uniaxial crystal; L1, L2 – focusing lenses.

The polarization filter, consisting the polarizer and quarter wave plate transforms initial Gaussian beam array after amplitude screen (with  $N$  pinholes) into circularly polarized. The circularly polarized array is focused by the lens L1 into the uniaxial crystal, and the propagation axis of the whole array of Gaussian beams coincides with the optical axis of the crystal.

As in previous case each circularly polarized Gaussian beam of an emerged array after crystal could be described as superposition of ordinary and extraordinary beams, which focuses are situated in different distances from the focusing lens L2. Experimental results are shown in Fig. 3 (transverse intensity distributions of an array of bottle beams) are presented in Fig. 3.

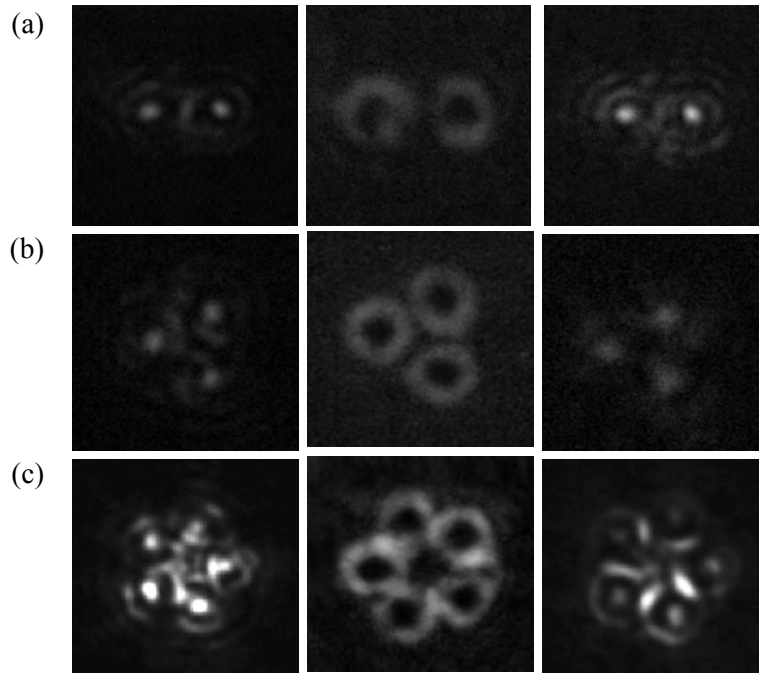


Fig. 3. Experimental transverse intensity distribution of array with  $N=2$  bottle beams (a), array with  $N=3$  bottle beams (b) and array with  $N=5$  bottle beams (c).

As it could be seen the result of focusing of Gaussian beam array exit uniaxial crystal is the formation of an array of bottle beams.

### CONCLUSION

In this work is suggested an experimental method of generation bottle beam array by using uniaxial crystal. Such structures of the vector beams could be used in various applications of optical trapping and manipulation of microparticles. This method could be used both with coherent and temporarily coherent laser beams.

### References

1. A. Ashkin, *Phys. Rev. Lett.* **24**, 156 (1970).
2. J. Arlt and M. J. Padgett, *Opt. Lett.* **25**, 191 (2000).
3. N. Bokor and N. Davidson, *Opt. Commun.* **279**, 229 (2007).
4. V. G. Shvedov, A. V. Rode, Ya. V. Izdebskaya, D. Leykam, A. S. Desyatnikov, W. Krolikowski and Yu. S. Kivshar, *J. Opt.* **12**, 124003-8 (2010).
5. V. G. Shvedov, A. V. Rode, Ya. V. Izdebskaya, A. S. Desyatnikov, W. Krolikowski and Yu. S. Kivshar, *Optics Express* **18**, No. 3, 3137 (2010).
6. A. V. Volyar, T. Fadeeva, *Optics and spectroscopy* **96**, 108 (2004).
7. T. Fadeyeva, V. Shvedov, N. Shostka, C. Alexeyev, A. Volyar, *Opt. Lett.* **35**, 3787 (2010).
8. V. G. Shvedov, C. Hnatovsky, N. Shostka, W. Krolikowski, *JOSA B* **30** (1), 1 (2013).
9. A. V. Volyar, T. A. Fadeyeva, *Optics and Spectroscopy* **94** (2), 235 (2003).
10. T. A. Fadeyeva, V. G. Shvedov, Ya. V. Izdebskaya, A. V. Volyar, E. Brasselet, D. N. Neshev, A. S. Desyatnikov, W. Krolikowski, and Yu. S. Kivshar, *Optics Express* **18**, 10848 (2010).

**Шостка Н. В. Генерація масиву векторних пляшкових пучків / Н. В. Шостка, В. І. Шостка, М. Іванов** // Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія : Фізико-математичні науки. – 2014. – Т. 27 (66), № 2. – С. 23-28.

У роботі представлено експериментальний метод формування масивів пляшкових пучків в ході фокусування масиву  $N$  гаусівських пучків, які пройшли уздовж оптичної осі одновісного кристалу. Подібні структури векторних пучків можуть бути використані в різноманітних сферах оптичного захоплення та маніпулювання частками мікронного розміру. Основна особливість представленого методу є те, що він може бути застосований як для когерентного так й для частково-когерентного лазерного випромінювання.

**Ключові слова:** одновісний кристал, масив пляшкових пучків.

**Шостка Н. В. Генерация массива векторных бутылочных пучков / Н. В. Шостка, В. И. Шостка, М. Иванов** // Ученые записки Таврического национального университета имени В. И. Вернадского. Серия : Фізико-математические науки. – 2014. – Т. 27 (66), № 2. – С. 23-28.

В работе представлен экспериментальный метод формирования массива бутылочных пучков при фокусировке массива  $N$  Гауссовых пучков, прошедших одноосный кристалл вдоль его оптической оси. Подобные структуры векторных пучков могут быть использованы в различных сферах оптического захвата и манипулирования частицами микронного размера. Основной особенностью представленного метода является то, что он может быть применен как для когерентного так и частично-когерентного лазерного излучения.

**Ключевые слова:** одноосный кристалл, массив бутылочных пучков.

### Список литературы

1. Ashkin A. Acceleration and trapping of particles by radiation pressure / A. Ashkin // *Phys. Rev. Lett.* – 1970. – Vol. 24. – P. 156-159.
2. Arlt J. Generation of a beam with a dark focus surrounded by regions of higher intensity: the optical bottle beam / J. Arlt and M. J. Padgett // *Opt. Lett.* – 2000. – Vol. 25. – P. 191-193.
3. Bokor N. A three dimensional dark focal spot uniformly surrounded by light / N. Bokor and N. Davidson // *Opt. Commun.* – 2007. – Vol. 279. – P. 229-234.
4. Laser speckle field as a multiple particle trap / V. G. Shvedov, A. V. Rode, Ya. V. Izdebskaya, et al. // *J. Opt.* – 2010. – Vol. 12. – 124003-8.
5. Selective trapping of multiple particles by volume speckle field / V. G. Shvedov, A. V. Rode, Ya. V. Izdebskaya, et al. // *Optics Express.* – 2010. – Vol. 18, No 3. – P. 3137.
6. Volyar A. V. Focusing of singular beams / A. V. Volyar, T. Fadeeva // *Optics and spectroscopy.* – 2004. – Vol. 96. – P. 108-118.

7. Natural shaping of the cylindrically polarized beams / T. Fadeyeva, V. Shvedov, N. Shostka, et al. // Opt. Lett. – 2010. – Vol. 35. – P. 3787-3789.
8. Generation of vector bottle beams with a uniaxial crystal / V. G. Shvedov, C. Hnatovsky, N. Shostka, W. Krolikowski // JOSA B. – 2013. – Vol. 30, Issue 1. – P. 1-6.
9. Volyar A. V. Generation of singular beams in uniaxial crystals / A. V. Volyar, T. A. Fadeyeva // Optics and Spectroscopy. – 2003. – Vol. 94, Issue 2. – P. 235-244.
10. Spatially engineered polarization states and optical vortices in uniaxial crystals / T. A. Fadeeva, V. G. Shvedov, Ya. V. Izdebskaya, et al. // Optics Express. – 2010. – Vol. 18. – P. 10848.

*Received 10 September 2014.*

*УДК 535.012.21*

## **ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФАЗОВОЙ СТРУКТУРЫ СИНГУЛЯРНОГО ПУЧКА В ОДНООСНОМ КРИСТАЛЛЕ**

*Соколенко Б. В.*

*Таврический национальный университет имени В.И. Вернадского, проспект академика  
Вернадского 4, Симферополь 295007, Республика Крым, Россия*

*E-mail: [simplexx.87@gmail.com](mailto:simplexx.87@gmail.com)*

Приведен ряд теоретических и экспериментальных результатов, описывающих преобразование интенсивности и фазы полей параксиальных оптических пучков, прошедших одноосный кристалл строго ортогонально оптической оси. Исследована динамика формирования фазовых сингулярностей в процессе двулучепреломления во вращающейся системе оптический пучок-кристалл, рассмотрено воздействие анизотропной дифракции на положение внеосевого оптического вихря. Представлены решения векторного параксиального уравнения для обыкновенного и необыкновенного пучков в виде параметрических полей.

**Ключевые слова:** фазовая сингулярность, оптический вихрь, двулучепреломление, анизотропия.

**PACS:** 42.25.Lc

### **ВВЕДЕНИЕ**

Особое место в сингулярной оптике представляют исследования, связанные с распространением световых пучков и преобразованием их структуры в анизотропных средах – одноосных кристаллах [1-4]. Прежде всего, анизотропная среда позволяет формировать в поле пучка фазовые [3, 5] и поляризационные сингулярности, а также управлять их формой и взаимным положением на плоскости, что находит широкое применение в устройствах модуляции, оптических пинцетах и микроскопии [6].

В работах, касающиеся ортогонального распространения пучка в анизотропных средах [7], авторами показано, что пучки в кристалле испытывают естественную эллиптическую деформацию в поперечном сечении, величина которой пропорциональна разности показателей преломления для обыкновенного и необыкновенного пучков в кристалле, однако вопрос об особенностях пространственной фазовой структуры раскрыт не полностью. В частности, формирование сингулярными пучками коноскопических картин заслуживает отдельного рассмотрения благодаря богатому разнообразию эффектов, вызванных интерференцией обыкновенного и необыкновенного пучков.

Ранее изученные физические механизмы формирования сложных векторных полей в кристаллах предполагали трансляцию однородно поляризованных пучков вдоль оптической оси кристалла или под небольшим углом к ней [4]. В нашем же случае, вращение кристалла вокруг перпендикуляра к оптической оси позволяет задавать требуемые конфигурации векторных сингулярностей в поле после

кристалла. Таким образом, вопрос формирования и управления оптическими вихрями является актуальной проблемой современной оптики.

### 1. РЕШЕНИЕ ВОЛНОВОГО ПАРАКСИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ СИНГУЛЯРНОГО ПУЧКА В ОДНООСНОМ КРИСТАЛЛЕ

Поскольку кристалл представляет собой одноосную однородную, неограниченную среду, главные кристаллографические оси которой привязаны к лабораторным осям координат, тензор диэлектрической проницаемости примет вид:

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Оптическая ось кристалла  $C$  направлена вдоль оси  $y$ , перпендикулярно оси  $z$ , вдоль которой распространяется пучок. Компоненты пучка при распространении ортогонально оптической оси являются модами собственной линейной поляризации и в этом случае не интерферируют друг с другом. В параксиальном приближении компоненты пучка представим в виде полей:

$$E_x = \tilde{E}_x(x, y, z) e^{(-ik_1 z)} \quad (2)$$

$$E_y = \tilde{E}_y(x, y, z) e^{(-ik_2 z)} \quad (3)$$

Тогда для каждой из поперечно поляризованных компонент можно записать уравнения [1]:

$$\partial_x^2 \tilde{E}_x + \partial_y^2 \tilde{E}_x - 2ik_1 \partial_z \tilde{E}_x = 0 \quad (4)$$

$$\partial_x^2 \tilde{E}_y + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \partial_y^2 \tilde{E}_y - 2ik_2 \partial_z \tilde{E}_y = 0 \quad (5)$$

где  $k_1 = k_z^{(x)} = k_0 n_1$  и  $k_2 = k_z^{(y)} = k_0 n_2$ . Позволим кристаллу вращаться, введя переменные  $\psi$  – угол прецессии, в то время как  $\varphi$  является углом внутреннего вращения оптического вихря относительно оси пучка. Ограничимся наиболее простым случаем пучка с круговым поперечным сечением в плоскости  $z=0$  и радиусом перетяжки  $w_o, w_e$ . Решение волновых уравнений (4), (5) представим в виде:

$$\tilde{E}_x = \left( \frac{X - i\xi Y}{w_o \sigma_o} - a e^{-i\xi(\psi - \varphi)} \right) \times \exp \left[ - (X^2 + Y^2) / w_o^2 \sigma_o \right] / \sigma_o \quad (6)$$

$$\tilde{E}_y = \frac{i}{\sqrt{\sigma_x \sigma_y}} \left( \frac{X}{w_e \sigma_x} - i\xi \frac{Y}{w_e \sigma_y} - a e^{-i\xi(\psi - \varphi)} \right) \times \exp \left[ - \frac{X^2}{w_e^2 \sigma_x} - \frac{Y^2}{w_e^2 \sigma_y} \right] \quad (7)$$

Введем обозначения:  $z_o = k_1 w_o^2 / 2$ ,  $z_x = k_2 w_e^2 / 2$ ,  $z_y = k_2 w_e^2 n_1^2 / 2n_2^2$ ,  $\sigma_o = 1 - iz / z_o$ ,  $\sigma_x = 1 - iz / z_x$ ,  $\sigma_y = 1 - iz / z_y$ ,  $X = x \cos \psi - y \sin \psi$ ,  $\xi = \pm 1$ . Полученные выражения

описывают поведение сингулярного пучка в системе координат, связанной с подвижной системой, при чем пучок распространяется строго ортогонально оптической оси кристалла (Рис. 1). Выражениях (6) и (74) параметр  $a$  отвечает за смещение вихря относительно оси пучка. Очевидно, для обыкновенного и необыкновенного пучков, вследствие анизотропии кристалла, длина Рэлея будет различна, что приведет к неодинаковому смещению вихря в поперечном сечении каждой из компонент  $E_x$  и  $E_y$ , и, как следствие, в циркулярно поляризованных компонентах  $E_+ = E_x - iE_y$ ,  $E_- = E_x + iE_y$ . Фазовый портрет на Рис. 1 свидетельствует о наличии сингулярности в пучке, а направление спирали указывает на знак топологического заряда. Сдвиг фазы на периферии пучка указывает на постоянную разность фаз между обыкновенным и необыкновенным пучками.

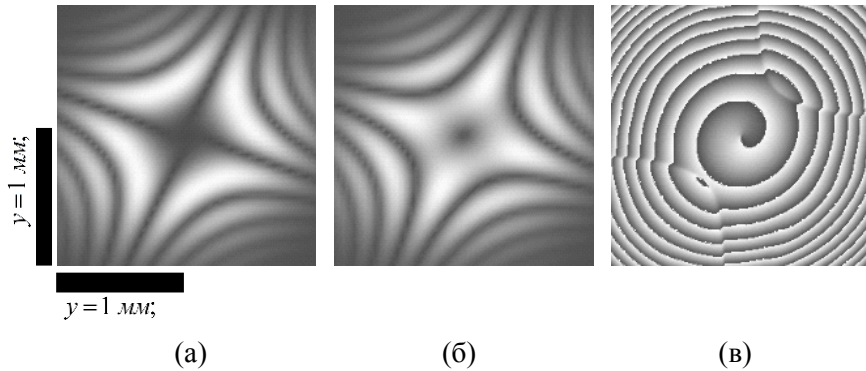


Рис. 1. Распределение интенсивности в циркулярно поляризованных компонентах: (а)  $E_-$ , (б)  $E_+$  и фазы пучка (в) для пучка с центрированным вихрем при  $a = 0$ ,  $\omega_0 = 20$  мкм и  $z = 20$  мм,  $\xi = -1$ ,  $n_o = 1,54$ ,  $n_e = 1,55$ ,  $\psi = 0,4\pi$ .

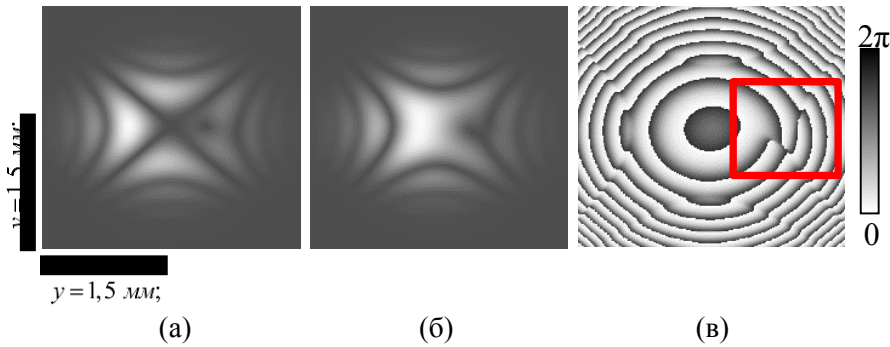


Рис. 2. Распределение интенсивности в циркулярно поляризованных компонентах: (а)  $E_-$ , (б)  $E_+$  и фазы пучка (в) для пучка со смещенным вихрем при  $a = 0,5\omega_0 = 10$  мкм и  $z = 20$  мм,  $\xi = -1$ ,  $n_o = 1,54$ ,  $n_e = 1,55$ . Прямоугольником отмечена область топологической реакции.

Как показано на Рис. 2, при смещении от оси оптического вихря в исходном пучке на расстояние равное половине радиуса перетяжки  $a = 0.5\omega_0$ , сдвиг вихря в обыкновенном пучке после двулучепреломления соответствует таковому в исходном, в то время для необыкновенного пучка из-за эллиптической деформаций положение вихря не соответствует первоначальному.

Иными словами, эллиптическая деформация (вызванная анизотропией среды) усиливает смещение сингулярности в необыкновенном пучке, вызывая расхождение вихрей в циркулярно поляризованных компонентах. Чем больше величина смещения исходного вихря относительно оси гауссова пучка, тем явнее расхождение.

## 2. ДИНАМИКА ФАЗОВЫХ СИНГУЛЯРНОСТЕЙ В ЦИРКУЛЯРНО ПОЛЯРИЗОВАННЫХ КОМПОНЕНТАХ ПАРАКСИАЛЬНОГО ПУЧКА В ОДНООСНОМ КРИСТАЛЛЕ

Дополнительное искажение в фазу вносит тонкая структура коноскопической картины, разность фаз между линиями семейства изоклин которой имеет постоянную величину, кратную  $\pi$ , при этом наличие внеосевого вихря в окрестности линий вносит дополнительный сдвиг фазы в структуре коноскопической картины и приводит к формированию топологического диполя (Рис. 3, а).

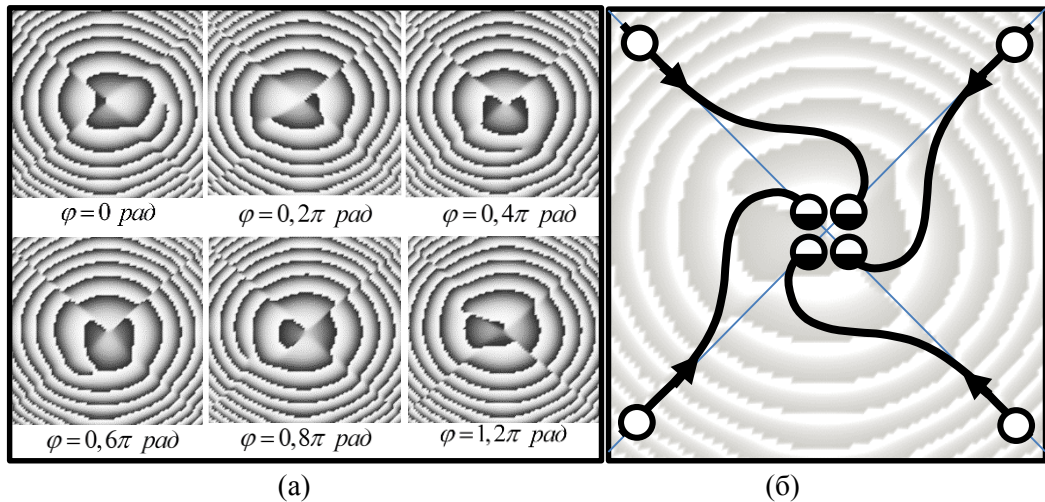


Рис. 3. Эволюция фазы пучка циркулярно поляризованной компоненты  $E_-$  в области сингулярности: (а) фазовые портреты внеосевого оптического вихря при различных полярных углах  $\varphi$ ; (б) траектория фазовых сингулярностей в процессе поворота вихря относительно оси пучка: белые окружности соответствуют области рождения сингулярности, окружности с половинчатой заливкой указывают на рождение вихря с противоположным знаком и аннигиляцию его с исходным в окрестности центра пучка. Сплошные линии со стрелками указывают направление движения сингулярностей;  $a = 0,5$ ,  $\omega_0 = 10$  мкм и  $z = 20$  мм.



Пространственное положение коноскопической картины и взаимная ориентация оптического вихря приводит к ряду топологических реакций и локальному фазовому анфолдингу. Управление положением оптического вихря в сечении пучка может осуществляться радиус-вектором (параметр  $a$ ) и азимутальным углом  $\varphi$ . В случае осевого вихря, значительного искажения в структуре фазы коноскопической картины не происходит, однако небольшое смещение вихря от оси пучка сопровождается наложением фазового профиля сингулярности и коноскопической картины. Последовательное изменение положения оптического вихря в данном случае приводит ряду аннигиляций и рождению топологических диполей.

В динамике данный процесс можно представить в виде траектории (Рис. 3, б). Исходный оптический вихрь асимптотически приближается к оси пучка, где происходит аннигиляция с вихрем обратного топологического заряда, в то же время на периферии формируется вихрь со знаком топологического заряда, совпадающим с исходной сингулярностью, таким образом формируется топологический диполь одна часть которого располагается в окрестности оси пучка, а вторая приходит с бесконечности, замещая исходный вихрь. При дальнейшем повороте вихря в пучке (при изменении угла  $\varphi$  и  $a = const$ ), процесс повторяется. Стоит отметить что движение вихрей происходит вдоль линии, разграничивающей семейства изоклин, разность фаз между которыми испытывает скачок, кратный  $\pi$ . Благодаря наличию исходной фазовой сингулярности, вводимой в пучок, в кристалле формируется ряд вихрей в области линии раздела семейств (Рис. 4).

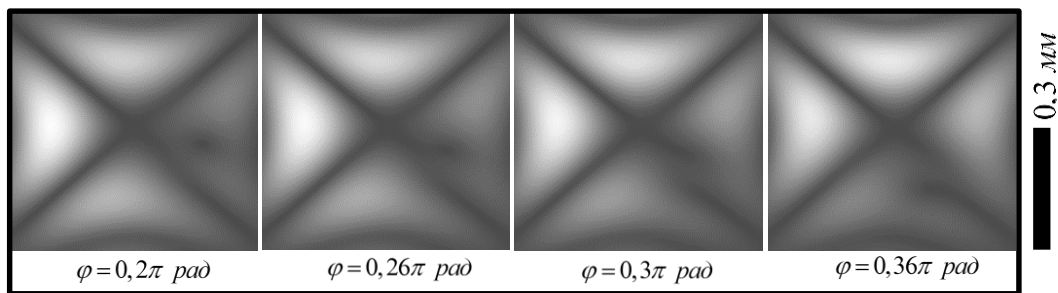


Рис. 4. Распределение интенсивности в окрестности центра пучка циркулярно поляризованной компоненты  $E_-$  для различных углов  $\varphi$  при  $a = 0,5$ ,  $\omega_0 = 10$  мкм, и  $z = 20$  мм,  $\xi = -1$ ,  $n_o = 1,54$ ,  $n_e = 1,55$ .

В ортогональной циркулярно поляризованной компоненте процесс топологических реакций происходит идентично за исключением локальных траекторий топологических диполей, которые зависят от продольного смещения вихря от оси пучка.

Топологические реакции в компоненте  $E_+$  образуются, главным образом, за счет взаимодействия исходного вихря с линиями изоклин, результатом чего является расщепление линии по интенсивности и искажение фазового портрета, в

котором присутствуют характерные «вилки», соответствующие фазовым сингулярностям и топологическим диполям (Рис. 5, а). Изменение угла  $\varphi$  приводит к последовательному расщеплению линий, находящихся в непосредственной близости к траектории внеосевого вихря. В зоне топологической реакции вихри дипольной пары сходятся, подвергаясь фазовому анфолдингу (сглаживанию фазовой поверхности) в области кривых линий изоклин, после чего исходный вихрь продолжает свое движение. Таким образом, фазовая сингулярность вносит возбуждение в структуру коноскопической картины, вызывая реакцию среды посредством формирования топологических пар (Рис. 5, б).

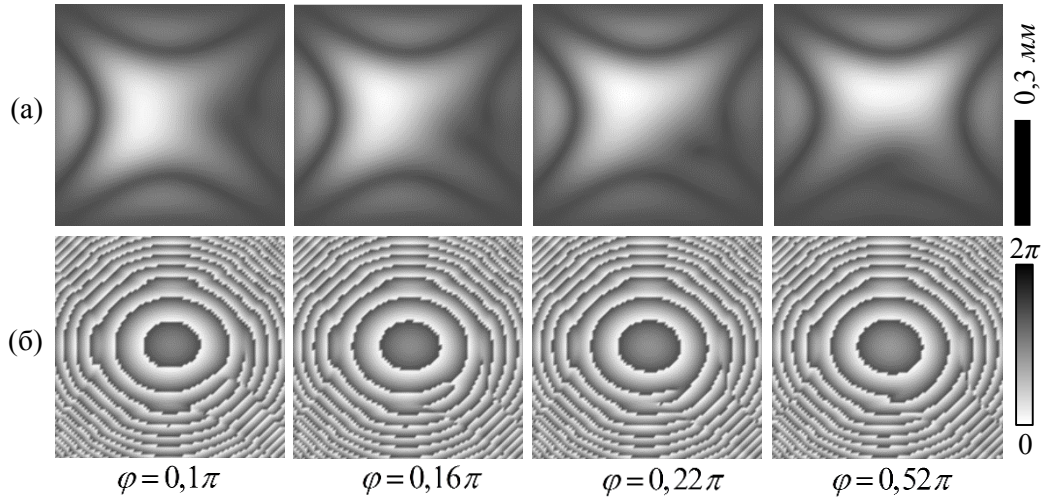


Рис. 5. Эволюция фазовых сингулярностей в поле пучка компоненты циркулярной поляризации  $E_+$  для различных азимутальных углов  $\varphi$  ориентации исходного внеосевого вихря: (а) интенсивность поля, (б) фазовый профиль. Параметры пучка:  $a = 0,8$ ,  $\omega_0 = 16 \text{ мкм}$  и  $z = 20 \text{ мм}$ ,  $\xi = -1$ ,  $n_o = 1,54$ ,  $n_e = 1,55$ .

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный расчет и моделирование процессов распространения парааксиальных пучков, переносящих оптический вихрь – фазовую сингулярность в одноосном кристалле, позволил выявить сложный процесс взаимодействия анизотропной среды со световыми полями. Классическая коноскопическая картина, сформированная интерференцией обыкновенного и необыкновенного пучков обладает высокой чувствительностью к фазовым искажениям, в качестве которых могут выступать оптические вихри, краевые дислокации, иные неоднородности.

Показано, что смещение оптического вихря относительно оси пучка вызывает формирование фазовых сингулярностей, которые взаимодействуют с исходным вихрем, влияя на траекторию его движения. Главным образом это связано с

пространственной расходимостью точек сингулярностей в обыкновенном и необыкновенном пучках.

Образование топологических пар, их аннигиляция и пространственная ориентация указывает на отклик среды и, следовательно, что может быть использовано в качестве датчиков, фазовых модуляторов и анализаторов световых полей.

#### Список литературы

1. The precession of vortex-beams in a rotating uniaxial crystal / T. A. Fadeyeva, A. F. Rubass, B. V. Sokolenko, A. V. Volyar // *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* – 2009. – Vol. 11, Issue 9. – P. 53-55.
2. Soskin M. S. Singular optics *Progress in optics* / M. S. Soskin, M. V. Vasnetsov// *Nova Science.* – 2011. – Vol. 42. – P. 219-276.
3. Sokolenko B. V. The vortex generation in revolving uniaxial crystal during the propagating nearly perpendicular to its optical axis / B. V. Sokolenko, A. F. Rubass and A. V. Volyar // *Semiconductor Physics, Quantum Electronics and Optoelectronics.* – 2013. – Vol. 16, No 4. – P. 344-348.
4. Volyar A. Generation of single-charge optical vortices with an uniaxial crystal / A. Volyar, V. Shvedov, T. Fadeyeva // *Optics Express.* – 2009. – Vol. 14, No 9. – P. 3724-372.
5. The evolution of light spin-orbital momentum within the rotated uniaxial crystal near the perpendicular to its optical axis / B. V. Sokolenko, A. F. Rubass, S. N. Lapaeva, et al. // *Proceedings of SPIE.* – 2013. – Vol. 9066.
6. Optical Vortex Scanning in an Aperture Limited System / A. Popiolek-Masajada, B. Sokolenko, I. Augustyniak, et al. // *Optics and Lasers in Engineering.* – 2014. – Vol. 55. – P. 105-112.
7. Ciattoni A. Optical propagation in uniaxial crystals orthogonal to the optical axis: paraxial theory and beyond / A. Ciattoni and C. Palma // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2008. – Vol. 20. – 2163-71.

**Соколенко Б. В. Перетворення фазової структури сингулярності пучка в одноосних кристалах / Б. В. Соколенко // Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія : Фізико-математичні науки. – 2014. – Т. 27 (66), № 2. – С. 29-36.**

Наведено ряд теоретичних і експериментальних результатів, що описують перетворення інтенсивності та фази полів параксильної оптичних пучків, що пройшли одноосний кристал ортогонально до оптичної вісі. Досліджено динаміку формування фазових сингулярностей в процесі подвійного променезаломлення у системі оптичний пучок-кристал, досліджено вплив анізотропної дифракції на стан позавісьового оптичного вихору. Представлено рішення векторного параксильного рівняння для звичайного і незвичайного пучків у вигляді параметричних полів.

**Ключові слова:** фазова сингулярність, оптичний вихор, інтерференція, анізотропія.

**Sokolenko B. V. Conversion of phase structure of singular beams in uniaxial crystals / B. V. Sokolenko // Scientific Notes of Taurida National V. I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2014. – Vol. 27 (66), No 2. – P. 29-36.**

There is a series of theoretical and experimental results, which describe the transformation of the intensity and phase of paraxial optical beams passed uniaxial crystal strictly orthogonal to the optical axis. The dynamics of singular beams and phase shaping within the rotating birefringent crystal and anisotropic diffraction effects were investigated. The solutions of the vector paraxial equation for the ordinary and extraordinary beams in the form of parametric fields are shown.

**Key words:** phase singularity, optical vortex, interference, anisotropy.

#### References

1. T. A. Fadeyeva, A. F. Rubass, B. V. Sokolenko, A. V. Volyar, *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **11** (9), 53 (2009).
2. M. S. Soskin, M. V. Vasnetsov, *Nova Science* **42**, 219 (2011).

3. B. V. Sokolenko, A. F. Rubass and A. V. Volyar, *Semiconductor Physics, Quantum Electronics and Optoelectronics* **16**, No. 4, 344 (2013).
4. A. Volyar, V. Shvedov, T. Fadeyeva, *Optics Express* **14**, No. 9, 3724 (2009).
5. B. V. Sokolenko, A. F. Rubass, S. N. Lapaeva, M. V. Glumova and A. V. Volyar, *Proceedings of SPIE* **9066** (2013).
6. A. Popiolek-Masajada, B. Sokolenko, I. Augustyniak, J. Masajada A. Khoroshun, and M. Bacia, *Optics and Lasers in Engineering* **55**, 105 (2014).
7. A. Ciattoni and C. Palma, *J. Opt. Soc. Am. A* **20**, 2163-71 (2008).

*Received 05 October 2014.*

**UDK 539.391+514.764.2**

## **SCALAR FIELD POTENTIAL DISTRIBUTION FOR TWO A “THICK” NULL STRING MOVING ALONG THE AXIS-Z**

***Lelyakov A. P., Kovalev A. O.***

***Taurida National V. I. Vernadsky University, 4 Vernadsky Ave., Simferopol 295007, Crimea, Russia  
E-mail: [kovalyovanton@yandex.ru](mailto:kovalyovanton@yandex.ru)***

The general form of the scalar field potential distribution for two a “thick” null string moving along the axis-Z and completely lying in a plane orthogonal to this axis at every time moment is proposed. The conditions, under which a contraction of the field to a one-dimensional object results asymptotic coincidence of components of the energy-momentum tensor in the limit of compression components energy-momentum tensor of a scalar field for a system of two noninteracting null strings moving on the same trajectories are found.

**Keywords:** null string, scalar field, cosmology.

**PACS:** 98.80.  $\pm k$

### **INTRODUCTION**

String theories show the steady progress during several recent decades. In spite of problems inevitable for any developing theory, they arouse admiration both due to the results already obtained and their great possibilities in the future. On the one hand, the interest in cosmic strings and other topological solutions is initiated by the role possibly played by topological defects in the process of evolution of the Universe (string mechanisms of generation of primary inhomogeneities of the matter density in the early Universe or ideas of the topological inflation). On the other hand, it is due to the physical properties of these objects significantly differing from those of common matter.

Besides studying of string theory allows us to understand the deepest moments of the birth of the Universe in order to understand why it occurred, and what lies ahead of her? But it is impossible to imagine studying the evolution of the Universe without studying the properties of its components. That's why this article is a studying of null strings, which are an integral part of both the string theory and the universe in general.

Objective of article:

- Construct the general view of distribution of potential scalar field for a system consisting of two "thick" null string moving without interaction along the axis in the same direction.
- Find conditions on scalar field potential at which, within the limit of the compression component of the energy-momentum tensor of the scalar field asymptotically coincide with the components of the energy-momentum tensor for a system of two null strings moving on the same trajectory.

The components of the energy-momentum tensor for an isolated null strings have the following form:

$$T^{mn} \sqrt{-g} = \gamma \int d\tau d\sigma x_{,\tau}^m x_{,\tau}^n \delta^4(x^l - x^l(\tau, \sigma)), \quad (1)$$

where the indices  $m, n, l$  take the values 0,1,2,3, functions  $x^m = x^m(\tau, \sigma)$  determine the trajectory of a null string,  $\tau$  and  $\sigma$  are the parameters on the light surface of the null strings  $x_{,\tau}^m = \partial x^m / \partial \tau$ ,  $g = |g_{mn}|$ ,  $g_{mn}$  is the metric tensor of the environment, and  $\gamma = const$ .

In the cylindrical system of coordinates:  $x^0 = t$ ,  $x^1 = \rho$ ,  $x^2 = \theta$ ,  $x^3 = z$ , the function  $x^m(\tau, \sigma)$ , that determine the trajectory of the two closed string with constant (time-invariant) radius  $R$ , moving along in the negative direction the axis  $z$  completely lying in a plane orthogonal to this axis at every time moment have the following form:

$$t = \tau, \quad \rho = R = const., \quad \theta = \sigma, \quad z = a - \tau, \quad (2)$$

$$t = \tau, \quad \rho = R = const., \quad \theta = \sigma, \quad z = -a - \tau, \quad (3)$$

where the positive constant  $a$  determines the distance, to the variable  $z$ , between the two null strings (equal  $2a$ ).

For trajectories (2), (3), all directions on the hypersurfaces  $z = const$  are equivalent; therefore, the metric functions  $g_{mn} = g_{mn}(t, \rho, z)$ , using the invariance of the quadratic form with respect to the inversion of  $\theta$  to  $-\theta$  we obtain  $g_{02} = g_{12} = g_{32} = 0$ . One can also see that the space-time quadratic form must be invariant with respect to the simultaneous inversion  $t \rightarrow -t$ ,  $z \rightarrow -z$ . Hence,

$$g_{mn}(t, \rho, z) = g_{mn}(-t, \rho, -z), \quad (4)$$

which yields

$$g_{01} = g_{31} = 0. \quad (5)$$

Finally, using the free choice of the systems of coordinates in the general relativity theory, we partially fix it by the requirement

$$g_{30} = 0. \quad (6)$$

Thus, the quadratic form for the problem to be solved can be presented as

$$dS^2 = e^{2\nu} (dt)^2 - A(d\rho)^2 - B(d\theta)^2 - e^{2\mu} (dz)^2, \quad (7)$$

where  $\nu, \mu, A, B$  depend on the variables  $t, \rho, z$ .

The components of the energy-momentum tensor for a system of two non-interacting

null strings moving along the trajectories of (2) and (3) have the following form:

$$T^{mn} = T_1^{mn} + T_2^{mn}, \quad (8)$$

where  $T_1^{mn}$  and  $T_2^{mn}$  components of energy-momentum tensor for an isolated null string moving along a path (2) and (3) respectively. For massless components of the energy-momentum must satisfy the equation

$$T_\alpha^\alpha = 0. \quad (9)$$

Hence, to (1), (2), (3), (7), (8), Eq. (9) takes the form:

$$T_0^0 + T_3^3 = \frac{2\gamma}{\sqrt{AB}} \{e^{\nu-\mu} - e^{\mu-\nu}\} \{\delta(q+a) + \delta(q-a)\} \delta(\rho-R) = 0, \quad (10)$$

whence

$$\nu \equiv \mu. \quad (11)$$

The non-zero components of the energy-momentum tensor (1), to (1) – (3), (7), (11), are as follows:

$$T_{00} = T_{33} = T_{03} = \gamma \frac{e^{-2\nu}}{\sqrt{AB}} \delta(\rho-R) (\delta(q+a) + \delta(q-a)) \quad (12)$$

Analyzing the system of Einstein equations and using conditions for (7), (11), (12) the dependence of functions of the quadratic form (7) can be redefined as

$$A = A(q, \rho), \quad B = B(q, \rho), \quad \nu = \nu(q, \rho), \quad (13)$$

where  $q = t + z$ .

In this case, the Einstein system itself is reduced to the equations

$$-\frac{A_{,qq}}{2A} - \frac{B_{,qq}}{2B} + \frac{1}{4} \left( \left( \frac{A_{,q}}{A} \right)^2 + \left( \frac{B_{,q}}{B} \right)^2 \right) + \nu_{,q} \left( \frac{A_{,q}}{A} + \frac{B_{,q}}{B} \right) = \chi T_{00}, \quad (14)$$

$$2\nu_{,\rho\rho} + 2(\nu_{,\rho})^2 + \frac{B_{,\rho\rho}}{B} - \frac{1}{2} \left( \frac{B_{,\rho}}{B} \right)^2 + \nu_{,\rho} \left( \frac{B_{,\rho}}{B} - \frac{A_{,\rho}}{A} \right) - \frac{1}{2} \frac{A_{,\rho}}{A} \frac{B_{,\rho}}{B} = 0, \quad (15)$$

$$(\nu_{,\rho})^2 + \nu_{,\rho} \frac{B_{,\rho}}{B} = 0, \quad (16)$$

$$2v_{,\rho\rho} + 3(v_{,\rho})^2 - v_{,\rho} \frac{A_{,\rho}}{A} = 0, \quad (17)$$

$$\frac{B_{,q\rho}}{B} + 2v_{,q\rho} - v_{,\rho} \left( \frac{A_{,q}}{A} + \frac{B_{,q}}{B} \right) - \frac{1}{2} \frac{B_{,\rho}}{B} \left( \frac{A_{,q}}{A} + \frac{B_{,q}}{B} \right) = 0. \quad (18)$$

Supplement the system (14) - (18) the motion of a null string in the pseudo-Riemannian space

$$x_{,\tau\tau}^m + \Gamma_{pq}^m x_{,\tau}^p x_{,\tau}^q = 0, \quad (19)$$

$$g_{mn} x_{,\tau}^m x_{,\tau}^n = 0, \quad g_{mn} x_{,\tau}^m x_{,\sigma}^n = 0, \quad (20)$$

where  $\Gamma_{pq}^m$  are the Christoffel symbols. It can be shown on that the trajectory (2), (3), equation of motion (19), (20) are performed identically, i.e. the trajectory of (2), (3) are actually realized and do not change the gravitational field itself null strings.

Eq. (12) implies that, beyond the two strings, i.e. at  $q \neq \pm a$ ,  $\rho \neq R$ , all components of its energy-momentum tensor are equal to zero, while the non-zero ones (tending to infinity) appear directly at the string, this allows one to investigate the system of Einstein equations (14) - (18) in two directions:

1. By restricting oneself to the analysis of "external" problem in the region  $q \neq \pm a$ ,  $\rho \neq R$ , where the components of the energy-momentum tensor (right-hand sides of the Einstein equations (14) - (18)) are equal to zero.
2. By considering the components of the energy-momentum tensor of a string as a limit of some "thick" distribution and analyzing the Einstein equations for this "thick" distribution.

Can be shown, the analysis of the "external" problem results in a large number of vacuum solutions of Einstein equations (14) - (18) that satisfy the problem symmetry, however, the criteria allowing one to choose those describing the gravitational field of a null string from this totality of solutions remain unclear. For example, it is easy to check that the function

$$e^{2\nu} = A = 1, \quad B = \rho^2, \quad (21)$$

defining the Minkowski space-time, or function

$$e^{2\nu} = c |\beta_{,q}|, \quad A = (\beta(q))^2, \quad B = (\beta(q)\rho)^2, \quad (22)$$

$c = const.$ ,  $\beta(q)$  arbitrary function, there are external solutions (i.e. in the region  $q \neq \pm a$ ,  $\rho \neq R$ ) of Einstein equations (14) - (18).

When trying to consider the components of the tensor (12) of the string as a limit of some "thick" distribution (simply replacing the delta functions in the tensor (12) by the corresponding delta-function sequences), some errors can arise due to the indeterminacy



of considering the possible appearance of terms (multipliers) tending to zero (constant) under the contraction of this "thick" distribution into a one-dimensional object. That is why it is more suitable to start from some "well- determined" "thick" distribution, such as a real massless scalar field (as we consider a scalar null object) and then to contract it to a string of the required configuration provided that the components of the tensor (12) of the scalar field asymptotically coincide with those of the components of the tensor (12).

### 1. SYSTEM OF EINSTEIN EQUATIONS FOR THE "THICK" PROBLEM

The components of the energy-momentum tensor for a real massless scalar field have the form:

$$T_{\alpha\beta} = \varphi_{,\alpha}\varphi_{,\beta} - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}L, \quad (23)$$

where  $L = g^{\omega\lambda}\varphi_{,\omega}\varphi_{,\lambda}$ ,  $\varphi_{,\alpha} = \partial\varphi/\partial x^\alpha$ ,  $\varphi$  is the scalar field potential, and this indices  $\alpha, \beta, \omega, \lambda$  take on the values 0,1,2,3.

To provide the self-consistency of the Einstein equations constructed for (14) - (18) for the tensor (23), we demand that:

$$T_{\alpha\beta} = T_{\alpha\beta}(q, \rho) \rightarrow \varphi = \varphi(q, \rho). \quad (24)$$

System Einstein equation for (7), (11) (13) (24) (24) can be represented as follows

$$-\frac{1}{2}\left(\frac{A_{,qq}}{A} + \frac{B_{,qq}}{B}\right) + v_{,q}\left(\frac{A_{,q}}{A} + \frac{B_{,q}}{B}\right) + \frac{1}{4}\left(\left(\frac{A_{,q}}{A}\right)^2 + \left(\frac{B_{,q}}{B}\right)^2\right) = \chi\left(\varphi_{,q}\right)^2, \quad (25)$$

$$2v_{,\rho\rho} + 2\left(v_{,\rho}\right)^2 + \frac{B_{,\rho\rho}}{B} - \frac{1}{2}\left(\frac{B_{,\rho}}{B}\right)^2 + v_{,\rho}\left(\frac{B_{,\rho}}{B} - \frac{A_{,\rho}}{A}\right) - \frac{1}{2}\frac{A_{,\rho}}{A}\frac{B_{,\rho}}{B} = -\chi\left(\varphi_{,\rho}\right)^2, \quad (26)$$

$$\left(v_{,\rho}\right)^2 + v_{,\rho}\frac{B_{,\rho}}{B} = \frac{\chi}{2}\left(\varphi_{,\rho}\right)^2, \quad (27)$$

$$2v_{,\rho\rho} + 3\left(v_{,\rho}\right)^2 - v_{,\rho} \frac{A_{,\rho}}{A} = -\frac{\chi}{2}\left(\varphi_{,\rho}\right)^2, \quad (28)$$

$$-\frac{1}{2} \frac{B_{,q\rho}}{B} - v_{,\rho} + \frac{1}{2} v_{,\rho} \left( \frac{A_{,q}}{A} + \frac{B_{,q}}{B} \right) + \frac{1}{4} \frac{B_{,\rho}}{B} \left( \frac{A_{,q}}{A} + \frac{B_{,q}}{B} \right) = \chi \varphi_{,q} \varphi_{,\rho}. \quad (29)$$

Let us consider system (25) - (29) for the distribution of the scalar field already concentrated inside a "thin" ring, with the variables  $q$  and  $\rho$  taking values in the interval:

$$q \in (-a - \Delta q, -a + \Delta q) \cup (a - \Delta q, a + \Delta q), \quad \rho \in (R - \Delta \rho, R + \Delta \rho), \quad (30)$$

where  $\Delta q$  and  $\Delta \rho$  are small positive constants, determine the "thickness" of the rings,

$$\Delta q \ll 1, \quad \Delta \rho \ll 1, \quad (31)$$

with a further contraction of this "thin" rings into one-dimensional objects (null string)

$$\Delta q \rightarrow 0, \quad \Delta \rho \rightarrow 0, \quad (32)$$

the space, where two such "thick" null strings moves and for which the variables  $q$  and  $\rho$  take on values in the interval

$$q \in (-\infty, +\infty), \quad \rho \in [0, +\infty), \quad (33)$$

can be conditionally divided into three regions:

- region I, for which

$$q \in (-\infty, -a - \Delta q) \cup (-a + \Delta q, a - \Delta q) \cup (a + \Delta q, +\infty), \quad \rho \in [0, +\infty), \quad (34)$$

- region II, for which

$$q \in (-a - \Delta q, -a + \Delta q) \cup (a - \Delta q, a + \Delta q), \quad \rho \in [0, R - \Delta \rho) \cup (R + \Delta \rho, +\infty) \quad (35)$$

- region III, for which

$$q \in [-a - \Delta q, -a + \Delta q) \cup (a - \Delta q, a + \Delta q], \quad \rho \in [R - \Delta \rho, R + \Delta \rho], \quad (36)$$

Since the contraction of the scalar field into a string must result in the asymptotic coincidence of system (24) - (28) with the system for a closed null string (14) - (18) we obtain for the regions I, II

$$\varphi \rightarrow 0, \quad \varphi_{,\rho} \rightarrow 0, \quad \varphi_{,q} \rightarrow 0, \quad (37)$$

for the region III, in the general case,

$$\frac{\varphi_{I,II}}{\varphi_{III}} \leq 1, \quad \frac{\left(\varphi, \rho\right)_{I,II}}{\left(\varphi, \rho\right)_{III}} \leq 1, \quad \frac{\left(\varphi, q\right)_{I,II}}{\left(\varphi, q\right)_{III}} \leq 1, \quad (38)$$

where  $\varphi_{I,II}$  are values of the scalar field potential in the regions I, II,  $\varphi_{III}$  are values of the scalar field potential in the region III (inside the “thin” ring), equality is realized on the boundary, i.e. at

$$q \in [-a - \Delta q, -a + \Delta q] \cup (a - \Delta q, a + \Delta q], \quad \rho \rightarrow R \pm \Delta \rho, \quad (39)$$

$$\rho \in [R - \Delta \rho, R + \Delta \rho], \quad q \rightarrow \mp a \pm \Delta q. \quad (40)$$

Comparing the system of Einstein equations for a closed null strings (14) - (18) with system (24) - (28) we may conclude that, under the contraction of the scalar field into a string of the required configuration, i.e., at  $\Delta q \rightarrow 0$ ,  $\Delta \rho \rightarrow 0$

$$\left(\varphi, \rho\right)^2 \Big|_{q \rightarrow \mp a, \rho \rightarrow R} \rightarrow 0, \quad \left(\varphi, q\right)^2 \Big|_{q \rightarrow \mp a, \rho \rightarrow R} \rightarrow \infty, \quad \left(\varphi, q, \varphi, \rho\right) \Big|_{q \rightarrow \mp a, \rho \rightarrow R} \rightarrow 0, \quad (41)$$

In the region I, for any fixed value of the variable  $q = q_0 \in (-\infty, -a - \Delta q) \cup (-a + \Delta q, a - \Delta q) \cup (a + \Delta q, +\infty)$  and for all values of the variable  $\rho \in [0, +\infty)$ , the potential of the scalar field:

$$\varphi(q_0, \rho) \rightarrow 0, \quad (42)$$

according to (37), the scalar field potential in region I at any fixed value of  $q = q_0 \in (-a - \Delta q, -a + \Delta q) \cup (a - \Delta q, a + \Delta q)$ , (region II and III), in the case where the variable  $\rho \in [0, R - \Delta \rho) \cup (R + \Delta \rho, +\infty)$  (region II), must be performed:

$$\varphi(q_0, \rho) \rightarrow 0, \quad (43)$$

whereas, for  $\rho \in (R - \Delta \rho, R + \Delta \rho)$  (region III):

$$\frac{\varphi(q_0, \rho)_{III}}{\varphi(q_0, \rho)_{II}} > 1. \quad (44)$$

## 2. SCALAR FIELD POTENTIAL DISTRIBUTION FOR A «THICK» NULL STRING

For the conditions (42) - (44) it is suitable to present the scalar field potential distribution in the form:

$$\varphi(q, \rho) = \ln \left( \frac{1}{\alpha(q) + \lambda(q)f(\rho)} \right), \quad (45)$$

where the function  $\alpha(q)$  and  $\lambda(q)$  are symmetric with respect to the inversion of  $q$  on  $-q$ :

$$\alpha(q) = \alpha(-q), \quad \lambda(q) = \lambda(-q), \quad (46)$$

the function  $\alpha(q) + \lambda(q)f(\rho)$  is bounded:

$$0 < \alpha(q) + \lambda(q)f(\rho) \leq 1, \quad (47)$$

and the scalar field potential specified by (45) in accordance with (46) can assume values from

$$\varphi \rightarrow 0, \text{ under } \alpha(q) + \lambda(q)f(\rho) \rightarrow 1, \quad (48)$$

to

$$\varphi \rightarrow \infty, \text{ under } \alpha(q) + \lambda(q)f(\rho) \rightarrow 0. \quad (49)$$

In region I, in accordance with (42),(47)

$$\alpha(q) \rightarrow 1, \quad \lambda(q) \rightarrow 0, \quad (50)$$

According to (43) the potential of the scalar field in region II tends to zero, whereas in  $q \in (-a - \Delta q, -a + \Delta q) \cup (a - \Delta q, a + \Delta q)$  and any fixed value of the variable  $\rho = \rho_0 \in [0, R - \Delta \rho) \cup (R + \Delta \rho, +\infty)$ , must be performed

$$\alpha(q) + \lambda(q)f(\rho_0) \rightarrow 1. \quad (51)$$

In region III, for the same values  $q \in (-a - \Delta q, -a + \Delta q) \cup (a - \Delta q, a + \Delta q)$  and at  $\rho = \rho_0 \in (R - \Delta \rho, R + \Delta \rho)$

$$0 < \alpha(q) + \lambda(q)f(\rho_0) < 1. \quad (52)$$

Eqs. (50) and (51) it follows that for all  $\rho \in [0, R - \Delta \rho) \cup (R + \Delta \rho, +\infty)$  the values of the function  $f(\rho)$  tends to constant:

$$f(\rho) \Big|_{\rho \in [0, R - \Delta \rho) \cup (R + \Delta \rho, +\infty)} \rightarrow f_0 = \text{const}. \quad (53)$$

Moreover  $f_0 \neq 0$ , while the functions  $\alpha(q)$  and  $\lambda(q)$  are interconnected:

$$\lambda(q) = \frac{1}{f_0}(1 - \alpha(q)). \quad (54)$$

Substituting (54) into (52), we obtain for region III

$$0 < \alpha(q) + (1 - \alpha(q)) \frac{f(\rho)}{f_0} < 1, \quad (55)$$

this together with (49), (55) mean that, at  $\varphi \rightarrow \infty$

$$\alpha(q) \rightarrow 0, \quad f(\rho) \rightarrow 0. \quad (56)$$

Thus, the function  $\alpha(q)$  and  $f(\rho)$  in the expression for the scalar field potential (45) are bounded and, for any  $q \in (-\infty, +\infty)$  and  $\rho \in [0, +\infty)$ , take on values in the intervals:

$$0 < \alpha(q) < 1, \quad 0 < f(\rho) < f_0, \quad (57)$$

moreover, according to (50):

$$\alpha(q) \Big|_{q \in (-\infty, -a-\Delta q) \cup (-a+\Delta q, a-\Delta q) \cup (a+\Delta q, +\infty)} \rightarrow 1, \quad (58)$$

in region I, whereas conditions (56) with regard for the symmetry of the function  $\alpha(q)$  (equality (46)) yield:

$$\lim_{q \rightarrow \pm a} \alpha(q) \rightarrow 0. \quad (59)$$

The distribution for the function  $f(\rho)$  at  $\rho \in [0, R - \Delta\rho) \cup (R + \Delta\rho, +\infty)$  is determined by (53), according to (56)

$$f(\rho) \Big|_{\rho \rightarrow R} \rightarrow 0. \quad (60)$$

It can be shown that in region III, at  $q \rightarrow \pm a$ ,  $\rho \rightarrow R$ , with (59), (60), the function  $\varphi_{,q}$  and  $\varphi_{,\rho}$  we obtain:

$$\varphi_{,q} = -\frac{\alpha_{,q}}{\alpha(q)}, \quad \varphi_{,\rho} = -\frac{f_{,\rho}}{f(\rho)}, \quad (61)$$

according to (41), at  $\Delta q \rightarrow 0$ ,  $\Delta\rho \rightarrow 0$

$$\left\| \frac{\alpha_{,q}}{\alpha(q)} \right\|_{q \rightarrow \pm a} \rightarrow \infty, \quad \left. \frac{f_{,\rho}}{f(\rho)} \right|_{\rho \rightarrow R} \rightarrow 0, \quad \frac{\alpha_{,q}}{\alpha(q)} \times \left. \frac{f_{,\rho}}{f(\rho)} \right|_{q \rightarrow \pm a, \rho \rightarrow R} \rightarrow 0. \quad (62)$$

As an example, the functions  $\alpha(q)$  and  $f(\rho)$ , satisfying the found conditions can be chosen as follows:

$$\alpha(q) = \exp \left\{ - \left( \frac{1}{\varepsilon_1 + (\xi_1(a+q))^2} + \frac{1}{\varepsilon_2 + (\xi_2(a-q))^2} \right) \right\}, \quad (63)$$

$$f(\rho) = f_0 \exp \left( - \mu \left( 1 - \exp \left( \frac{-1}{(\zeta(\rho - R))^2} \right) \right) \right), \quad (64)$$

where the constants  $\xi_1, \xi_2$  and  $\zeta$  determine the size ("thickness") of the rings with the scalar field concentrated inside with respect to the variables  $q$  and  $\rho$ , respectively, and positive constants  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$  and  $\mu$  provide the conditions (59), (60), (62), with  $q \rightarrow \pm a$ ,  $\rho \rightarrow R$ ,  $\Delta q \rightarrow 0$ ,  $\Delta \rho \rightarrow 0$ , namely, at

$$\begin{aligned} \Delta q \ll 1, \quad \varepsilon_1 \ll 1, \quad \varepsilon_2 \ll 1, \\ \Delta \rho \ll 1, \quad \mu \gg 1, \end{aligned} \quad (65)$$

With a further contraction into a one-dimensional object (null string), i.e., at  $\Delta q \rightarrow 0$ ,  $\Delta \rho \rightarrow 0$

$$\varepsilon_1 \rightarrow 0, \quad \varepsilon_2 \rightarrow 0, \quad \mu \rightarrow \infty. \quad (66)$$

On Fig. 1 presents the distribution of the function  $\alpha(q) + (1 - \alpha(q))(f(\rho)/f_0)$ , in the region  $a = 5$ ,  $q \in [-10, 10]$ ,  $\rho \in [0, 10]$ , for the functions  $\alpha(q)$ ,  $f(\rho)$ , specified by Eqs. (63), (64). One can see from these figures that, with increasing values of the constants  $\xi_1, \xi_2, \zeta$  the region of the non-unity function  $\alpha(q) + (1 - \alpha(q))(f(\rho)/f_0)$  (i.e., the region, where the scalar field is concentrated, and the scalar field potential isn't tend to zero) contracts, which corresponds to a decrease of the "thickness" of the rings with the scalar field concentrated inside.

On Fig. 2, show the distribution of the scalar field potential specified by (45), (63), (64) with respect to the variable  $\rho$  ( $\rho \in [0, 10]$ ) at  $R = 5$ ,  $a = 5$ ,  $\xi_1 = \xi_2 = 1$ ,  $\mu = 4$ ,  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.01$  and  $q = 5.01$  with the following constants  $\zeta$ : a)  $\zeta = 0.5$ , б)  $\zeta = 0.7$ , c)  $\zeta = 1$ . Here, black color shows an area in which  $\varphi \rightarrow 0$ . One can see that, with increasing constant  $\zeta$ , the region of the non-zero scalar

field potential contracts, which corresponds to a decrease of the “thickness” of the rings with the scalar field concentrated inside with respect to  $\rho$ .

On Fig. 3 one can see the distribution of the scalar field potential specified by (45) on the surface  $\theta = const.$ ,  $q \in [-10, 10]$ . It is obvious that an increase of the constants  $\zeta$ ,  $\xi_1, \xi_2$  results in the contraction of the region with the non-zero scalar field potential. In other words, the “thickness” of the rings, where the scalar field is concentrated, decreases.

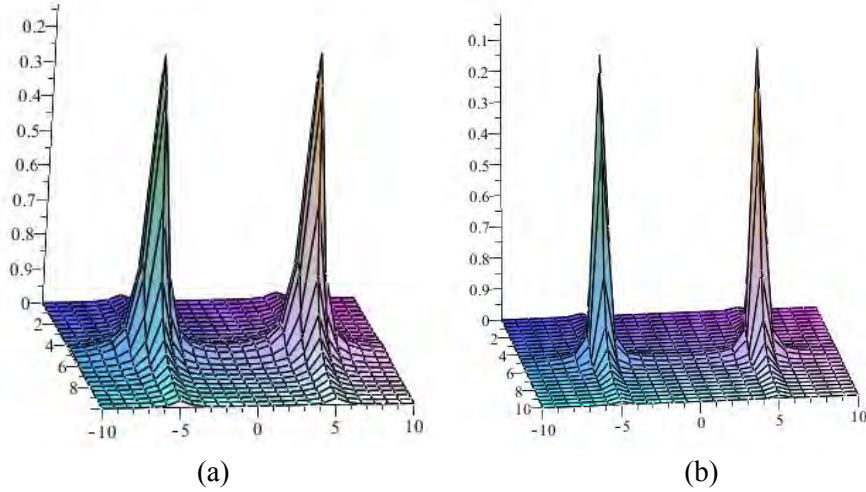


Fig. 1. Distribution of the function  $\alpha(q) + (1 - \alpha(q))(f(\rho) / f_0)$ , where  $q \in [-10, 10]$ ,  $\rho \in [0, 10]$  at  $R = 5$ ,  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.01$ : a)  $\mu = \xi_1 = \xi_2 = 2$ , b)  $\mu = \xi_1 = \xi_2 = 4$ .

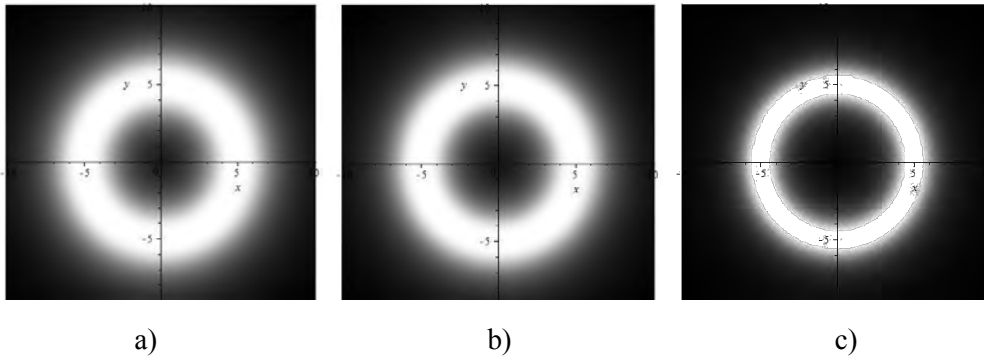


Fig. 2. Scalar field potential distribution specified by (45), (63), (64) with respect to the variable  $\rho$  ( $\rho \in [0, 10]$ ) at  $R = 5$ ,  $a = 5$ ,  $\xi_1 = \xi_2 = 1$ ,  $\mu = 4$ ,  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.01$  and  $q = 5.01$  with the following constants  $\zeta$ : a)  $\zeta = 0.5$ , b)  $\zeta = 0.7$ , c)  $\zeta = 1$ .

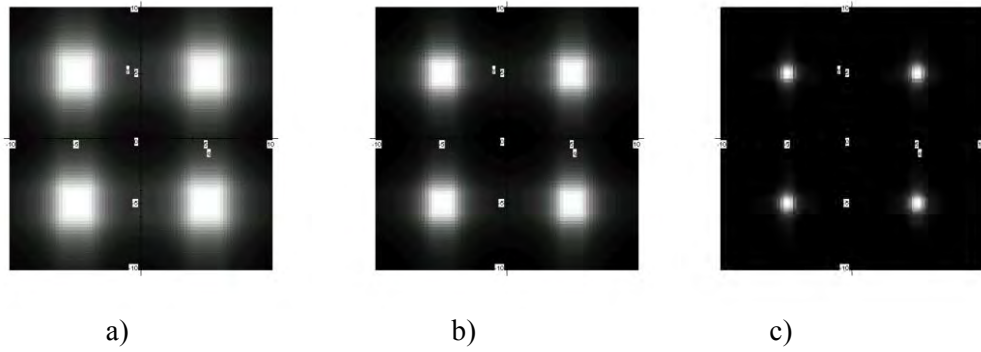


Fig. 3. Scalar field potential distribution specified by (45) on the surface  $\theta = const.$ ,  $q \in [-10, 10]$   $\rho \in [0, 10]$ , which are correspond to the selection of constant values that:

- a)  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,01$ ;  $\xi_1 = \xi_2 = 0,5$ ;  $\mu=1$ ;  $\zeta = 0,5$ ;  $R = 5$ ;  $a = 5$
- b)  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,01$ ;  $\xi_1 = \xi_2 = 0,7$ ;  $\mu=1$ ;  $\zeta = 0,5$ ;  $R = 5$ ,
- c)  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,01$ ;  $\xi_1 = \xi_2 = 2$ ;  $\mu=1$ ;  $\zeta = 2$ ;  $R = 5$ .

### CONCLUSIONS

In this article, we have received, general view of distribution of potential scalar field for a system consisting of two "thick" null string moving without interaction along the axis in the same direction. Conditions on scalar field potential at which, within the limit of the compression component of the energy-momentum tensor of the scalar field asymptotically coincide with the components of the energy-momentum tensor for a system of two null strings moving on the same trajectory are found. The example of the potential distribution of a scalar field, corresponds to the conditions obtained.

### References

1. A. Vilenkin, E. P. S. Shellard, *Cosmic Strings and Other Topological Defects* (Cambridge Univ. Press, 1994).
2. A. D. Linde, *Physics of Particles and Cosmology* (Nauka, Moscow, 1990) [in Russian].
3. P. S. E. Peebles, *Principles of Physical Cosmology* (Princeton University Press, 1994).
4. S. N. Roshchupkin, A. A. Zheltukhin, *Class. Quantum. Grav.* 12, 2519 (1995).
5. O. P. Lelyakov, *Ukr. J. Phys.* 56, No. 3, 296 (2011).

**Лемяков О. П. Розподіл потенціалу скалярного поля для системи з двох замкнутих нуль-струн незмінного з часом радіуса, що рухаються уздовж осі z / О. П. Лемяков, А. О. Ковальов // Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія : Фізико-математичні науки. – 2014 – Т. 27 (66), № 2. – С. 37-49.**

У роботі запропоновано загальний вигляд розподілу потенціалу дійсного безмасового скалярного поля для «розмазаної» нуль-струни, що радіально розширюється в площині  $z = 0$ . Знайдено умови на потенціал скалярного поля, при яких, в межі стиснення в одновимірний об'єкт, компоненти тензора енергії-імпульсу скалярного поля асимптотично збігаються з компонентами тензора енергії-імпульсу замкнутої нуль-струни, що рухається по тій же траєкторії.

**Ключові слова:** нуль-струна, скалярне поле, космологія.



**Лемяков А. П. Распределение потенциала скалярного поля для системы из двух замкнутых нуль-струн неизменного со временем радиуса, движущихся вдоль оси  $z$  / А. П. Лемяков, А. О. Ковалев // Ученые записки Таврического национального университета имени В. И. Вернадского. Серия : Физико-математические науки. – 2014. – Т. 27 (66), № 2. – С. 37-49.**

В работе предложен общий вид распределения потенциала вещественного безмассового скалярного поля для «размазанной» нуль-струны радиально расширяющейся в плоскости  $z = 0$ . Найдены условия на потенциал скалярного поля, при которых, в пределе сжатия в одномерный объект, компоненты тензора энергии-импульса скалярного поля асимптотически совпадают с компонентами тензора энергии-импульса замкнутой нуль-струны движущейся по той же траектории.

**Ключевые слова:** нуль-струна, скалярное поле, космология.

#### Список литературы

1. Vilenkin A. Cosmic strings and other topological defects / A. Vilenkin, E. P. S. Shellard. – Cambridge Univ. Press, 1994. – 534 p.
2. Линде А. Д. Физика элементарных частиц и космология / А. Д. Линде. – М. : Наука, 1990. – 275 с.
3. Peebles P. S. E. Principles of physical cosmology / P. S. E. Peebles. – Princeton University Press, 1994. – 534 p.
4. Roshchupkin S. N. Class. Quantum. Grav. / S. N. Roshchupkin, A. A. Zheltukhin. – 1995. – Vol. 12. – P. 2519.
5. Lelyakov O. P. Scalar field potential distribution for a “thick” null string of constant radius / O. P. Lelyakov // Ukr. J. Phys. – 2011. – Vol. 56, No 3. – P. 296-302.

*Received 20 September 2014.*

**UDK 539. 391+514. 764.2**

**DYNAMICS OF A TEST NULL STRING IN THE GRAVITATIONAL FIELD OF  
A CLOSED “THICK” NULL STRING MOVING IN THE PLANE**

***Lelyakov A. P., Karpenko A. S., Babadzhan R.-D. A.***

*Taurida National V. I. Vernadsky University, 4 Vernadsky Ave., Simferopol 295007, Crimea, Russia  
E-mail: [lelyakov@crimea.edu](mailto:lelyakov@crimea.edu)*

The dynamics of a test null string moving in the gravitational field of a closed “thick” null string radially expanding or collapsing in the plane is considered, provided that the former string does not rotate initially.

**Keywords:** “thick” null string, gravitational field.

**PACS:** 98.80.  $\pm k$

**INTRODUCTION**

The idea of that the researches of multidimensional objects, including strings, may form a basis for our understanding of the Nature has already been expressed rather neatly in modern physics. One of the directions of those researches in the string theory deals with the role of such objects in cosmology. The gauge theories of Grand Unification, which are based on the idea of a spontaneous symmetry breaking, predict a possibility of the formation of one-dimensional topological defects in the course of phase transitions in the early Universe. Those objects were called space strings [1-7].

In work [8], it was shown that the presence of such objects in the Universe does not contradict the existence of the observed microwave relic radiation. Null strings realize the zero-tension limit in the string theory [5, 7]. Therefore, since the tension is measured in units of the Plank mass,  $M$ , scale, the zero-tension limit corresponds, from the physical viewpoint, to the asymptotically large energy scale,  $E \gg M$ . From this viewpoint, the null strings, which realize a high-temperature phase of strings, could arise at the Big Bang moment and, hence, affect the observed structure of the Universe. In particular, in work [9], it was demonstrated that, by considering the gas of null strings as a dominant source of the gravitation in  $D$ -dimensional Friedman Robertson Walker spaces with  $k = 0$ , one can describe the inflation mechanism typical of those spaces.

In a number of works, the gas of relic null strings is considered as one of the probable candidates for the role of a carrier of the so-called “dark” matter, the existence of which in the Universe can be regarded as an proved fact. Although, the object of research in the quoted examples is not a separate null string, but a gas of null strings, the properties of this gas still remain unclear. In our opinion, the first step to understanding the properties of the gas of null strings may consist in the solution of the problems concerning the gravitational field generated by a null string moving along different trajectories, as well as the dynamics of a test null string in such gravitational fields.

For instance, let the equations of motion for a test null string have solutions that can be interpreted as moving test null strings with time-independent shapes determined by

initial conditions. At the same time, the trajectory of this null string is similar to that of the null string generating the gravitational field. Then, we may say that there exist a state (a phase) of the ideal gas consisting of identical null strings. The existence of such a gas may form a basis for the formulation of various multistring problems.

In this work, the dynamics of a test null string in a gravitational field generated by a closed “thick” null string that radially expanding or collapsing in the plane  $z = 0$  is considered. In this research, we are interested first of all in the presence of solutions for the equations of motion that would give rise to the possibility of the existence of a state (a phase) of the ideal gas consisting of identical null strings in this gravitational field. We are also interested in the features of the interaction between the test null string and the string generating the gravitational field.

### 1. EQUATION OF MOTION FOR A NULL STRING

The quadratic form describing the gravitational field of a closed “thick” null string radially expanding or collapsing in the plane  $z = 0$  can be presented as follows [10, 11]:

$$dS^2 = e^{2\nu} \left( (dt)^2 - (d\rho)^2 \right) - B(d\theta)^2 - e^{2\mu} (dz)^2. \quad (1)$$

Here,

$$e^{2\nu(\eta,z)} = \frac{|\lambda_{,\eta}|}{(\lambda(\eta))^2} \left( \frac{\alpha(\eta) + \lambda(\eta)f(z)}{(\lambda(\eta))^{1/(1-\chi)}} \right)^{2-\sqrt{4-2\chi}}, \quad (2)$$

$$B(\eta,z) = \left( \frac{\alpha(\eta) + \lambda(\eta)f(z)}{(\lambda(\eta))^{1/(1-\chi)}} \right)^{\sqrt{4-2\chi}}, \quad (3)$$

$$e^{2\mu(\eta,z)} = (f_{,z})^2 \left( \frac{\alpha(\eta) + \lambda(\eta)f(z)}{(\lambda(\eta))^{1/(1-\chi)}} \right)^{2-\sqrt{4-2\chi}}, \quad (4)$$

$$\eta = t + \rho. \quad (5)$$

The functions  $\lambda(\eta)$  and  $\alpha(\eta)$  are coupled by the relation

$$\lambda(\eta) = (1 - \alpha(\eta)) / f_0, \quad f_0 = \text{const}, \quad (6)$$

$\lambda_{,\eta} = \frac{d\lambda(\eta)}{d\eta}$ ,  $f_{,z} = \frac{df(z)}{dz}$ ,  $\chi = 8\pi G$ , the functions  $\alpha(\eta)$  and  $f(z)$  are finite and, at every  $\eta \in (-\infty; +\infty)$  and  $z \in (-\infty; +\infty)$ , acquire values within the intervals

$$0 < \alpha(\eta) < 1, \quad 0 < f(z) < f_0. \quad (7)$$

The limiting cases are [10, 11]

$$\lambda(\eta)|_{\eta \in (-\infty; -\Delta\eta) \cup (+\Delta\eta; +\infty)} \rightarrow 0, \quad \lambda(\eta)|_{\eta \rightarrow 0} \rightarrow \frac{1}{f_0}, \quad (8)$$

$$f(z)|_{z \in (-\infty; -\Delta z) \cup (+\Delta z; +\infty)} \rightarrow f_0, \quad f(z)|_{z \rightarrow 0} \rightarrow 0, \quad (9)$$

where  $\Delta\eta$  and  $\Delta z$  are small positive constants that determine the “thickness” of the “thick” null string generating the gravitational field ( $\Delta\eta \square 1, \Delta z \square 1$ ). In the limiting case of the contraction into a one-dimensional object (a null string), the following conditions (at  $\Delta\eta \rightarrow 0$  and  $\Delta z \rightarrow 0$ ) have also to be satisfied:

$$\left| \frac{\alpha_{,\eta}}{\alpha(\eta)} \right|_{\eta \rightarrow 0} \rightarrow \infty, \quad \left( \frac{f_{,z}}{f(z)} \right)_{z \rightarrow 0} \rightarrow 0, \quad \left( \frac{\alpha_{,\eta}}{\alpha(\eta)} \times \frac{f_{,z}}{f(z)} \right)_{\eta \rightarrow 0, z \rightarrow 0} \rightarrow 0. \quad (10)$$

As an example, the following functions [10, 11] satisfy conditions (10):

$$\alpha(\eta) = \exp \left\{ -\frac{1}{\varepsilon + (\xi\eta)^2} \right\}, \quad f(z) = f_0 \exp \left\{ -\gamma \left( 1 - \exp \left\{ -\frac{1}{(\zeta z)^2} \right\} \right) \right\}. \quad (11)$$

Here, the constants  $\xi$  and  $\zeta$  determine the size (the “thickness”) of the “thick” null string that generates the gravitational field (depending on  $\eta$  and  $z$ , respectively), and the positive constant  $\varepsilon$  and  $\mu$  provide the satisfaction of conditions (10) at  $\Delta\eta \rightarrow 0$  and  $\Delta z \rightarrow 0$ , namely,

$$\xi, \zeta, \mu \rightarrow \infty, \quad \varepsilon \rightarrow 0. \quad (12)$$

The dynamics of a null string in the pseudo-Riemannian space is governed by the following system of equations:

$$x_{,\tau\tau}^m + \Gamma_{pq}^m(x) x_{,\tau}^p x_{,\tau}^q = 0, \quad (13)$$

$$g_{mn} x_{,\tau}^m x_{,\tau}^n = 0, \quad g_{mn} x_{,\tau}^m x_{,\sigma}^n = 0, \quad (14)$$

where  $g_{mn}$  and  $\Gamma_m^{pq}$  are the metric tensor and the Cristoffel symbols, respectively, of the external space;  $x_{,\tau}^m = \partial x^m / \partial \tau$  and  $x_{,\sigma}^n = \partial x^n / \partial \sigma$ , the indices  $m, n, p$  and  $q$  take integer values from 0 to 3; the functions  $x^m(\tau, \sigma)$  determine the trajectory of motion of the null string;  $\tau$  and  $\sigma$  are parameters on the world surface of the null string;  $\sigma$  is the space-like parameter that marks the points on the null string, and  $\tau$  is time-like parameter. In the cylindrical coordinate system,

$$x^0 = t, \quad x^1 = \rho, \quad x^2 = \theta, \quad x^3 = z,$$

and the functions  $x^m(\tau, \sigma)$ , which determine the trajectories of motion for the null string generating the gravitational field and are considered in this work, have the following form:

$$t = \tau, \quad \rho = -\tau, \quad \theta = \sigma, \quad z = 0, \quad \tau \in (-\infty, 0], \quad \sigma \in [0, 2\pi]. \quad (15)$$

From Eqs. (15), it follows that the null string that generates gravitational field is in the plane  $z = 0$  and has an infinitely large radius at the initial time moment. As the time  $t$  grows, the null string, remaining in the same plane  $z = 0$ , only decreases its radius, i.e. it radially collapses in the plane  $z = 0$ .

$$\eta_{,\tau\tau} + 2\nu_{,\tau}\eta_{,\tau} = 0, \quad (16)$$

$$q_{,\tau\tau} + 2\nu_{,z}q_{,\tau}z_{,\tau} + e^{-2\nu}B_{,\eta}(\theta_{,\tau})^2 + 2e^{2(\mu-\nu)}\mu_{,\eta}(z_{,\tau})^2 = 0, \quad (17)$$

$$z_{,\tau\tau} + e^{2(\nu-\mu)}\nu_{,z}\eta_{,\tau}q_{,\tau} + 2\mu_{,\eta}\eta_{,\tau}z_{,\tau} - \frac{e^{-2\mu}}{2}B_{,z}(\theta_{,\tau})^2 + \mu_{,z}(z_{,\tau})^2 = 0, \quad (18)$$

$$\theta_{,\tau\tau} + \frac{B_{,\tau}}{B}\theta_{,\tau} = 0, \quad (19)$$

$$e^{2\nu}\eta_{,\tau}q_{,\tau} - B(\theta_{,\tau})^2 - e^{2\mu}(z_{,\tau})^2 = 0, \quad (20)$$

$$\frac{1}{2}e^{2\nu}(\eta_{,\tau}q_{,\sigma} + q_{,\tau}\eta_{,\sigma}) - B\theta_{,\tau}\theta_{,\sigma} - e^{2\mu}z_{,\tau}z_{,\sigma} = 0, \quad (21)$$

where

$$q = t - \rho. \quad (22)$$

When integrating Eq. (16), the following two cases have to be considered:

$$\eta_{,\tau} = 0, \quad \rightarrow \quad \eta = \eta(\sigma), \quad (23)$$

$$\eta_{,\tau} \neq 0, \quad \rightarrow \quad \eta = \eta(\tau, \sigma). \quad (24)$$

## 2. SOLUTION OF THE EQUATIONS OF MOTION FOR THE TEST NULL STRING IN THE CASE $\eta_{,\tau} = 0$

In case (23), Eq. (20) looks like

$$B(\theta_{,\tau})^2 + e^{2\mu}(z_{,\tau})^2 = 0. \quad (25)$$

Since the functions  $B = B(\eta, z)$  and  $e^{2\mu(\eta, z)}$  are positive at every  $\eta \in (-\infty; +\infty)$  and  $z \in (-\infty; +\infty)$ , it follows from Eq. (20) that

$$z_{,\tau} = 0, \rightarrow z = z(\sigma), \quad (26)$$

$$\theta_{,\tau} = 0, \rightarrow \theta = \theta(\sigma). \quad (27)$$

Under conditions (23), (26), and (27), Eqs. (16), (18), and (19) are satisfied identically, and Eqs. (17) and (21) take the forms

$$q_{,\tau\tau} = 0, \quad (28)$$

$$q_{,\tau}\eta_{,\sigma} = 0, \quad (29)$$

respectively. Integrating Eq. (28), we obtain

$$q_{,\tau} = P_q(\sigma), \rightarrow q(\tau, \sigma) = q_0(\sigma) + P_q(\sigma)\tau, \quad (30)$$

where  $q_0(\sigma)$  and  $P_q(\sigma)$  are integration ‘‘constants’’. One should pay attention that

$$P_q(\sigma) \neq 0, \quad (31)$$

because, otherwise, we have  $q = q_0(\sigma)$ . The latter together with Eqs. (23), (26), and (27) means the realization of a static solution for the null string, which is impossible.

Under conditions (23) and (30), Eq. (29) takes the form

$$\eta_{,\sigma}P_q(\sigma) = 0. \quad (32)$$

From whence, taking Eqs. (5) and (31) into account, we have

$$\eta_{,\sigma} = 0, \rightarrow \eta = t + \rho = \text{const}. \quad (33)$$

The solution described by Eqs. (26), (27), (30), and (33) means that, under condition (23), the closed test null string moves in the same direction as the null string generating the gravitational field, i.e. it collapses. At every fixed time moment  $t$ , all points of the closed test null string are equidistant from the axes  $z$ . Moreover, as follows from equality (26), the test null string is not localized in the single plane  $z$  in the general case. In other words, the obtained solution describes a closed test null string that, at every fixed time moment, is completely localized between two planes,  $z = z_1 = \text{const}$  and  $z = z_2 = \text{const}$ , where  $z_1 = \min z(\sigma)$  and  $z_2 = \max z(\sigma)$ , where  $\sigma \in [0; 2\pi]$ , on the surface of a cylinder with the radius  $\rho = -t + \text{const}$ . At the same time, if we fix  $z(\sigma) = z_0 = \text{const}$  in Eq. (27), this case describes the radial collapse of the test null string completely remaining in the plane  $z = z_0$  at every time moment and preserving the circular shape.

Hence, it follows from the obtained solution that there may exist a state for the gas of null strings, in which closed circular null strings located in parallel planes  $z = \text{const}$  (the polarization effect) collapse simultaneously preserving their shape, i.e. without interaction (the phase of ideal gas of null strings).

**3. SOLUTION OF THE EQUATIONS OF MOTION FOR A TEST NULL STRING IN THE CASE  $\eta_{,\tau} \neq 0$**

Integrating Eq. (19), we obtain

$$\theta(\tau, \sigma) = \theta_0(\sigma) + P_\theta(\sigma) \int (B)^{-1} d\tau, \quad (34)$$

where the functions  $\theta_0(\sigma)$  and  $P_\theta(\sigma)$  (the integration “constants”) determine, with the respect to the variable  $\theta$ , the positions and the velocities, respectively, of null string points at the initial time moment. From equality (34), it follows that, in the case where  $P_\theta(\sigma) = 0$  at the initial time moment, i.e. the closed test null string does not rotate, its further dynamics will also evolve without rotation, so that

$$\theta = \theta(\sigma). \quad (35)$$

In this work, we have found a solution of the equations of motion for the closed test null string in case (24) and under the condition that its rotation is absent at the initial time moment, i.e. provided that

$$\eta = \eta(\tau, \sigma), \quad \theta = \theta(\sigma). \quad (36)$$

In this case, the variable  $\eta$  depends on the parameter  $\tau$  (it changes in time). Therefore, Eq. (36) describes the motion of the test null string “toward” the null string that generates the gravitational field. However, the polar angle corresponding to every point of the test null string does not vary in time.

If the test null string moves “toward” the null string that generates the gravitational field, the  $\eta$  - value only increases. Therefore,

$$\eta_{,\tau} > 0. \quad (37)$$

The case  $\eta_{,\tau} < 0$  describes the motion of a test null string in the same direction as the null string generating the gravitational field, but at a higher velocity, i.e. at a velocity higher than the speed of light, which is impossible.

Under conditions (36), Eq. (20) looks like

$$e^{2\nu} \eta_{,\tau} q_{,\tau} = e^{2\mu} (z_{,\tau})^2. \quad (38)$$

From whence, taking Eq. (37) and the positive definiteness of metric functions into account, it follows that

$$q_{,\tau} \geq 0. \quad (39)$$

In the case

$$q_{,\tau} = 0, \rightarrow q = q_0(\sigma), \quad (40)$$

where  $q_0(\sigma)$  is the integration “constant”, Eq. (38) gives rise to

$$z_{,\tau} = 0, \rightarrow z = z(\sigma), \quad (41)$$

where  $z_0(\sigma)$  is the integration “constant”. Under conditions (36), (40) and (41), the equations of motion (17)-(20) for the test null string are satisfied identically, and Eq. (21) takes the form

$$\eta_{,\tau} q_{,\sigma} = 0. \quad (42)$$

From whence, taking Eqs. (22), (37) and (40) into account, we have

$$q = t - \rho = q_0 = \text{const}. \quad (43)$$

To summarize, Eqs. (36) and (40) describe the motion of a closed test null string with arbitrary shape “toward” the null string generating the gravitational field. At every fixed time moment  $t$ , all points of closed test null string are equidistant from the axes  $z$ , and the shape of the test null string given by the functions  $z_0(\sigma)$  and  $\theta_0(\sigma)$  remains invariant. If the test null string is completely located in the plane  $z = z_0 = \text{const}$  at the initial time moment, its further dynamics evolves in this plane. The only possible shape for it is the circle. The radius of this circle can only increase in time (the closed test null string radially expands in the plane  $z = z_0$ ).

Hence, requirement (40) brings about a solution testifying to the possibility for the gas of null strings to exist in a state composed of two non-interacting subsystems. In each subsystem, the closed circular null strings are located in parallel planes  $z = \text{const}$  (the polarization effect). The null strings radially expand in one subsystem and, simultaneously, radially collapse in another one without changing their shape, i.e. without interaction.

Under conditions (36) and (37), the first integral of Eq. (16) looks like

$$\eta_{,\tau} = P_1(\sigma) e^{2\nu}, \quad (44)$$

where

$$P_1(\sigma) > 0 \quad (45)$$

is the integration “constant”. One can show that, for the case

$$q_{,\tau} > 0, \quad (46)$$

and taking Eq. (38) into account, the first integrals of Eqs. (17) and (18) take the form

$$|f_{,z} z_{,\tau}| = \frac{P_2(\sigma)}{P_1(\sigma)} \cdot \frac{|\lambda_{,\eta}|}{(\lambda(\eta))^2} \eta_{,\tau}, \quad (47)$$



$$q_{,\tau} = \left( \frac{P_2(\sigma)}{P_1(\sigma)} \right)^2 \frac{|\lambda_{,\eta}|}{(\lambda(\eta))^2} \eta_{,\tau}, \quad (48)$$

where the function  $P_2(\sigma)$  (the integration “constant”) determines the  $z$ -velocities of test null string points at the initial time moment; and, as follows from Eqs. (37), (45) and (47)

$$P_2(\sigma) > 0. \quad (49)$$

From Eqs. (47) and (48), it follows that, in the case of (36) and (46), the variables  $\eta$ ,  $q$  and  $z$ , which determine the position of the test null string at every fixed time moment, are no more independent, but interrelated.

From Eqs. (8) and (9), it follows that, for Eqs. (47) and (48), the whole region of variation for the variables  $\eta$  and  $z$  can be divided into four domains depending on the sign of derivatives of the functions  $\lambda(\eta)$  and  $f(z)$ :

- (I)  $\eta \in (-\infty; 0)$  and  $z \in (0; +\infty)$ , in which  $f_{,z} > 0$  and  $\lambda_{,\eta} > 0$ ;
- (II)  $\eta \in (-\infty; 0)$  and  $z \in (-\infty; 0)$ , in which  $f_{,z} < 0$  and  $\lambda_{,\eta} > 0$ ;
- (III)  $\eta \in (0; +\infty)$  and  $z \in (0; +\infty)$ , in which  $f_{,z} > 0$  and  $\lambda_{,\eta} < 0$ ; and
- (IV)  $\eta \in (0; +\infty)$  and  $z \in (-\infty; 0)$ , in which  $f_{,z} < 0$  and  $\lambda_{,\eta} < 0$ .

Integrating Eq. (48) firstly at  $\eta < 0$  (regions I and II;  $\lambda_{,\eta} > 0$ ) and then at  $\eta > 0$  (regions III and IV;  $\lambda_{,\eta} < 0$ ), and matching the obtained solutions across the boundary  $\eta = 0$  (using  $\lambda(\eta)|_{\eta=0} = (f_0)^{-1}$ ), we have:

in regions I and II ( $\eta < 0$ ),

$$q = q_0(\sigma) + 2f_0 \left( \frac{P_2(\sigma)}{P_1(\sigma)} \right)^2 - \left( \frac{P_2(\sigma)}{P_1(\sigma)} \right)^2 (\lambda(\eta))^{-1}, \quad (50)$$

in regions III and IV ( $\eta > 0$ ),

$$q = q_0(\sigma) + \left( \frac{P_2(\sigma)}{P_1(\sigma)} \right)^2 (\lambda(\eta))^{-1}, \quad (51)$$

where  $q_0(\sigma)$  is the integration “constant”.

In each region, two possible directions of motion of the test null string along the axis  $z$  can be realized,  $z_{,\tau} > 0$  and  $z_{,\tau} < 0$ . Therefore, the solution of Eq. (47) in each region can be presented in the form

$$f_L^i = U_L^i(\sigma) + \gamma_L^i \frac{P_2(\sigma)}{P_1(\sigma)} (\lambda(\eta))^{-1}, \quad (52)$$

where the subscript  $L$  takes values I to IV and corresponds to the number of the region, in which the found solution is realized; the superscript  $i$  takes values 0 (the case  $z_r > 0$ , the test null string moves in the positive direction of the axis  $z$ ); the constants  $\gamma_L^i$  equal

$$\gamma_I^0 = \gamma_{II}^1 = \gamma_{III}^1 = \gamma_{IV}^0 = -1, \quad \gamma_I^1 = \gamma_{II}^0 = \gamma_{III}^0 = \gamma_{IV}^1 = 1, \quad (53)$$

the functions  $U_L^i(\sigma)$ , in view of the continuity of the obtained solution across the boundary  $\eta = 0$ , look like

$$\begin{aligned} U_I^0 &= F_1(\sigma), \quad U_I^1 = \tilde{F}_1(\sigma), \quad U_{II}^0 = F_2(\sigma), \quad U_{II}^1 = \tilde{F}_2(\sigma), \\ U_{III}^0 &= F_1(\sigma) - 2f_0 \frac{P_2(\sigma)}{P_1(\sigma)}, \quad U_{III}^1 = \tilde{F}_1(\sigma) + 2f_0 \frac{P_2(\sigma)}{P_1(\sigma)}, \\ U_{IV}^0 &= F_2(\sigma) + 2f_0 \frac{P_2(\sigma)}{P_1(\sigma)}, \quad U_{IV}^1 = \tilde{F}_2(\sigma) - 2f_0 \frac{P_2(\sigma)}{P_1(\sigma)}, \end{aligned} \quad (54)$$

and the functions  $F_1(\sigma)$ ,  $\tilde{F}_1(\sigma)$ ,  $F_2(\sigma)$  and  $\tilde{F}_2(\sigma)$  are integration ‘‘constants’’.

From equality (52), it follows that the size, i.e. the radius, of the moving test null string is strictly related to its position with respect to the null string generating the gravitational field; i.e. it depends on the variable  $\eta$ . Analogously, since the function  $f(z)$  on the left-hand side of equality (52) is finite and the function  $\lambda(\eta)$  in the denominator of the right-hand side of this equality, in accordance with Eq. (8), tends to zero for  $\eta \in (-\infty; -\Delta\eta) \cup (+\Delta\eta; +\infty)$ , any choice of integration ‘‘constants’’ is always associated with a certain confined region symmetric in  $\eta$ , where equality (52) is satisfied. However, in this case, since there are no restrictions on the test null string coordinates  $z$  and  $t$  (in the general case,  $\eta \in (-\infty; +\infty)$ ), only those test null string that are located in this narrow region (the ‘‘interaction zone’’) are ‘‘visible’’, i.e they interact with the null string generating the gravitational field. The same test null string located at this moment beyond this zone, in accordance with Eq. (52), remain ‘‘invisible’’ for the null string that generates the gravitational field. Here, we cannot say that they do not interact, because, in the framework of the general theory of relativity, the absence of interaction manifests itself in the null string preservation without changing the trajectory of its motion. Whereas, in our case, it is impossible to say anything about the trajectory of motion of the test null string beyond this region. However, one cannot exclude that, at a certain time moment, such an ‘‘invisible’’ null string will enter this region, and its subsequent dynamics will be determined, at least until the time moment, when the test null string leaves it. In other words, the test null string, when entering this narrow ‘‘interaction zone’’, already has a

prehistory, and its dynamics in this zone depends on the size, location, and direction of its motion along the axis  $z$  (it moves in the positive or negative direction of the axis  $z$ , i.e.  $z_{,\tau} > 0$  or  $z_{,\tau} < 0$ ), being determined by equality (52).

Under conditions (44) and (50)-(52), Eq. (21) takes the following form in each region determined by the subscript  $L$ :

$$\left( q_0(\sigma) + 2f_0 \left( \frac{P_2(\sigma)}{P_1(\sigma)} \right)^2 \right)_{,\sigma} + 2 \frac{P_2(\sigma)}{P_1(\sigma)} F_L^i(\sigma)_{,\sigma} = 0. \quad (55)$$

Here, the indices  $i$  and  $L$  have the same interpretation and accept the same values as in Eq. (52), and the functions  $F_L^i(\sigma)$  are

$$F_I^0 = F_{III}^0 = -F_1(\sigma), \quad F_I^1 = F_{III}^1 = \tilde{F}_1(\sigma), \quad F_{II}^0 = F_{IV}^0 = F_2(\sigma), \quad F_{II}^1 = F_{IV}^1 = -\tilde{F}_2(\sigma). \quad (56)$$

The functions  $P_k(\sigma)$ ,  $k=1,2$ , determine the initial momenta of the test null string points. As follows from equalities (52), the requirement

$$P_k(\sigma), F_k(\sigma), \tilde{F}_k(\sigma) = const, \quad k=1,2, \quad (57)$$

describes the case where the test null string shape is not changed (remains to be a circle) in the course of motion, and the variations of the radius of the test null string and its position on the axis  $z$  are determined by the form of the functions  $f(z)$  and  $\lambda(\eta)$ .

Note that, under condition (57), Eq. (55) is reduced to a single requirement,

$$q_0(\sigma)_{,\sigma} = 0, \rightarrow q_0(\sigma) = q_0 = const. \quad (58)$$

From Eqs. (50) and (51), it follows that the constant  $q_0$  defines the surface, on which the test null string and the null string generating the gravitational field “meet”, while moving “toward” each other.

Using Eq. (2), let us express Eq. (44) in the form

$$\eta_{,\tau} \frac{|\lambda_{,\eta}| (\alpha(\eta) + \lambda(\eta) f(z))^{2-\sqrt{4-2\chi}}}{(\lambda(\eta))^{2+(2-\sqrt{4-2\chi})/(1-\chi)}} = P_1(\sigma), \quad (59)$$

since the function  $0 < \alpha(\eta) + \lambda(\eta) f(z) < 1$  at any  $\eta$  and  $z$ , and the constant  $\chi = 8\pi G \square 1$ , so that the difference  $2 - \sqrt{4-2\chi} \approx 0$ , Eq. (59) can be presented in the form

$$\eta_{,\tau} \frac{|\lambda_{,\eta}|}{(\lambda(\eta))^2} = P_1(\sigma).$$

Integrating this equation, we obtain the following relations between the variable  $\eta$  and the parameters  $\tau$  and  $\sigma$  on the world surface of the test null string:

in regions I and II ( $\eta < 0$ ),

$$(\lambda(\eta))^{-1} = \eta_0(\sigma) - P_1(\sigma)\tau; \quad (60)$$

in regions III and IV ( $\eta > 0$ ),

$$(\lambda(\eta))^{-1} = \tilde{\eta}_0(\sigma) + P_1(\sigma)\tau. \quad (61)$$

Here, the integration “constant”  $\eta_0(\sigma)$  and  $\tilde{\eta}_0(\sigma)$  determine the value of parameter  $\tau$ , at which the test null string moving “toward” the null string generating the gravitational field meets the latter on the same surface. For instance, under condition (57), by fixing

$$\eta_0(\sigma) = \tilde{\eta}_0(\sigma) = f_0 = \text{const} \quad (62)$$

in Eqs. (60) and (61), we obtain that, at  $\eta = 0$ , the parameter  $\tau = 0$ . Moreover,

in regions I and II ( $\eta < 0$ ) at  $\eta \in (-\infty; 0)$ , the parameter  $\tau \in (-\infty; 0)$ ;

in regions III and IV ( $\eta > 0$ ) at  $\eta \in (0; +\infty)$ , the parameter  $\tau \in (0; +\infty)$ .

Under conditions (57), (58) and (62), the variables  $\eta$  and  $q$  determined by equalities (50), (51), (60) and (61) depend only on the parameter  $\tau$  by means of the relations

$$\eta = \Lambda(f_0 \mp P_1\tau), \quad (63)$$

$$q = q_0 + f_0 \left( \frac{P_2(\sigma)}{P_1(\sigma)} \right)^2 + \frac{(P_2(\sigma))^2}{P_1(\sigma)} \tau, \quad (64)$$

where the choice of the sign in Eq. (63) is related to the region of the test null string location (the sign “-“ at  $\eta < 0$  and “+” at  $\eta > 0$ ), and the function  $\Lambda(f_0 \mp P_1\tau)$  is determined by the explicit form of the function  $\lambda(\eta)$ ; for example, for expression (11),

$$\Lambda(f_0 \mp P_1\tau) = \mp \frac{1}{\xi} \sqrt{\ln^{-1} \left( 1 - \frac{f_0}{f_0 \mp P_1\tau} \right) - \varepsilon}.$$

Note that equality (52) put restrictions on the values of parameter  $\tau$ , i.e. they determine the boundaries of the region, in which the moving test null string becomes “visible” for the null string generating the gravitational field and interacts with it.

## 4. EXAMPLES OF TEST NULL STRING MOTION

In the case  $z_{,\tau} > 0$ , the solutions of the equations of motion for the test null string in regions I and III look like

$$t + \rho = \mp \frac{1}{\xi} \sqrt{\ln^{-1} \left( 1 - \frac{f_0}{f_0 \mp P_1 \tau} \right) - \varepsilon}, \quad (65)$$

$$t - \rho = q_0 + f_0 \left( \frac{P_2(\sigma)}{P_1(\sigma)} \right)^2 + \frac{(P_2(\sigma))^2}{P_1(\sigma)} \tau, \quad (66)$$

$$f(z) = F_1 - \frac{P_2}{P_1} f_0 \mp P_2 |\tau|. \quad (67)$$

In equalities (65) and (69), the upper sign is selected for region I ( $\tau \in (-\infty; 0)$ ), and the lower one for region III ( $\tau \in (0; +\infty)$ ). The interaction zone boundaries in those regions determine the minimum possible value of the right-hand side in equality (67) in region I, which equals zero and is reached at  $|\tau| = F_1(P_2)^{-1} - f_0(P_1)^{-1} > 0$  (the leftmost boundary of the interaction zone), and the maximum possible value of the right-hand side in equality (67) in region III, which equals  $f_0$  and is reached at  $\tau \rightarrow f_0 \left( (P_2)^{-1} + (P_1)^{-1} \right) - F_1(P_2)^{-1} > 0$  (the rightmost boundary of interaction zone).

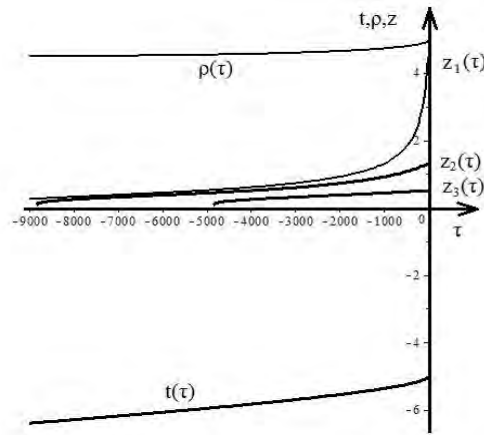


Fig. 1. Plots of the functions  $t(\tau)$ ,  $\rho(\tau)$  and  $z(\tau)$  in region I in the case  $z_{,\tau} > 0$  at  $f_0 = 100$ ,  $P_1 = 1$ ,  $P_2 = f_0^{-1}$ ,  $\xi = \zeta = \mu = 5$ ,  $\varepsilon = 10^{-7}$ ,  $q_0 = -10$  and for various  $F_1 = 100$  ( $z_1(\tau)$ ), 90 ( $z_2(\tau)$ ), and 50 ( $z_3(\tau)$ ).

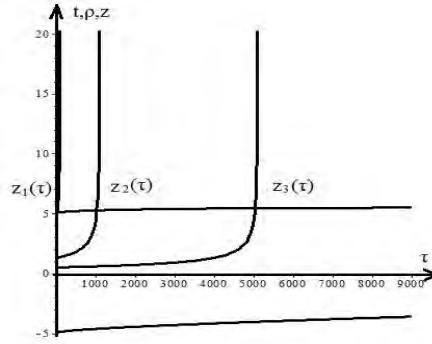


Fig. 2. Plots of the functions  $t(\tau)$ ,  $\rho(\tau)$  and  $z(\tau)$  in region III in the case  $z_{,\tau} > 0$  at  $f_0 = 100$ ,  $P_1 = 1$ ,  $P_2 = f_0^{-1}$ ,  $\xi = \zeta = \mu = 5$ ,  $\varepsilon = 10^{-7}$ ,  $q_0 = -10$  and for various  $F_1 = 100$  ( $z_1(\tau)$ ),  $90$  ( $z_2(\tau)$ ), and  $50$  ( $z_3(\tau)$ ).

In Figs. 1 (for region I) and 2 (for region III), the functions  $t(\tau)$ ,  $\rho(\tau)$  and  $z(\tau)$  are plotted for the case  $z_{,\tau} > 0$ , at the certain fixed values of constants  $P_1$  and  $P_2$ , and for three different values of constant  $F_1$ . The figures demonstrate that the test null string, when approaching the right boundary of the interaction zone (Fig. 2), becomes always pushed out by the gravitational field (the variable  $z$ ) to the infinity within a very short time interval.

From the given examples of the test null string motion, it follows that, in the case where the initial momenta of the test null string points along the axis  $z$  differ from zero ( $P_2(\sigma) \neq 0$ ), every test null string in the “interaction zone” is always either pushed out to the infinity (Fig. 2) or attracted to the plane, where the null string generating the gravitational field is located, irrespective of how far it is, by the gravitational field (the variable  $z$ ) within a very short time interval. The specific scenario depends on the test null string position with respect to the plane, in which the null string generating the gravitational field is located, and the direction of the test null string motion along the axis  $z$ . In our opinion, the presence of trajectory sections with this anomalous behavior for every test null string in the “interaction zone” may indirectly testify that the ability to inflate can be an internal property of the gas of null strings. However, this statement requires an additional research.

### CONCLUSIONS

By analyzing the results of this work, we may suppose that, since separate regions in the gas of null strings are causally independent at the initial time moment, there may appear a domain structure in this gas. In other words, there may exist a large number of separated regions, in which the null strings radially collapse in parallel planes (i.e. they are strictly polarized). The spatial orientation of those planes is random in every domain, without any correlation between neighbor domains. The conditions for such domains to

emerge and exist, as well as the physical processes in the interdomain regions, can be a subject of further researches of the gas of null strings.

### References

1. P. J. E. Peebles, *Principles of physical cosmology* (Princeton University Press, 1994).
2. A. D. Linde, *Partical Physics and Inflationary Cosmology* (Harwood, Chur, 1990).
3. T. Vachaspati and A. Vilenkin, *Phys. Rev. D* **30**, 2036 (1984).
4. A. Vilenkin and E. P. S. Shellard, *Cosmic String and Other Topological Defects* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1994).
5. T. W. B. Kibble and M. B. Hindmarsh, [arXiv:hep-ph/9411342v1](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9411342v1).
6. D. P. Bennet, "High resolution simulations of cosmic string evolution: Numerics and long string evolution," in *Formation and Evolution of Cosmic Strings* (Cambridge University Press, Cambridge, 1990; Ed. by G. Gibbons, S. Hawking and T. Vachaspati).
7. A. Schild, *Phys. Rev. D* **16**, 1722 (1977).
8. C. T. Hill, D. N. Schramm, and J. N. Fry, *Commun. Nucl. Part. Phys.* **19**, 25 (1999).
9. S. N. Roshchupkin and A. A. Zheltukhin, *Class. Quant. Grav.* **12**, 2519 (1995).
10. A. P. Lelyakov and A. S. Karpenko, *Scientific Notes of Taurida National V. I. Vernadsky University, Ser. Physics and Mathematics Sciences* **24 (63)**, No 2, 3 (2011).
11. A. P. Lelyakov, A. S. Usachov, and R. A. Babadzhan, *Scientific Notes of Taurida National V. I. Vernadsky University, Ser. Physics and Mathematics Sciences* **26 (65)**, No 2, 18 (2013).

**Лесяков О. П.** Динаміка пробної нуль-струни в гравітаційному полі замкненої «розмазаної» нуль-струни, що прямує в площині / **О. П. Лесяков, А. С. Карпенко, Р.-Д. О. Бабаджан** // Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія : Фізико-математичні науки. – 2014. – Т. 27 (66), № 2. – С. 50-64.

У роботі розглянута динаміка пробної нуль-струни в гравітаційному полі замкненої «розмазаної» нуль-струни, що радіально розширюється або радіально колапсує в площині, за умови, що початкове обертання пробної нуль-струни було відсутнє.

**Ключові слова:** «розмазана» нуль-струна, гравітаційне поле.

**Лесяков А. П.** Динамика пробной нуль-струны в гравитационном поле замкнутой «размазанной» нуль-струны движущейся в плоскости / **А. П. Лесяков, А. С. Карпенко, Р.-Д. А. Бабаджан** // Ученые записки Таврического национального университета имени В. И. Вернадского. Серия : Физико-математические науки. – 2014. – Т. 27 (66), № 2. – С. 50-64.

В работе рассмотрена динамика пробной нуль-струны в гравитационном поле замкнутой «размазанной» нуль-струны радиально расширяющейся и радиально коллапсирующей в плоскости, при условии, что начальное вращение пробной нуль-струны отсутствует.

**Ключевые слова:** «размазанная» нуль-струна, гравитационное поле.

### Список литературы

1. Peebles P. J. E. Principles of physical cosmology / P. J. E. Peebles. – Princeton University Press, 1994. – 534 p.
2. Linde A. D. Partical Physics and Inflationary Cosmology / A. D. Linde. – Harwood, Chur, 1990. – 380 p.
3. Vachaspati T. Formation and Evolution of Cosmic Strins / T. Vachaspati and A. Vilenkin // *Phys. Rev. D.* – 1984. – Vol. 30. – P. 2036.
4. Vilenkin A. Cosmic Strings and Other Topological Defects / A. Vilenkin, E. P. S. Shellard. – Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1994. – 534 p.
5. Kibble T. W. B. Cosmic strings / T. W. B. Kibble and M. B. Hindmarsh // [arXiv.org](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9411342v1). – Режим доступа : [arXiv:hep-ph/9411342v1](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9411342v1).

6. Bennet D. P. High resolution simulations of cosmic string evolution: Numerics and long string evolution / D. P. Bennet ; G. Gibbons, S. Hawking and T. Vachaspati, eds. // Formation and Evolution of Cosmic Strings. – Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
7. Schild A. Classical null strings / A. Schild // Phys. Rev. D. – 1977. – Vol. 16. – P. 1722.
8. Hill C. T. Cosmological Structure Formation From Soft Topological Defects / C. T. Hill, D. N. Schramm, and J. N. Fry // Commun. Nucl. Part. Phys. – 1999. – Vol. 19. – P. 25.
9. Roshchupkin S. N. Friedman Universes and exact solutions in string cosmology / S. N. Roshchupkin, A. A. Zheltukhin // Class. Quantum. Grav. – 1995. – Vol. 12. – P. 2519.
10. Lelyakov A. P. Scalar field potential distribution for a “thick” collapsing null string / A. P. Lelyakov, A. S. Karpenko // Scientific Notes of Taurida National V. I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2011. – Vol. 24(63), No 2 – P. 3-12.
11. Lelyakov A. P. Scalar Field Potential Distribution for a Closed Radially Expanding Null String in Plane  $z = 0$  / A. P. Lelyakov, A. S. Usachov, and R. A. Babadzhan // Scientific Notes of Taurida National V. I. Vernadsky University. – Series : Physics and Mathematics Sciences. – 2013. – Vol. 26 (65), No 2. – P. 69-78.

*Received 19 August 2014.*



UDK 537.9

### THREE-PULSE NMR ECHO IN $\text{CoCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$

*Ryabushkin D. S., Sapiga A. V., Solovyev A. V.*

*Taurida National V. I. Vernadsky University, 4 Vernadsky Ave., Simferopol 95007, Crimea, Russia*

*E-mail: [druabushkin@crimea.edu](mailto:druabushkin@crimea.edu), [sapiga\\_av@mail.ru](mailto:sapiga_av@mail.ru)*

The features of three-pulse echo formed by series  $90^\circ_x - t_1 - 90^\circ_x - t_2 - 90^\circ_x - t$  are investigated – shape of the signal, dependence of the response amplitude on time, the time of the echo maximum formation, the temperature dependence of the echo. It is shown good agreement of theoretical and experimental results for hydrogen containing systems with dipole-dipole interaction and internal molecular mobility. Crystals of  $\text{CoCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  were chosen as the experimental sample.

**Keywords:** nuclear magnetic resonance, three-pulse echo, temperature dependence.

**PACS:** 75.30.  $\pm m$

#### INTRODUCTION

Three-pulse series  $90^\circ_x - t_1 - 90^\circ_x - t_2 - 90^\circ_x - t$  is used in practice of nuclear magnetic resonance (NMR) for restoration of the initial part of free induction decay (FID) hidden by “dead time”. As is known just this part of FID defines moments of NMR line shape. Up to present properties of the three-pulse echo itself were not investigated.

In given paper the system was considered to have Gaussian distribution for description the random fields on resonating nuclei and Markov’s model of mobility. Such a model hasn’t universal character but allows to cover a lot of samples. In given case tiny pink crystals of  $\text{CoCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  were chosen for experiment.

#### 1. THEORY

The series  $90^\circ_x - t_1 - 90^\circ_x - t_2 - 90^\circ_x - t$  is represented at Fig. 1. Time intervals between the first and the second pulses is  $t_1$ , between the second and the third ones is  $t_2$ . Time after the last pulse is indicated as  $t$ . The pulses act like rotation operators.

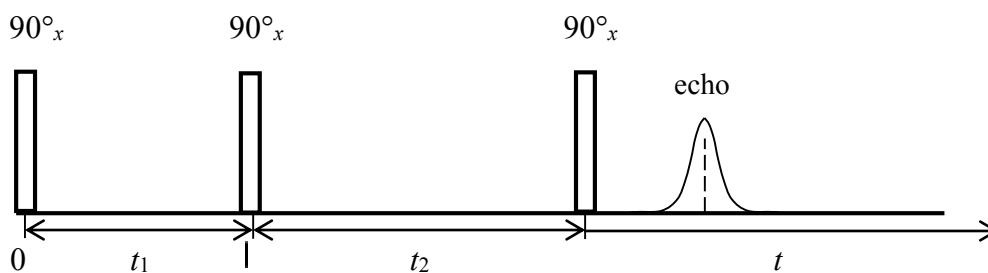


Fig. 1. Formation of echo in series  $90^\circ_x - t_1 - 90^\circ_x - t_2 - 90^\circ_x - t$ .

For evaluation the echo shape the theoretical method based on formalism of density matrix was used [1–4]. In accordance with that the signal of the echo is written as

$$V(t) = \frac{\text{Tr}(\rho(t) \cdot I_y)}{\text{Tr}(I_y^2)}, \quad (1)$$

where  $\rho(t)$  is the operator of density matrix at the moment  $t$ ,  $I_y$  is the operator of y-component of the sample's spin in rotating system of axes.

The action of each  $90^\circ_x$  pulse has the result of exchange the components of total spin accordingly the rule:  $I_x \rightarrow I_x$ ,  $I_y \rightarrow -I_z$ ,  $I_z \rightarrow I_y$ . The operator of density matrix is evaluated from Liouville equation:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = i[\rho, H], \quad (2)$$

where  $\hbar H$  is the Hamiltonian of dipole-dipole interaction that depends on time because of internal molecular mobility.

Choosing Gaussian distribution for description the random fields on resonating nuclei and Markov's model of mobility, have

$$\langle \omega(t')\omega(t'') \rangle = \overline{M}_2 + \Delta M_2 \cdot \exp\left(-\frac{|t' - t''|}{\tau_c}\right). \quad (3)$$

Here  $\overline{M}_2$  is the second moment of a NMR line narrowed by mobility,  $\Delta M_2$  is the difference of the second moments of absorption lines in rigid and fast-moving systems,  $\tau_c$  is the time of correlation (average time of standing in given lattice configuration).

Evaluations give the next final result:

$$\begin{aligned} V(t) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \overline{M}_2 (t - (t_2 - t_1))^2 \right\} \cdot \exp \left( -\Delta M_2 \tau_c^2 \left( \frac{t + t_1 + t_2}{\tau_c} - 3 + \exp\left(-\frac{t}{\tau_c}\right) + \right. \right. \\ \left. \left. \exp\left(-\frac{t_1}{\tau_c}\right) + \exp\left(-\frac{t_2}{\tau_c}\right) + \left( \exp\left(-\frac{t + t_1 + t_2}{\tau_c}\right) - \exp\left(-\frac{t_1 + t_2}{\tau_c}\right) \right) \cdot \left( \exp\left(\frac{t_1 + t_2}{\tau_c}\right) + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. 1 - 2 \cdot \exp\left(-\frac{t_1}{\tau_c}\right) + \left( \exp\left(-\frac{t_1 + t_2}{\tau_c}\right) - \exp\left(-\frac{t_1}{\tau_c}\right) \right) \cdot \left( \exp\left(\frac{t_1}{\tau_c}\right) - 1 \right) \right) \right) \right) \end{aligned} \quad (4)$$

2. EXPERIMENT

Signals of the echo formed in  $\text{CoCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  are shown Fig. 2. Easy to see good agreement of the experiment and theory.

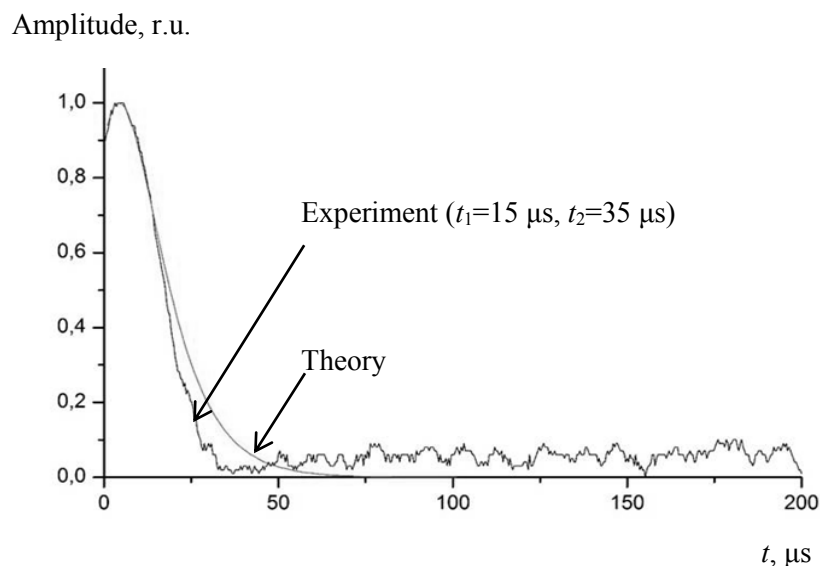
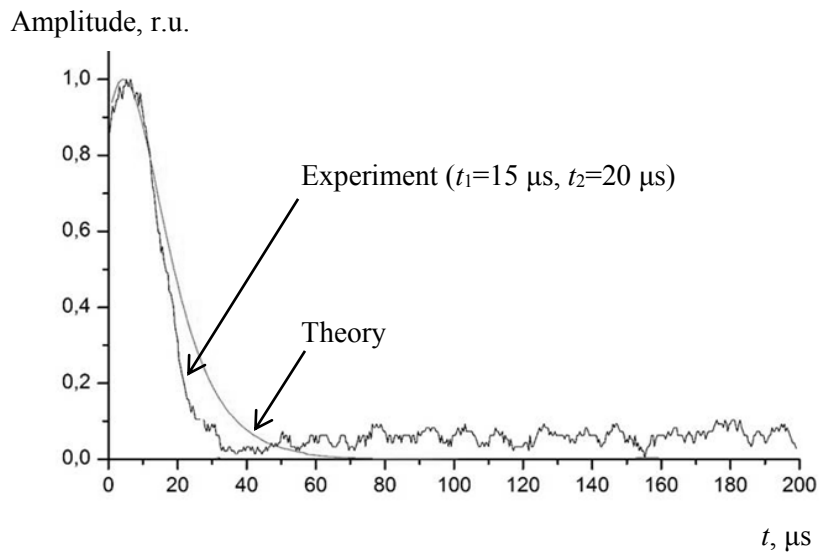


Fig. 2. Signals of the echo formed in  $\text{CoCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ .

Temperature dependence of the echo amplitude is shown at Fig. 3.

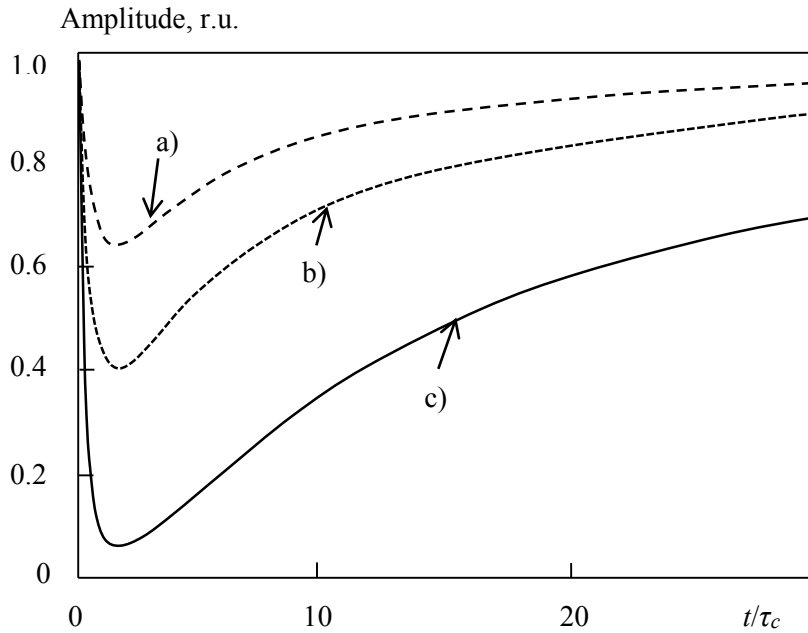


Fig. 3. Temperature dependence of the echo amplitude.  $\Delta M_2 \tau_c^2 = 0.5, 1.0, 3.0$  for lines a), b), c) correspondingly,  $t = t_1 = t_2/2$ .

The shape of temperature dependence of the echo amplitude is typical for various pulse sequences and may be explained by the next way.

While the lattice is rigid any magnetic moment is bound to a definite point with given local magnetic field. As a result, synchronism in moving of the moments is kept during action of pulses and between applied pulses. In such case conditions for forming the echo are the most favorable. As soon as the sample is being heated, the moments begin to visit points with different local fields, synchronism breaks and amplitude of the echo decreases. At enough high temperature the amplitude begins to grow again because movements of the magnetic moments are so intensive that they don't have time to react for changing the position in the lattice. All the moments feel averaged field and it means that conditions for forming the echo appear again.

### CONCLUSIONS

The formula (4) for the series  $90_x^\circ - t_1 - 90_x^\circ - t_2 - 90_x^\circ - t$  allows to describe responses of many particle systems with Gaussian distribution of the random fields on nuclei and Markov's process of mobility. Good quantitative accordance of theory and

experiment is observed for time dependence of the echo. The temperature dependence of the echo contains typical minimum.

### References

1. J. S. Waugh, *Spin echoes and Thermodynamics. In: Pulsed Magnetic Resonance : NMR, ESR and Optics*, (Clarendon Press, Oxford, 1992).
2. D. Fenzke, W. Rinck, H. Schneider, *I Specialized Colloque AMPERE*, 156 (1973)
3. N. Sergeev, *Acta Physica, Zeszyty naukowe US*, No. 9, 23 (1998).
4. D. S. Ryabushkin, A. V. Sapiga, Ye. S. Redka, *Scientific Notes of Taurida National V. I. Vernadsky University, Ser. Physics and Mathematics Sciences* **26 (65)**, No. 2, 125 (2013).

**Рябушкін Д. С. Трехімпульсное луна ЯМР у  $\text{CoCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  / Д. С. Рябушкін, А. В. Сапіга, А. В. Солов'йов // Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія : Фізико-математичні науки. – 2014 – Т. 27 (66), № 2. – С. 65-69.**

Досліджено особливості трехімпульсного луна-сигналу сформованого серією  $90^\circ_x - t_1 - 90^\circ_x - t_2 - 90^\circ_x - t$  – форма сигналу, залежність амплітуди відгуку від часу, момент формування максимуму луна-сигналу, температурна залежність луна-сигналу. Показано добра якісна і кількісна згода теоретичних і експериментальних результатів для водневомісних систем з диполь-дипольною взаємодією і внутрішньої молекулярної рухливості. В якості експериментального зразка обрані кристали  $\text{CoCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ .

**Ключові слова:** ядерний магнітний резонанс, трехімпульсний луна-сигнал, температурна залежність.

**Рябушкин Д. С. Трехимпульсное эхо ЯМР в  $\text{CoCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  / Д. С. Рябушкин, А. В. Сапига, А. В. Соловьев // Ученые записки Таврического национального университета имени В. И. Вернадского. Серия : Физико-математические науки. – 2014. – Т. 27 (66), № 2. – С. 65-69.**

Исследованы особенности трехимпульсного эха, формируемого серией  $90^\circ_x - t_1 - 90^\circ_x - t_2 - 90^\circ_x - t$  – форма сигнала, зависимость амплитуды отклика от времени, момент формирования максимума эха, температурная зависимость эха. Показано хорошее качественное и количественное согласие теоретических и экспериментальных результатов для водородосодержащих систем с диполь-дипольным взаимодействием и внутренней молекулярной подвижностью. В качестве экспериментального образца выбраны кристаллы  $\text{CoCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ .

**Ключевые слова:** ядерный магнитный резонанс, трехимпульсное эхо, температурная зависимость.

### Список литературы

1. Waugh J. S. Spin echoes and Thermodynamics. In: Pulsed Magnetic Resonance : NMR, ESR and Optics / J. S. Waugh ; ed. D. M. S. Baggeley. – Oxford : Clarendon Press, 1992. – 174 p.
2. Fenzke D. Measurement of the second moment in NMR using instationary methods / D. Fenzke, W. Rinck, H. Schneider // I Specialized Colloque AMPERE. – 1973. – P. 156-158.
3. Sergeev N. Magic echoes in NMR of solids with thermal motion / N. Sergeev // Acta Physica, Zeszyty naukowe US. – 1998. – No 9 – P. 23-34.
4. Ryabushkin D.S. NMR magic echo in natrolite / D. S. Ryabushkin, A. V. Sapiga, Ye. S. Redka // Scientific Notes of Taurida National V. I. Vernadsky University, Series : Physics and Mathematics Sciences – 2013. – Vol. 26 (65), No 2 – P. 125.

*Received 14 September 2014.*

UDK 537.635 541.127

## NMR OF $^{23}\text{Na}$ IN NATROLITE

*Paczwa M.<sup>1</sup>, Sapiga A. A.<sup>2</sup>, Olszewski M.<sup>1</sup>, Sergeev N. A.<sup>1</sup>, Sapiga A. V.<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Institute of Physics, University of Szczecin, Poland*

<sup>2</sup>*Faculty of Physics, Taurida National V. I. Vernadsky University, Simferopol, Crimea, Russia*

*E-mail: [ar\\_mathematician@mail.ru](mailto:ar_mathematician@mail.ru)*

The temperature dependences of NMR and MAS NMR spectra of  $^{23}\text{Na}$  nuclei in Al-natrolite ( $\text{Na}_2\text{Al}_2\text{Si}_3\text{O}_{10} \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ) and Ga-natrolite ( $\text{Na}_2\text{Ga}_2\text{Si}_3\text{O}_{10} \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ) have been studied. It has been shown that the diffusion of the sodium ions at  $T < 400$  K is absent in Al- and Ga- natrolites. The temperature dependences of the spin-lattice relaxation times  $T_1$  in Al- and Ga- natrolite have been studied. The influence of the water molecular mobility in the nanochannels of natrolites on the spin-lattice relaxation times of  $^{23}\text{Na}$  has been discussed.

**Keywords:** NMR, magnetic relaxation, zeolite, natrolite, water mobility.

**PACS:** 76.60.-k; 78.55.Mb

### INTRODUCTION

The Al-natrolite ( $\text{Na}_2\text{Al}_2\text{Si}_3\text{O}_{10} \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ) and Ga-natrolite ( $\text{Na}_2\text{Ga}_2\text{Si}_3\text{O}_{10} \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ) are the typical channel-type compound with porous structure [1]. The natrolite framework consist of the chains  $\text{AlO}_4$  and  $\text{SiO}_4$  tetrahedra linked together via common oxygen atoms. The natrolite structure contains channels running both perpendicular and parallel to the c-axis. The water molecules and ions  $\text{Na}^+$  are located in the small nanochannels of natrolite in the form of zig-zag chains [1, 2] Each sodium ion is coordinated by two framework's oxygen atoms and by two water molecules. The sodium cations in the channels of natrolite, as well as water molecules, can possess the certain mobility. However unlike molecules of water they cannot be removed from a crystal if only to not resort by an ionic exchange [2].

The dynamics of water molecule in Al-natrolite have been studied by NMR in [2-4]. From temperature measurements of the spin-relaxation times ( $T_1$  и  $T_{1\rho}$ ) of  $^1\text{H}$  nuclei in Al-natrolite it was concluded that in an temperature interval 330 K ÷ 450 K takes place the reorientation of water molecules around of their pseudo-axes of second order symmetry ( $180^\circ$  flip motion), and in an interval 450 K ÷ 540 K it has been assumed availability reorientation of water molecules around of the one hydrogen bonds [3]. In the subsequent it has been established, that this second type of water molecules mobility is connected with diffusion of water molecules in the channels of natrolite and the  $180^\circ$  flip motion take place simultaneously with diffusion along the c-axis [2, 4].

The powerful method for the study of zeolites is the NMR of quadrupole nuclei. The NMR of the quadrupole nuclei  $^{23}\text{Na}$  in a single crystal of Al-natrolite have been investigated at room temperature in [5, 6]. The obtained quadrupole coupling constant (QCC) and asymmetry parameter of the electric field gradient (EFG) tensor were determined to be:  $eqQ/h = 1759$  kHz;  $\eta = 0,6427$ . From results represented in [4] it

follows that the QCC of  $^{23}\text{Na}$  nuclei do not depend on the temperature at  $T < 500$  K. However at  $T > 500$  K the QCC are decreased and the observed decreasing of the QCC of  $^{23}\text{Na}$  nuclei is connected with diffusion of water molecules in the natrolite channels. From the observed temperature independent of NMR spectra of  $^{23}\text{Na}$  in Al-natrolite single crystal it was concluded that the translation diffusion of Na ions is absent in the natrolite channels [4].

In the present paper we represent the results of the study of Al- and Ga-natrolites by the  $^{23}\text{Na}$  NMR. We investigate the temperature dependences of the  $^{23}\text{Na}$  NMR spectra in static and rotated (MAS) samples with and without  $^1\text{H}$  decoupling as well as the temperature dependences of the spin-lattice relaxation times of the  $^{23}\text{Na}$  nuclei in Al- and Ga-natrolites.

## 1. EXPERIMENTAL PART

The polycrystalline samples of natural Al-natrolite from Khibiny deposit (Kola Peninsula, Russia) were used in this study. The gallium form of natrolite was hydrothermally synthesized as described in [7]. The  $^{23}\text{Na}$  NMR spectra were measured at  $\nu_0 = 105.842$  MHz frequency in 9.4 T magnetic field using a Bruker Avance-400 NMR spectrometer. The  $^{23}\text{Na}$  MAS NMR spectra were measured using the 4 mm diameter zirconia ( $\text{ZrO}_2$ ) rotor cells equipped with powdered sample rotated under magic angle with 10 kHz frequency. Classical direct acquisitions by single pulse excitations (free induction decay - FID) were used. The  $^{23}\text{Na}$  has  $I = 3/2$  nuclear spin, and for selective excitation of the central ( $m_I = +1/2 \leftrightarrow -1/2$ ) transition the optimal pulse duration equals to the duration of a non-selective  $\pi/2$  pulse divided by  $I + 1/2 = 2$  [8]. In our experiments the radiofrequency (RF) pulse  $\pi/4 = 1.0 \mu\text{s}$  was used. The NMR spectra were obtained by Fourier transformation of FID signals. The spin-lattice relaxation time  $T_1$  for  $^{23}\text{Na}$  nuclei was measured by saturation-recovery method.

The Dmfit program [9] was used to simulate the  $^{23}\text{Na}$  spectra to extract the isotropic chemical shifts ( $\delta_{iso}$ ), quadrupolar coupling constants and the asymmetry parameters ( $\eta_Q$ ). The Dmfit model of MAS NMR spectrum includes an apodisation of the theoretical lineshape by Lorentzian or Gaussian curves with the broadening parameters  $\Delta\nu$ ,  $\Delta\nu_L$  or  $\Delta\nu_G$ , that indicate a distribution of slightly distinct environment of nuclei.

## 2. OBTAINED RESULTS AND DISCUSSION

The sodium neighbours in Al- and Ga-natrolites have a configuration of a distorted tetrahedron. In the tetrahedron corners there are two oxygen atoms belonging to a framework and two oxygen atoms of water molecules at an average distances of 2.37 Å. Furthermore there are two oxygen atoms of a framework at an average distances of 2.5 Å, four protons at an average distances of 2.8 Å and atoms of silicon and aluminum at an average distances of 3.0 Å.

The experimental  $^{23}\text{Na}$  MAS NMR spectrum of Al-natrolite is shown in Fig. 1, *a*. The rotation of sample at magic angle (MAS NMR) leads to fully average of dipolar interaction of magnetic moments of  $^{23}\text{Na}$  with magnetic moments of other nuclei in natrolite  $^1\text{H}$ ,  $\text{Si}$ ,  $\text{Al}$ . In this case the shape of NMR spectra is determined only by the second-order quadrupolar shift of the central transition [8]. Using program DMFit [9] we calculated the shape of MAS NMR spectrum of  $^{23}\text{Na}$  in polycrystalline natrolite. The result of theoretical calculations are shown in Fig. 1, *b*. The obtained theoretical values of the quadrupolar frequency  $\nu_Q$  and the asymmetry parameter  $\eta$  well coincide with experimental values obtained in [5].

In Fig. 2 is presented the  $^{23}\text{Na}$  MAS NMR spectra obtained in Al-natrolite at  $T = 300\text{ K}$  and  $T = 380\text{ K}$ . These spectra were obtained using the method of  $^1\text{H}$  decoupling. NMR  $^1\text{H}$  decoupling is a special method used in NMR which allow to eliminate fully the effect of magnetic dipolar coupling between resonance nuclei ( $^{23}\text{Na}$  in our case) and  $^1\text{H}$  nuclei. From the comparison of the  $^{23}\text{Na}$  NMR spectra, shown in Fig. 2, it appears that the  $^{23}\text{Na}$  NMR spectra have the same shape at  $T = 300\text{ K}$  and  $T = 380\text{ K}$ . The NMR shape of  $^{23}\text{Na}$  is determined by magnetic dipolar interactions with other magnetic nuclei and by electric quadrupolar interaction with the electric field gradient (EFG) on the  $^{23}\text{Na}$  sites. The interaction with magnetic moment of  $^1\text{H}$  nuclei give the main contribution to the magnetic dipolar interaction of  $^{23}\text{Na}$  nuclei. However the  $^1\text{H}$  decoupling, which was used at recording the NMR spectra of  $^{23}\text{Na}$  NMR (Fig. 2), leads to averaging of the dipolar interactions between the magnetic moments of  $^1\text{H}$  and  $^{23}\text{Na}$  nuclei and so, from Fig. 2, it follows that in the temperature region  $T < 380\text{ K}$  the electric field gradient (EFG) at the  $^{23}\text{Na}$  sites does not depend on the temperature.

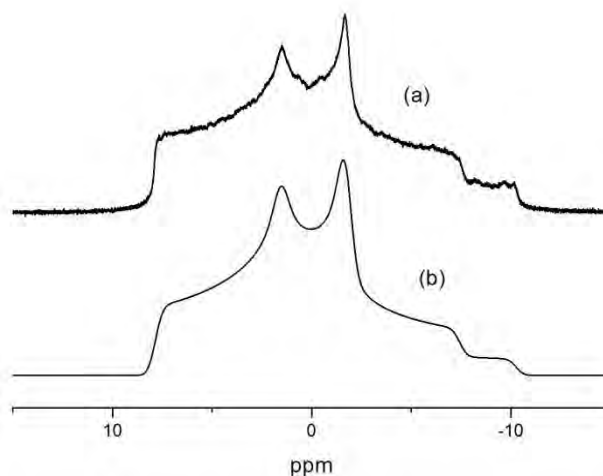


Fig. 1.  $^{23}\text{Na}$  MAS NMR spectra of Al-natrolite at  $\Omega_{\text{rot}} = 10\text{ kHz}$ : (a) experimental spectrum at  $T = 300\text{ K}$ ; (b) theoretical spectrum with parameters  $C_Q = 1759,2\text{ kHz}$ ,  $\eta = 0,64$ ,  $\delta_{\text{CSA}} = 8,19\text{ ppm}$ ,  $\Delta\nu_{\text{Gauss}} = 73,11\text{ Hz}$ .



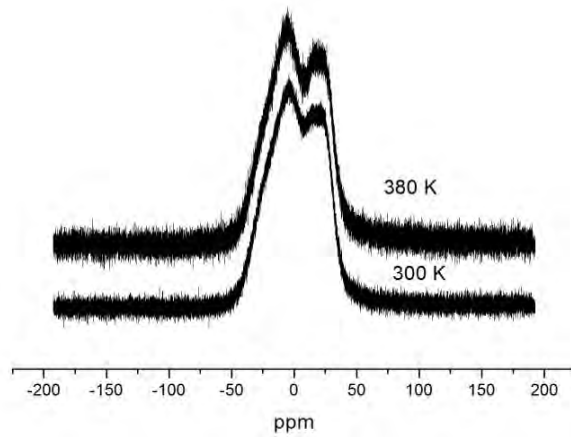


Fig. 2.  $^{23}\text{Na}$  NMR spectra with  $^1\text{H}$ -decoupling in Al-natrolite at  $T = 300\text{ K}$  and  $T = 380\text{ K}$ .

In natrolite there are two structurally nonequivalent  $^{23}\text{Na}$  and well-resolved fine structure of NMR spectra caused by the second-order quadrupolar effects is observed at some orientations of crystal in external magnetic field [6]. The experimental temperature dependencies of the quadrupolar second-order shift of the central NMR lines of the two structurally nonequivalent  $^{23}\text{Na}$  nuclei, for the case when the vector of the magnetic field  $\mathbf{B}_0$  is parallel to  $[110]$  direction, are shown in Fig. 3 [4]. This result was obtained using the CW NMR spectrometer at a frequency of the of 11 MHz on Al-natrolite single crystals [4].

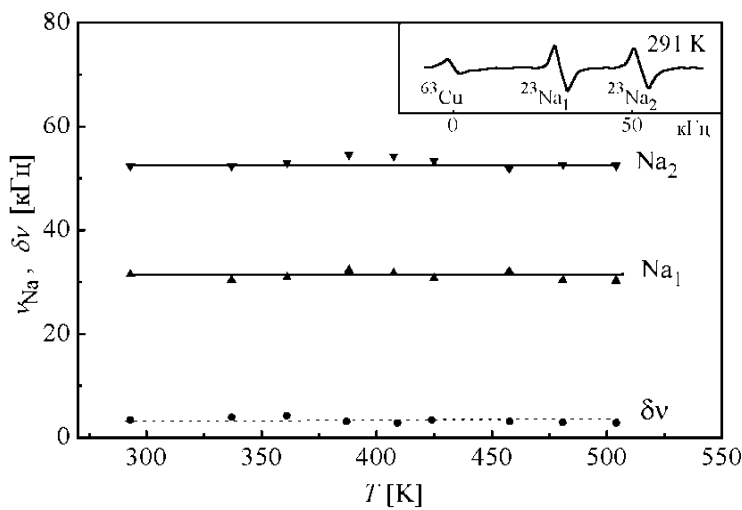


Fig. 3. The temperature dependencies of the second-order quadrupolar shifts and the linewidth ( $\delta\nu$ ) of  $^{23}\text{Na}$  NMR spectra for the two structurally nonequivalent  $^{23}\text{Na}$  ions in the natrolite single crystal. Inset: the central part of NMR spectrum of  $^{23}\text{Na}$  in single crystal.

The intensive diffusion of  $^{23}\text{Na}$  cations in natrolite pores should lead to the averaging of the second-order quadrupolar shifts of the two structurally nonequivalent  $^{23}\text{Na}$  nuclei. In reality, such effect is not observed (Fig. 3). So, from this result it follows that the diffusion of the sodium ions is absent in natrolite channels in the temperature region  $T < 500$  K [4].

The EFG at the  $^{23}\text{Na}$  sites in the natrolite structure is determined by the electric charges of the ions of whole lattice and by the electric dipolar moments of the water molecules. According with  $^1\text{H}$  NMR data of Al-natrolite the water molecules at  $T < 380$  K rotate about their quasi 2-fold axis [3] and the  $180^\circ$  flip motion take place simultaneously with diffusion along the c-axis [2]. These motions of the water molecules must lead to the averaging of the contributions of the electric dipolar moments of the water molecules to EFG at the  $^{23}\text{Na}$  sites. If contribution from the electric dipolar moments of water molecules to the EFG tensor at the  $^{23}\text{Na}$  sites is considerable the averaging of this contribution must be observable in the temperature dependence of  $^{23}\text{Na}$  NMR spectra. From our experimental temperature dependences of  $^{23}\text{Na}$  MAS NMR and NMR spectra represented in Fig. 2 and Fig. 3 it follows that this effect is not observed. From this fact we may conclude that the contributions of the electric dipolar moments of the water molecules to EFG at the  $^{23}\text{Na}$  sites are very small.

Fig. 4. shows the  $^{23}\text{Na}$  NMR spectra obtained without  $^1\text{H}$  decoupling at  $T = 300$  K and  $T = 380$  K. The difference between the NMR spectra represented in Fig. 2 and Fig. 4 are related to the dipolar interactions between the magnetic moments of  $^1\text{H}$  and  $^{23}\text{Na}$  nuclei. The shape of these NMR spectra is determined not only by the second-order quadrupolar shift of the central transition but also by the dipolar interaction between magnetic moment of  $^{23}\text{Na}$  and  $^1\text{H}$  nuclei. From Fig. 4 it follows that increasing of the sample temperature leads to thermal averaging of dipolar interactions between the magnetic moments of  $^1\text{H}$  and  $^{23}\text{Na}$  nuclei. Because from NMR data it follows that the  $180^\circ$  flip motion of water molecules take place simultaneously with diffusion along the c-axis [2] we may conclude that the averaging of dipolar interaction of magnetic moments of the  $^{23}\text{Na}$  with magnetic moments of protons is connected with the rotations of water molecules about their quasi 2-fold axis and with diffusion of water molecules across canals in natrolites [4].

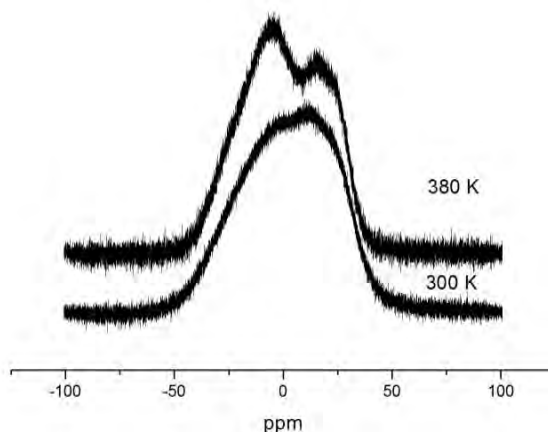


Fig. 4.  $^{23}\text{Na}$  NMR spectra without  $^1\text{H}$ -decoupling in Al-natrolite at  $T = 300$  K and  $T = 380$  K.

The temperature dependence of the spin-lattice relaxation times  $T_1$  of  $^{23}\text{Na}$  in Natrolite is shown in Fig. 5. The similar temperature dependence is observed in Al-natrolite.

In order to identify the main causes of the measured  $^{23}\text{Na}$  relaxation times in natrolite, we consider the theoretical calculations of  $T_1$  on the basis of different dynamical model. The physical mechanisms which could be induce the longitudinal relaxation of the  $^{23}\text{Na}$  nuclei are [10]:

- (i) spin-phonon interactions – interactions of the quadrupolar electric moment of the  $^{23}\text{Na}$  nuclei with the crystal electric field gradient modulated by lattice vibrations;
- (ii) dipolar interaction with paramagnetic impurities (for example with  $\text{Fe}^{3+}$ );
- (iii) magnetic dipolar interaction with absorbed ions or molecules and with magnetic moments of  $^{27}\text{Al}$  ( $^{71}\text{Ga}$ ,  $^{69}\text{Ga}$ ),  $^{29}\text{Si}$ ,  $^1\text{H}$  and other  $^{23}\text{Na}$  nuclei of natrolite structure;
- (iv) electric quadrupolar interactions with the crystal electric field gradients modulated by motion of charge cations or water molecules [10]. These motions are the “hopping” motions, i.e. the atoms or water molecules spend most of their time in potential well corresponding to equilibrium positions, and only a very small fraction move between these potential wells.

The phonon-based relaxation mechanism could not be the cause of spin-lattice relaxation of the quadrupolar nuclei in natrolites. From obtained estimations it follows that if relaxation were to proceed by this mechanism the values of  $T_1$  for quadrupolar nuclei in zeolites at room temperature should be 4-5 orders of magnitude larger than the experimental values [10]. The spin-lattice via paramagnetic impurities may be significant only at very low temperature [10]. The magnetic dipolar interaction could not be also the cause of the spin-lattice relaxation of the  $^{23}\text{Na}$  nuclei in natrolite. From our estimations we obtain that the dipolar interactions of the  $^{23}\text{Na}$  with magnetic moments of the proton magnetic moment give the minimal value of the spin-relaxation time  $T_{1\text{min}}$  equals  $\sim 5$  s, which much larger than experimental values 0,04 s (Fig. 5). So only one mechanism (iv) need to be considered.

It is known that the relaxation of the quadrupolar nuclei may be multiexponential [11, 12]. However, for selective saturation of the central transition [8], the relaxation is well described by single exponential [13]. In our case the translational and reorientational jumps of water molecules modulate only the part of EFG tensor concerned with electric dipolar moments of water molecules. The remaining part of the EFG tensor given by the electric charges of the ions of whole lattice is not changed. So the quadrupolar relaxation concerned with modulation of the part of EFG at the site of the quadrupolar nuclei as a result of the activated translational and reorientational jumps of electric dipoles of water molecules may be described ( $I = 3/2$ ) by equation [10, 12, 13]

$$T_{1Q}^{-1} = 9 \left( 1 + \frac{\eta^2}{3} \right) \Delta C_Q^2 \frac{\tau_c}{1 + \omega_0^2 \tau_c^2}, \quad (2)$$

where  $\omega_0$  is the Larmor frequency of the quadrupole nucleus;  $\eta$  – asymmetry parameter of EFG tensor and

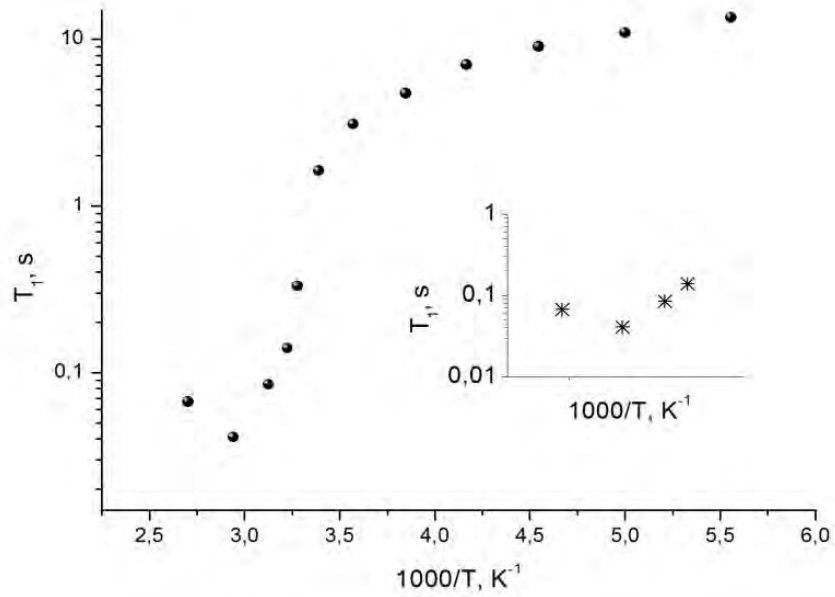


Fig. 5. The temperature dependences of the spin-lattice relaxation time of the  $^{23}\text{Na}$  nuclei in Ga – natrolite.

$$\Delta C_Q = \frac{e^2 \Delta q Q}{\hbar} . \quad (3)$$

Here  $e\Delta q$  describes the part of EFG at the site of the  $^{23}\text{Na}$  nuclei connected with the electric dipoles of water molecules.

From Eq. (2) it follows that minimal value of  $T_{1Q}$  for selective saturation and detection of the central transition is observed at  $\omega_0 \tau_c = 1$  and is equal

$$T_{1\min} = \frac{4\pi\nu_0}{3(3 + \eta^2)\Delta C_Q^2} . \quad (4)$$

For the  $^{23}\text{Na}$  nuclei in the natrolite  $T_{1\min} \cong 0.04$  s. Using  $\eta = 0,64$  and  $\nu_0 = 105,542$  MHz we obtain from Eq. (4)

$$\Delta C_Q \approx 56,93 \text{ kHz} . \quad (5)$$

The full constant of quadrupolar interaction  $C_Q = 1759,3$  kHz and so from our result it follows that the contributions of the electric dipolar moments of the water molecules to full EFG at the  $^{23}\text{Na}$  sites are 3.2% only.

## CONCLUSION

From analysis of the temperature dependencies of NMR and MAS NMR spectra of  $^{23}\text{Na}$  nuclei (with and without  $^1\text{H}$ -decoupling) it follows that the diffusion of the sodium ions at  $T < 400$  K absents in Al- and Ga- natrolites. From analysis of NMR spectra of  $^{23}\text{Na}$  nuclei (with and without  $^1\text{H}$ -decoupling) it follows that in Al- and Ga-natrolites the  $180^\circ$  flip motion of water molecules take place simultaneously with diffusion of the water along the Schottky defects. The obtained from  $^{23}\text{Na}$  MAS NMR spectrum theoretical values of the quadrupolar frequency  $\nu_Q$  and the asymmetry parameter  $\eta$  well coincide with experimental values obtained early. The spin-lattice relaxation of the  $^{23}\text{Na}$  is governed by the electric quadrupole interaction with the crystal electric field gradients modulated by translational motion of  $\text{H}_2\text{O}$  molecules in the natrolite pores. The dipolar interactions with paramagnetic impurities become significant as a relaxation mechanism of the  $^{23}\text{Na}$  nuclei only at low temperature ( $< 270$  K).

## References

1. G. Engelhardt and D. Michel, *High-Resolution Solid-State NMR of Silicates and Zeolites* (John Wiley&Sons, Chichester-New York-Brisbane-Toronto-Singapore, 1987).
2. A. V. Sapiga, "The shape of NMR spectra and study of structure and molecular mobility in natrolite", *Thesis*, (Taurida National V. I. Vernadsky University, Simferopol, 2003).
3. R. T. Thompson, R. R. Knispel, H. E. Petch, *Can. J. Phys.* **52**, 2164 (1974).
4. A. V. Sapiga and N. A. Sergeev, *Cryst. Res. Technol.* **36**, 8 (2001).
5. H. E. Petch, K. S. Pennington, *J.Chem.Phys.* **36**, 1261 (1962).
6. V. N. Szczerbakov, "The NMR study of electric field gradients in zeolites", *Thesis* (Institute of Physics, Krasnojarsk, USSR, 1972).
7. A. A. Sapiga, M. Olszewski, M. Paczwa, A. V. Sapiga, N. A. Sergeev, *Functional Materials* **21**, 181 (2014).
8. D. Freude, "Quadrupolar Nuclei in Solid-State Nuclear Magnetic Resonance", in *Encyclopaedia of Analytical Chemistry*, Ed. By R. A. Meyers (2000), p. 12188.
9. D. Massiot, F. Fayon, M. Capron, I. King, S. Le Calve, B. Alonso, J.-O. Durand, B. Bujoli, Z. Gan & G. Hoatson, *Magnetic Resonance in Chemistry* **40**, 70 (2002).
10. J. Haase, H. Pfeifer, W. Oehme, J. Klinowski, *Chem. Phys. Letters* **150**, 189 (1988).
11. P. S. Hubbard, *J. Chem. Phys.* **53**, 985 (1970).
12. A. Abragam, *The Principles of Nuclear Magnetism* (Oxford U.P., London, 1961).
13. J. Haase, K.D. Park, K. Guo, H. K. C. Timken, E. Oldfield, *J. Phys. Chem.* **95**, 6996 (1991).

**Пачва М. ЯМР  $^{23}\text{Na}$  в натроліті / М. Пачва, О. О. Сапіга, М. Ольшевски, М. А. Сергеев, О. В. Сапіга** // Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія : Фізико-математичні науки. – 2014. – Т. 27 (66), № 2. – С. 70-78.

В Al-натроліті ( $\text{Na}_2\text{Al}_2\text{Si}_3\text{O}_{10} \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ) та Ga-натроліті ( $\text{Na}_2\text{Ga}_2\text{Si}_3\text{O}_{10} \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ) вивчені температурні залежності спектрів ЯМР і MAS ЯМР ядер  $^{23}\text{Na}$ . Було показано, що в Al-натроліті та Ga-натроліті при  $T < 400$  К відсутня дифузія іонів натрію. Отримано температурні залежності часу спин-граткових релаксації  $T_1$  в Al-натроліті і Ga-натроліті. Обговорюється вплив молекулярної рухливості води в наноканалах структури натроліта на спин-граткову релаксацію іонів  $^{23}\text{Na}$ .

**Ключові слова:** ЯМР, магнітна релаксація, цеоліти, рухливість води, натроліт.

**Пачва М. ЯМР  $^{23}\text{Na}$  в натролите / М. Пачва, А. А. Сапига, М. Ольшевски, Н. А. Сергеев, А. В. Сапига // Ученые записки Таврического национального университета имени В. И. Вернадского. Серия : Физико-математические науки. – 2014. – Т. 27 (66), № 2. – С. 70-78.**

В Al-натролите ( $\text{Na}_2\text{Al}_2\text{Si}_3\text{O}_{10} \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ) и Ga-натролите ( $\text{Na}_2\text{Ga}_2\text{Si}_3\text{O}_{10} \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ) изучены температурные зависимости спектров ЯМР и MAS ЯМР ядер  $^{23}\text{Na}$ . Было показано, что в Al-натролите и Ga-натролите при  $T < 400$  К отсутствует диффузия ионов натрия. Получены температурные зависимости времени спин-решеточной релаксации времени  $T_1$  в Al-натролите и Ga-натролите. Обсуждается влияние молекулярной подвижности воды в наноканалах структуры натролита на спин-решеточную релаксацию ионов  $^{23}\text{Na}$ .

**Ключевые слова:** ЯМР, магнитная релаксация, цеолиты, подвижность воды, натролит.

#### Список литературы

1. Engelhardt G. High-Resolution Solid-State NMR of Silicates and Zeolites / G. Engelhardt and D. Michel. – John Wiley&Sons, Chichester-New York-Brisbane-Toronto-Singapore, 1987. – 485 p.
2. Сапига Алексей Владимирович. Исследование структуры и молекулярной подвижности в натролите по форме спектра ЯМР : Дис... канд. физ.-мат. наук : 01.04.07 / Таврический национальный ун-т им. В.И.Вернадского. – Симф., 2003. – 156л. : рис. – Библиогр.: л. 144-156.
3. Thompson R. T. NMR study of the molecular motion of water in natrolite / R. T. Thompson, R. R. Knispel, H. E. Petch // Can. J. Phys. – 1974. – Vol. 52. – P. 2164.
4. Sapiga A. V. NMR investigation of natrolite structure / A. V. Sapiga and N. A. Sergeev // Cryst. Res. Technol. – 2001. – Vol. 36. – P. 8.
5. Petch H. E. Nuclear Quadrupole Coupling Tensors for  $^{23}\text{Na}$  and  $^{27}\text{Al}$  in natrolite, a Fibrous Zeolite / H. E. Petch, K. S. Pennington // J.Chem.Phys. – 1962. – Vol. 36. – P. 1261.
6. Щербаков В. Н. Исследование градиентов электрических полей в пористых кристаллах методом ядерного магнитного резонанса : дис. ... канд. физ.-мат. наук : 01.04.07 / Академия наук СССР, Сибирское отделение АН СССР, Институт физики им. Л.В. Киренского Сибирского отделения АН СССР. – Красноярск, 1972. – 152 л.
7. NMR study of gallosilicate natrolite / A. A. Sapiga, M. Olszewski, M. Paczwa, et al. // Functional Materials. – 2014. – Vol. 21. – P. 181.
8. Freude D. Quadrupolar Nuclei in Solid-State Nuclear Magnetic Resonance / D. Freude ; R.A. Meyers (Ed.) // Encyclopaedia of Analytical Chemistry. – 2000. – P. 12188-12224.
9. Modelling one- and two-dimensional solid-state NMR spectra / D. Massiot, F. Fayon, M. Capron, et al. // Magnetic Resonance in Chemistry. – 2002. – Vol. 40. – P. 70.
10. Longitudinal NMR relaxation of  $^{27}\text{Al}$  nuclei in zeolites / J. Haase, H. Pfeifer, W. Oehme, J. Klinowski // Chem. Phys. Letters. – 1988. – Vol. 150. – P. 189.
11. Hubbard P. S. Nonexponential Nuclear Magnetic Relaxation by Quadrupole Interactions / P. S. Hubbard // J. Chem. Phys. – 1970. – Vol. 53. – P. 985.
12. Abragam A. The Principles of Nuclear Magnetism / A. Abragam. – London : Oxford U.P., 1961. – 614 p.
13. Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopic study of spin-lattice relaxation of quadrupolar nuclei in zeolite / J. Haase, K. D. Park, K. Guo, et al. // J. Phys. Chem. – 1991. – Vol. 95. – P. 6996.

*Received 21 September 2014.*

UDK 537.226

## MODIFICATION OF THE ELECTRICAL PROPERTIES OF $\text{LiNbO}_3$ SINGLE CRYSTALS BY ANNEALING IN SATURATED WATER VAPOR

*Pritulenko A. S.<sup>1</sup>, Yatsenko A. V.<sup>1</sup>, Sugak D. Yu.<sup>2,3</sup>, Solskii I. M.<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>*Taurida National V. I. Vernadsky University, 4 Vernadsky Ave., Simferopol 295007, Crimea, Russia*

<sup>2</sup>*Lviv Polytechnic National University, Lviv, Ukraine*

<sup>3</sup>*Scientific Research Company "Carat", Lviv, Ukraine*

*E-mail: [lab2@crimea.edu](mailto:lab2@crimea.edu)*

Electrical and optical properties of the  $\text{LiNbO}_3$  single crystals which were annealed in saturated  $\text{H}_2\text{O}$  and  $\text{D}_2\text{O}$  vapor were investigated. It is found that the activation energy of the electrical conductivity for these samples is close this value of LN samples, reduced in hydrogen atmosphere. It is shown too, that the annealing of  $\text{LiNbO}_3$  in saturated  $\text{H}_2\text{O}$  vapor also leads to a strong increasing of the optical absorption of the samples in visible area. The nature of this phenomenon is discussed.

**Keywords:**  $\text{LiNbO}_3$ , annealing, electrical conductivity.

**PACS:** 78.20.  $\pm e$ , 72.80.  $\pm r$

### INTRODUCTION

Ferroelectric lithium niobate (LN)  $\text{LiNbO}_3$  is technologically important material with wide applications in nonlinear optics and electro-acoustic devices. It is well-known that the high temperature annealing in reducing environments containing hydrogen strongly influenced the electrical and optical properties of LN crystals [1-6]. It is established, that heating LN wafers in benzoic acid vapor causes formation of protons enriched surface layers with few  $\mu\text{m}$  thickness in them [4]. At the same time the investigation of interrelated changes of the electrical properties and IR optical spectra for LN treated in  $\text{H}_2\text{O}$  vapor or  $\text{H}_2$ , do not provide definitive answers on the entry of  $\text{H}^+$  into LN structure. For example in [2, 3] was not observed any changes of electrical and optical properties of LN annealed in  $\text{H}_2\text{O}$  vapor flow.

On the other hand, changes of electrical properties and increasing of absorption in  $\text{OH}^-$  and  $\text{OD}^-$  bands after annealing in ampoules with  $\text{H}_2\text{O}$  vapor at  $P = 10 \dots 30$  bar were observed in [2, 3] earlier. But comparison of the changes of LN electrical properties their optical properties in visible and IR range after annealing in  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{D}_2\text{O}$  vapor and  $\text{H}_2$  atmosphere is not performed in a single study. The aim of the present paper is to obtain the additional information through the investigation of electrical and optical properties of LN crystals, annealed in  $\text{H}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$  and  $\text{D}_2\text{O}$  saturated vapor.

### 1. EXPERIMENTAL DETAILS

For our experiments we use the samples which were cut from the same boules of congruent LN grown at SRC "Carat" [7]. Samples №1 and №2 were annealed at  $600^\circ\text{C}$  for 1 h in the  $\text{H}_2$  atmosphere in separate ampoules. Sample №3 was annealed at  $500^\circ\text{C}$  for

5 h in saturated H<sub>2</sub>O vapor and samples №4-5 were annealed at 500°C for 5 h in saturated D<sub>2</sub>O vapor. All samples were carefully polished to obtain a good optical quality. Annealing was held in ampoules at a pressure  $P \approx 1$  bar.

The measuring of the optical absorption coefficient  $\alpha$  in a visible part of spectra were realized at room temperature for three fixed wavelength ( $\lambda=625, 525$  and  $465$  nm) when the wave vector  $\mathbf{k}$  is coincide to the polar axis  $\mathbf{z}$  of a crystal by using a simple home-made device. Optical absorption coefficient were calculate according to Beer-Lambert law:  $\alpha = d^{-1} \cdot \ln(I_0/I)$ , where  $I_0$  and  $I$  are the intensity of incident light and transmitted light and  $d$  is a sample thickness.

Electrical properties of the samples were studied with a specially designed device, which can realize the measurements of electric impedance (frequency range  $10^{-3} \dots 10^5$  Hz) and dc conductivity of the crystals [8].

## 2. RESULTS AND DISCUSSION

First of all the measurements of optical absorption of all annealed samples were realized and these data are presented in the Table. Optical measurements revealed no significant differences in the values of the absorption coefficients of the crystals which were annealed in saturated H<sub>2</sub>O and D<sub>2</sub>O vapor. Moreover the obtained values of optical absorption for the crystals, treated in pure hydrogen and in H<sub>2</sub>O (or D<sub>2</sub>O) vapor are perfectly comparable – taking into account the difference of treatment temperature.

Table 1

Optical absorption coefficients and activation energy of electric conductivity for all annealed samples

sample	$\alpha_{625 \text{ HM}}, \text{ cm}^{-1}$	$\alpha_{525 \text{ HM}}, \text{ cm}^{-1}$	$\alpha_{465 \text{ HM}}, \text{ cm}^{-1}$	$E_a, \text{ eV}$
№1	$5.6 \pm 0.1$	$5.8 \pm 0.1$	$5.8 \pm 0.1$	$0.67 \pm 0.01$
№2	$5.9 \pm 0.1$	$6.3 \pm 0.1$	$6.5 \pm 0.1$	$0.68 \pm 0.01$
№3	$1.55 \pm 0.05$	$1.82 \pm 0.05$	$1.95 \pm 0.05$	$0.70 \pm 0.01$
№4	$1.91 \pm 0.05$	$2.30 \pm 0.05$	$2.42 \pm 0.05$	$0.70 \pm 0.01$
№5	$2,26 \pm 0.05$	$2,68 \pm 0.05$	$2,68 \pm 0.05$	$0.70 \pm 0.01$

Temperature dependences of the specific electrical conductivity ( $\sigma$ ) of three investigated samples along  $z$  axis in a temperature range  $294 \dots 370$  K obtained by two-terminal method and usual dc technique are presented in Fig. 1. They are fully described by simple Arrhenius law with the similar activation energy  $E_a$  (indicates in a Table 1). Additional experiments were preformed using three-terminal method for excluding the surface conductivity and these results are in good agreement with those, shown in Fig. 1.

These results are unexpected, because predicted increasing of OH<sup>-</sup> or OD<sup>-</sup> groups volume concentration in the annealed samples must lead to the increasing of the ionic contribution to electrical conductivity of the samples and the respective activation energy must be equal to  $1,00 \dots 1,12$  eV. [1, 6]. Increasing of OH<sup>-</sup> volume concentration in the crystal can not strongly affect its electrical conductivity at room temperature. But specific



electrical conductivity of non-annealed LN crystals at room temperature is equal to  $(10^{-15} \dots 10^{-16}) (\Omega \cdot \text{cm})^{-1}$  and this value is by some orders smaller than that for reduced LN crystals. Moreover, in accordance with the data obtained earlier [9] conductivity of LN annealed in H<sub>2</sub>O vapor flow is close to the value for non-annealed sample.

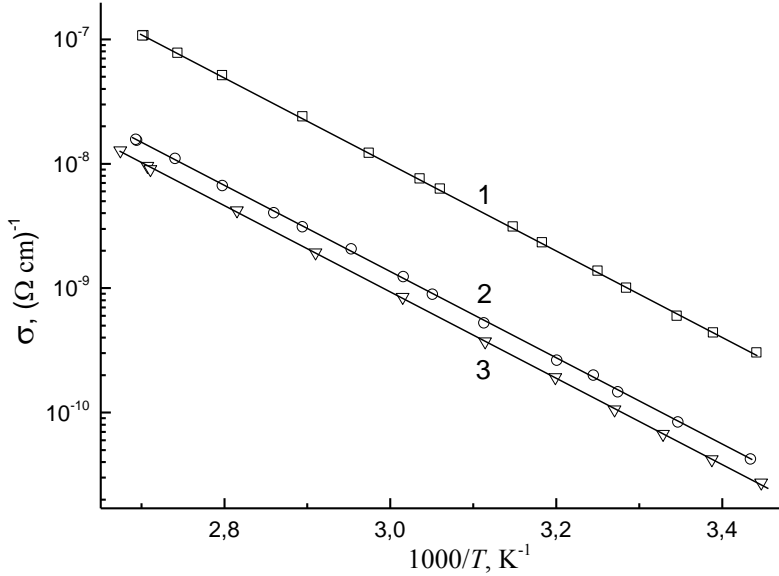


Fig. 1. Temperature dependence of the specific electric conductivity of annealed LN samples: (1) – sample №2; (2) – sample №3; (3) – sample №4.

Measuring the electrical conductivity of the sample №4 showed the presence of small quantities of conductivity anisotropy along the polar and non-polar axis (as in the case of the sample annealed in a hydrogen atmosphere). Since all investigated samples, annealed in ampoules are characterized by the similar value of activation energy, one can conclude that the nature of the main contribution to their electrical conductivity is identical.

It was demonstrated earlier [10] that non-controlled heating of LN samples, which were early reduced in hydrogen, up to 430...450 K leads to significant decreasing of sample electric conductivity along polar axis (more than twice at  $T = 300$  K). This effect was explained as a result of the possible diffusion of atmospheric oxygen into a near-surface layers of reduced sample. It may lead to the destruction of bipolarons in these layers and a sharp increasing of these layers resistance.

For the testing of this assumption we investigate the temperature dependence of electrical conductivity of the sample №4 by impedance spectroscopy - before and after additional heat treatment in dry air at 573 K during 3 h. It is estimated that Nyquist diagrams of the sample №4 before additional heat treatment can be described by practically ideal semicircle in a temperature range (300...390) K. It is a serious argument to believe the uniformity of electric properties of the sample.

In accordance to our prediction, the additional heat treatment in dry air at 573 K strongly influenced the electrical properties of LN sample №4. Typical Nyquist diagram obtained in this series of experiments is shown in Fig. 2. Nevertheless, the optical absorption coefficient after additional heating was not change in the limits of experimental errors.

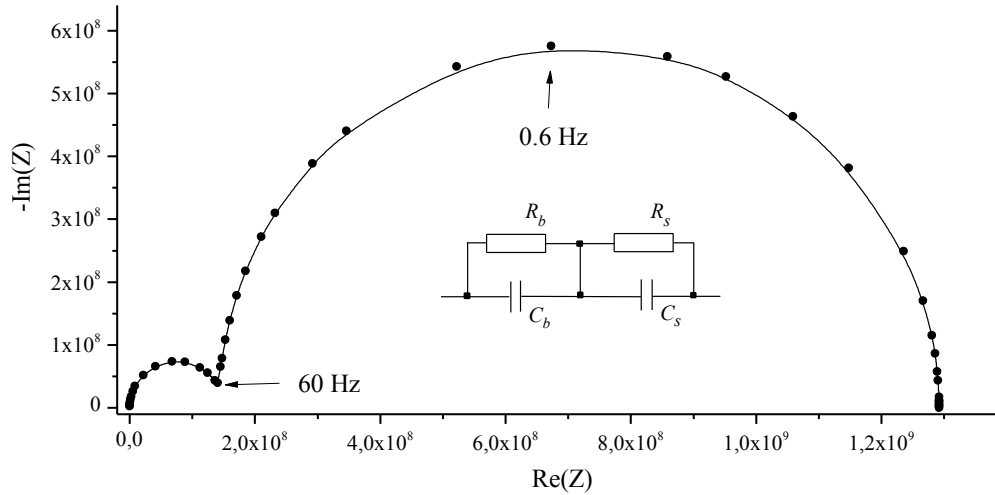


Fig. 2. Nyquist diagram of the sample №4 after additional heating in dry air, obtained at  $T = 356$  K. Equivalent electrical circuit of the sample is shown in inset.

The data which are illustrate by Fig. 2 demonstrates that equivalent electrical circuit of the crystal can be presented as a consecutive connection of two parallel  $RC$  chains, one of which simulate the crystal's internal volume and described by capacity  $C_b$  and resistance  $R_b$  and the second one simulate the capacity  $C_s$  and resistance  $R_s$  of near-surface layers. Respective circuit is shown in the inset of Fig. 2.

Due to analysis of impedance spectra according to this simple model, we determined the temperature dependences of electric conductivities  $S_b$  and  $S_s$  in the temperature range (300...450) K. These data illustrates by Fig. 3. It is concluded too, that the ratio of capacities  $C_s/C_b$  is temperature independent in a limits of experimental errors and is equal to  $(50 \pm 7)$ .

In a process of investigation of LN crystals reduced in hydrogen it was estimate, that this annealing do not affects the components of the tensor of dielectric permittivity  $\epsilon_{11}$  and  $\epsilon_{33}$  in analyzed here temperature range [10]. So we can try to evaluate the depth of the near-surface layers in which diffusion of atmospheric oxygen results in a destroying of the majority of bipolarons, which are responsible for the electric conductivity of "black" LN crystals.

According to the equivalent circuit of the crystal, which is illustrates by Fig. 2, the total depth of electrically modified near-surface layers ( $d_l$ ) approximately will be equal to

$$d_l \cong \frac{C_s}{C_s + C_b} d_c$$

where  $d_c$  is a thickness of the crystal. In a result we obtain that  $d_l = (69 \pm 7) \mu\text{m}$ . It is clear that the varying of additional heat treatment conditions gives a possibility to investigate the dynamics of the oxygen diffusion into a “black” LN crystal.

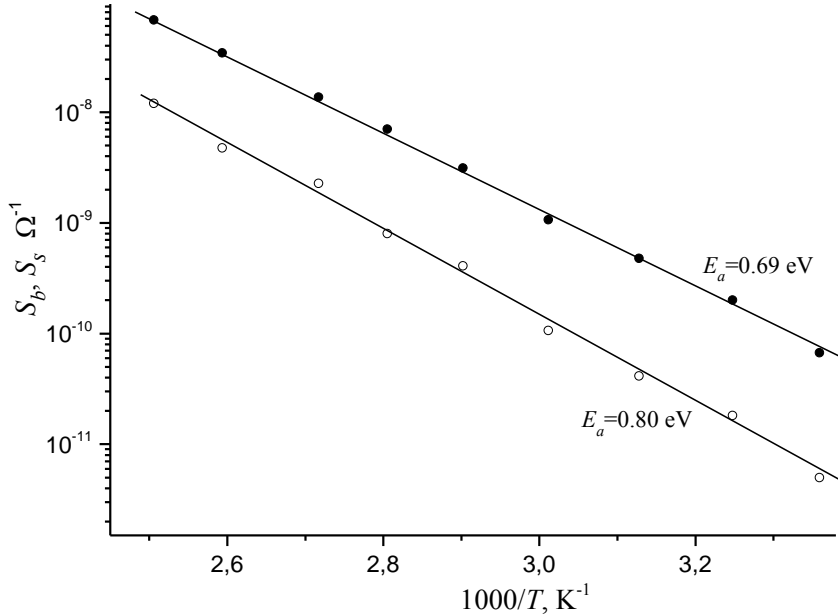


Fig. 3. Temperature dependences of  $S_b$  (open circles) and  $S_s$  (dash circles) for the sample №4 after additional heating in dry air. Mean values of activation energy are pointed too.

### CONCLUSIONS

So the annealing of LN crystals in saturated H<sub>2</sub>O or D<sub>2</sub>O vapor (at negligible oxygen partial pressure) and a pure H<sub>2</sub> probably affects the electrical properties by the same way. The annealing in these media leads to the oxygen loss in the crystal and forming of oxygen vacancies and bipolarons.

Taking into account the data obtained by us, we can conclude that the annealing of congruently grown LN crystals in saturated pure H<sub>2</sub>O or D<sub>2</sub>O vapor in ampoules at 500 °C and  $P \approx 1$  bar leads to changes of LN optical properties in visible range as well as electrophysical properties similar as those that occur after reducing treatment in H<sub>2</sub> atmosphere. Thus it can be assumed that the main reason for the increasing of the LN conductivity after annealing in ampoules with H<sub>2</sub>O or D<sub>2</sub>O is formed bipolarons.

It has been established, that the additional heat treatment in dry air of the “black” LN samples leads to the electric modification of its near-surface layers. Investigations of the

oxygen diffusion, which is responsible to this phenomenon, will be the goal of the next experiments.

### References

1. W. Bollman, H.-J. Stöhr, *Phys. Stat. Sol. (a)* **39**, 477 (1977).
2. R. Gonzalez, Y. Chen, K. L. Tsang, G. P. Summers, *Appl. Phys. Let.* **41**, 739 (1982).
3. R. Pareja, R. González, M. A. Pedrosa, *Phys. Stat. Sol. (a)* **82**, 179 (1984).
4. J. M. Cabrera, J. Olivares, M. Carrascosa, J. Rams, R. Müller, E. Diéguez, *Advances in Physics* **45**, 349 (1996).
5. P. Bordui, D. Jundt, E. Standifer, R. Norwood, R. Sawin, J. Galipeau, *J. Appl. Phys.* **85**, 3766 (1999).
6. T. Volk, M. Wöhlecke, *Lithium Niobate. Defects, photorefraction and ferroelectric switching* (Springer-Verlag, Berlin, 2008) 284 p.
7. I. M. Solskii, D. Yu. Sugak, M. M. Vakiv, *Acta Physica Polonica A* **124**, 314 (2013).
8. S. V. Yevdokimov, A. S. Pritulenko, A. A. Sapiga, A. V. Yatsenko, *Scientific Notes of Taurida National V. I. Vernadsky University. Ser. Physics and Mathematics Sciences* **24(63)**, No. 2, 187 (2011).
9. D. Yu. Sugak, I. M. Solskii, I. I. Syvorotka, M. M. Vakiv, *New Technologies* **35**, 19 (2012).
10. A. V. Yatsenko, A. S. Pritulenko, S. V. Yevdokimov, D. Yu. Sugak, I. M. Solskii, *Solid State Phenomena* **200**, 193 (2013).

**Придуленко А. С. Модифікація електричних властивостей монокристалів LiNbO<sub>3</sub> відпалюванням у насиченій водній парі / А. С. Придуленко, О. В. Яценко, Д. Ю. Сугак, В. М. Сольський // Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія : Фізико-математичні науки. – 2014. – Т. 27 (66), № 2. – С. 79-85.**

Досліджено електричні та оптичні властивості монокристалів LiNbO<sub>3</sub>, що пройшли відпалювання у насиченій парі H<sub>2</sub>O та D<sub>2</sub>O. Встановлено, що енергія активації електричної провідності в таких зразках є близькою до значення, що спостерігається для зразків НЛ, що пройшли відпалювання у водні. Також встановлено, що відпалювання у насиченій водній парі призводить до сильного збільшення оптичної густини зразка у видимій області. Обговорюється природа цих ефектів.

**Ключові слова:** LiNbO<sub>3</sub>, відпалювання, електричні властивості.

**Придуленко А. С. Модификация электрических свойств монокристаллов LiNbO<sub>3</sub> отжигом в насыщенных парах воды / А. С. Придуленко, А. В. Яценко, Д. Ю. Сугак, И. М. Сольский // Ученые записки Таврического национального университета имени В. И. Вернадского. Серия : Физико-математические науки. – 2014. – Т. 27 (66), № 2. – С. 79-85.**

Исследованы электрические и оптические свойства монокристаллов LiNbO<sub>3</sub>, прошедших отжиг в насыщенных парах H<sub>2</sub>O и D<sub>2</sub>O. Обнаружено, что энергия активации электрической проводимости в таких образцах близка к значению, наблюдаемому для образцов НЛ, восстановленных в водород. Также обнаружено, что отжиг в насыщенных парах воды приводит к сильному увеличению оптической плотности образца в видимой области. Обсуждается природа этих эффектов.

**Ключевые слова:** LiNbO<sub>3</sub>, отжиг, электрические свойства.

### Список литературы

1. Bollman W. Incorporation and mobility of OH ions in LiNbO<sub>3</sub> crystals / W. Bollman, H.-J. Stöhr / *Phys. Stat. Sol. (a)*. – 1977. – Vol. 39. – P. 477-484.
2. Diffusion of deuterium and hydrogen in crystalline LiNbO<sub>3</sub> / R. Gonzalez, Y. Chen, K. L. Tsang, G. P. Summers / *Appl. Phys. Let.* – 1982. – Vol. 41. – P. 739-741.
3. Pareja R. Study of thermochemically reduced and electron-irradiated LiNbO<sub>3</sub> single crystals by positron annihilation and optical absorption measurements / R. Pareja, R. González, M. A. Pedrosa / *Phys. Stat. Sol. (a)*. – 1984. – Vol. 82. – P. 179-183.

4. Hydrogen in lithium niobate / J. M. Cabrera, J. Olivares, M. Carrascosa, et al. / Advances in Physics. – 1996. – Vol. 45. – P. 349-392.
5. Chemically reduced lithium niobate single crystals: processing, properties and improved surface acoustic wave device fabrication and performance / P. Bordui, D. Jundt, E. Standifer, et al. / J. Appl. Phys. – 1999. – Vol. 85 – P. 3766-3769.
6. Volk T. Lithium Niobate. Defects, photorefractive and ferroelectric switching / T. Volk, M. Wöhlecke / Springer-Verlag, Berlin, 2008. – 284 p.
7. Solskii I. M. Growing large size complex oxide single crystals by Czochralski technique for electronic devices / I. M. Solskii, D. Yu. Sugak, M. M. Vakiv / Acta Physica Polonica A. – 2013. – Vol. 124. – P. 314-320.
8. Device for low and ultra low frequency impedance investigation in dielectric materials / S. V. Yevdokimov, A. S. Pritulenko, A. A. Sapiga, A. V. Yatsenko // Scientific Notes of Taurida National V. I. Vernadsky University. Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2011. – Vol. 24(63), No 2. – P. 187.
9. Influence of thermo-chemical treatment on the lithium niobate single crystal optical properties / D. Yu. Sugak, I. M. Solskii, I. I. Syvorotka, M. M. Vakiv / New Technologies. – 2012. – Vol. 35. – P. 19-26.
10. The peculiarities of the electrical conductivity of LiNbO<sub>3</sub> crystals, reduced in hydrogen / A. V. Yatsenko, A. S. Pritulenko, S. V. Yevdokimov, et al. / Solid State Phenomena. – 2013. – Vol. 200. – P. 193-198.

*Received 07 September 2014.*

UDK 537.9

## ANGULAR DEPENDENCE OF EPR LINE INTENSITIES OBSERVED IN NICKEL-DOPED GaBO<sub>3</sub>

*Seleznyova K.<sup>1,2</sup>, Strugatsky M.<sup>1</sup>, Yagupov S.<sup>1</sup>, Kliava J.<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Taurida National V. I. Vernadsky University, 4 Vernadsky Ave., Simferopol 295007, Crimea, Russia

<sup>2</sup>LOMA, UMR 5798 Université de Bordeaux-CNRS, 33405 Talence cedex, France

E-mail: [kira\\_seleznyova@mail.ru](mailto:kira_seleznyova@mail.ru)

In experimental EPR studies of single crystals, the question of intensities of different resonance lines is usually considered as secondary. Meanwhile, in studying the EPR of Ni-doped GaBO<sub>3</sub> we have observed a drastic change in intensity of several lines when the microwave magnetic field was rotated with respect of the crystal axes. A theoretical consideration of the corresponding perturbation operator allows to adequately account for this phenomenon.

**Keywords:** EPR transition intensity, gallium borate.

**PACS:** 76.30.Fc

### INTRODUCTION

The electron paramagnetic resonance (EPR) is observed in the conditions where the ground state of a paramagnetic ion is split by an applied magnetizing field  $\mathbf{B}$ , and the energy difference between different split levels is matched by energy quanta of the microwave field  $\mathbf{B}_1$ . Usually,  $\mathbf{B}$  is much stronger than  $\mathbf{B}_1$ , therefore the latter does not affect the positions of different spectral lines but it is directly responsible for their intensities. Meanwhile, in the analysis of single crystal EPR spectra, the issue of relative intensities of different features is usually considered as secondary in comparison with that of the resonance fields.

Recently, we have studied the EPR of GaBO<sub>3</sub> single crystals doped with iron and nickel [1]. In the latter case, we have found a striking dependence in intensity of certain lines; almost disappearing at some orientations. It has seemed interesting to provide a theoretical analysis of this dependence and compare it with the experimental findings.

### THEORY

Electronic transitions between the energy levels corresponding to different projections of the effective electron spin  $\mathbf{S}$  are induced by the magnetic component of the electromagnetic wave interacting with the electron magnetic moment whose components are:

$$(\beta g S)_i = \beta \sum_i g_i S_i, \quad i = x, y, z \quad (1)$$

where  $x, y$  and  $z$  are local symmetry axes (coinciding in our case with main crystallographic directions  $x_c, y_c, z_c$ ),  $\beta$  is the Bohr magneton and  $g_i$  are components of the electron  $g$  tensor  $\mathbf{g}$  supposed to be diagonal. The transition intensity  $W_{pq}$  between a couple of levels  $p$  and  $q$  is proportional to the square of modulus of the matrix element [2]

$$\mu_{pq} = \beta \langle p | \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{S} | q \rangle. \quad (2)$$

Usually, in EPR conditions  $\mathbf{B}_1 \perp \mathbf{B}$ , so, we choose  $\mathbf{B}$  and  $\mathbf{B}_1$  respective directions along  $z_l$  and  $y_l$  axes of the laboratory frame  $x_l, y_l, z_l$ . The relation between the laboratory and the crystallographic frame is described by the following rotation matrix [3]:

$$A_{cl} = \begin{pmatrix} -\cos \psi \cos \vartheta \cos \varphi - \sin \psi \sin \varphi & -\sin \psi \cos \vartheta \cos \varphi + \cos \psi \sin \varphi & \sin \vartheta \cos \varphi \\ -\cos \psi \cos \vartheta \sin \varphi + \sin \psi \cos \varphi & -\sin \psi \cos \vartheta \sin \varphi - \cos \psi \cos \varphi & \sin \vartheta \sin \varphi \\ \cos \psi \sin \vartheta & \sin \psi \sin \vartheta & \cos \vartheta \end{pmatrix} \quad (3)$$

Where  $\vartheta, \varphi, \pi - \psi$  are Euler angles, see Fig. 1. One can see that in the  $x_c, y_c, z_c$  frame  $\vartheta$  and  $\varphi$  are spherical angles of  $\mathbf{B}$ , and  $\psi$  describes the orientation of  $\mathbf{B}_1$  in the plane perpendicular to  $\mathbf{B}$ .

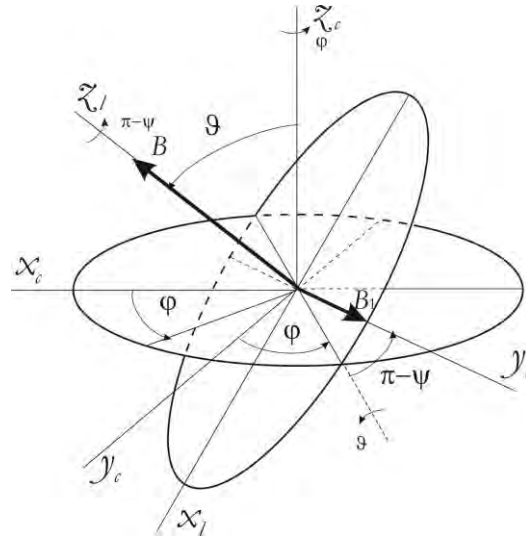


Fig. 1. Definition of Euler angles between the crystallographic frame and the laboratory frame.

The unit vectors of  $\mathbf{B}$  and  $\mathbf{B}_1$  in the crystallographic frame are given, respectively, by the third and the second columns of the  $\mathbf{A}_{cl}$  matrix, viz.:

$$\mathbf{l} = \begin{pmatrix} \sin \vartheta \cos \varphi \\ \sin \vartheta \sin \varphi \\ \cos \vartheta \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad \mathbf{l}_1 = \begin{pmatrix} -\sin \psi \cos \vartheta \cos \varphi + \cos \psi \sin \varphi \\ -\sin \psi \cos \vartheta \sin \varphi - \cos \psi \cos \varphi \\ \sin \psi \sin \vartheta \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Thus, the matrix element (2) can be expressed as follows:

$$\mu_{pq} = \beta B_1 \langle p | \mathbf{l}_1(\vartheta, \varphi, \psi) \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{S} | q \rangle. \quad (5)$$

with  $\mathbf{l}_1$  defined in Eq. (4).

### EXPERIMENTS AND DISCUSSION

Nickel-doped  $\text{GaBO}_3$  crystals were prepared in the Crystal Growth Laboratory of the Taurida National University (Simferopol) [4]. They have rhombohedral calcite structure with the space group  $D_{3d}^6$  [5]. The crystals having the shape of thin hexagonal plates, have been studied by EPR with an X-band spectrometer in the Institut de Chimie de la Matière Condensée de Bordeaux (Pessac, France). The spectra have been measured in two different configurations (i) and (ii), see Fig. 2. In both configurations,  $\mathbf{B}$  was in the basal plane ( $\vartheta = 90^\circ$ ) and  $\mathbf{B}_1$  was either parallel (i),  $\psi = 0^\circ$  or perpendicular (ii),  $\psi = 90^\circ$  to this plane.

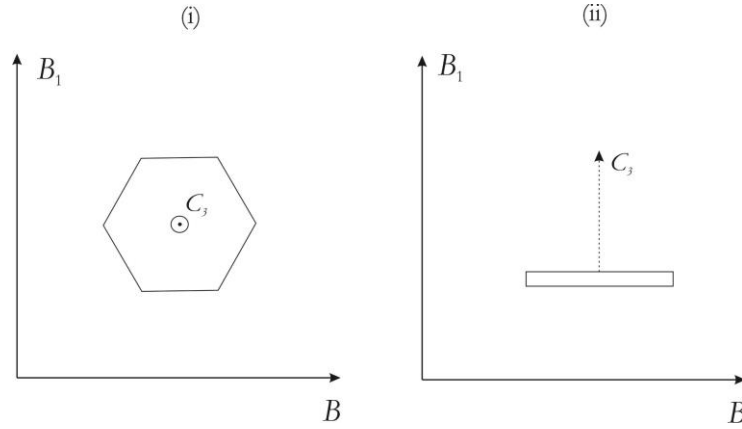


Fig. 2. Two different orientations of the crystals: (i)  $\mathbf{B}_1 \perp \mathbf{C}_3$  and (ii)  $\mathbf{B}_1 \parallel \mathbf{C}_3$ . In both cases,  $\mathbf{B} \perp \mathbf{B}_1$  and  $\mathbf{B} \perp \mathbf{C}_3$ .

Fig. 3 compares the EPR spectra for both configurations. In the context of the present study, most interesting are two features – closely spaced doublets – at ca. 0.04 and 0.23 T.



One can see that the intensities of these features in the cases (i) and (ii) are strikingly different.

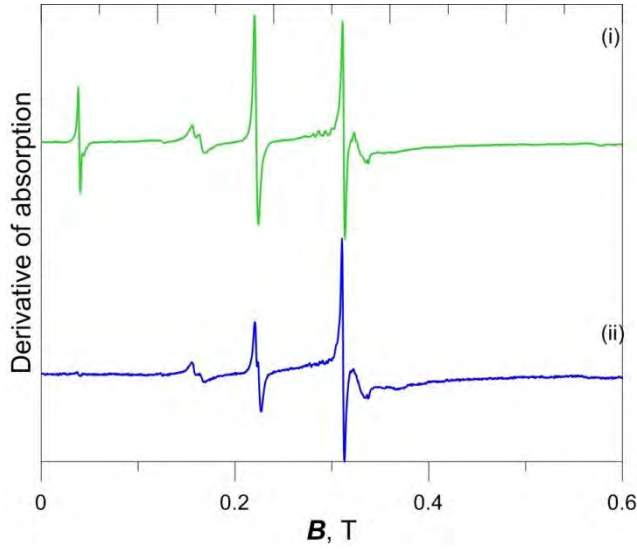


Fig. 3. EPR spectra for  $B_1$  parallel,  $\psi = 0^\circ$  (i) and perpendicular,  $\psi = 90^\circ$  (ii) to the basal plane of the crystal.

The exact values of the resonance fields for these features, respectively, 0.0396 and 0.0406 T for the low-field one and 0.2259 and 0.2286 T for the medium-field one, have been determined by diagonalizing the general spin Hamiltonian matrix for trigonal symmetry [6, 7]. The corresponding resonance intensities have been calculated as follows [8]:

$$W_{pq} \propto \nu^2 \beta^2 B_1^2 \left| \langle p | l_x (\mathbf{g} \cdot \mathbf{S})_x + l_y (\mathbf{g} \cdot \mathbf{S})_y + l_z (\mathbf{g} \cdot \mathbf{S})_z | q \rangle \right|^2, \quad (6)$$

where  $\nu$  is the frequency of microwave field and  $l_x$ ,  $l_y$  and  $l_z$  are direction cosines of  $B_1$ , see expression (4).

Fig. 4 shows calculated relative intensities of the resonance features in question. The transitions (a) and (b) occur between non-adjacent levels  $1 \leftrightarrow 3$  and  $1 \leftrightarrow 4$ , respectively, and one can see that their intensities are much weaker than the intensities of transitions (c) and (d) between adjacent levels,  $1 \leftrightarrow 2$  and  $2 \leftrightarrow 3$ , respectively. The intensities of (a) and (b) transitions become particularly low in the vicinity of  $\psi = 90^\circ$ , resulting in “disappearance” of these features, in good accordance with the experimental results shown in Fig. 3.

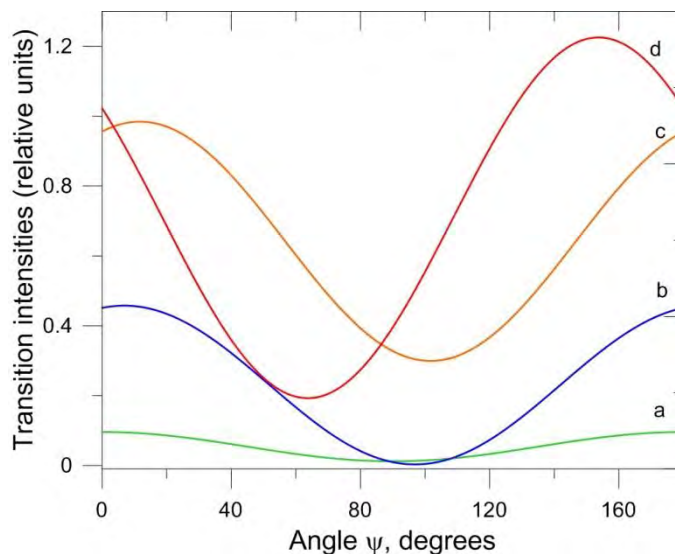


Fig. 4. Transition intensities for low-field, 0.0406 (a) and 0.0396 T (b), and medium-field, 0.2286 (c) and 0.2259 T (d) resonance features vs. the angle  $\psi$ .

### CONCLUSIONS

We have observed an unusually pronounced dependence on the orientation of the microwave field  $B_1$ , of intensities of certain EPR lines of  $Ni^{3+}$  in gallium borate single crystals. The results of the theoretical analysis of this dependence are in good agreement with the experimental observations and clearly show the importance of using correct expressions of intensities of the resonance transitions interpreting the experimental EPR spectra.

### ACKNOWLEDGEMENTS

This work was partially supported by RFBR Grant № 14-42-01557.

### References

1. K. Seleznyova, M. Strugatsky, S. Yagupov, N. Postivey, A. Artemenko and J. Kliava, *Physica Status Solidi B* **251**, 1393 (2014).
2. A. Abragam and B. Bleaney, *Electron Paramagnetic resonance of transition ions* (Clarendon Press, Oxford, General editors W. Marshall and D. H. Wilkinson, 1970).
3. G. Korn and T. Korn, *Mathematical handbook for scientists and engineers* (2nd ed., McGraw-Hillbook, New York, 1968).
4. M. Strugatsky, S. Yagupov, N. Postivey, K. Seleznyova, E. Milyukova and V. Yagupov, *Scientific Notes of Taurida National V. I. Vernadsky University, Ser. Physics and Mathematics Sciences* **24(63)**, 169 (2011).
5. S. Yagupov, E. Maksimova, I. Nayhatsky, V. Yagupov, E. Milyukova, K. Seleznyova and M. Strugatsky, "Iron Borate Based Monocrystals for Research in Magneto-ordered State Physics", in *Abstracts of*

*International Conference on Oxide Materials for Electronic Engineering, OMEE-2014* (Lviv, 2014), p. 207.

6. S. Al'tshuler and B. Kozyrev, *Electron Paramagnetic resonance in compounds of transition elements* (Wiley & Sons, New York-Toronto-Jerusalem-London, 2nd ed, 1974).
7. C. A. Bates and R. S. Wardlaw, *J. Phys. C: Solid State Phys.* **12**, 2133 (1979).
8. J. Kliava, *EPR spectroscopy of disordered solids* (Riga, Zinātne, 1988).

**Селезньова К. Кутова залежність інтенсивностей ліній ЕПР в GaBO<sub>3</sub>, легованому нікелем / К. Селезньова, М. Стругацький, С. Ягупов, Я. Клява // Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія : Фізико-математичні науки. – 2014. – Т. 27 (66), № 2. – С. 86-91.**

В експериментальних дослідженнях ЕПР монокристалів питання про інтенсивності різних резонансних ліній, як правило, вважається вторинним. Проте, при ЕПР-дослідженнях GaBO<sub>3</sub>, легованого Ni, ми спостерігали різку зміну інтенсивності ряду ліній при обертанні мікрохвильового магнітного поля відносно кристалічних осей. Теоретичний розгляд відповідного оператора збурення дозволяє адекватно пояснити це явище.

**Ключові слова:** інтенсивність ліній ЕПР, борат галію.

**Селезнева К. Угловая зависимость интенсивностей линий ЭПР в GaBO<sub>3</sub>, легированном никелем / К. Селезнева, М. Стругацкий, С. Ягупов, Я. Клява // Ученые записки Таврического национального университета имени В. И. Вернадского. Серия : Физико-математические науки. – 2014. – Т. 27 (66), № 2. – С. 86-91.**

В экспериментальных исследованиях ЭПР монокристаллов вопрос об интенсивностях различных резонансных линий, как правило, считается вторичным. Тем не менее, при ЭПР-исследованиях GaBO<sub>3</sub>, легированного Ni, мы наблюдали резкое изменение интенсивности ряда линий при вращении микроволнового магнитного поля относительно кристаллических осей. Теоретическое рассмотрение соответствующего оператора возмущения позволяет адекватно объяснить это явление.

**Ключевые слова:** интенсивность линий ЭПР, борат галлия.

#### Список литературы

1. Electron paramagnetic resonance of Fe<sup>3+</sup> in gallium borate: Superposition model analysis / K. Seleznyova, M. Strugatsky, S. Yagupov, et al. // *Physica Status Solidi B.* – 2014. – Vol. 251. – P. 1393.
2. Abragam A. *Electron Paramagnetic Resonance of Transition Ions* / A. Abragam and B. Bleaney ; ed. by W. Marshall and D. H. Wilkinson. – Oxford : Clarendon Press, 1970. – 944 p.
3. Korn G. *Mathematical handbook for scientists and engineers* / G. Korn and T. Korn. – New York : McGraw-Hillbook, 1968. – 1152 p.
4. Monocrystal system Fe<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>BO<sub>3</sub> for research in solid state physics / M. Strugatsky, S. Yagupov, N. Postivey, et al. // *Scientific Notes of Taurida National V. I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences.* – 2011. – Vol. 24(63), No 2. – P. 169.
5. Iron Borate Based Monocrystals for Research in Magneto-ordered State Physics / S. Yagupov, E. Maksimova, I. Nayhatsky, et al. // *International Conference on Oxide Materials for Electronic Engineering (OMEE-2014) : Abstracts.* – Lviv, 2014. – P. 207.
6. Al'tshuler S. *Electron Paramagnetic resonance in compounds of transition elements* / S. Al'tshuler and B. Kozyrev. – New York-Toronto-Jerusalem-London : Wiley & Sons, 1974. – 589 p.
7. Bates C. A. An analysis of EPR spectra from the Ni<sup>3+</sup>:Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> system / C. A. Bates and R. S. Wardlaw // *J. Phys. C: Solid State Phys.* – 1979. – Vol. 12. – P. 2133.
8. Клява Я. Г. ЭПР-спектроскопия неупорядоченных твердых тел / Я. Г. Клява. – Рига : Зинатне, 1988. – 320 с.

*Received 03 September 2014.*

**UDK 548 .1.02**

## **USING INDICATORY SURFACES FOR THE STUDY OF ANISOTROPY OF THERMAL CRYSTAL EXPANSION**

***Maksimova E. M., Zamkovskaya A. I.***

*Taurida National V. I. Vernadsky University, 4 Vernadsky Ave., Simferopol 295007, Crimea, Russia*  
***E-mail: [lenamax112@rambler.ru](mailto:lenamax112@rambler.ru)***

For the graphic image of thermal expansion anisotropy the three-dimensional revolving models of indicatory surfaces were constructed. The form and orientation of these surfaces depends on the crystal symmetry in accordance with the principle of Neumann.

**Keywords:** indicatory surfaces, thermal expansion, anisotropy.

**PACS:** 61.50.Ah

### **INTRODUCTION**

Materials generally change their size when subjected to a temperature change while the pressure is held constant. Common engineering solids usually have coefficients of thermal expansion that do not vary significantly over the range of temperatures where they are designed to be used, so where extremely high accuracy is not required, practical calculations can be based on a constant, average, value of the coefficient of expansion.

Thermal expansion of crystals is described by nine coefficients, which form a symmetric tensor of the second order. For the evident graphic image of anisotropy of thermal expansion, it is convenient to use indicatory surfaces. Radius-vector of this surface is proportional to the size of the relative lengthening of crystal in this direction at heating.

### **1. METHODS OF INVESTIGATION**

To a first approximation, the change in length measurements of an object (“linear dimension” as opposed to, e.g., volumetric dimension) due to thermal expansion is related to temperature change by a “linear expansion coefficient”. It is the fractional change in length per degree of temperature change. Assuming negligible effect of pressure, we may write:

$$\alpha_n = \frac{\Delta l / l}{\Delta T} . \tag{1}$$

Where  $l$  is a particular length measurement and  $\Delta l / l$  is the rate of change of that linear dimension per unit change in temperature.

For a definite choice of the coordinate system (the choice is determined by installation rules and associated to the elements of the symmetry of the crystal) amount of independent coefficients  $\alpha_n$  decreases [1], Table 1.

Coefficient of thermal expansion in any direction, [2]:

$$\alpha_n = \sum \alpha_{ij} \cdot n_i \cdot n_j \quad (2)$$

Where  $\alpha_{ij}$  are coefficients of thermal expansion of crystals, formative the second-order tensor;  $n_i, n_j$  are components of the vector of unit length determining in some direction in the crystal.

Table 1

The equations of indicatory surfaces of thermal expansion

Category	View of the tensor of thermal expansion	The number of independent parameters	The equations of indicatory surfaces
Higher	$\begin{pmatrix} \alpha_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{xx} \end{pmatrix}$	1	$\alpha_n = \alpha_{xx}$
Middle	$\begin{pmatrix} \alpha_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{zz} \end{pmatrix}$	2	$\alpha_n = \alpha_{xx} \cdot (n_x^2 + n_y^2) + \alpha_{zz} \cdot n_z^2$
Lowest	$\begin{pmatrix} \alpha_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{zz} \end{pmatrix}$	3	$\alpha_n = \alpha_{xx} \cdot n_x^2 + \alpha_{yy} \cdot n_y^2 + \alpha_{zz} \cdot n_z^2$
	$\begin{pmatrix} \alpha_{xx} & 0 & \alpha_{xz} \\ 0 & \alpha_{yy} & 0 \\ \alpha_{zx} & 0 & \alpha_{zz} \end{pmatrix}$	4	$\alpha_n = \alpha_{xx} \cdot n_x^2 + \alpha_{yy} \cdot n_y^2 + \alpha_{zz} \cdot n_z^2 + 2 \cdot \alpha_{xz} \cdot n_x \cdot n_z$
	$\begin{pmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} & \alpha_{xz} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} & \alpha_{yz} \\ \alpha_{zx} & \alpha_{zy} & \alpha_{zz} \end{pmatrix}$	6	$\alpha_n = \alpha_{xx} \cdot n_x^2 + \alpha_{yy} \cdot n_y^2 + \alpha_{zz} \cdot n_z^2 + 2 \cdot \alpha_{xy} \cdot n_x \cdot n_y + 2 \cdot \alpha_{xz} \cdot n_x \cdot n_z + 2 \cdot \alpha_{yz} \cdot n_y \cdot n_z$

For the construction of three-dimensional revolving models of indicatory surfaces would be convenient to use application package MathCad. Great mathematical capabilities of this package make it a convenient tool for physical research [3, 4].

Within this package the program was created, that allows to construct of indicatory surfaces of thermal expansion. Analysis of the received indicatory surfaces allows defining the symmetry and the anisotropy of the properties, and, if necessary, establishing the directions of its extreme value.

## 2. RESULTS AND DISCUSSION

Thermal expansion of crystals of the highest category symmetry (cubic crystal system) is described by a single coefficient.  $\alpha$ . For any other cubic crystal, indicatory surface has a form of a sphere. Thus, the crystals of higher category evenly broaden on all directions, saving the primary form.

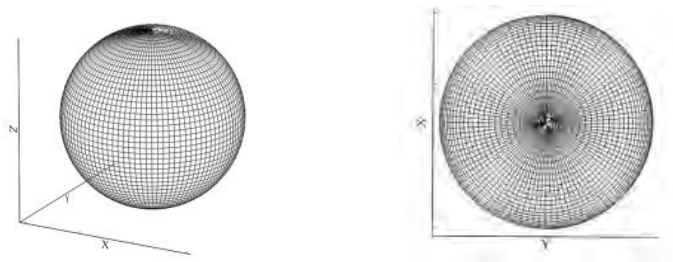


Fig. 1. The indicatory surface of thermal expansion of the cubic crystal and its projection on the plane (XOY).

For the crystals of middle category (crystals of this category have an third, fourth or sixth order axis of rotation, the axis Z is directed along its) let us consider number of interesting cases:

a) All the coefficients of thermal expansion more than zero, at that  $\alpha_{xx} < \alpha_{zz}$ . For example, for a crystal of zink:  $\alpha_{xx} = 14 \cdot 10^{-6}, \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ,  $\alpha_{zz} = 55 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , [5], Fig. 2.

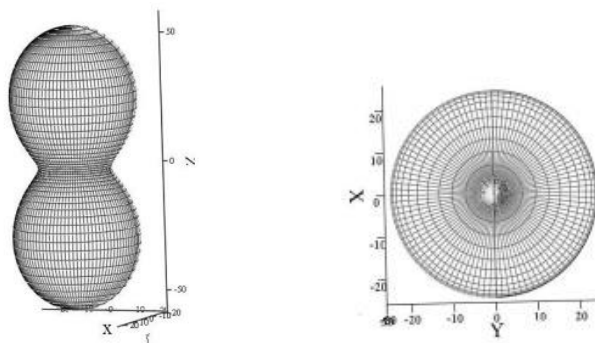


Fig. 2. The indicatory surface of thermal expansion of zink and its projection on the plane (XOY).

For a crystal of zinc indicatory surface is elongated along the axis Z. This axis coincides with the axis of the sixfold. With a uniform heating of zinc in this direction crystal pull stronger than in the perpendicular direction.

b) All the coefficients of thermal expansion more than zero, and  $\alpha_{zz} < \alpha_{xx}$ . As, for example, for a crystal  $\alpha$ -quartz:  $\alpha_{xx}=14 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ,  $\alpha_{zz}=9 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .

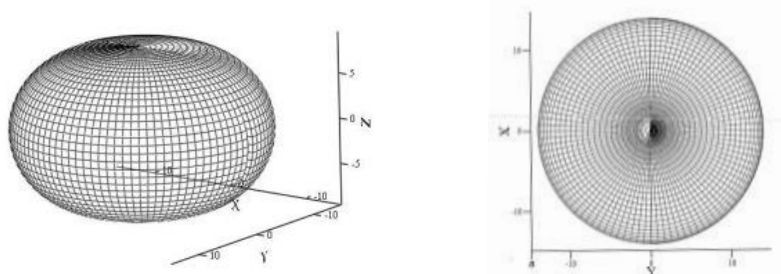


Fig. 3. The indicatory surface of thermal expansion of  $\alpha$ -quartz and its projection on the plane (XOY).

It is seen, that surface of thermal expansion in this case is the ellipsoid flattened along the axis of Z. This direction of minimum increase of crystal of quartz at heating. And maximally – in perpendicular direction.

c) We will especially distinguish a case, when one of coefficients of thermal expansion less zero. As an example, the indicatory surface of thermal expansion of a crystal calcite  $\text{CaCO}_3$ , which is widely used in an optical instrument production. Its coefficients of thermal expansion:  $\alpha_{xx}= -5,2 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ,  $\alpha_{zz}= 22,6 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . The indicatory surface of thermal expansion of a crystal calcite is multi-cavity surface with positive and negative areas of thermal expansion, Figure 4. It is seen, that along the axis of Z thermal expansion of calcite is maximal. Perpendicular to this axis is the region of negative thermal expansion (compression). Thus, at heating, calcite broadens in one direction, and in other – compressed. Also near the axis of Z there is a cone of directions with half-angle  $75^\circ 56'$ , along which the expansion (compression) is zero. In these directions at heating, a crystal does not change.

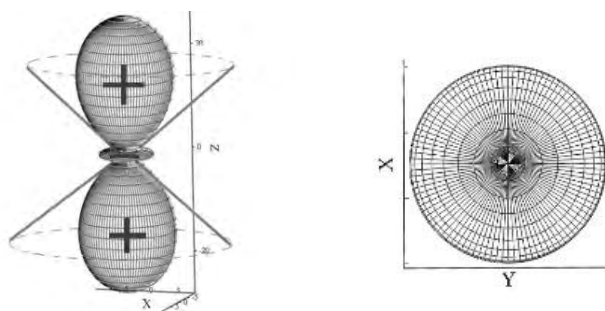


Fig. 4. The indicatory surface of thermal expansion of calcite and its projection on the plane (XOY).

Thus, indicatory surfaces of thermal expansion of crystals middle category are spheroids. The axis of rotation is the main axis of symmetry (Z).

For crystals of the lowest category, depending on the symmetry and, accordingly, the number of independent coefficients of thermal expansion, there are also a number of cases:

a) Three independent coefficients of thermal expansion, as, for example, for the orthorhombic crystal system.

For example, for a crystal of aragonite in this category  $\alpha_{xx}= 35 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ,  $\alpha_{yy}= 17 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ,  $\alpha_{zz}=10 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , characterized by the presence of three mutually perpendicular twofold axes of symmetry. The indicatory surface of thermal expansion of aragonite is shown in Fig. 5.

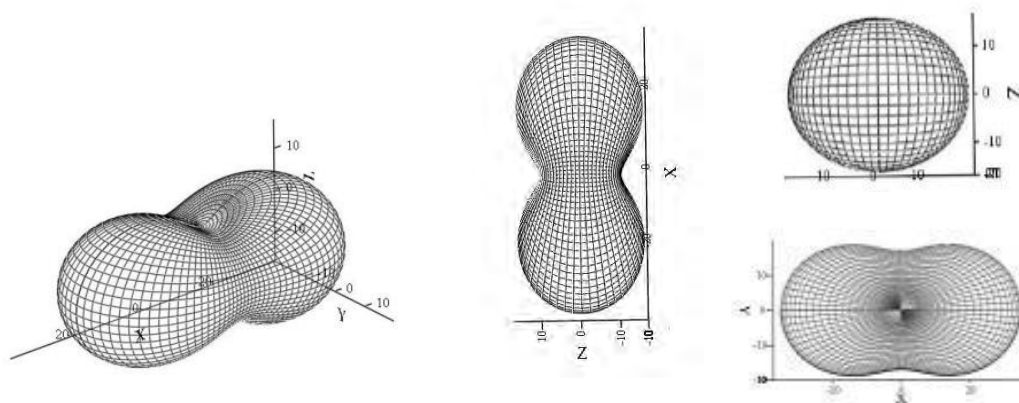


Fig. 5. The indicatory surface of thermal expansion of aragonite and its projection on the planes (XOY), (XOZ) и (ZOY).

It is seen that all the projections are ellipses. Indicatory surface of such crystals is a triaxial ellipsoid with axes coinciding with the coordinate axes, which coincide with the twofold axis of symmetry.

b) In less symmetrical crystals this category (the monoclinic crystal system) indicatory surface is described by four thermal coefficients. For example, for a crystal of potassium tartrate:  $\alpha_{xx}= 12 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ,  $\alpha_{yy}= 44,8 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ,  $\alpha_{zz}= 32 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ,  $\alpha_{xz}= - 12 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ . The indicatory surface of such crystals in projection has one ellipse only – perpendicular to the axis of Y, that coincides with the only axis of symmetry in these crystals, Fig. 6.



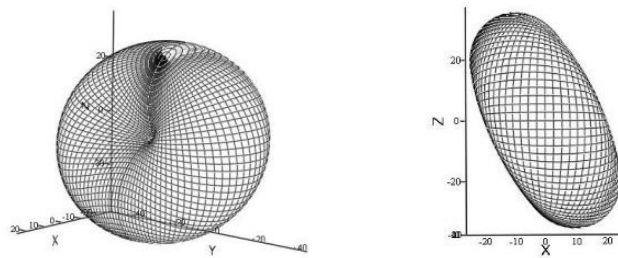


Fig. 6. The indicatory surface of thermal expansion of potassium tartrate and its projection on the plane (XOZ).

## CONCLUSION

The anisotropy of thermal expansion of single crystals in some way connected with their symmetry, according to Neumann's principle:

1. Thermal expansion of crystals of the highest category is isotropic.
2. When heated, the crystals of middle and lower category can expand in all directions or in certain directions to shrink and expand in other ones.
3. An indicatory surface of thermal expansion of such crystals is spheroids if all  $\alpha_{ij}$  – positive or surface with several (positive and negative) parts, if some  $\alpha_{ij}$  – negative.
4. There are determined directions in a crystal in last case along which thermal expansion is equal to zero.

## References

1. W. A. Wooster, *Tensors and group theory for the physical properties of crystals* (Claredon Press, Oxford, 1973).
2. Y. I. Sirotin, M. P. Shaskol'skaya, *Fundamentals of Crystal Physics* (Nauka, Moscow, 1979).
3. S. N. Polulyakh, *Application packages in physics* (Pyramid Crimea, Simferopol, 1998).
4. E. M. Maksimova, *Tensor properties of crystals. Method. Handbook for practical lessons on the course «Physics of crystals»* (Taurida National V. I. Vernadsky University, Simferopol, 2002).
5. N. V. Perelomova, M. M. Tagiyeva, *Book of problems in crystal physics* (Nauka, Moscow, 1982).

**Максимова О. М. Використання вказівних поверхонь для дослідження анізотропії теплового розширення кристалів.** / О. М. Максимова, А. І. Замковська // Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія : Фізико-математичні науки. – 2014. – Т. 27 (66), № 2. – С. 92-98.

Показана можливість дослідження анізотропії теплового розширення кристалів за допомогою графічних поверхонь, радіус-вектори яких характеризують відносні величини властивості в заданому напрямку. За формою указательной поверхні можна виявити екстремальні напрямки, в яких величина, що визначає властивість, приймає максимальне або мінімальне значення. Симетрія указательной поверхні повинна містити в собі всі елементи симетрії кристала відповідно до принципу Неймана.

**Ключові слова:** вказівна поверхня, теплове розширення, анізотропія.

**Максимова Е. М. Использование указательных поверхностей для исследования анизотропии теплового расширения кристаллов.** / Е. М. Максимова, А. И. Замковская // Ученые записки Таврического национального университета имени В. И. Вернадского. Серия : Физико-математические науки. – 2014. – Т. 27 (66), № 2. – С. 92-98.

Показана возможность исследования анизотропии теплового расширения кристаллов с помощью графических поверхностей, радиус-векторы которых характеризуют относительные величины свойства в заданном направлении. По форме указательной поверхности можно выявить экстремальные направления, в которых величина, определяющая свойство, принимает максимальное или минимальное значение. Симметрия указательной поверхности должна содержать в себе все элементы симметрии кристалла в соответствии с принципом Неймана.

**Ключевые слова:** указательная поверхность, тепловое расширение, анизотропия.

#### Список литературы

1. Wooster W. A. Tensors and group theory for the physical properties of crystals / W. A. Wooster. – Oxford : Clarendon Press, 1973. – 354 p.
2. Сиротин Ю.И. Основы кристаллофизики / Ю. И. Сиротин, М. П. Шаскольская. – М.: Наука, 1979. – 640 с.
3. Полулях С. Н. Пакеты прикладных программ в физике / С. Н. Полулях. – Симферополь : Изд-во «Пирамида-Крым», 1998. – 104 с.
4. Максимова Е.М. Компьютерное моделирование тензорных свойств кристаллов / Е. М. Максимова. – Симферополь: ТНУ, 2002. – 23 с.
5. Переломова Н. В. Задачник по кристаллофизике / Н. В. Переломова, М. М. Тагиева. – М. : Наука, 1982. – 288 с.

*Received 08 September 2014.*

**UDK 552.6**

## **PETROGRAPHY OF IRON METEORITES ON THE CASE STUDY OF THE SIKHOTE-ALIN METEORITE FRAGMENTS**

***Maksimova E. M., Nauhatsky I. A., Hontsova S. S., Milyukova E. T.***

*Taurida National V. I. Vernadsky University, 4 Vernadsky Ave., Simferopol 295007, Crimea, Russia  
E-mail: [lenamax112@rambler.ru](mailto:lenamax112@rambler.ru)*

Was studied the mineral composition of fragments of the Sikhote-Alin meteorite. The presence of five major crystalline phases: kamacite, iron sulfides, iron phosphides and silicates. It is shown that the investigated fragments are a group of iron meteorites, a subgroup of hexahedrites. By its chemical composition belong to chemical group IIAB.

**Keywords:** meteorite, kamacit, X-ray diffraction, energy dispersive microanalysis.

**PACS:** 61.10.-i, 61.66.-f

### **INTRODUCTION**

Today it is known that all comets consisting of a mixture of frozen gases and solids. With the passage of the perihelion and sublimated gases, escaping to, entrain the solid refractory particles with velocities of the order of several tens of meters per second. Due to the small initial velocity of these particles move almost in the same orbit as the comet. They are called meteoroids. If the orbit of a comet passes close enough to the Earth's orbit meteoroids can invade earth's atmosphere, and the passage in its upper layers, we can observe the phenomenon of a meteor.

With a small initial velocity and a considerable mass of the meteoroid, not having to evaporate completely loses its escape velocity and falls to the surface of the Earth as a meteorite. Despite the rapid development of space research, meteorites are the only source of information about the early processes of the evolution of matter in the solar system. And the study of any meteorite expands our knowledge about the formation of the crystalline structure of matter in extraterrestrial environments.

Meteorites are classified into three main groups because of their particular mineral compositions: irons, stony-irons, and stones. Mineralogically, meteorites consist of varying amounts of nickel-iron alloys, silicates, sulfides, and several other minor phases. Classification is then made on the basis of the ratio of metal to silicate present in the various compositions. No two meteorites are completely alike, and specific compositional and structural features give a particular meteorite its unique identity.

### **1. CLASSIFICATION OF IRON METEORITES**

Iron meteorites are characterized by the presence of two nickel-iron alloy metals: kamacite and taenite. These, combined with minor amounts of non-metallic phases and sulfide minerals, form the three basic subdivisions of irons. Depending upon the percentage of nickel to iron, these subdivisions are classified as:

✓ hexahedrites are the irons with the lowest nickel content (4-6 % by weight). They consist of large crystals of kamacite and contain no taenite. Kamacite and taenite are both Fe-Ni alloys, but they differ by the relative amounts of iron and nickel, and (consequently) have a different crystal structure; kamacite forms a body-centered cubic lattice whereas taenite forms a face-centered one. Because of the virtual absence of taenite in hexahedrites, polished surfaces of these meteorites are featureless except for the occasional presence of fine striations known as Neumann lines. Neumann lines are formed by shock deformation of the metallic kamacite crystals during violent impacts;

✓ octahedrites are characterized by an intermediate nickel content (6-17 % by weight) and contain both kamacite and taenite. These two metallic minerals occur in a distinctive arrangement of bands intersecting in two, three or four directions, which results in the characteristic Widmanstätten pattern. This beautiful pattern appears conspicuously when a section of an octahedrite is polished and etched in weak acid (usually nitric acid). The larger bands in a Widmanstätten pattern consist of kamacite.

✓ ataxites have the highest nickel content among iron meteorites (more than 16 % by weight). They consist almost entirely of taenite, with only microscopic plates of kamacite, [1].

## 2. SUBJECT OF THE STUDY

We studied the fragments belong Sikhote-Alin meteorite, which fell at 10:38 local time on 12 February 1947 in the Far East in the vicinity of the Sikhote-Alin. Called them a dazzling fireball observed in Khabarovsk and other places within a radius of 400 km. At the crash site immediately sent an expedition of the Academy of Sciences of the USSR under the guidance of Academician. V.G. Fesenkov and E.L. Krinov – known researchers meteorites and small bodies of the solar system. It turned out that the meteorite is still in the air and fell collapsed as the «iron rain» with the ellipse of dispersion 12 to 4 km. All found the wreckage of 3500 consisted of iron with small inclusions of silicates. The total mass of all substances found was about 27 tons.

All samples found Sikhote-Alin meteorite fall into two types: individual and fragmentation [2]. The first sample is individual type of meteorites. He strongly marked form of melting on the surface – regmaglypts, rounded edges, Fig. 1 (a). This is an example of primary crushing of the main body of the meteorite formed during intense rotation in the atmosphere. The sample № 2 is an example of the second-stage crushing, Fig. 1 (b). It is separated from the meteoroid at a lower height. These samples have regmaglypts relief and fusion crust due time to a significant atmospheric processing. They are characterized by clastic shape resulting from the destruction of atmospheric meteoroid. The third sample are a fragmentation type of meteorites, they are characterized by shape with ragged edges, girder structure on the surface, Fig. 1 (c). This pattern of fragments generated near the Earth's surface in the final stage of crushing. They are no visible traces of atmospheric processing. Often they lack the fusion crust and regmaglypts relief. Such fragments are easily covered by a layer of rust.



Fig. 1. Samples of meteorite: a) sample № 1 (3×5 cm); b) sample № 2 (10×9 cm); c) sample № 3 (10×15 cm).

### 3. RESULTS AND DISCUSSION

#### 3.1. X-ray analysis

Investigation of the structure of the fragment of meteorites produced by X-ray diffraction (XRD) on diffractometer DRON-3 with a copper X-ray tube by powders method. As an external standard was used polycrystalline rock salt.

In Fig. 2, Fig. 3 and Fig. 4 shows bar charts obtained from powder diffractograms, where the abscissa – the angular position and the vertical axis – the intensity of the interference peak.

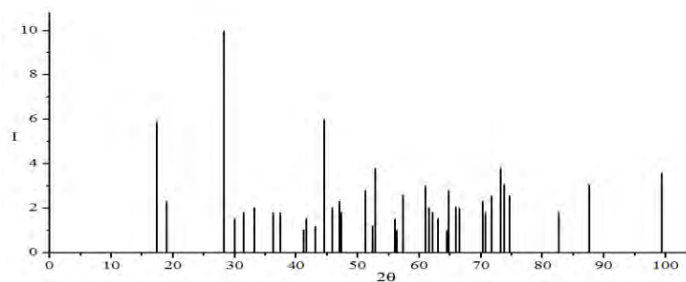


Fig. 2. XRD (Cu K $\alpha$ ) pattern of sample № 1.

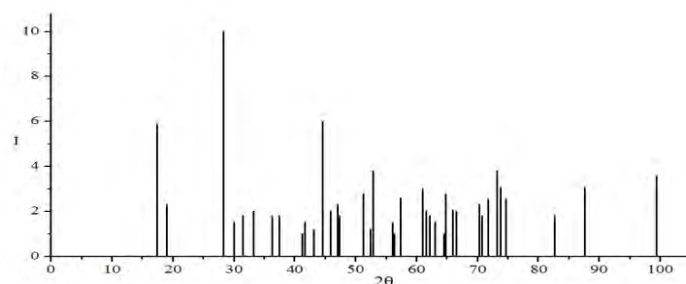


Fig. 3. XRD (Cu K $\alpha$ ) pattern of sample № 2.

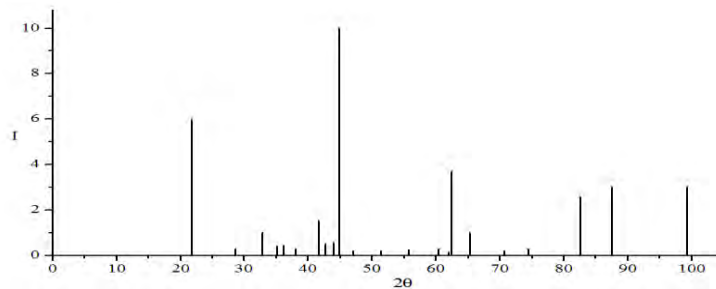


Fig. 4. XRD (Cu Kα) pattern of sample № 3.

Explanation of diffractograms performed using the basic equation of X-ray analysis – Bragg equation:

$$\frac{d}{n} = \frac{\lambda}{2 \cdot \sin \theta}, \quad (1)$$

where:  $d$  – interplanar distances in the crystal;  $\theta$  – angle of the peak interference (Bragg angle);  $n$  – order of reflection;  $\lambda$  – wavelength of X-ray radiation.

The error in determining  $d$  can be obtained by differentiating (1):

$$\frac{\Delta d}{d} = -\text{ctg} \theta \cdot \Delta \theta + \frac{\Delta \lambda}{\lambda}. \quad (2)$$

Phase analysis shown presence of bcc – Fe(Ni,Co) solid solution as the main phase in all samples [3]. All samples also contain the following minerals: troilite, schreibersite, olivine and cristobalite, [3]. Table 1 shows the main characteristics of the minerals which present in the samples.

Table 1

Main characteristics of minerals

Mineral	Formula	Color	Hardness	Density (g/cm <sup>3</sup> )
Kamacite	Fe (Ni,Co)	Gray	4	8
Olivine	(Fe, Mn, Mg) <sub>2</sub> SiO <sub>4</sub>	Bluish-green	6	3,87–4,12
Troilite	FeS	Bronze-yellow	4,58–4,84	3,5–4
Schreibersite	(Fe,Ni) <sub>3</sub> P	Silver-white	6,5–7	7–7,8
Cristobalite	SiO <sub>2</sub>	Milky white	6-7	2,33

### 3.2. Energy-microanalysis

The study sample № 1 were carried out on a scanning electron microscope SEM-106. Get about 100 shots, some of them are shown in Fig. 5.

Review of current literature [4, 5], and the analysis of the symmetry of the crystals allowed us to identify some of crystal structures.

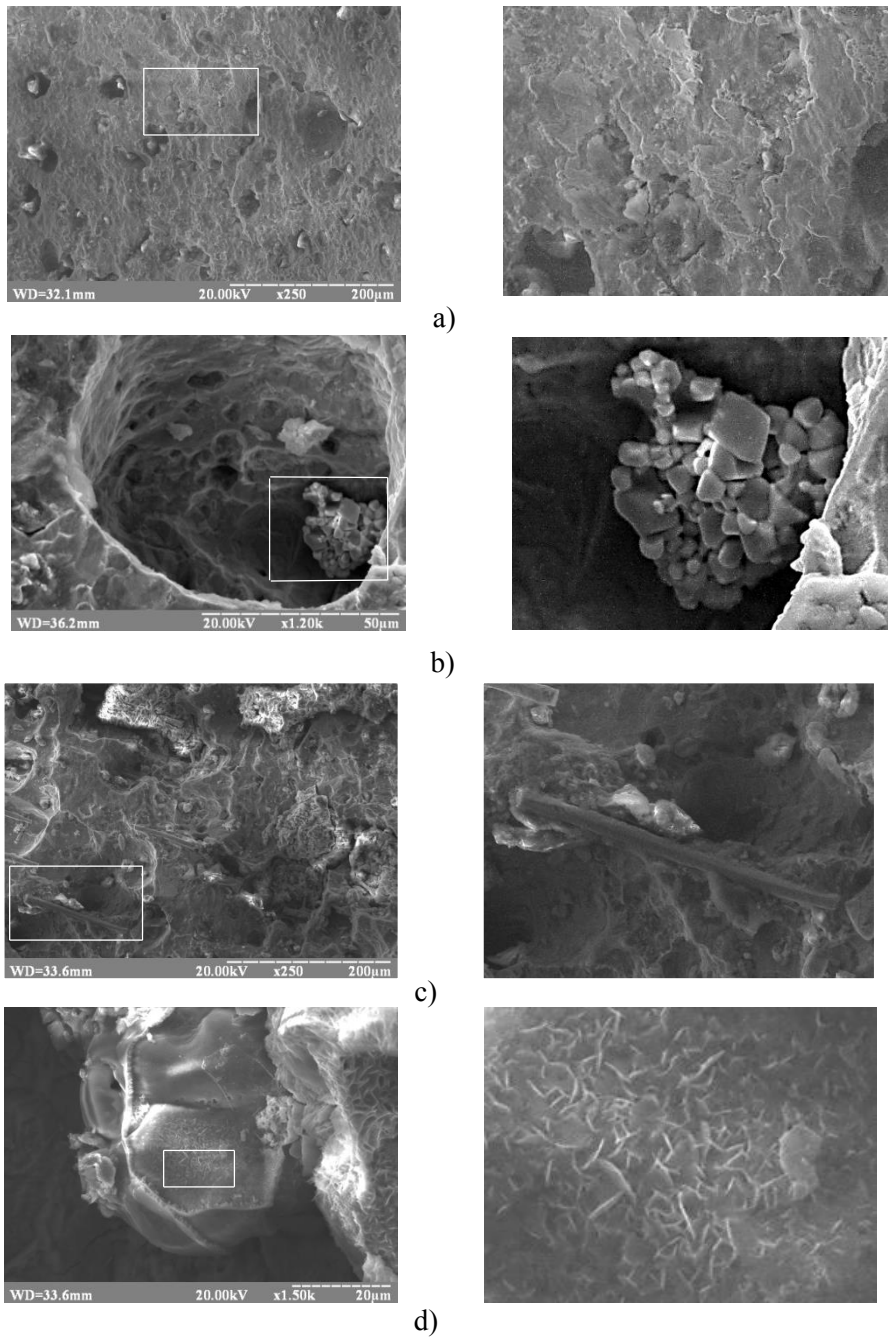
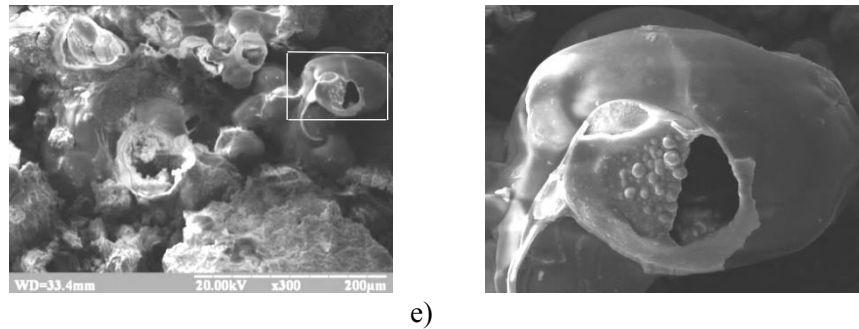


Fig. 4. Crystal structure of sample № 1: a) kamacite; b) olivine; c) rhabdite; d) troilite; e) iron «bubbles».



Continuation of Fig. 4.

Fig. 5 (a) is a photo which shows the plate crystals, having a lamellar arrangement. Such an arrangement is typical for crystals of kamacite.

We also managed to detect splices orthorhombic crystals, probably – is the single crystals of olivine, Fig. 5 (b). Olivine crystals belong to the orthorhombic system, and this form is typical for them. Fig. 5 (c), we see a rod-shaped crystals – rhabdite. Mineral rhabdite is morphological subspecies of mineral schreibersite.

Fig. 5 (d) we are observed ingrown crystalline hexagonal plates. It is single crystals of troilite, having hexagonal system. These crystals were grown into the meteorite in a regular position: on the plane of the cube of the original crystal of iron. When moving through the atmosphere, meteorite strongly heated. After cooling on the surface remain marks resembling the burst of the bubble, Fig. 5 (e).

Also been investigated the chemical composition of the samples of meteorites [6], quantity of Ni atoms in  $\alpha$ -Fe(Ni,Co) is 4,9% Ni to 6, 15 %. The ratio of iron, nickel and cobalt composition correspond to the group of iron meteorites – hexahedrites, containing up to 7% nickel. In chemical composition studied meteorites belong to chemical group IIAB iron meteorites.

## CONCLUSIONS

Investigation of the structure of extraterrestrial matter is extremely useful for gaining new knowledge about the processes of the evolution of matter in the solar system, as well as for modeling and finding ways to create a terrestrial conditions for growth of different crystals, with similar properties of cosmic counterparts.

As a result of studies of the structure of the samples revealed the presence of meteorites five main crystalline phases:

- kamacite  $\alpha$ -Fe (Ni, Co) with Ni concentration from 4.9% to 6.15% and Co concentration from 0.4% to 0.68%, and lattice parameters for the sample № 1 –  $2,848 \pm 0,006 \text{ \AA}$ ; sample № 2 –  $2,875 \pm 0,001 \text{ \AA}$ ; sample № 3 –  $2,862 \pm 0,001 \text{ \AA}$ ;
- troilite FeS;
- phosphides  $(\text{Fe,Ni})_3\text{P}$ ;
- olivine  $(\text{Fe,Mn,Mg})_2\text{SiO}_4$ ;



- cristobalite SiO<sub>2</sub>.

The samples studied belong to the group of iron meteorites, hexahedrites subgroup, ПАВ chemical group of iron meteorites.

#### References

1. R. T. Dodd, *Meteorites, a petrologic-chemical synthesis* (Cambridge University Press, New York, 1981) p. 192.
2. E. L. Krinov, *Iron rain* (Science, Moscow, 1981).
3. V. I. Mikheev, *X-ray diffraction determinant minerals* (State Scientific and Technical Publishing House of Geology and conservation of resources, Moscow, 1957).
4. V. P. Semenenko, A. L. Girich, S. N. Shirinbekova, T. N. Gorovenko and N. V. Kichanov, *Nanosystems, nanomaterials, nanotechnologies* **10**, No 1, 1 (2012).
5. M. I. Oshtrakh, M. Y. Larionov, V. I. Grokhovsky and V. A. Semionkin, *J. Materials, Chemistry and Physics* **130**, 373 (2011).
6. S. S. Hontsova and E. M. Maksimova, "Investigation of mineral and chemical composition of meteorite", in *Proceedings of XII International Scientific-Practical Conference of Students and Young Scientists "Shevchenkivska Vesna 2014"* (Taras Shevchenko National University, Kyiv, 2014), p. 210.

**Максимова О. М. Петрографія залізних метеоритів на прикладі вивчення фрагментів Сіхоте-Алінського метеорита. / О. М. Максимова, І. А. Наухацькій, С. С. Гонцова, О. Т. Мілюкова // Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія : Фізико-математичні науки. – 2014. – Т. 27 (66), № 2. – С. 99-106.**

Методами рентгенівської дифрактометрії і растрової електронної мікроскопії був досліджений мінеральний склад трьох осколків Сіхоте-Алінського метеорита. Встановлено, що кристалічна матриця всіх зразків складається з камасита (самородного никелистого заліза космічного походження) з включеннями сульфідів і фосфідів заліза, а також невеликої кількості силікатів. Такий мінеральний склад характерний для хімічної підгрупи залізних метеоритів ПАВ, структурного типу - гексадріти.

**Ключові слова:** метеорит, камасит, рентгенівська дифрактометрія, енергодисперсійний мікроаналіз.

**Максимова Е. М. Петрография железных метеоритов на примере изучения фрагментов Сихотэ-Алинского метеорита. / Е. М. Максимова, И. А. Наухацкий, С. С. Гонцова, Е. Т. Милукова // Ученые записки Таврического национального университета имени В. И. Вернадского. Серия : Физико-математические науки. – 2014. – Т. 27 (66), № 2. – С. 99-106.**

Методами рентгеновской дифрактометрии и растровой электронной микроскопии был исследован минеральный состав трех осколков Сихотэ-Алинского метеорита. Установлено, что кристаллическая матрица всех образцов состоит из камасита (самородного никелистого железа космического происхождения) с включениями сульфида и фосфидов железа, а также небольшого количества силикатов. Такой минеральный состав характерен для химической подгруппы железных метеоритов ПАВ, структурного типа - гексадриты.

**Ключевые слова:** метеорит, камасит, рентгеновская дифрактометрия, энергодисперсионный микроанализ.

#### Список литературы

1. Dodd R. T. Meteorites, a petrologic-chemical synthesis / R. T. Dodd. – New York : Cambridge University Press, 1981. – P. 192-212.
2. Кринов Е. Л. Железный дождь / Е. Л. Кринов. – М. : Наука, 1981. – 192 с.
3. Михеев В. И. Рентгенометрический определитель минералов / В. И. Михеев. – М. : Госгеолтехиздат, 1957. – 867 с.

4. Genetic types of nanometer grains of minerals in meteorites / V. P. Semenenko, A. L. Girich, S. N. Shirinbekova, et al. // *Nanosystems, nanomaterials, nanotechnologies*. – 2012. – Vol. 10, No 1. – P. 1.
5. Study of rhabdite (iron nickel phosphide) microcrystals extracted from Sikhote-Alin iron meteorite by magnetization measurements and Mössbauer spectroscopy / M. I. Oshtrakh, M. Y. Larionov, V. I. Grokhovsky and V. A. Semionkin // *J. Materials Chemistry and Physics*. – 2011. – Vol. 130. – P. 373-380.
6. Hontsova S. S. Investigation of mineral and chemical composition of meteorite / S. S. Hontsova and E. M. Maksimova // XII International Scientific-Practical Conference of Students and Young Scientists “Shevchenkivska Vesna 2014”, Taras Shevchenko National University, Kyiv, 2014 : Proceedings. – P. 210.

*Received 30 August 2014.*

УДК 621.382

## НАНОСТРУКТУРИРОВАННЫЕ ПОЛУПРОВОДНИКИ, ПОЛУЧЕННЫЕ ПОРОШКОВЫМ МЕТОДОМ

*Мазинов А.С.<sup>1</sup>, Шевченко А.И.<sup>1</sup>, Воскресенский В.М.<sup>2</sup>, Гурченко В.С.<sup>1</sup>,*

*Куропаткин А.В.<sup>2</sup>, Теруков Е.И.<sup>3</sup>, Афанасьев В.П.<sup>4</sup>*

<sup>1</sup>*Таврический национальный университет имени В.И. Вернадского, проспект академика  
Вернадского 4, Симферополь 295007, Республика Крым, Россия*

<sup>2</sup>*Научно-производственная компания ООО «НЕОВИТ», Украина*

<sup>3</sup>*Физико-технический институт имени А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербург, Россия*

<sup>4</sup>*Государственный электротехнический университет «ЛЭТИ», Санкт-Петербург, Россия*

*E-mail: [mas@crimea.edu](mailto:mas@crimea.edu)*

Показаны перспективы создания наноструктурированных композитов на основе нанокристаллического кремния. Представлены микрофотографии образцов нанокристаллического кремния, полученные с использованием электронного микроскопа. Приведены температурные зависимости проводимости нанопорошкового кремния с учётом давления на порошок и его вольт-амперные характеристики.

**Ключевые слова:** нанокристаллический кремний, плазмохимический метод, наночастицы.

**PACS:** 71.20.Nr, 71.80.Cw, 73.63.Bd

### ВВЕДЕНИЕ

Использование порошковых технологий в современной микро- и наноэлектронике имеет ряд преимуществ, позволяющих при относительно дешевой технологии получить практически бесконечное количество нанообъектов [1]. Хотя, справедливости ради, нужно заметить, что пока нет чётких методик их сепарирования и локализации. Другим преимуществом получения наноструктурированных матриц полупроводниковых материалов является возможность объединения физических свойств монокристаллов с гибкостью и широтой свойств поликристаллов и аморфных материалов [2]. В дополнение к этому, комбинирование с углеродными нанообъектами открывает возможность создания уникальных приборов, например, сетки взаимопроникающих донорных и акцепторных органических материалов – объёмного гетероперехода [3, 4].

К тому же, кремниевые наноразмерные структуры за последние десятилетия также сделали значительный шаг в промышленном развитии. Двумерные тонкопленочные солнечные элементы при площадях более одного квадратного метра [5, 6], свойства которых можно модифицировать традиционными физическими технологиями микроэлектроники [7], существенно расширяют возможности кремниевых структур как перспективных элементов электроники следующего поколения [8].

Однако кремниевая интегральная технология значительно уступает углеродной по наличию наноструктурных объектов и, что самое важное, по их себестоимости. Поэтому целью нашей работы являлся анализ кремниевых структур, полученных по углеродной порошковой технологии.

## 1. МЕТОДЫ ПОЛУЧЕНИЯ И ФОРМИРОВАНИЕ НАНОПОРОШКОВ

Нанокристаллический кремний, имея ширину запрещенной зоны 1,12 эВ, в тандеме с  $\beta$ -Si (1,1-1,3 эВ) и  $\alpha$ -Si:H (1,5-2,0 эВ) [5, 9] позволяет создавать многофазные широкополосные квантовые приёмники, в которых нанокремний поглощает свой диапазон [10]. Однако вышеприведённые примеры используют стандартную плёночную технологию получения активных слоёв, которая позволяет формировать двумерные матрицы [11]. Получение отдельных наночастиц эпитаксиальным, жидкофазным и другими методами осаждения плёнок не дает возможность отдельного формирования наночастиц. Подобного можно добиться, используя порошковые методики, хорошо уже апробированные для фуллеренов. Из рассматриваемых нами методик мы обратили внимание на метод жидкой химии, диссоциацию силана, плазмохимический синтез, преимуществом которых является упрощение технологии за счёт отсутствия вакуумных требований.

Использование метода жидкой химии с точки зрения отсутствия вакуума, да и вообще объёмной газовой среды, наиболее приемлемо. При такой технологии микрокристаллический порошок, например, кремний, травится смесью плавиковой и азотной кислот. Протравленный порошок собирается в виде пены и высушивается на воздухе при комнатной температуре [12].

Другая, наиболее близкая к существующим интегральным методам технология получения структур в промышленности, основана на использовании силанового метода. Диссоциация молекул силана ( $\text{SiH}_4$ ) осуществляется посредством нагрева струи газа в излучении мощного непрерывного углекислотного лазера [13]. Порошки формируются в проточном газодинамическом реакторе при впуске внутрь него силана и аргона, последний выполняет роль буферного газа. Модификация этого метода позволяет использовать галогениды кремния вместо взрывоопасного силана [11, 14], что значительно упрощает промышленное производство дешёвых наноструктур.

Метод плазмохимического синтеза нами рассмотрен более подробно вследствие того, что эта методика хорошо отработана для получения фуллереновых модификаций, а также дает возможность создания как чистого нанокремния в виде порошка, так и композитных материалов на основе фуллеренов, нанокремния и фуллеренсодержащих материалов. В качестве исходного элемента был взят монокристаллический кремний, который первоначально был измельчён в микрокристаллический порошок [15].

Микро- и макрочастицы, средний размер которых составляет десятки микрон, подаются в плазму, где они испаряются при температуре 8000-12000 °С [1, 16]. При выходе из плазмы атомы исходного материала подвергаются быстрой закалке на встречных газовых потоках. Сепарирование наночастиц вне рабочей камеры возможно посредством аэроселекции и использования крупных и мелких фильтров. Последним этапом производства нанопорошков является загрузка контейнеров (рис. 1).

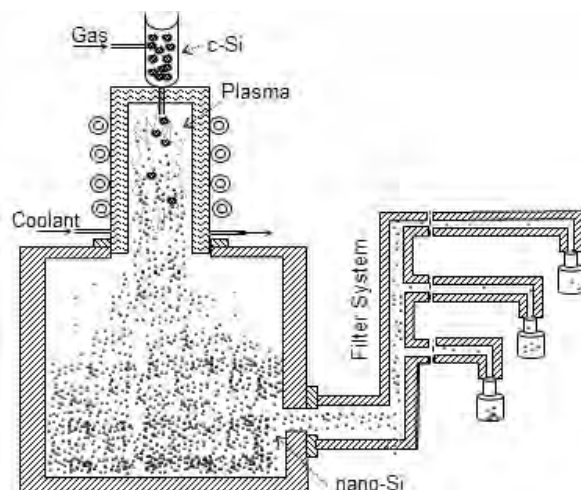


Рис. 1. Схема установки плазмохимического синтеза наноструктурированных порошков.

В нашем эксперименте конечным результатом плазмохимической реакции является как набор макро- и микрочастиц, имеющих неправильную форму (Рис. 2, а), так и колончатые (трубчатые) структуры (Рис. 2, б).

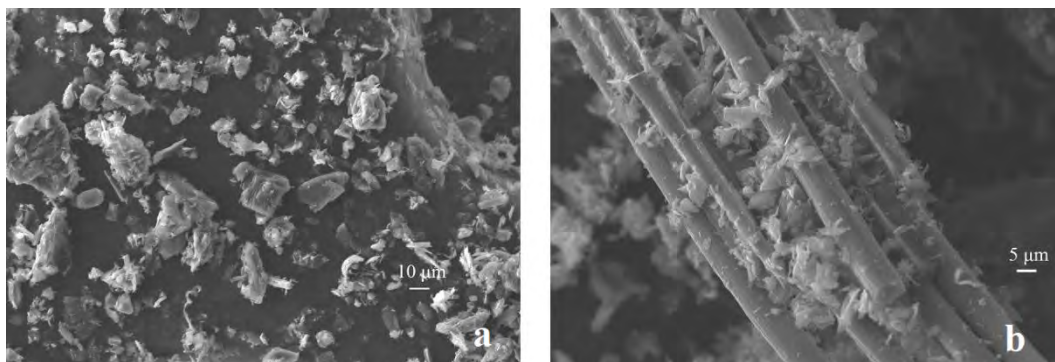


Рис. 2. Макрочастицы (а) и колончатые структуры (б) нанокристаллического порошка.

Для определения структуры порошка были рассмотрены различные фрагменты полученного материала с использованием методов электронной микроскопии (Рис. 2) при последовательном увеличении масштаба (Рис. 3). Линейный размер наночастиц структур, получаемых такой технологией, находится в пределах от 8 до 200 нанометров (Рис. 3, а) при среднем размере основного числа частиц 20-40 нм. Наличие кристаллической фазы в них подтверждают электронограммы (Рис. 3, б). Такая частица обладает развитой площадью поверхности, которая может достигать 600-700 м<sup>2</sup> для одного грамма вещества.

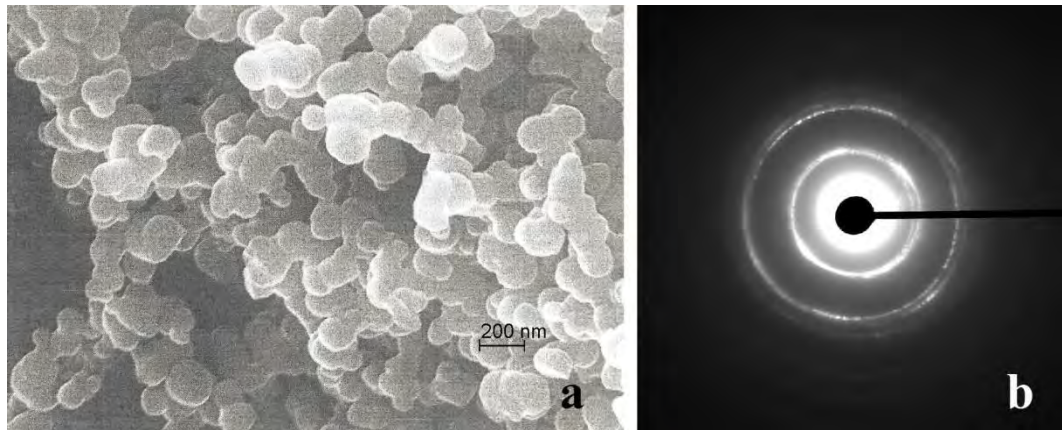


Рис. 3. Структура макрочастиц нанокристаллического кремния: а) элементы увеличены до нанометрового разрешения: б) электронограмма исследуемого материала.

Возможность использования полученных материалов в качестве активных сред электронных приборов была проверена при исследовании температурной зависимости проводимости и вольт-амперных характеристик. В качестве образцов использовались металл-полупроводник-металл (МПМ) структуры, которые формировались посредством приложенного давления.

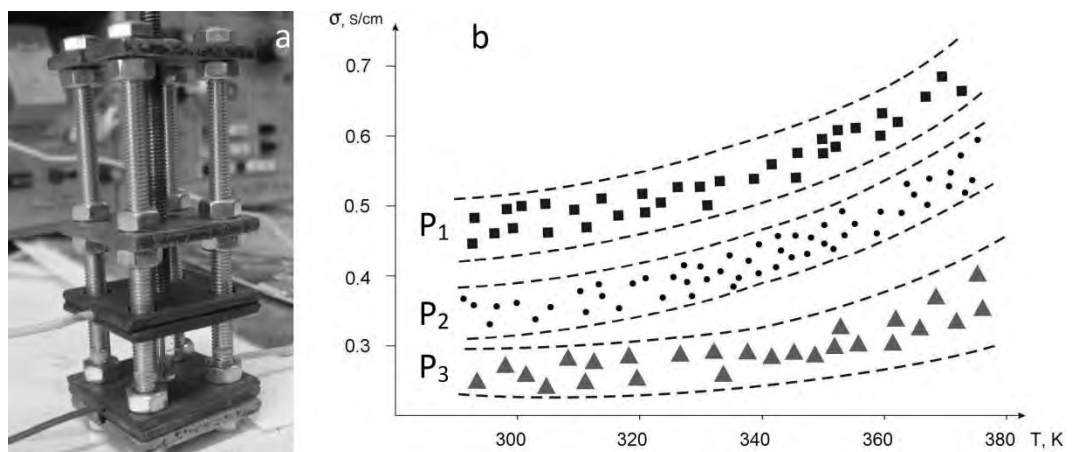


Рис. 4. Установка для снятия температурных зависимостей проводимости и ВАХ порошковых нанополупроводниковых материалов (а). Зависимость электропроводности от температуры при разном давлении ( $P_1 > P_2 > P_3$ , б).

Для исследований влияния давления на электрические параметры материала была изготовлена установка, которая состояла из стеклянного контейнера, контактной группы и зажима (Рис. 4, а). Наноматериал помещался в трубку и

зажимался с двух сторон контактами, которые могли перемещаться вдоль стенок контейнера, плотно соприкасались с ними, не давая порошку просочиться.

Температурная зависимость проводимости полупроводникового нанокремния показала активационный характер (Рис. 4, b и Рис. 5, a), природа которого скорее всего обусловлена наличием прыжковой проводимости по дефектам границ нанокристаллов. Увеличение тока при больших давлениях (Рис. 4, b,  $P_1 > P_2 > P_3 > P_4$ ) подтверждает данное предположение. Однако нельзя не учитывать и активационный процесс увеличения концентрации свободных носителей в полупроводниковой части, который схож, по нашему мнению, с активационной природой пленочных структур, полученных магнетронным распылением [17], где явное наличие зерен отсутствует.

Вольт-амперные характеристики (ВАХ) показали линейность свойств данных материалов. Замеры зависимостей проводились на измерителе характеристик полупроводниковых приборов – характериографе Л2-56 в режимах ограничения тока или напряжения. Как и в случае вышеприведенных температурных зависимостей, ВАХ структур металл-полупроводник-металл показали схожее поведение аналогично пленочным МПМ образцам *a*-Si:H, полученным магнетронным методом [18].

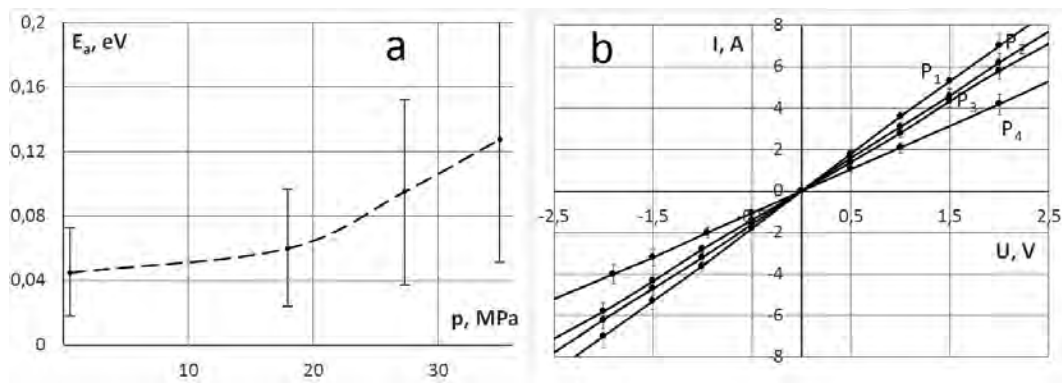


Рис. 5. (a) Энергии активации проводимости, полученные температурным методом, в зависимости от приложенного давления; (b) Вольтамперные характеристики образца нанопорошкового кремния в зависимости от давления, прикладываемого к контактам:  $P_1 = 28,7$  МПа,  $P_2 = 17,8$  МПа,  $P_3 = 9,3$  МПа,  $P_4$  – не прикладывалось.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, проведённые нами исследования показали возможность создания наноструктурированного кремния, получаемого плазмохимическим методом. Активационный характер проводимости, лежащий в пределах 0,05 – 0,15 эВ свидетельствует о наличии как минимум двух механизмов. Зависимости энергии активации и вольтамперных характеристик от приложенного давления связаны с увеличением вероятности прыжков носителей на границах наночастиц и

свидетельствуют о прыжковой проводимости. А наличие кристаллической фазы в материале обуславливает температурную генерацию свободных носителей, увеличивающих проводимость.

В целом, при измерении температурных зависимостей проводимости и ВАХ порошкового материала необходимо отметить большой разброс параметров, объясняемый высокой пористостью образцов. Последнее обуславливает сильную абсорбционность, которая и дает высокую чувствительность к неконтролируемым внешним факторам.

### Список литературы

1. Стороженко П. А. Нанопорошки – технология сегодняшнего дня / П. А. Стороженко // Российские нанотехнологии. – 2009. – Т. 4, № 1-2. – С. 10-15.
2. Optimization and simplification of polymer-fullerene solar cells through polymer and active layer design / P. P. Khlyabich, B. Burkhart, A. E. Rudenko, B. C. Thompson // Polymer. – 2013. – Vol. 54. – P. 5267-5298.
3. Оптическая спектроскопия композитных тонких пленок  $C_{60}:CdS$  / И. Б. Захарова, В. М. Зиминов, А. В. Нашекин [и др.] // ФТП. – 2008. – Т. 37, вып. 1. – С. 107-111.
4. Carbon nanotube transparent conductive layers for solar cells applications / M. Sibinski, M. Jakubowska, K. Znajdek [et al.] // Optica Applicata. – 2011. – Vol. XLI, No 2. – P. 375-381.
5. Оценка эффективности преобразования тонкопленочных однопереходных  $a-Si:H$  и тандема  $\mu c-Si:H + a-Si:H$  солнечных элементов из анализа экспериментальных темновых и нагрузочных I-V-характеристик / А. А. Андреев, В. М. Андреев, В. С. Калиновский [и др.] // ФТП. – 2012. – Т. 46, вып. 7. – С. 952-959.
6. Исследование свойств солнечных элементов на основе  $a-Si:H-p-i-n$ -структур с помощью спектроскопии полной проводимости / А.С. Гудовских А.С.Абрамов, А.В.Бобыль [и др.] // ФТП. – 2013. – Т. 47, вып. 8. – С. 1094-1101.
7. Anisotropic crystallite size analysis of textured nanocrystalline silicon thin films probed by X-ray diffraction / M. Morales, Y. Leconte, R. Rizk [et al.] // Thin Solid Films. – 2004. – P. 216-221.
8. Khalafalla M. A. H. Coherent states in a coupled quantum dot nanocrystalline silicon transistor / M. A. H. Khalafalla, Z. A. K. Durrani, H. Mizuta // Applied Physics Letters. – 2004. – Vol. 85, No 12. – P. 2262-2264.
9. Влияние условий получения пленок полиморфного кремния на их структурные, электрические и оптические свойства / М.В. Хенкин, А. В. Емельянов, А. Г. Казанский [и др.] // ФТП. – 2013. – Т. 47, вып. 9. – С. 1283-1287.
10. Mazinov A. Quantum interactions of optical radiation with the defect centres in the tails of the forbidden band of amorphous materials / A. Mazinov, A. Shevchenko, V. Bahov // Optica Applicata. – 2014. – Vol. 44, No 2. – P. 327-335.
11. Получение слоев нанокристаллического кремния плазмохимическим осаждением из газовой фазы тетрафторида кремния / П. Г. Сенников, С. В. Голубев, В. И. Шашкин [и др.] // ФТП. – 2009. – Т. 43, вып. 7. – С. 1002-1006.
12. Влияние динамического режима адсорбции на импеданс композитных структур с пористым кремнием / А. Ю. Карлаш, Г. В. Кузнецов, С. В. Литвиненко [и др.] // ФТП. – 2010. – Т. 44, вып. 10. – С. 1387-1393.
13. Оптические и электрические свойства тонких пластин, изготовленных из нанокристаллических порошков кремния / Н. Н. Кононов, Г. П. Кузьмин, А. Н. Орлов [и др.] // ФТП. – 2005. – Т. 39, вып. 7. – С. 868-873.
14. Патент РФ № 2415079, Способ получения стабилизированных кластеров кремния / Л. А. Асланов, В. Н. Захаров, М. А. Захаров, А. В. Яценко. – 2011.
15. Наноструктурные порошки на основе порошковой технологии / А. С. Мазинов, А. И. Шевченко, В. М. Воскресенский, А. И. Куропаткин // 24-я Международная Крымская конференция «СВЧ-



техника и телекоммуникационные технологии (КрыМиКо'2014)». Материалы конференции. – Севастополь. – 2014. – С. 740-741.

16. Богданов А. А. Перспективы развития промышленных методов производства фуллеренов / А. А. Богданов, Д. Дайнингер, Г. А. Дюжев // ЖТФ. – 2000. – Т. 70, вып. 5. – С. 1-7.
17. Влияние структурной неоднородности на проводимость полупроводниковых материалов / В. А. Бахов, А. С. Мазинов, Е. А. Наздёркин, Л. Д. Писаренко // Электроника и связь – 2011. – Т. 4(63). – С. 11-14.
18. Исследование темновых характеристик фотоэлектрических преобразователей / А. С. Мазинов, А. И. Шевченко, В. А. Бахов [и др.] // Сборник научных трудов VI Международной научной конференции «Функциональная база нанoeлектроники». – Харьков – Крым. – 2013. – С. 282-285.

**Мазинов А. С. Наноструктуровані напівпровідники, отримані порошковим методом / А. С. Мазинов, О. І. Шевченко, В. М. Воскресенський, В. С. Гурченко, М. І. Куропаткін, Є. І. Теруков, В. П. Афанасьєв // Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія : Фізико-математичні науки. – 2014. – Т. 27 (66), № 2. – С. 107-114.**

Проаналізовано перспективи використання нанокристалічного кремнію в сонячній енергетиці. Представлені мікрофотографії зразків нанокристалічного кремнію, отримані з використанням електронного мікроскопу. Показані температурні залежності провідності нанопорошкового кремнію з урахуванням тиску на порошок. Описано вольт-амперні характеристики для нанокристалічного кремнію.

**Ключові слова:** нанокристалічний кремній, плазмохімічний метод, наночастка.

**Mazinov A. S. Nanostructured semiconductors obtained by the powder method / A. S. Mazinov, A. I. Shevchenko, V. M. Voskresensky, V. S. Gurchenko, A. V. Kuropatkin, E. I. Terukov, V. P. Afanasyev // Scientific Notes of Taurida National V. I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2014. – Vol. 27 (66), No 2. – P. 107-114.**

The prospects for using nanocrystalline silicon in solar energy have been analysed. The method of plasmochemical synthesis has been taken as the primary technique because it is well-developed for the preparation of fullerene modifications and allows us to create pure powder nanosilicon, as well as composite materials based on fullerenes and fullerene-containing materials. As the original element the monocrystalline silicon has been taken, that was originally milled to the microcrystalline powder. After grinding micro- and macroparticles, with the average size of tens of microns, have been placed in the plasma, where they have been evaporated at the temperature of 8000-12000 °C. The final result has been obtained by plasma chemical reaction as the set of macro- and micro-particles having irregular shapes (Fig. 2, a) and columnar (tubular) structure (Fig. 2, b). The photomicrographs of nanocrystalline silicon samples, obtained using an electron microscope, have been presented. The possibility of using of the materials as active layers of nonlinear electronic devices has been tested on the current and temperature dependences. As the samples, the metal-semiconductor-metal structures that were formed by the compression have been used. For the convenience in measurements the installation has been made which has consisted the glass tube, contact group and clamping (Fig. 4). The nanomaterial has been placed in a tube and clamped on both sides of contacts with the ability to adjust the pressing force on the material (Fig. 4). The temperature dependence of the conductivity of silicon nanopowder has been shown taking into account the pressure on the powder. The current-voltage characteristics for nanocrystalline silicon have been described.

#### References

1. P. A. Storozhenko, *Nanotechnologies in Russia* **1-2**, 10 (2009).
2. P. P. Khlyabich, B. Burkhart, A. E Rudenko., B. C. Thompson, *Polymer* **54**, 5267 (2013).
3. I. B. Zaharova, V. M. Ziminov, A. V. Nashchekin, Yu. S. Vainshtein, A. N. Aleshin, *Semiconductors* **37** (1), 107 (2008).
4. M. Sibinski, M. Jakubowska, K. Znajdek, M. Sloma, B. Guzowsky, *Optica Applicata* **XLI** (2), 375 (2011).

5. A. A. Andreev, V. M. Andreev, V. S. Kalinovsky, P. V. Pokrovsky, E. I. Terukov, *Semiconductors* **46** (7), 952 (2012).
6. A. S. Gudovskih, A. S. Abramov, A. V. Bobyl, V. N. Verbitskiy, K. S. Zelentsov, E. M. Ershenko, D. A. Kudryashov, S. A. Kudryashov, A. O. Monastyrenko, A. R. Terra, E. I. Terukov, *Semiconductors* **47** (8), 1094 (2013).
7. M. Morales, Y. Leconte, R. Rizk, D. Chateigner, *Thin Solid Films* **450** (1), 216 (2004).
8. M. A. H. Khalafalla, Z. A. K. Durrani, H. Mizuta, *Applied Physics Letters* **85** (12), 2262 (2004).
9. M. V. Khenkin, A. V. Emelyanov, A. G. Kazanskii, P. A. Forsh, P. K. Kashkarov, E. I. Terukov, D. L. Orekhov, Roca i Cabarrocas P., *Semiconductors* **47** (9), 1283 (2013).
10. A. Mazinov, A. Shevchenko, V. Bahov, *Optica Applicata* **44** (2), 327 (2014).
11. P. G. Sennikov, S. V. Golubev, V. I. Shashkin, D. A. Pryakhin, M. N. Drozdov, B. A. Andreev, Yu. N. Drozdov, A. S. Kuznetsov, H.-J. Pohl, *Semiconductors* **47** (9), 1283 (2013).
12. A. Yu. Karlach, G. V. Kuznetsov, S. V. Litvinenko, Yu. S. Milovanov, V. A. Skryshevsky, *Semiconductors* **43** (7), 1002 (2009).
13. N. N. Kononov, G. P. Kuz'min, A. N. Orlov, O. V. Tikhonevitch, A. A. Surkov, *Semiconductors* **39** (7), 868 (2005).
14. L. A. Aslanov, V. N. Zaharov, M. A. Zaharov, A. V. Yatsenko, A method for producing stabilized silicon clusters, Patent of Russia № 2415079 (2011).
15. A. S. Mazinov, A. I. Shevchenko, V. M. Voskresensky, A. V. Kuropatkin, "Nanostructural semiconductors based on powder technology," in *Conference materials of 24th Int. Crimean Conference "Microwave & Telecommunication Technology" (CriMiCo '2014)*, Sevastopol, 740 (2014).
16. A. A. Bogdanov, D. Daidinger, G. A. Dyuzhev, *Technical Physics* **70** (5), 1 (2000).
17. V. A. Bahov, A. S. Mazinov, E. A. Nazderkin, L. D. Pisarenko, *Electronics and Communications* **4**(63), 11 (2011).
18. A. I. Shevchenko, V. A. Bahov, M. A. Bykov, in *Collection of scientific works of the VI International Scientific Conference "Functional Base of Nanoelectronics"*, Kharkov – Crimea, 282 (2013).

**Received 07 September 2014.**

УДК 621.3.014.4 / 537.8

## МОДЕЛИРОВАНИЕ КВАЗИСТАЦИОНАРНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ВБЛИЗИ ПРОВОДЯЩЕГО ТЕЛА ДЛЯ ЗАДАЧ ВИХРЕТОКОВОЙ МАГНИТООПТИЧЕСКОЙ ДЕФЕКТОСКОПИИ

*Филиппов Д.М.<sup>1</sup>, Луговской Н.В.<sup>2</sup>, Бержанский В.Н., Панков Ф.Н.*

*Таврический национальный университет имени В .И. Вернадского, проспект академика  
Вернадского 4, Симферополь 295007, Республика Крым, Россия*

*E-mail: grantarc@mail.ru<sup>1</sup>, lugovskoynv@mail.ru<sup>2</sup>*

В статье предложена математическая модель трёхмерного квазистационарного электромагнитного поля, возникающего вблизи поверхности проводящего объекта контроля при анализе его дефектности методом вихретоковой магнитооптической дефектоскопии. Исследована теоретическая 3D-зависимость распределения магнитного поля у границ образца от его толщины, рабочей частоты и фазы регистрации динамической доменной структуры магнитооптического сенсора. Результаты проведённого магнитооптического эксперимента находятся в хорошем соответствии с модельными расчётами.

**Ключевые слова:** вихревые токи, система интегро-дифференциальных уравнений, вихретоковый дефектоскоп.

**PACS:** 98.80. ± k

### ВВЕДЕНИЕ

Магнитооптическая (МО) вихретоковая (ВТ) дефектоскопия является относительно новым методом определения дефектности металлических конструкций и ее возможности изучены далеко не полностью. Основным преимуществом МО ВТ дефектоскопии является непосредственная визуализация дефектов в режиме реального времени, малые габариты и относительная простота изготовления основных деталей дефектоскопа.

Принцип работы МО вихретокового интроскопа основан на реакции динамической доменной структуры (ДДС) магнитооптического сенсора на распределение магнитных полей, создаваемых вихревыми токами в исследуемом образце из проводящего материала [1, 2]. Возбуждение ВТ осуществляется индуктором переменного магнитного поля. Визуализация доменной структуры в магнитооптическом сенсоре осуществляется с помощью эффекта Фарадея. Наличие дефектов (трещин, микропор, внедрения второй фазы и др.) в объекте контроля приводит к изменению траекторий вихревых токов и соответствующему изменению конфигурации порождаемых ими магнитных полей. Эффективность МО визуализации дефектов зависит как от вида дефектов, так и от параметров работы дефектоскопа (типа МО сенсора, амплитуды и частоты переменного тока индуктора, момента времени регистрации ДДС, величины подмагничивающего поля). Частично экспериментальный поиск оптимальных условий регистрации МО ВТ на примере дефектов в виде линейных щелей проводился в [3].

Представляет интерес расчет топологии создаваемого вихревыми токами магнитного поля при его рассеянии на дефектах различного рода и моделирование временной зависимости распределения ВТ, которая является решающим фактором при регистрации ДДС стробоскопическим методом. Простейшим видом такого дефекта является граница плоского образца.

Целью настоящей работы является проведение математического моделирования магнитных полей, создаваемых вихревыми токами в объемах и на границах тестовых объектов, и сравнение модели с результатами магнитооптического эксперимента.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ВЫБОР МЕТОДА ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Рассмотрим электромагнитную систему, которая состоит из индуктора переменного тока  $I$  и проводящего неферромагнитного тела в форме параллелепипеда (пластины) 2 (Рис. 1).

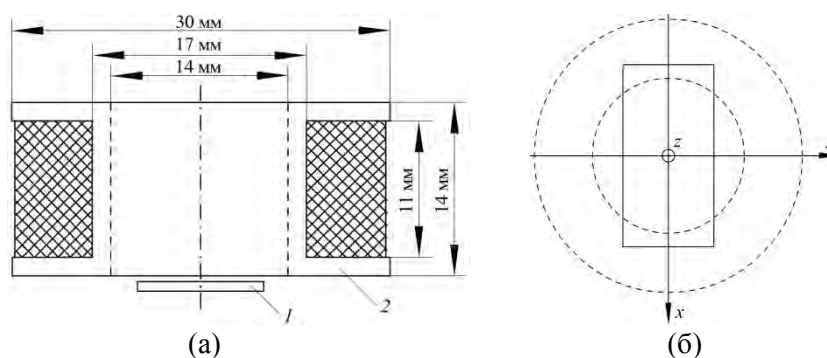


Рис. 1. Электромагнитная система: а – осевое сечение; б – вид «сверху».

Сердечник индуктора изготовлен из стеклотекстолита. Обмотка выполнена из медного провода сечением 1,5 мм и содержит 41 виток. Переменный ток в обмотке индуктора меняется во времени по заданному, в общем случае несинусоидальному, закону. Материал пластины считается однородным с известной удельной электрической проводимостью  $\gamma$ . На Рис. 1 указаны геометрические размеры индуктора и оси системы координат, относительно которой задаётся положение электромагнитной системы. Размеры пластины на Рис. 1 не указаны, поскольку расчёт и экспериментальные исследования проводились для пластин разных размеров. Воздушный зазор между индуктором и пластиной составляет 0,1 мм.

Под действием переменного поля в объёме пластины индуцируются вихревые токи. Для математического описания распределения этих токов и создаваемого ими поля задачу приходится формулировать в трёхмерной постановке. Решение данной задачи аналитически, без введения дополнительных упрощений, невозможно. В то же время существует достаточно большое многообразие численных методов, позволяющих осуществить анализ рассматриваемого процесса. Ниже приведён

краткий обзор научных исследований в области вихретоковой дефектоскопии, в которых для моделирования квазистационарного электромагнитного поля применялись различные численные методы. Дана сравнительная оценка этих методов.

В [4] для расчёта поля рассеивания, создаваемого сварным швом в стальной трубе, применён метод конечных элементов, практическая реализация которого осуществлена в коммерческом программном пакете ANSYS. Существенным недостатком данного метода является необходимость построения дискретной сетки во всей расчётной области, включая окружающее электромагнитную систему пространство (вообще говоря, неограниченное) и воздушные зазоры, которые в задачах дефектоскопии часто составляют несколько микрон. При попытке построения сетки в таких областях возникает потребность в весьма значительных объёмах физической памяти компьютера. С целью усовершенствования метода конечных элементов был разработан комбинированный метод конечных и граничных элементов [5], однако он характеризуется усложнённой математической моделью, затрудняющей его практическую реализацию. В связи с этим ряд авторов [6, 7] отдают предпочтение методу интегральных уравнений, который лишён недостатков выше описанных методов.

В соответствии с изложенным, в настоящей статье для моделирования электромагнитного поля объектов контроля будет использован метод интегральных уравнений.

## **2. ВЫВОД СИСТЕМЫ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ПЛОТНОСТИ ВИХРЕВЫХ ТОКОВ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЗАРЯДОВ**

Запишем закон полного тока в дифференциальной форме и выразим вектор напряжённости электрического поля  $\vec{E}$  через электродинамические потенциалы  $\vec{A}$  и  $\varphi$ :

$$\vec{\delta}(M, t) = \gamma \vec{E}(M, t) = -\gamma \frac{\partial \vec{A}(M, t)}{\partial t} - \gamma \text{grad} \varphi(M, t), \quad (1)$$

где  $\vec{\delta}$  – мгновенное значение вектора плотности вихревых токов в точке  $M(x, y, z)$  объёма  $V$  проводника.

Векторный потенциал  $\vec{A}$  представляет собой суперпозицию векторного потенциала первичных токов  $\vec{A}_0$  и векторного потенциала, создаваемого вихревыми токами:

$$\vec{A}(M, t) = \vec{A}_0(M, t) + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\vec{\delta}(N, t)}{r_{MN}} dV_N. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим следующее уравнение:

$$\vec{\delta}(M, t) = -\gamma \frac{\partial \vec{A}_0(M, t)}{\partial t} - \frac{\mu_0 \gamma}{4\pi} \int_V \frac{\partial \vec{\delta}(N, t)}{\partial t} \frac{dV_N}{r_{MN}} - \gamma \text{grad} \varphi(M, t). \quad (3)$$

Для отыскания скалярного электрического потенциала  $\varphi(M, t)$  необходимо составить и решить краевую задачу, граничные условия для которой вытекают из требования равенства нулю нормальной компоненты вектора плотности вихревых токов:  $\delta_n(Q, t) = 0$  ( $Q \in S$ ;  $S$  – поверхность проводника). Используя (1), получаем:

$$\frac{\partial \varphi(Q, t)}{\partial n_Q} = -\frac{\partial \vec{A}(Q, t)}{\partial t} \vec{n}_Q. \quad (4)$$

Таким образом, имеем:

$$\begin{cases} \Delta \varphi(M, t) = 0, & M \in V; \\ \frac{\partial \varphi(Q, t)}{\partial n_Q} = -\frac{\partial \vec{A}(Q, t)}{\partial t} \vec{n}_Q, & Q \in S. \end{cases} \quad (5)$$

Решение краевой задачи (5) ищем в виде потенциала простого слоя электрических зарядов:

$$\varphi(M, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \oint_S \frac{\sigma(P, t)}{r_{MP}} dS_P, \quad P \in S. \quad (6)$$

Воспользуемся предельными свойствами нормальной производной потенциала простого слоя

$$\frac{\partial \varphi(Q, t)}{\partial n_Q} = \frac{\sigma(Q, t)}{2\epsilon_0} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \oint_S \sigma(P, t) \frac{(\vec{r}_{PQ}, \vec{n}_Q)}{r_{PQ}^3} dS_P. \quad (7)$$

Тогда, подставляя (7) в (4), получим интегро-дифференциальное уравнение, связывающее плотности электрического заряда и вихревых токов:

$$\begin{aligned} & \sigma(Q, t) - \frac{1}{2\pi} \oint_S \sigma(P, t) \frac{(\vec{r}_{PQ}, \vec{n}_Q)}{r_{PQ}^3} dS_P = \\ & = -\frac{\mu_0 \epsilon_0}{2\pi} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \frac{\vec{\delta}(N, t) \vec{n}_Q}{r_{QN}} dV_N - 2\epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\vec{A}_0(Q, t), \vec{n}_Q). \end{aligned} \quad (8)$$

Исходя из (6) получим выражение для  $-\gamma \text{grad} \varphi(M, t)$ , входящее в уравнение (3):

$$-\gamma \operatorname{grad} \varphi(M, t) = \frac{\gamma}{4\pi\epsilon_0} \oint_S \sigma(P, t) \frac{\vec{r}_{PM}}{r_{PM}^3} dS_P.$$

Учитывая последнее выражение, из (3) второе получим интегро-дифференциальное уравнение, дополняющее уравнение (8) до полной системы:

$$\begin{aligned} \vec{\delta}(M, t) + \frac{\mu_0 \gamma}{4\pi} \int_V \frac{\partial \vec{\delta}(N, t)}{\partial t} \frac{dV_N}{r_{MN}} = \\ = \frac{\gamma}{4\pi\epsilon_0} \oint_S \sigma(P, t) \frac{\vec{r}_{PM}}{r_{PM}^3} dS_P - \gamma \frac{\partial \vec{A}_0(M, t)}{\partial t}. \end{aligned} \quad (9)$$

Отметим, что полученная здесь система интегро-дифференциальных уравнений согласуется с результатами теоретических исследований, проведённых в [8] для неподвижных ферромагнетиков, в поле которых движется неферромагнитный проводник, находящийся в жидкой фазе.

### 3. РАСЧЁТ МАГНИТНОГО ПОЛЯ И МЕТОД РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ (8,9)

Магнитное поле, создаваемое исследуемой электромагнитной системой и действующее на МО сенсор, может быть найдено как суперпозиция полей тока индуктора и вихревых токов пластины:

$$\vec{H}(M, t) = \vec{H}_0(M, t) + \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{[\vec{\delta}(N, t), \vec{r}_{MN}]}{r_{MN}^3} dV_N. \quad (10)$$

Для вычисления  $\vec{H}_0(M, t)$ , входящей в (10), и  $\vec{A}_0(M, t)$ , входящего в (8,9), можно воспользоваться известными результатами для поля кольца с током, например из [9].

В действующем макете дефектоскопа ток индуктора изменяется во времени по кусочно-линейному закону (Рис. 2, а). Производная от этой функции представляет собой кусочно-постоянную функцию — меандр (Рис. 2, б, график, построенный сплошной линией).

В правых частях уравнений системы (8,9) стоят величины, пропорциональные производной тока индуктора по времени, имеющей разрывы первого рода в точках  $t = \pm T/4$  (Рис. 2, б). Наличие этих разрывов затрудняет процесс численного решения системы (8,9). Во избежание этого целесообразно применять непрерывную аппроксимацию функции  $di(t)/dt$ :

$$g(t) = \frac{16I_m}{\pi T} \left[ \operatorname{arctg} \left( \left( \frac{t}{\gamma} \right)^\alpha \right) - \frac{\pi}{4} \right], \quad (11)$$

где  $\alpha$  – положительное чётное целое число;  $T$  – период колебаний тока; параметр  $\gamma = T/4$  – соответствует точкам разрыва функции  $di(t)/dt$ . Чем выше параметр  $\alpha$ , тем выше кривизна  $g(t)$  в соответствующих точках и меньше погрешность аппроксимации. Так, при  $\alpha = 1000$  (используется далее в расчётах) среднеквадратичная погрешность аппроксимации составляет 2,5%. На Рис. 2 (б) приведены примеры функции  $g(t)$  при различных значениях параметра  $\alpha$ .

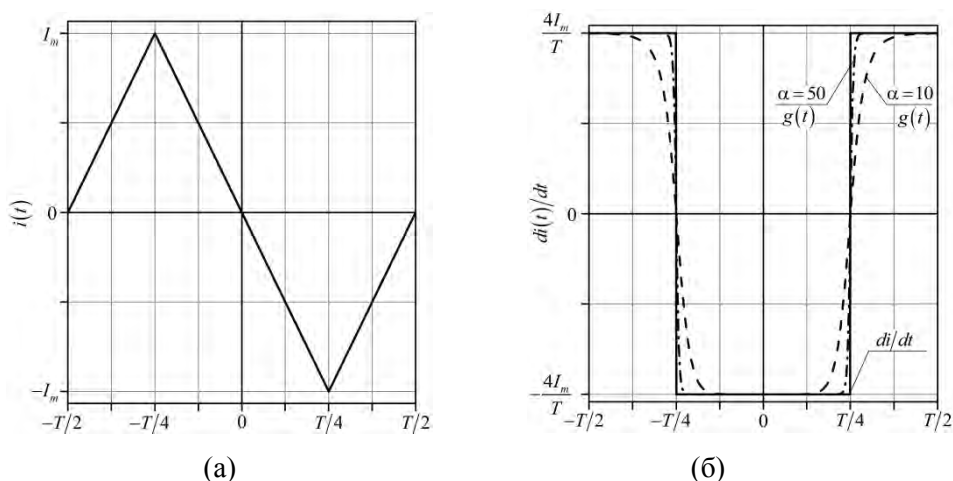


Рис. 2. Зависимость тока индуктора от времени (а) и аппроксимация его производной (б) функцией  $g(t)$  (11).

Таким образом, в расчётах целесообразно пользоваться заменой  $\partial \vec{A}_0(M, t) / \partial t = g(t) \vec{a}_0(M)$  (где  $\vec{a}_0(M)$  – векторный потенциал первичного поля при токе, равном 1 А).

Система уравнений (8,9) решалась методом последовательных приближений при кусочно-постоянной аппроксимации функций  $\vec{\delta}(M, t)$  и  $\sigma(Q, t)$ . В качестве начального приближения принималось следующее:  $\vec{\delta}^{(0)} = -\gamma \partial \vec{A}_0 / \partial t$ . При выбранной аппроксимации искомых функций поверхностные интегралы, входящие в (8,9), заменялись на интегралы по элементам разбиения поверхности пластины, при этом точка  $Q$  фиксировалась в центре соответствующего элемента. Объёмные интегралы, входящие в (8,9), заменялись интегралами по элементам разбиения объёма пластины, точка  $M$  фиксировалась в центре соответствующего элемента. Отметим, что поверхностные интегралы вычислялись как двукратные по аналитическим формулам. Объёмные интегралы, соответственно, – как трёхкратные, один из которых вычислялся аналитически, остальные – численно.



Период колебаний  $T$  разбивался на  $N_T$  равных интервалов времени. Для численного дифференцирования функции  $\delta(N, t)$  применялась формула Рунге [10].

#### 4. ПРИМЕРЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Расчёт проводился для двух пластин, изготовленных из электротехнической меди с удельной электрической проводимостью  $\gamma = 5,8 \cdot 10^7$  См/м. Размеры первой пластины вдоль осей  $x$ ,  $y$  и  $z$  соответственно составили 14 мм, 6 мм и 0,05 мм. Размеры второй пластины отличались только толщиной, которая составила  $d = 0,3$  мм. Амплитуда тока индуктора равна 1,5 А.

При численном решении системы (8,9) поверхность пластин разбивалась на 1840 прямоугольных элементов, объёмы пластин – на 7200 элементов в виде параллелепипедов. Шаг разбиения периода менялся в интервале от 0,5 мкс до 2 мкс в зависимости от характера изменения вихревого тока во времени.

**Пластина толщиной 0,05 мм.** Практический интерес представляет распределение нормальной компоненты напряжённости магнитного поля в области над пластиной в зависимости от начальной фазы тока. На Рис. 3 приведено распределение вдоль оси  $y$  нормальных компонент поля индуктора, поля вихревых токов и результирующего поля, которое действует на магнитооптический сенсор, в зависимости от фазы тока индуктора на двух различных частотах 20 и 60 кГц.

Как видно из Рис. 3, поле, создаваемое электромагнитной системой МОВТ дефектоскопа, обладает выраженной пространственной неоднородностью, причём эта неоднородность обеспечивается главным образом влиянием вихревых токов. Также видно, что с изменением частоты тока изменяется характер распределения магнитного поля. Расчёты показали, что вдоль оси  $x$  поле меняется незначительно, поэтому по графикам Рис. 3 можно вполне судить о величине поля во всей интересующей области.

На Рис. 4 показаны топограммы результирующего магнитного поля при частоте тока индуктора 60 кГц, действующего на магнитооптический сенсор. Тёмные тона на топограммах означают минимум поля, светлые тона – максимум. На Рис. 4 видны чёткие очертания границ пластины, где магнитное поле вихревых токов меняет свое направление на противоположное.

Из Рисунков 3 и 4 видно, что картины поля, характерные для фаз  $-T/4$  и  $T/4$ , абсолютно инверсны друг другу. Однако для фаз  $-T/8$  и  $T/8$  подобной инверсии не наблюдается, то есть зависимость тока от времени в промежутке  $(-T/4; T/4)$  несимметрична относительно оси ординат.

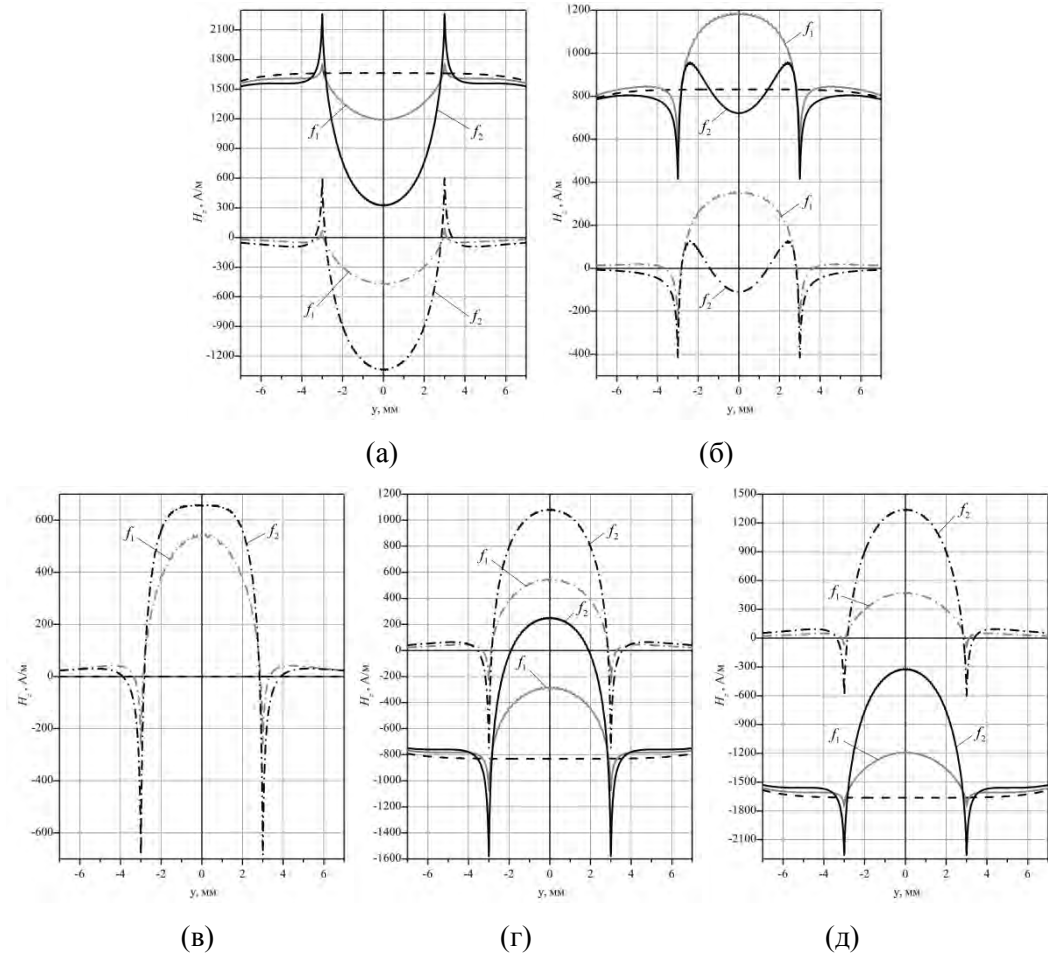


Рис. 3. Распределение  $z$ -компоненты напряжённости магнитного поля над поверхностью пластины  $d = 0,05$  мм при  $x = 0$  в зависимости от начальной фазы тока индуктора:  $-T/4$  (а),  $-T/8$  (б),  $t=0$  (в),  $T/8$  (г) и  $T/4$  (д), ( $f_1 = 20$  кГц,  $f_2 = 60$  кГц). Здесь: пунктир – поле индуктора; пунктир с точкой – поле вихревых токов; сплошная линия – результирующее поле.

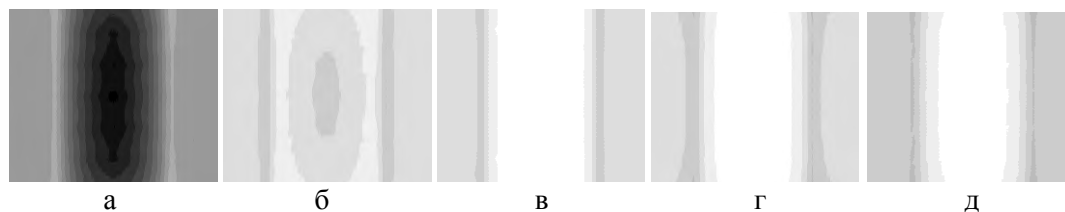


Рис. 4. Топограммы результирующего магнитного поля вблизи поверхности пластины  $d = 0,05$  мм при  $x = 0$  в зависимости от начальной фазы тока индуктора:  $-T/4$  (а),  $-T/8$  (б),  $t = 0$  (в),  $T/8$  (г) и  $T/4$  (д). ( $f_2 = 60$  кГц).

Это видно из Рис. 5, на котором показаны зависимости силы индуцируемого тока  $i_{\text{и}}(t)$  от времени для двух случаев: при  $f_1 = 20$  кГц и при  $f_2 = 60$  кГц. Величина  $i_{\text{и}}(t)$  вычислялась по формуле:

$$i_{\text{и}}(t) = \int_S \vec{\delta}(N, t) d\vec{S}, \quad (12)$$

где  $S$  – площадка, равная половине поперечного сечения пластины и лежащая в плоскости этого сечения.

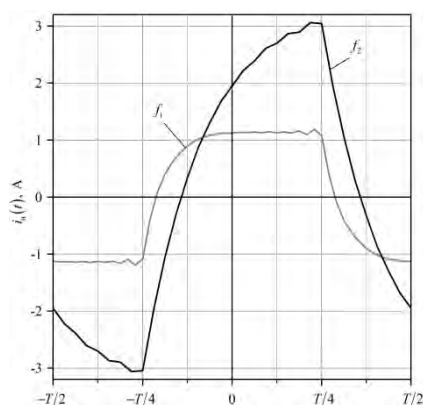


Рис. 5. Зависимость силы индуцируемого тока от времени для пластины толщиной 0,05 мм ( $f_1 = 20$  кГц,  $f_2 = 60$  кГц).

Из рисунка видно, что в пределах полупериода сила тока изменяется во времени по экспоненциальному закону. При частоте 20 кГц ток быстро возрастает в интервале  $(-T/4; -T/8)$ , а затем принимает практически постоянное значение. При частоте 60 кГц ток возрастает на протяжении всего полупериода.

Наблюдаемые частотные отличия связаны с явлением самоиндукции. В уравнении (9) интегральный член, стоящий в левой части, является следствием закона электромагнитной индукции. Этот член содержит производную от плотности

вихревого тока по времени. Чем ниже частота, тем меньше величина этой производной, и, как следствие, тем меньше влияние интегрального члена на плотность вихревых токов  $\vec{\delta}(M, t)$ . В предельном случае, когда интегральный член пренебрежимо мал, плотности вихревого тока и электрического заряда будут меняться во времени по прямоугольному закону.

В случае высокой частоты тока индуктора влияние самоиндукции становится определяющим, поскольку вклад интегрального члена становится значительным. При этом индуцируемый ток меняется во времени по линейному закону. Случаи, к которым относятся зависимости, приведённые на Рис. 5 находятся между описанными предельными случаями.

Характерными точками на графиках Рис. 5 являются точки пересечений функций  $i_{\text{и}}(t)$  с осью времени. Величина  $i_{\text{и}}(t)$ , согласно формуле (12), может быть равна нулю в том случае, когда ток меняет своё направление в пределах половины сечения пластины. То есть в моменты времени, соответствующие данным точкам, вихревой ток в пластине протекает сложным образом. Представление о распределении тока в рассматриваемые моменты времени можно получить из Рис. 3 (б): поле за пределами пластины ведёт себя так, как будто ток в ней положителен, а в пределах пластины, соответственно, как будто ток отрицателен. То есть по периметру пластины вихревой ток протекает в одном направлении, а в глубине пластины – в противоположном.

Наглядное представление о характере замыкания тока в объёме пластины можно получить из Рис. 6, на котором показаны графики распределения вектора плотности вихревого тока, соответствующие пяти начальным фазам (ось  $x$  здесь направлена вверх, ось  $y$  – вправо).

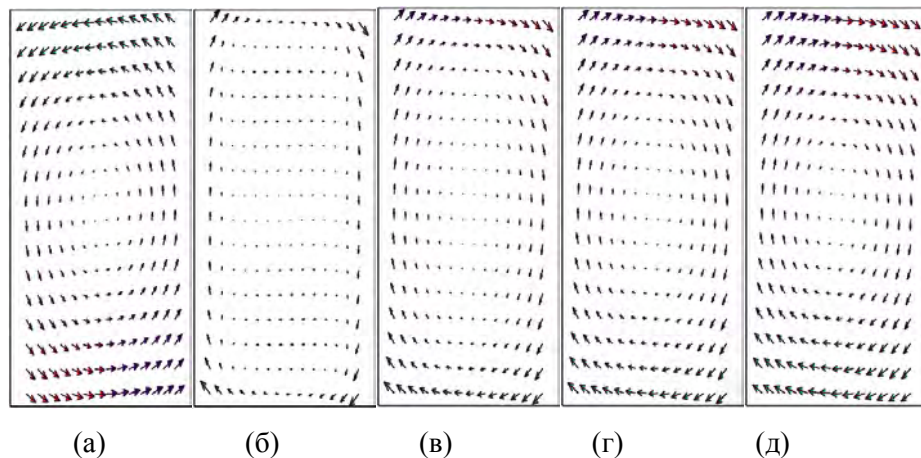


Рис. 6. Распределение вектора плотности вихревого тока в объёме пластины толщиной 0,05 мм в зависимости от начальной фазы тока индуктора. Обозначения те же, что и на Рис. 4 ( $f_2 = 60$  кГц).

**Пластина толщиной  $d = 0,3$  мм.** На Рис. 7 приведены зависимости нормальной компоненты напряжённости магнитного поля от координаты  $y$ , полученные для второй пластины. Зависимости соответствуют тем же начальным фазам тока, которые рассматривались в предыдущем примере. Расчёты проводились для частот  $f_1 = 20$  кГц и  $f_2 = 60$  кГц.

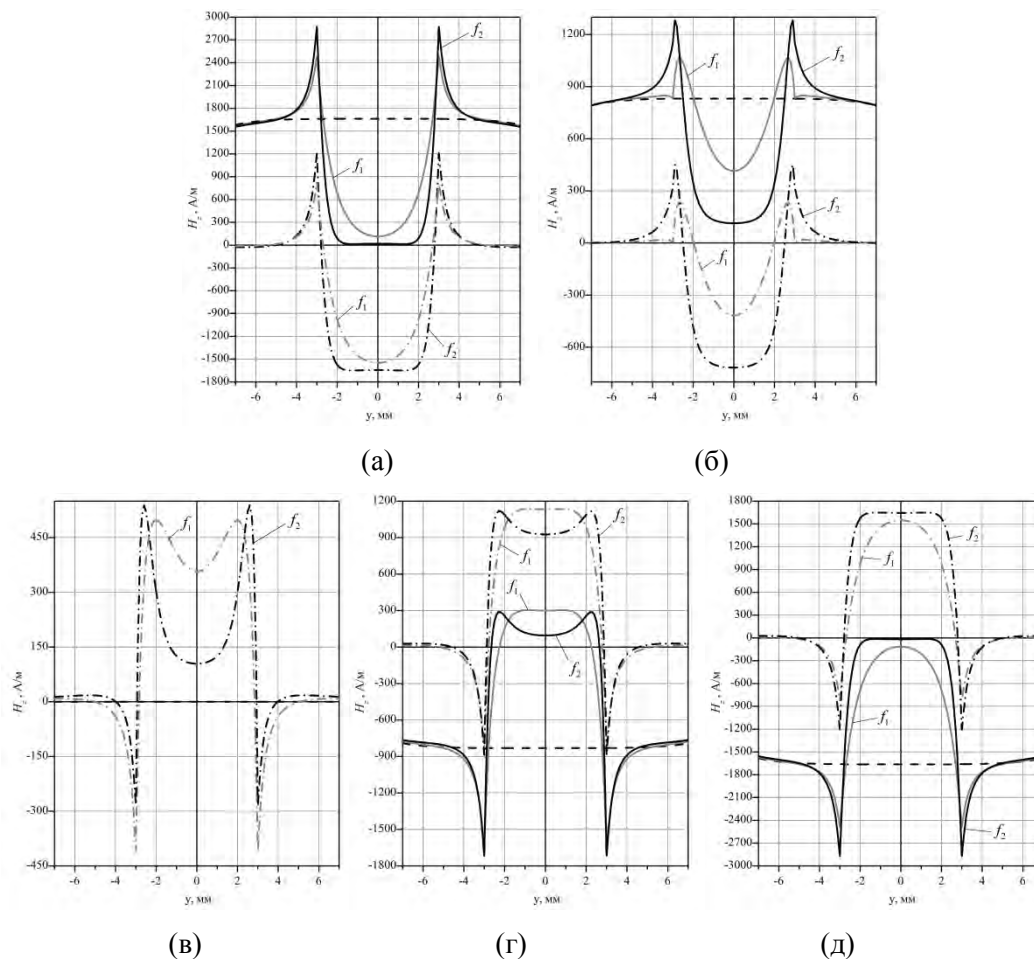


Рис. 7. Распределение  $z$ -компоненты напряжённости магнитного поля над поверхностью пластины  $d = 0,3$  мм при  $x = 0$ . Обозначения те же, что и на Рис. 3.

Ниже, на Рис. 8, приведены топограммы магнитного поля, соответствующие рассматриваемому случаю при частоте  $f_2 = 60$  кГц.

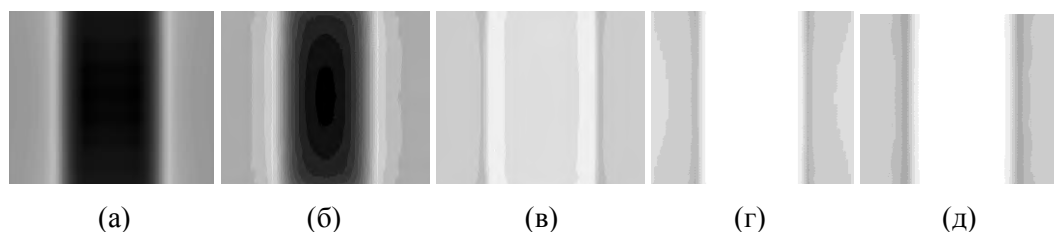


Рис. 8. Топограммы результирующего магнитного поля в объеме пластины  $d = 0,3$  мм и вблизи ее границы. Обозначения те же, что и на Рис 4. ( $f_2 = 60$  кГц).

Из Рис. 8 видно, что наиболее «контрастные» картины поля получаются при начальных фазах тока  $\pm T/4$  (Рис. 8, а и 8, д). Это связано с тем, что в данных случаях поле над пластиной в центральной зоне, занимающей около 60% от её ширины, близко к однородному и быстро возрастает по модулю при приближении к краю (форма кривой  $H_z$  стремится к «прямоугольной» (см. Рис. 8, а и 8, д)). Диапазон изменения поля вихревых токов при этом составляет 2800 А/м. При начальной фазе тока  $+T/8$  (Рис. 8, г) диапазон изменения поля вихревых токов ниже и составляет около 2000 А/м. Однако скорость убывания поля у края пластины в этом случае выше. Данное обстоятельство приводит к появлению на соответствующей топограмме узких тёмной полос, очерчивающих края пластины. Из приведённого анализа можно сделать следующий практический вывод: если разрешающая способность оптической системы дефектоскопа достаточно высока, то оптимальной фазой для регистрации образа является  $+T/8$ , поскольку при этом будет достигнуто более точное позиционирование границы исследуемого образца; если же разрешающая способность оптической системы недостаточна, зафиксировать узкую полосу будет трудно, поэтому в данном случае рекомендуется осуществлять регистрацию МО образа при фазах тока  $\pm T/4$ .

На Рис. 9 приведены зависимости силы индуцируемого тока от времени, полученные для второй пластины. Видно, что вихревой ток в пластине при частоте  $f_2 = 60$  кГц меняется во времени практически по линейному закону и находится в противофазе с током индуктора (см. Рис. 2, а). Как показали расчёты, дальнейшее увеличение толщины пластины при частоте тока 60 кГц не приводит к качественному изменению характеристики тока. Магнитное поле, создаваемое вихревым током, как видно из Рис. 7, в значительной степени компенсирует поле индуктора в области над пластиной (особенно это видно на Рис. 7, а, 7, г и 7, д), что обеспечивает сильный градиент суммарного поля при приближении к границе пластины. Поэтому практический интерес представляет определение расчётным путём таких минимальных толщин пластины, соответствующих частотам 20 и 60 кГц, при которых форма индуцируемого тока становится кусочно-линейной. Было установлено, что эти толщины для пластин из меди для указанных частот соответственно равны 0,6 мм и 0,2 мм.

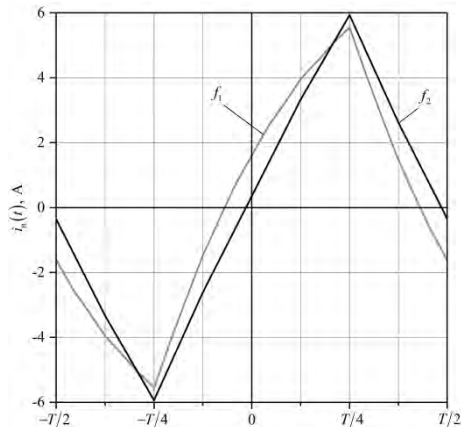


Рис. 9. Зависимость силы индуцируемого тока от времени для пластины толщиной 0,3 мм ( $f_1 = 20$  кГц,  $f_2 = 60$  кГц).

Ниже приведены распределения вектора плотности вихревого тока в пластине при частоте  $f_2 = 60$  кГц. Рис. 10 (б) фиксирует момент времени, в который наблюдается убывание тока, замыкающегося по внешнему краю пластины, а ток, линии которого более удалены от края, сохраняет свою величину. При этом топограмма поля, соответствующая данному моменту времени (Рис. 8, б) отображает искажённый образ в виде тёмной полосы, ширина которой меньше, чем реальный размер пластины. В последующий момент времени периферийный ток изменит своё направление, а ток, замыкающийся в глубине объёма, всё ещё будет протекать прежним образом. Это выразится в описанном выше эффекте циркуляции тока в объёме образца во встречных направлениях.

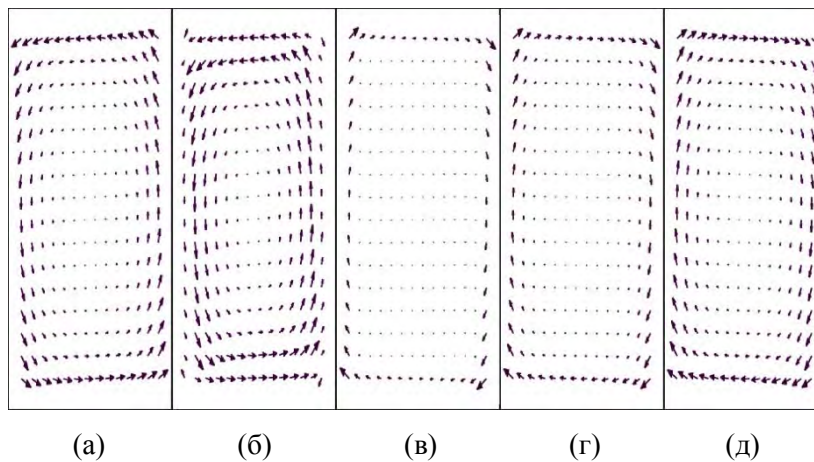


Рис. 10. Графики распределения вектора плотности вихревого тока в объёме пластины  $d = 0,3$  мм.

## 5. СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Для проверки результатов моделирования был проведён эксперимент на вихретоковом дефектоскопе с использованием описанных выше тестовых образцов и индуктора нормального поля.

Вихретоковый дефектоскоп состоит из двух основных частей: электронного блока управления и блока магнитооптической регистрации. Электронный блок формирует напряжения и токи для работы индуктора переменного поля, светодиодного излучателя и катушки постоянного поля. Контроль частоты и тока индуктора осуществляется частотомером и цифровым вольтметром. Определение магнитооптического вихретокового образа объекта осуществляется стробоскопическим способом. Положение фазы включения импульса засветки относительно фазы тока индуктора определяется фазометром. Ток в индукторе изменяется по треугольному закону (Рис. 2, а).

Магнитооптический сенсор – монокристаллическая пленка феррита граната толщиной 5 мкм размещается непосредственно под индуктором на медной пластине. Светодиодный излучатель освещает исследуемую область поляризованным белым светом. Отражаясь от зеркала, напыленного на нижнюю поверхность магнитооптического преобразователя, свет дважды проходит сквозь активную область феррит-гранатовой пленки и меняет угол поляризации в зависимости от состояния ее динамической доменной структуры. После отражения свет проходит анализатор, линзовую систему и попадает на ПЗС приёмник. Приёмник подключен к персональному компьютеру, что позволяет наблюдать магнитооптический образ объекта исследования в режиме реального времени и фиксировать происходящее в форматах цифровой фотографии или фильма.

На Рис. 11 слева представлены фотографии магнитооптических образов медной полосы 0,3 мм при положении строба  $-T/4$  (а),  $-T/8$  (б),  $t = 0$  (в),  $T/8$  (г) и  $T/4$  (д). На изображениях справа представлена топология результирующего магнитного поля, полученная в результате решения системы уравнений (8) – (9). Как видно из рисунка, эксперимент хорошо согласуется с модельными расчетами. Фото, соответствующие фазам  $-T/8$  и  $-T/4$ , отображают пластину темным светом со светлыми полосами на границах, а остальные – светлым с темными полосами на ее границе. Так же хорошо прослеживается, как в эксперименте, так и при моделировании, что наиболее «контрастные» картины поля получаются при начальных фазах тока  $\pm T/4$ .



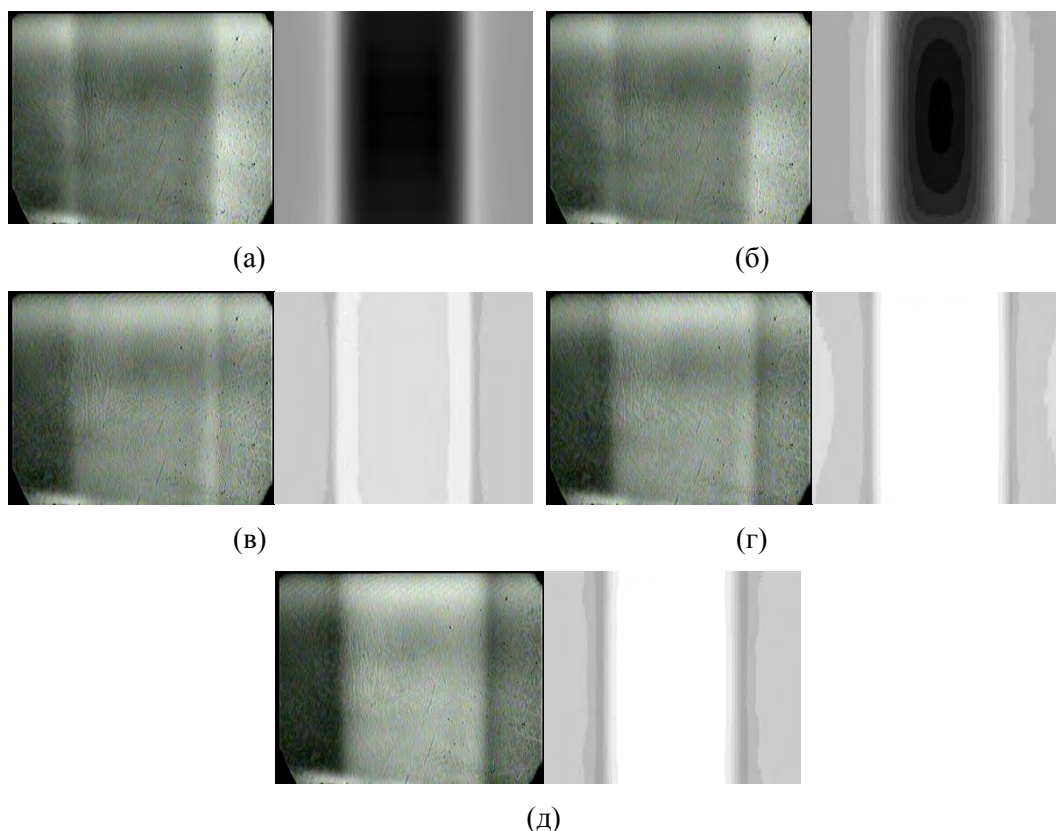


Рис. 11. Магнитооптический образ вихревого магнитного поля в объеме пластины  $d = 0,3$  мм и вблизи ее границы (фото слева) и результаты моделирования (справа). Обозначения (а-д) те же, что и на Рис. 4. ( $f_2 = 60$  кГц).

## ВЫВОДЫ

1. Предложена теоретическая модель, описывающая пространственно неоднородное распределение магнитного поля вблизи поверхности проводящего объекта магнитооптического контроля сложной геометрии. Модель справедлива для любого периодического закона изменения тока индуктора во времени. С целью повышения устойчивости численного решения полученных в теоретической модели интегро-дифференциальных уравнений для случая периодического кусочно-линейного закона, который реализуется в конкретном устройстве, предложена непрерывная аппроксимация функции производной такого тока.

3. Адекватность разработанной теоретической модели и эффективность предложенного численного метода подтверждены достаточно хорошей корреляцией результатов моделирования с экспериментальными магнитооптическими данными, полученными на тестовом образце специальной формы.

4. Даны практические рекомендации по выбору оптимальной фазы тока и его частоты при регистрации магнитооптического образа в зависимости от геометрических параметров исследуемого образца.

5. Разработанная теоретическая модель может быть также применена для решения задач оптимизации параметров индуктора дефектоскопа. В дальнейшем планируется проведение теоретических и экспериментальных исследований на объектах контроля, содержащих дефекты различного типа, при использовании индукторов как нормального, так и планарного магнитных полей.

#### Список литературы

1. Magneto-optic Eddy Current Imaging of Aging Aircraft : A New NDI Technique / G. L. Fitzpatrick, D. K. Thome [et al.] // Materials Evaluation. – 1993. – Vol. 51, No 12. – P. 1402.
2. Магнитооптический вихретоковый контроль: интроскопический и магнитографический методы / В. Г. Вишневецкий, В. Н. Бержанский, Г. П. Козик [и др.] // Ученые записки Таврического национального университета имени В.И. Вернадского. – Серия «Физико-математические науки». – 2011. – Т. 24 (63), № 2. – С. 127-140.
3. Features of Magneto-optic Eddy Current Images Obtained with Use of Garnet Films / V. Vishnevskiy, V. Berzhansky, N. Lugovskoy, A. Prokopov, F. Pankov // Solid State Phenomena. – 2014. – Vol. 230. – P. 273-278.
4. Шубочкин А. Е. Разработка средств вихретоковой дефектоскопии труб в приложенном постоянном магнитном поле : дис. канд. технич. наук : 50.11.13 / Шубочкин Андрей Евгеньевич. – М., 2011. – 160 с.
5. Тихонов Д. Ю. Комбинированный метод расчёта нестационарных плоскопараллельных электромагнитных полей / Д. Ю. Тихонов, А. Н. Ткачёв, Й. Центнер // Известия вузов. Электромеханика. – 2002. – №4. – С. 39-49.
6. Гальченко В. Я. Особенности моделирования процессов токовихревого контроля объектов методом граничных интегральных уравнений / В. Я. Гальченко // Вісник Східноукраїнського державного університету імені В. Даля. – 1998. – №1(11). – С. 141-145.
7. Morozov M. Toward the Reconstruction of Stress Corrosion Cracks Using Benchmark Eddy Currents Signals / M. Morozov, G. Rubinacci, A. Tamburrino, S. Ventre, F. Villone // International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics. – 2008. – № 31. – P. 179-186.
8. Евдокимов В. Ф. Интегральная модель трёхмерного распределения вихревых токов в непрерывно литой заготовке квадратного сечения при электромагнитном перемешивании в вертикальной МНЛЗ.І / В. Ф. Евдокимов, Е. И. Петрушенко // Электронное моделирование. – 2013. – Т. 35, №6. – С. 49-62.
9. Шимони К. Теоретическая электротехника / К. Шимони. – М. : Мир, 1964. – 775 с.
10. Калиткин Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин. – СПб. : БХВ-Петербург, 2011. – 592 с.

**Філіппов Д. М. Моделювання квазістаціонарного електромагнітного поля поблизу провідного тіла для задач вихрострумової магнітооптичної дефектоскопії / Д. М. Філіппов, Н. В. Луговський, В. Н. Бержанський, Ф. М. Панков // Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія : Фізико-математичні науки. – 2014. – Т. 27 (66), № 2. – С. 115-131.**

У статті запропоновано математичну модель тривимірного квазістаціонарного електромагнітного поля, що виникає поблизу поверхні провідного об'єкта контролю при аналізі його дефектності методом вихрострумової магнітооптичної дефектоскопії. Досліджено теоретична 3D-залежність розподілу магнітного поля біля кордонів зразка від його товщини, робочої частоти і фази реєстрації динамічної доменної структури магнітооптичного сенсора.

**Ключові слова:** вихрові струми, система інтегро-диференціальних рівнянь, вихрострумовий дефектоскоп.

**Filippov D. M. Modeling of quasi-stationary electromagnetic field near the conductive body for problems of eddy current magneto-optical testing / D. M. Filippov, N. V. Lugovskoy, V. N. Berzhansky, F. N. Pankov // Scientific Notes of Taurida National V. I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2014. – Vol. 27 (66), No 2. – P. 115-131.**

Magneto-optical (MO) eddy current (EC) inspection is a relatively new method of determining defectiveness metal structures and its capabilities are very poorly studied. The main advantage MOEC method is immediate inspection of defects visualization in real time, small size and relative ease of manufacture of main parts of the flaw detector. Represented the interest to calculate the topology of magnetic field, generated by the eddy currents, when it is scattered by defects various kinds and modeling of time-dependent distribution of EC, which is a decisive factor in the DDS registration of stroboscopic method. The simplest form of such a defect is the boundary of a flat sample. The aim of this work is to conduct mathematical modeling of magnetic fields generated by the eddy currents in the volume and on the borders of test objects, and compare the model with results of the magneto-optical experiments.

The paper proposes a mathematical model of three-dimensional quasi-stationary electromagnetic field produced near the surface of a conductive test object when analyzing its defectiveness by eddy-current magneto-optical inspection. Elaborated a system of integrodifferential equations for the density of eddy currents and electrical charges. The article shows examples simulation of eddy currents in the form of topograms the resultant magnetic field near the surface of the plate, distribution z-component of the magnetic field over the surface of plate and allocation of the eddy current density vector in the volume of the plates. Investigated the theoretical 3D-dependence of the magnetic field distribution at the boundaries of the sample from its thickness, the operating frequency and phase of the registration of the dynamic domain structure of the magneto-optical sensor. For comparison the simulation results with the practice experiments were conducted to obtain images of the plate corresponding to the magneto-optical model calculations. Results from the magneto-optical experiments are in good agreement with model calculations.

**Keywords:** eddy current, system integrodifferential equations, eddy current flaw detector.

#### References

1. G. L. Fitzpatric, D. K. Thome, R. L. Skaugset, W. C. L. Shih, *Materials Evaluation* **51**, No 12, 1402 (1993).
2. V. G. Vishnevskii, V. N. Berzhansky, G. P. Kozik, V. I. Mikhailov, F. M. Pankov, S. V. Levyi, Yu. S. Agalidi, *Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University, Ser. Physics and Mathematics Sciences* **24(63)**, No 2, 127 (2011).
3. V. Vishnevskiy, V. Berzhansky, N. Lugovskoy, A. Prokopov, F. Pankov, *Solid State Phenomena* **230**, 273 (2014).
4. A. Ye. Shubochkin, Thesis (Closed Joint Research Institute of Introscopy of Moscow Scientific Production Association “Spectrum”, Moscow, 2011).
5. D. Ju. Tihonov, A. N. Tkachjov, J. Centner, *Izvestija vuzov. Jelektromehnika*, No 4. 39 (2002).
6. V. Ja. Gal'chenko, *Visnik Shidnoukrains'kogo derzhavnogo universitetu imeni V. Dalja* No. 1(11), 141 (1998).
7. M. Morozov, G. Rubinacci, A. Tamburrino, S. Ventre, F. Villone, *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics* **31**, 179 (2008).
8. V. F. Evdokimov, E. I. Petrushenko, *Jelektronnoe modelirovanie* **35**, No 6, 49 (2013).
9. K. Shimoni, *Theoretical Electrical Engineering* [in Russian] (Mir, Moscow, 1964).
10. N. N. Kalitkin, *Numerical Methods* [in Russian] (St. Petersburg. : BHV-Petersburg, 2011).

**Received 20 September 2014.**

УДК 533.951.8

**ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ РЕЗОНАНСНЫХ  
ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ  
ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ МАТЕРИАЛОВ**

*Полетаев Д. А.*

*Таврический национальный университет имени В.И. Вернадского, проспект академика  
Вернадского 4, Симферополь 295007, Республика Крым, Россия  
E-mail: [dmjtry@gmail.com](mailto:dmjtry@gmail.com)*

В работе рассматривается возможность применения коаксиального резонаторного измерительного преобразователя с укорачивающей емкостью для диагностики полупроводниковых материалов. Проводится анализ основных геометрических параметров, определяющих характеристики зонда и его чувствительность.

**Ключевые слова:** СВЧ, резонатор, добротность, чувствительность, полупроводник.

**PACS:** 07.07.Vx

**ВВЕДЕНИЕ**

Весьма перспективной отраслью энергетики является технология получения энергии из солнечного света. Она не требует расхода полезных ископаемых в процессе эксплуатации [1]. Наиболее востребованной считается электрическая энергия, как наиболее универсальная для дальнейших преобразований.

Для получения электрической энергии из солнечного света широко используются фотоэлектрические преобразователи. Лучшие современные образцы таких устройств имеют КПД до 40%. Это весьма сложные многопереходные структуры на основе полупроводниковых наногетероструктур [2]. Они состоят из нескольких субэлементов с p-n переходами и барьерными слоями различных материалов, расположенных по убыванию ширины запрещенной зоны, соединенные встречновключенными туннельными диодами. Каждый субэлемент преобразует в электричество энергию коротковолновой части падающего спектра и пропускает длинноволновую часть спектра в последующий субэлемент. Основным недостатком таких элементов является высокая себестоимость производства.

Большие площади фотоэлектрических преобразователей позволяют получить значительную мощность на выходе. Многослойная конструкция позволяет увеличить спектр поглощения, повышая КПД [1]. В то же время, это требует высокой технологичности производства и накладывает определенные ограничения на эксплуатационные режимы фотопреобразователя. Так, механическое повреждение в какой-либо точке пластины фотоэлектрического преобразователя, может нарушить структуру конструкции, внося дополнительные потери и снижая КПД. По результатам производственного тестирования такая пластина фотоэлектрического преобразователя может не вписываться в установленные

нормы и отбраковывается. Представляется целесообразным осуществлять дополнительную диагностику таких структур, не как готового прибора, а локально – в каждой точке для поиска дефектных участков. Это позволяет повысить процент выхода годных изделий, снижая итоговую себестоимость. Кроме того, наличие инструмента для локальной диагностики параметров полупроводниковых фотоэлементов позволит получать значения подвижности, времени жизни носителей заряда и др., связанные с электрофизическими параметрами материала: относительной диэлектрической проницаемостью и тангенсом угла потерь. Это дополнительно расширяет возможности диагностики готовых изделий и открывает новые горизонты многопараметрического анализа.

Сегодня радиоволновые методы диагностики материалов и объектов вышли на этап применения СВЧ резонансных измерительных преобразователей, в частности с коаксиальной измерительной апертурой [3]. Преимущества их применения обусловлены неразрушаемостью объекта исследования и бесконтактностью. Особо требуется отметить, что в отличие от оптических методов, СВЧ зонды позволяют исследовать не только поверхностные параметры образца, но и на некоторой глубине, которая обусловлена конструкцией зонда и толщиной скин-слоя [4]. Целесообразно исследовать возможности применения резонансных измерительных преобразователей, для диагностики параметров полупроводниковых фотоэлектрических преобразователей.

Целью работы является анализ особенностей применения резонансных измерительных преобразователей для диагностики полупроводниковых структур.

### **ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ РЕЗОНАНСНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ**

Предварительный теоретический анализ позволил установить отсутствие ощутимого влияния малой мощности электромагнитного поля зонда на тестируемый образец. Так, при мощности электромагнитного поля в 100 мВт, плотность потока составляет 100 мВт/см<sup>2</sup>, а напряженность электрического поля не превышает значения 10<sup>2</sup> В/м, согласно [5], что на 4 – 5 порядков меньше значений напряженности полей, существенно влияющих на дрейфовую скорость носителей заряда в полупроводниках [6].

Наиболее перспективными являются резонансные измерительные преобразователи (РИП) апертурного типа, в частности с коаксиальной измерительной апертурой [4]. Однако возможности таких преобразователей ещё недостаточно изучены.

Из общих физических представлений, понятно, что выбором конструктивных параметров можно изменять добротность и чувствительность резонансного измерительного преобразователя.

Конструкцией, рассматриваемой в работе, является коаксиальный резонансный измерительный преобразователь с укорачивающей емкостью (рис. 1). Конструкция включает коаксиальный волновод, длиной  $H$ , образующий накопительную часть РИП, отрезок коаксиального волновода, длиной  $h$ , образующий коаксиальную

измерительную апертуру, образец, толщиной  $h_2$ , имеющий электрофизические параметры  $\varepsilon_2; tg\delta_2$ .

Для проведения практических измерений важно, чтобы электрофизические параметры образца оказывали как можно большее влияние на нагруженную добротность РИП. При этом нагруженная добротность не должна быть меньше 100 [5]. Из теории коаксиальных линий передач [5] известно, что минимальный коэффициент затухания в коаксиальной линии достигается при отношении радиусов:  $R_1 / R_2 = 0,28$ . Очевидно, максимальная добротность четвертьволнового резонатора будет также достигаться при данном отношении.

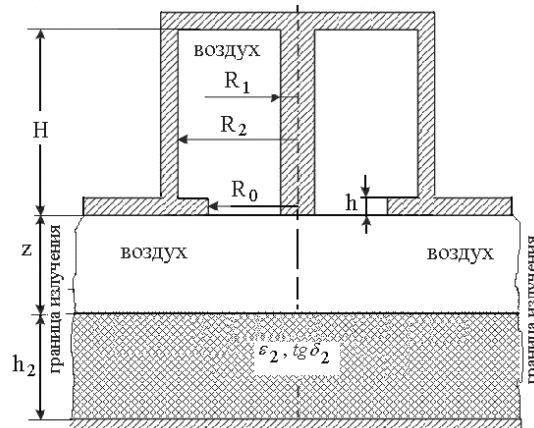


Рис. 1. Модель РИП.

Одномодовый режим коаксиальной линии обеспечивается в диапазоне частот [5]:

$$f < \frac{c}{\pi(R_1 + R_2)} \quad (1)$$

где  $c$  – скорость света в вакууме;  $R_1$  – радиус центрального проводника;  $R_2$  – внутренний радиус коаксиального волновода (по рис. 1).

Резонансная частота идеального четвертьволнового резонатора находится из выражения [5]:

$$f_0 = \frac{c(2n-1)}{4H} \quad (2)$$

Представленный выше предварительный анализ позволяет выбрать геометрические размеры модели:  $H / \lambda = 1,25$ ;  $R_2 / \lambda = 0,17$ ;  $h / H = 5,6 \cdot 10^{-3}$ ;  $z = \infty$  (четвертьволновый резонатор нагружен на свободное пространство); проводимость стенок резонатора принята равной  $\sigma = 5,8 \cdot 10^6$  (с целью учета влияния шероховатости стенок).

Для теоретического исследования данного СВЧ зонда решаются следующие волновые уравнения методом конечных элементов [7]:

$$\nabla \times (\mu^{-1} \nabla \times \mathbf{E}) - k^2 \varepsilon \mathbf{E} = 0, \quad (3)$$

$$\nabla \times (\mu^{-1} \nabla \times \mathbf{H}) - k^2 \varepsilon \mathbf{H} = 0, \quad (4)$$

где  $\mathbf{E}$  – вектор напряженности электрического поля;  $k$  – комплексное волновое число;  $\varepsilon$  – комплексная диэлектрическая проницаемость;  $\mu$  – относительная магнитная проницаемость;  $\mathbf{H}$  – вектор напряженности магнитного поля.

Граничные условия имеют вид [7]:

$$\mathbf{E}_T = Z_s (\mathbf{n} \times \mathbf{H}_T), \quad (5)$$

где  $\mathbf{E}_T$ ,  $\mathbf{H}_T$  – тангенциальная компоненты вектора напряженности электрического и магнитного полей, соответственно;  $Z_s$  – поверхностное сопротивление;  $\mathbf{n}$  – единичный вектор нормали к поверхности.

Добротность определяется по формуле [7]:

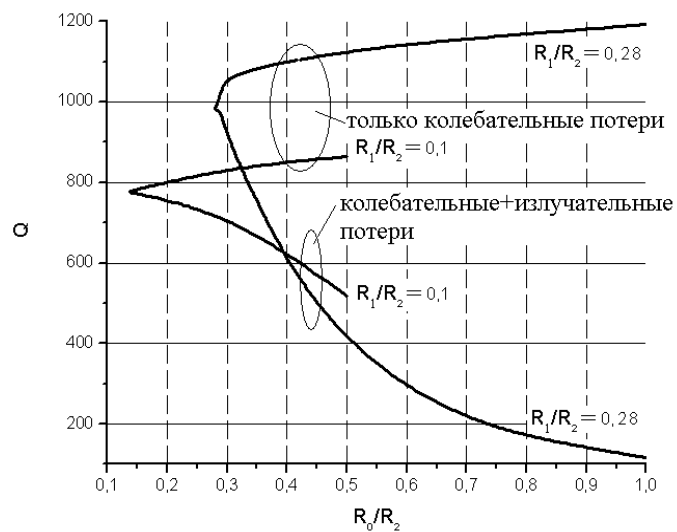
$$Q = \frac{|k|}{2\text{Im}(k)}. \quad (6)$$

На рис. 2 приведены зависимости добротности и резонансной частоты РИП от величины  $R_0$ , рассчитанные при отсутствии объекта исследования.

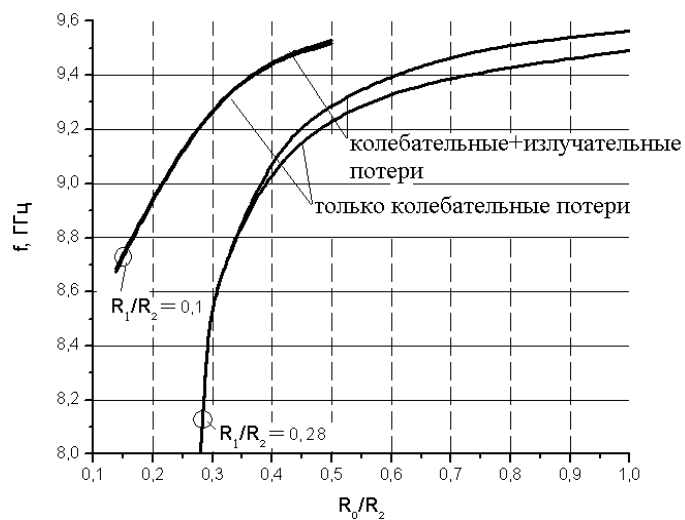
Как видно из графиков на рис. 2, уменьшение  $R_0$  снижает потери на излучение в свободное пространство. Необходимость учета излучательных потерь наиболее явно демонстрируется на зависимости добротности от  $R_0$  (рис. 2, а). Даже при малом размере  $R_0$  добротность при учете излучения и без учета отличаются почти в 2 раза. Требуется отметить, что добротность РИП уменьшается в 1,5 раза, по сравнению с РИП, в котором выдержано оптимальное соотношение радиусов. Из графика на рис. 2, б видно, что учет излучения практически не влияет на резонансную частоту.

На рис. 3 приведены зависимости добротности и резонансной частоты РИП от продольного размера апертурно-формирующей части коаксиала  $h$ , при разных значениях величины  $R_0$  и диэлектрической проницаемости кремния, как наиболее распространенного материала для изготовления полупроводниковых фотоэлементов [1], изменяющейся от 4 (оксид кремния) до 12 (чистый кремний).

Характер изменения добротности (рис. 3, а) носит резонансный характер. Более острый резонансный пик соответствует меньшему  $R_0$ , что согласуется с общими физическими представлениями. Уменьшение резонансной частоты (рис. 3, б) обуславливается ростом емкости апертуры, при увеличении ее продольного размера апертурно-формирующей части коаксиала.



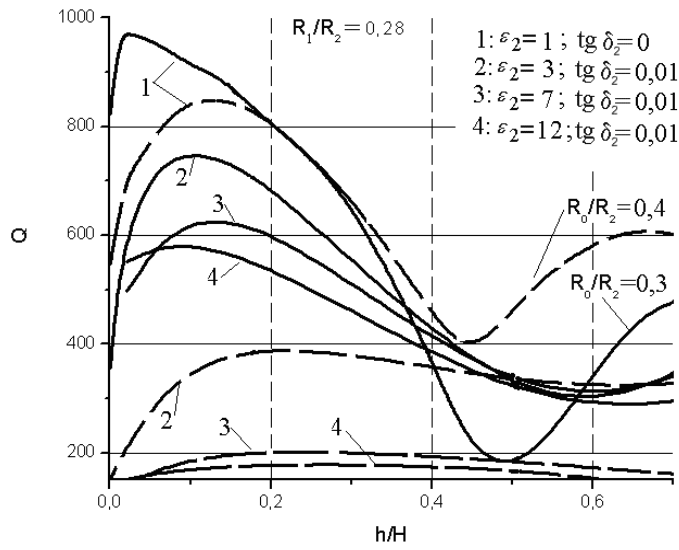
(а)



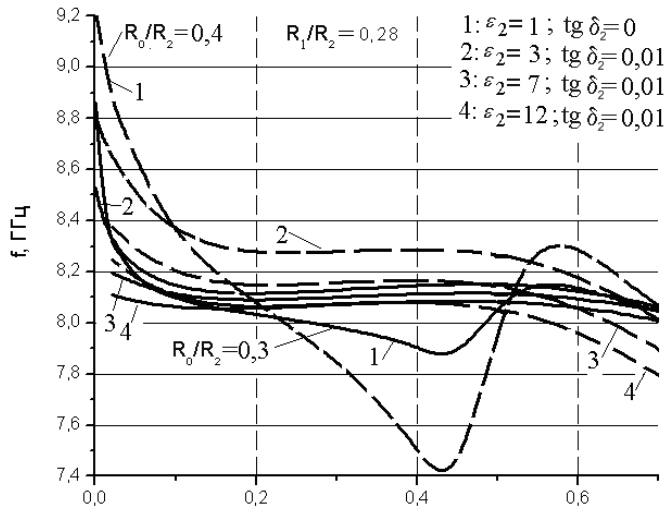
(б)

Рис. 2. Зависимость (а) добротности и (б) частоты от величины  $R_0$ .





(a)



(б)

Рис. 3. Зависимость (а) добротности, (б) резонансной частоты от размеров апертуры.

Как видно из графика (рис. 3, а) добротность РИП при исследовании образца с параметрами  $\varepsilon_2 = 3$ ;  $\text{tg } \delta_2 = 0,01$  остается довольно высокой даже при раскрывах апертуры  $R_0/R_2 > 0,3$ . Отчетливо видно значительное изменение добротности с образцом, при  $h/H \approx 0,4$  (что соответствует  $h/\lambda = 0,5$ ), относительно добротности, рассчитанной при нагрузке на свободное пространство (рис. 3, а).

Данный факт свидетельствует об адекватности численной модели. Вместе с тем, даже при  $h/H \approx 0,4$ , изменение добротности РИП в 2 раза меньше, чем при  $h \rightarrow 0$ . Это связано со значительным провисанием поля из апертуры. Из графика на рис. 3, а следует весьма важный вывод: наибольшее изменение добротности обеспечивается при  $h/H < 0,05$ .

Дальнейшие расчеты проведены для модели с параметрами:  $H/\lambda = 1,25$ ;  $R_2/\lambda = 0,17$ ;  $z = 0$ ;  $h_{21} = 0$ ;  $h_2/\lambda = 0,14$ ;  $h/H = 0,01$ ; проводимость стенок  $\sigma = 5,8 \cdot 10^6$ ;  $\lambda = 3$  см, при изменении величины апертуры  $R_0/R_2$  от 0,29 до 1. Графики зависимости чувствительности РИП  $\delta Q/Q$  от величины  $R_0$  апертуры приведены на рис. 4. Чувствительность вычислялась исходя из изменения тангенса угла диэлектрических потерь  $\Delta \text{tg} \delta_2 = 0,01$ , при значении  $\text{tg} \delta_2 = 0,01$  и постоянной относительной диэлектрической проницаемости.

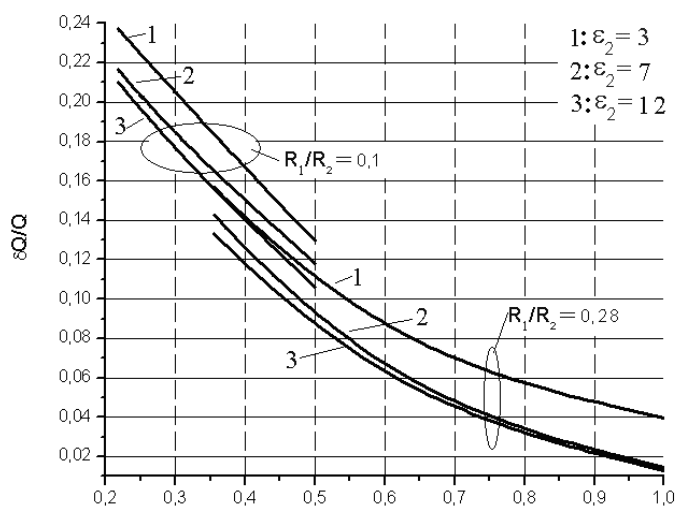


Рис. 4. Зависимость  $\delta Q/Q$  от величины апертуры и параметров образца.

Чувствительность датчика (рис. 4) увеличивается при уменьшении  $R_0/R_2$  оказываясь недостаточной для образцов с высокой диэлектрической проницаемостью. Поэтому оптимизировать такой резонансный измерительный преобразователь следует отдельно для объектов с низким и высоким значением диэлектрической проницаемости.

### ВЫВОДЫ

Выполненные расчеты свидетельствуют о том, что при проведении теоретического описания характеристик резонансных измерительных преобразователей с коаксиальной апертурой при исследовании собственных полупроводников с малыми потерями необходимо учитывать потери на излучение.

В работе установлены количественные особенности влияния геометрии апертуры на добротность и чувствительность в широком диапазоне изменения электрофизических параметров объектов, что позволяет обозначить основные направления оптимизации чувствительности резонансных измерительных преобразователей для исследования параметров полупроводниковых структур.

#### Список литературы

1. Алферов Ж. И. Тенденции и перспективы развития солнечной энергетики / Ж. И. Алферов, В. М. Андреев, В. Д. Румянцев // ФТП. – 2004. – Т. 8, вып. 38. – С. 937 – 948.
2. Минтаиров С. А. Исследование диффузионных длин основных носителей заряда в фотоактивных слоях многопереходных солнечных элементов / С. А. Минтаиров, В. М. Андреев, В. М. Емельянов [и др.] // ФТП. – 2010. – Т. 8, вып. 44. – С. 1118 – 1123.
3. Chen L. F. Microwave electronics measurement and materials characterization / L. F. Chen, C. K. Ong, C. P. Neo. – Southern Gate: John Wiley & Sons Ltd, 2004. – 537 p.
4. Гордиенко Ю. Е. Вклад колебательных и излучательных потерь в характеристики СВЧ преобразователей с коаксиальной измерительной апертурой / Ю. Е. Гордиенко, Ю. И. Гуд, Д. А. Полетаев // Радиотехника. – 2009. – № 157. – С. 108 – 114.
5. Кураев А. А. Электродинамика и распространение радиоволн / А. А. Кураев, Т. Л. Попкова, А. К. Сеницын – Мн.: Бестпринт, 2004. – 358 с.
6. Случинская И. А. Основы материаловедения и технологии полупроводников / И. А. Случинская. – М.: Радио и связь, 2002. – 376 с.
7. Григорьев А. Д. Электродинамика и техника СВЧ / А. Д. Григорьев. – М.: Высш. шк., 1990. – 335 с.

**Полетаев Д. О. Особливості застосування резонансних вимірювальних перетворювачів для діагностики напівпровідникових матеріалів / Д. О. Полетаєв // Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія : Фізико-математичні науки. – 2014. – Т. 27 (66), № 2. – С. 132-140.**

В роботі розглядається особливості застосування резонансних вимірювальних перетворювачів для діагностики напівпровідникових матеріалів. Проводиться аналіз основних геометричних параметрів, що визначають характеристики зонда і його чутливість. Виконані розрахунки свідчать про те, що при проведенні теоретичного опису характеристик резонансних вимірювальних перетворювачів з коаксиальною апертурою при дослідженні напівпровідників з малими втратами необхідно враховувати втрати на випромінювання.

**Ключові слова:** НВЧ, резонатор, добротність, чутливість, напівпровідник.

**Poletaev D. A. Features of the Resonator Converter's Application for Semiconductor Materials Diagnostics / D. A. Poletaev // Scientific Notes of Taurida National V. I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2014. – Vol. 27 (66), No 2. – P. 132-140.**

This paper considers the possibility of using a microwave coaxial resonator converter for diagnostics of semiconductor materials. Very promising energy industry is the technology of obtaining energy from sunlight. It does not require fuel minerals during operation. Indeed, for every square meter on average falls about 1 kW of power. For generating electrical energy from sunlight photoelectric converters are widely used. This is a very complex structure based on multijunction semiconductor nanoheterostructures. It seems appropriate to carry out additional diagnostics such structures, not as a finished device, and locally – at each point to search a defective places. Today radiowave methods of diagnostics of materials and objects are in the process of applying the microwave resonator converter, in particular with coaxial measuring aperture. The main advantages of their use are indestructible object of research and contactless, the possibility of studying the sample at some depth. The purpose of work is to analyze the specific application of the microwave resonator converter for diagnostics of semiconductor solar cells. Analyzes the basic geometric parameters that determine the characteristics of the probe and its sensitivity. Calculations show that during the theoretical description of the characteristics of the resonant transducers with a coaxial aperture in the study of semiconductors with

small losses must be taken into account radiation losses. In the quantified characteristics influence the geometry of the aperture on the quality factor and sensitivity in a wide range of electro-physical parameters of objects, allowing to identify the main directions of its optimization by the sensitivity.

**Keywords:** microwave, resonator, quality factor, sensitivity, semiconductor.

#### References

1. J. Alferov, V. Andreev, V. Romyantsev, *Semiconductors* **38**, 937 (2004).
2. S. Mintairov, V. Andreev, V. Emelyanov et al., *Semiconductors* **44**, 1118 (2010).
3. L. Chen, *Microwave electronics measurement and materials characterization* (Wiley, 2004) 538 p.
4. Y. Gordienko, Y. Hood, D. Poletaev, *Technol* **157**, 108 (2009).
5. A. Kuraev, *Electrodynamics and wave propagation* (Bestprint, 2004) 358 p.
6. I. Sluchinskaya, *Fundamentals of materials science and semiconductor technology* (Radio and communications, 2002) 376 p.
7. D. Grigoriev, *Resonators and resonator microwave delay system* (Radio and communication, 1984) 248 p.

**Received 10 August 2014.**

УДК 621.31+ 537.632

## АВТОМАТИЗИРОВАННЫЙ МАГНИТООПТИЧЕСКИЙ СПЕКТРОПОЛЯРИМЕТРИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СВОЙСТВ ТОНКИХ МАГНИТНЫХ ПЛЁНОК

*Ляшко С. Д., Ляшко Д. А.*

*Таврический национальный университет имени В .И. Вернадского, проспект академика  
Вернадского 4, Симферополь 295007, Республика Крым, Россия*

*E-mail: [roton@crimea.edu](mailto:roton@crimea.edu)*

В работе описан автоматизированный магнитооптический спектрополяриметрический комплекс, который позволяет производить исследования оптических и магнитооптических свойств тонких магнитных плёнок в оптическом диапазоне 400-750 нм (для оптических исследований – до 950 нм) в магнитном поле до 5 кЭ. Описанное устройство может быть использовано для исследования магнитооптических параметров тонких магнитных пленок, магнитофотонных, магнитоплазмонных кристаллов и т.п.

**Ключевые слова:** эффект Фарадея, микроконтроллер (МК), операционный усилитель (ОУ), аналогово-цифровой преобразователь (АЦП).

**PACS:** 84.30. ± r; 89.20.Bb; 42.25 Bs; 42.25. Lc

### ВВЕДЕНИЕ

Интерес к исследованию тонких магнитных плёнок обусловлен как особенностями их структуры и физических свойств, так и перспективами применения их в различной технике. Особый интерес в настоящее время вызывают исследования магнитофотонных [1, 2] и магнитоплазмонных [1, 3, 4] кристаллов, содержащих феррит-гранатовые слои и имеющих особенности в проявлении магнитооптических свойств (эффекты Фарадея и Керра), в различных участках спектрального диапазона.

Для обеспечения удобства исследования подобных структур необходим специализированный автоматизированный магнитополяриметр с развёрткой по длине волны, и развёрткой по магнитному полю в заданном спектральном диапазоне. Таких устройств на рынке представлено мало, а цена их, как правило, достаточно высока.

Для решения научно-исследовательских задач был разработан автоматизированный магнитооптический спектрополяриметрический комплекс, имеющий следующие параметры:

1. Спектральный диапазон 400-750 нм (для оптических исследований – до 950 нм) с шагом порядка 1 нм;
2. Точность определения угла вращения Фарадея 0.1 градус;
3. Диапазон изменения постоянного магнитного поля 0-5 кЭ;
4. Возможность как ручного, так и автоматизированного режима управления с ПК.

## 1. ОПИСАНИЕ ПРИБОРА

Блок-схема разработанного источника представлена на Рис. 1.

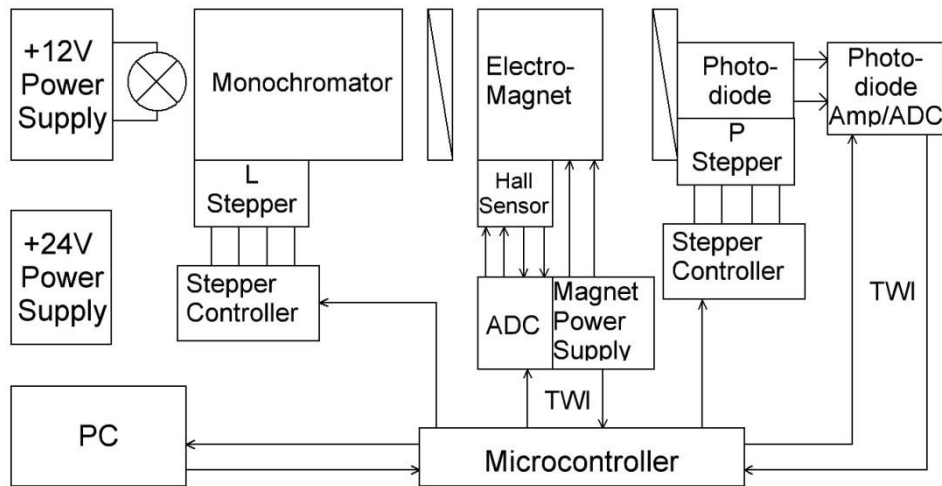


Рис. 1. Блок-схема магнитооптического спектрополяриметра.

Для измерения величины эффекта Фарадея применяется компенсационный метод. Для этого применяется следующий алгоритм:

Перед началом работы поляризатор и анализатор выставляются в скрещенное состояние.

Исследуемый образец помещается в держатель и размещается внутри электромагнита. В катушки электромагнита подаётся ток.

Благодаря эффекту Фарадея линейно поляризованный свет, проходя через намагниченный исследуемый образец, поворачивает вектор поляризации и через анализатор попадает на фоторегистрирующее устройство.

Посредством вращения анализатора по уровню сигнала с фотоприёмника определяется новое положение скрещенного состояния. Разница в градусах между скрещенными состояниями двух измерений, даёт искомый угол фарадеевского вращения.

При каждом последующем шаге с помощью монохроматора производится изменение длины волны падающего излучения и определяется соответствующая ему величина фарадеевского вращения. Эти точки зависимости фарадеевского вращения от длины волны и дают искомый спектр.

Источником монохромного излучения в установке является монохроматор, первичным излучателем в котором является вольфрамово-галогенная лампа с ориентацией спирали вдоль входной щели монохроматора.

В качестве поляризационных фильтров применены плёночные поляризаторы, один из которых неподвижно закреплён на выходе монохроматора, а второй

размещён перед фотодиодом на шестерне червячного редуктора и может вращаться без ограничения в обе стороны.

Развёртка по длине волны и углу Фарадеевского вращения производится с помощью биполярных шаговых двигателей, работающих в полшаговом режиме. В качестве контроллеров шаговых двигателей применены микросхемы фирмы Allegro A2917SEB, как хорошо зарекомендовавшие себя для этих целей и применяющиеся в различных устройствах. В связи с выделением достаточно большого количества тепловой энергии, они были закреплены на алюминиевых радиаторах с достаточной теплоёмкостью и площадью рассеивания.

Для питания цепей спектромагнитополяриметра и шаговых двигателей предусмотрен источник напряжения +24 В, собранный по классической схеме однотактного импульсного преобразователя по схеме блокинг-генератора.

Для питания лампы предусмотрен отдельный импульсный источник напряжения +12 В.

### **1.1. Усиление выходного сигнала**

Существует два способа получения сигнала от фотодиода: измерение напряжения и измерение тока. Для измерения напряжения схема должна иметь высокий импеданс, чтобы ток, текущий через её вход, был минимальным. В таких условиях измерение напряжения будет нелинейным, отношение входной световой энергии к выходному напряжению будет логарифмическим, так как чувствительность фотодиода изменяется в зависимости от приложенного к нему прямого напряжения. Поэтому, для получения линейной зависимости выходного сигнала от световой энергии целесообразно использовать измерение тока, а не напряжения. Как показано в статье [5] измеритель тока должен иметь нулевой входной импеданс, чтобы падение напряжения на диоде также было нулевым. Нулевой импеданс обеспечивает операционный усилитель, благодаря большому усилению которого обратная связь устанавливает нулевую разность напряжения между входами. Ток практически не течёт через вход операционного усилителя, целиком направляясь в резистор обратной связи. Для получения как можно большего коэффициента преобразования тока в напряжение сопротивление обратной связи делают настолько большим, насколько позволяют существующие ограничения. Для увеличения эффективности преобразователя применяют схему с дифференциальным входом на ОУ. Так как фотодиод генерирует токовый сигнал, он доступен на обоих выводах этого датчика и может подключаться между инвертирующим и неинвертирующим входами ОУ, тем самым создавая второе напряжение сигнала, которое и увеличивает усиление схемы. Здесь также отсутствует постоянное напряжение на фотодиоде, так как он включён между входами операционного усилителя. А так как напряжение между входами практически равно нулю, то отсутствует и ток утечки фотодиода [5]. В установке применён кремневый фотодиод ФД-288б, для усиления сигнала которого были применены ОУ ОР07, хорошо зарекомендовавшие себя низким уровнем шумов. Обратная связь подбиралась с расчётом, чтобы максимальный выходной сигнал был равен 2,5 В. Для более точного детектирования сигнала в

коротковолновой части оптического спектра, а также увеличения точности определения угла фарадеевского вращения были применены дополнительные масштабирующие неинвертирующие усилители на ОУ ОР07 с коэффициентами усиления 5, 10 и 40.

Общая схема усилителя фотодиода представлена на Рис. 2.

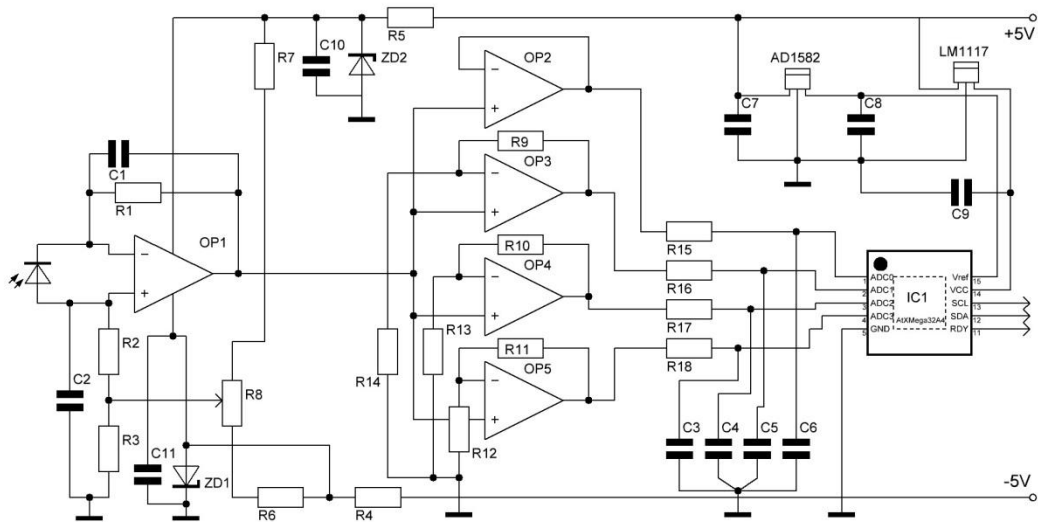


Рис. 2. Схема усилителя фотодиода.

Для питания цепей усилителей были применены схемы понижающего инвертирующего стабилизаторов на микросхеме 34063, выполненных по классической схеме. Для дополнительной стабилизации питания были применены стабилитроны ZD1 и ZD2.

Для балансировки усилителя постоянного тока (установки на его выходе нулевого напряжения при перекрытом световом потоке) предусмотрен переменный резистор R8, выведенный на заднюю стенку фотометра.

Для регистрации выходного сигнала был применён микроконтроллер AtMega32A4, функций и выводов которого было достаточно для выполнения данной задачи. 4 канала 12-разрядного АЦП МК были подключены к выходам масштабирующих усилителей, переключение коэффициента усиления производится программным выбором входа АЦП МК. В качестве источника опорного напряжения была применена микросхема AD1582 с напряжением стабилизации 2,5 В, параметров которой было достаточно для применения вместе с АЦП МК.

Для связи с основным микроконтроллером была применена шина TWI.

## 1.2. Управление электромагнитом и измерение магнитного поля

Для измерения магнитооптических параметров тонких плёнок необходим источник магнитного поля. В данной установке для этой цели применён



электромагнит с креплением для образца в центре зазора. Для прохождения света сквозь электромагнит в его кернах сделаны специальные отверстия. Для измерения тепловой зависимости магнитооптических параметров на держателе предусмотрено крепление нагревательного элемента для образца.

Для управления электромагнитом был применён автоматизированный источник постоянного тока из [7], собранный на МК AtMega32A4, модифицированный для управления по шине TWI и совмещённый со схемой измерения напряжённости магнитного поля.

Для измерения величины напряжённости магнитного поля был применён датчик Холла ДХК-0,5а, расположенный в зазоре электромагнита рядом с образцом. В качестве источника опорного тока для датчика был применён источник опорного напряжения МАХ6250, ток от которого ограничен точным резистором до 3 мА. Для измерения напряжённости магнитного поля сигнал с датчика Холла усиливается с помощью прецизионного инструментального усилителя INA118, а затем оцифровывается с помощью АЦП МК АТХМЕГА32А4. Для связи с основным контроллером была также применена шина TWI.

### 1.3. Управление работой спектрополяриметра

В качестве основного управляющего элемента спектромагнитополяриметра был применён широко известный микроконтроллер AtMega32, его коммутация с другими узлами установки производилась по шине TWI, а управление контроллерами шаговых двигателей – по параллельному интерфейсу. Для ручного режима работы предусмотрен символьный ЖК-экран 2 строки 16 символов, на который выводятся текущие значения сигнала с фотодиода, длины волны излучения и магнитного поля в электромагните. Для управления шаговыми двигателями в ручном режиме применены 4 кнопки, подключённые к АЦП входу микроконтроллера.

Для дистанционного управления с ПК был использован интерфейс UART МК на скорости 115200 бод, 1 стартовый бит, 8 бит данных, без контроля чётности. Так как в большинстве компьютеров СОМ-порт отсутствует, в качестве коммутирующей микросхемы была выбрана схема на FT232RL в связи с её простотой и надёжностью. Для управления с ПК была написана программа, позволяющая производить автоматическую развёртку зависимостей угла фарадеевского вращения от длины волны и от магнитного поля. Возможен также режим работы комплекса в качестве фотометра при измерении коэффициентов оптического пропускания образцов. В этом случае поляризаторы выставляются в параллельном состоянии и производится измерение зависимости амплитуды сигнала фотодиода от длины волны. Для получения спектра пропускания необходимо сначала снять зависимость амплитуды от длины волны без образца, а затем – с исследуемым образцом. Спектр пропускания исследуемого образца можно получить, разделив кривую образца на кривую установки.

Для калибровки по длине волны требуется получить две точки соответствия длины волны количеству шагов шагового двигателя и записать их в настройки

программы, после чего пересчёт шагов в единицы длины волны производится автоматически.

### ВЫВОДЫ

В работе представлено описание созданного автоматизированного спектромагнитополяриметра, необходимого для проведения исследований тонких магнитных плёнок, магнитофотонных и магнитоплазмонных кристаллов и других научных исследованиях. При испытаниях прибор показал хорошие эксплуатационные характеристики. Результаты, полученные с помощью описанного прибора помогут в разработке магнитофотонных и магнитоплазмонных кристаллов для применения их в различных устройствах.

### Список литературы

1. Inoue M. Magnetophotonic Crystals: Experimental Realization and Applications / M. Inoue, A. V. Baryshev, T. Goto [et al.] ; M. Inoue et al. (eds.) // Magnetophotonics. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg. – 2013. – P. 163.
2. Microcavity One-Dimensional Magnetophotonic Crystals with Double Layer Iron Garnet / V. N. Berzhansky, T. V. Mikhailova, A. V. Karavainikov, A. R. Prokopov, A. N. Shaposhnikov, I. N. Lukienko, Yu. N. Kharchenko, O. V. Miloslavskaya, N. F. Kharchenko // J. Magn. Soc. Jpn. – 2012. – Vol. 36, No 1\_2. – P. 42.
3. Interplay of surface resonances in one-dimensional plasmonic magnetophotonic crystal slabs / A. V. Baryshev, K. Kawasaki, P. B. Lim, and M. Inoue // Phys. Rev. B. – 2012. – Vol. 85. – P. 205130.
4. Hamidi S. M. Contribution of Au nanoparticles to the longitudinal magneto-optical Kerr effect of Bragg reflector based magneto-plasmonic multilayers / S. M. Hamidi, H. Normohammadi, M. M. Tehrani // Optics & Laser Technology. – 2013. – Vol. 49. – P. 237–242.
5. Philip Hobbs. Photodiode monitoring with OP AMPs / Philip Hobbs, Burr-Brown, Texas Instruments, <http://www.ti.com/lit/an/sboa035/sboa035.pdf>, режим доступа — свободный.
6. Ляшко С. Д. Автоматизированный источник постоянного тока с функцией дистанционного управления для лабораторных исследований / С. Д. Ляшко, Д. А. Ляшко // Ученые записки Таврического национального университета имени В. И. Вернадского. Серия: Физико-математические науки. – 2013. – Т. 26 (65), № 2. – С. 151-157.
7. Вестерман Д. Применение трансимпедансных усилителей / Д. Вестерман // Новости Электроники. – 2008. – № 5. – С. 29.
8. MC34063 – Texas Instruments Incorporated, datasheet, <http://ti.com/lit/ds/symlink/mc34063a.pdf>, режим доступа — свободный.
9. AtMega32 – Atmel, datasheet, <http://www.atmel.com/Images/doc2503.pdf>, режим доступа — свободный.

**Ляшко С. Д. Автоматизованний магнітооптичний спектрополяриметричний комплекс для дослідження властивостей тонких магнітних плівок / С. Д. Ляшко, Д. А. Ляшко // Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія : Фізико-математичні науки. – 2014. – Т. 27 (66), № 2. – С. 141-147.**

У роботі описаний автоматизований магнітооптичний спектрополяриметричний комплекс, який дозволяє проводити дослідження оптичних та магнітооптичних властивостей тонких магнітних плівок в оптичному діапазоні 400-750 нм (для оптичних досліджень - до 950 нм) в магнітному полі до 5кЕ. Описаний пристрій може бути використано для дослідження магнітооптичних параметрів тонких магнітних плівок, магнитофотонних, магнітоплазмонних кристалів тощо.

**Ключові слова:** ефект Фарадея, мікроконтролер (МК), операційний підсилювач (ОУ), аналогово-цифровий перетворювач (АЦП).

**Lyashko S. D. Automated spectropolarimetric magneto-optical complex for studying the properties of thin magnetic films / S. D. Lyashko, D. A. Lyashko // Scientific Notes of Taurida National V. I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2014. – Vol. 27 (66), No 2. – P. 141-147.**

The article describes an automated magneto-optical spectropolarimetric complex, which allows the study of the optical and magneto-optical properties of thin magnetic films in the optical range of 400-750 nm (for optical research - up to 950 nm) in a magnetic field up to 5kE. The described device can be used to study parameters magneto magnetic thin films magnetophotonic, magnetoplasmonic crystals, etc.

**Keywords:** Faraday effect, the microcontroller (MC), an operational amplifier (op amp), analog-to-digital converter (ADC).

#### References

1. M. Inoue, A. V. Baryshev, T. Goto, S. M. Baek, S. Mito, H. Takagi, P. B. Lim, "Magnetophotonic Crystals: Experimental Realization and Applications," in *Magnetophotonics*; Ed. by M. Inoue et al. (Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013), p. 163.
2. V. N. Berzhansky, T. V. Mikhailova, A. V. Karavainikov, A. R. Prokopov, A. N. Shaposhnikov, I. N. Lukienko, Yu. N. Kharchenko, O. V. Miloslavskaya, N. F. Kharchenko, *J. Magn. Soc. Jpn.* **36**, No. 1\_2, 42 (2012).
3. A. V. Baryshev, K. Kawasaki, P. B. Lim, and M. Inoue, *Phys. Rev. B* **85**, 205130 (2012).
4. S. M. Hamidi, H. Normohammadi, M. M. Tehranchi, *Optics & Laser Technology* **49**, 237 (2013).
5. Philip Hobbs, Burr-Brown, Texas Instruments, *Photodiode monitoring with OP AMPs*, <http://www.ti.com/lit/an/sboa035/sboa035.pdf>.
6. S. D. Lyashko, D. A. Lyashko, Automated DC Power Supply with Possibility of Remote Control for Research Purposes, *Scientific Notes of Taurida National V. I. Vernadsky University, Ser. Physics and Mathematics Sciences* **26 (65)**, No. 2, 151 (2013).
7. D. Vesterman, *Novosti Ehlektroniki* 5, 29 (2008).
8. MC34063 – Texas Instruments Incorporated, datasheet, <http://ti.com/lit/ds/symlink/mc34063a.pdf>.
9. AtMega32 – Atmel, datasheet, <http://www.atmel.com/Images/doc2503.pdf>.

*Received 21 September 2014.*

## TABLE OF CONTENTS

<b>1. Localization of Fundamental Modes on a Twist Defect in a Twisted Anisotropic Fiber</b>	5
<i>Alexeyev C. N., Lapin B. P., Yavorsky M. A. ....</i>	
<b>2. Algebra of Optical Quarks</b>	14
<i>Egorov Yu. A., Konovalenko V. L., Volyar A. V. ....</i>	
<b>3. Generation of an Array of Vector Bottle Beams</b>	23
<i>Shostka N. V., Shostka V. I., Ivanov M. ....</i>	
<b>4. Conversion of phase structure of singular beams in uniaxial crystals</b>	29
<i>Sokolenko B. V. ....</i>	
<b>5. Scalar Field Potential Distribution for Two a “Thick” Null String Moving Along the Axis-Z</b>	37
<i>Lelyakov A. P., Kovalev A. O. ....</i>	
<b>6. Dynamics of a Test Null String in the Gravitational Field of a Closed “Thick” Null String Moving in the Plane</b>	50
<i>Lelyakov A. P., Karpenko A. S., Babadzhan R.-D. A. ....</i>	
<b>7. Three-pulse NMR echo in <math>\text{CoCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}</math></b>	65
<i>Ryabushkin D. S., Sapiga A. V., Solovyev A. V. ....</i>	
<b>8. NMR of <math>^{23}\text{Na}</math> in Natrolite</b>	70
<i>Paczwa M., Sapiga A. A., Olszewski M., Sergeev N. A., Sapiga A. V. ....</i>	
<b>9. Modification of the Electrical Properties of <math>\text{LiNbO}_3</math> Single Crystals by Annealing in Saturated Water Vapor</b>	79
<i>Pritulenko A. S., Yatsenko A. V., Sugak D. Yu., Solskii I. M. ....</i>	
<b>10. Angular Dependence of EPR Line Intensities Observed in Nickel-Doped <math>\text{GaBO}_3</math></b>	86
<i>Seleznyova K., Strugatsky M., Yagupov S., Kliava J. ....</i>	
<b>11. Using Indicatory Surfaces for the Study of Anisotropy of Thermal Crystal Expansion</b>	92
<i>Maksimova E. M., Zamkovskaya A. I. ....</i>	
<b>12. Petrography of Iron Meteorites on the Case Study of the Sikhote-Alin Meteorite Fragments</b>	99
<i>Maksimova E. M., Nauhatsky I. A., Hontsova S. S., Milyukova E. T. ....</i>	

<b>13. Nanostructured semiconductors obtained by the powder method</b> <i>Mazinov A. S., Shevchenko A. I., Voskresensky V. M., Gurchenko V. S., Kuropatkin A. V., Terukov E. I., Afanasyev V. P.</i> .....	107
<b>14. Modeling of Quasi-Stationary Electromagnetic Field Near the Conductive Body for Problems of Eddy Current Magneto-Optical Testing</b> <i>Filippov D. M., Lugovskoy N. V., Berzhansky V. N., Pankov F. N.</i> .....	115
<b>15. Features of the Resonator Converter's Application for Semiconductor Materials Diagnostics</b> <i>Poletaev D. A.</i> .....	132
<b>16. Automated spectropolarimetric magneto-optical complex for studying the properties of thin magnetic films</b> <i>Lyashko S. D., Lyashko D. A.</i> .....	141
<b>TABLE OF CONTENTS</b> .....	148

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>1. Локализация фундаментальных мод на дефекте скрутки в скрученном анизотропном волокне</b> <i>Алексеев К. Н., Лапин Б. П., Яворский М. А.</i> .....	5
<b>2. Алгебра оптических кварков</b> <i>Егоров Ю. А., Коноваленко В. Л., Воляр А. В.</i> .....	14
<b>3. Генерация массива векторных бутылочных пучков</b> <i>Шостка Н. В., Шостка В. И., Иванов М.</i> .....	23
<b>4. Преобразование фазовой структуры сингулярного пучка в одноосном кристалле</b> <i>Соколенко Б. В.</i> .....	29
<b>5. Распределение потенциала скалярного поля для системы из двух замкнутых нуль-струн неизменного со временем радиуса, движущихся вдоль оси z</b> <i>Леяков А. П., Ковалев А. О.</i> .....	37
<b>6. Динамика пробной нуль-струны в гравитационном поле замкнутой «размазанной» нуль-струны движущейся в плоскости</b> <i>Леяков А. П., Карпенко А. С., Бабаджан Р.-Д. А.</i> .....	50
<b>7. Трехимпульсное эхо ЯМР в <math>\text{CoCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}</math></b> <i>Рябушкин Д. С., Сапига А. В., Соловьев А. В.</i> .....	65
<b>8. ЯМР <math>^{23}\text{Na}</math> в натролите</b> <i>Пачва М., Сапига А. А., Ольшевски М., Сергеев Н. А., Сапига А. В.</i> .....	70
<b>9. Модификация электрических свойств монокристаллов <math>\text{LiNbO}_3</math> отжигом в насыщенных парах воды</b> <i>Притуленко А. С., Яценко А. В., Сугак Д. Ю., Сольский И. М.</i> .....	79
<b>10. Угловая зависимость интенсивностей линий ЭПР в <math>\text{GaVO}_3</math>, легированном никелем</b> <i>Селезнева К., Стругацкий М., Ягунов С., Клява Я.</i> .....	86
<b>11. Использование указательных поверхностей для исследования анизотропии теплового расширения кристаллов</b> <i>Максимова Е. М., Замковская А. И.</i> .....	92
<b>12. Петрография железных метеоритов на примере изучения фрагментов Сихотэ-Алиньского метеорита</b> <i>Максимова Е. М., Наухацкий И. А., Гонцова С. С., Милюкова Е. Т.</i> .....	99

<b>13. Наноструктурированные полупроводники, полученные порошковым методом</b> <i>Мазинов А. С., Шевченко А. И., Воскресенский В. М., Гурченко В. С., Куропаткин А. В., Теруков Е. И., Афанасьев В. П.</i> .....	107
<b>14. Моделирование квазистационарного электромагнитного поля вблизи проводящего тела для задач вихретоковой магнитооптической дефектоскопии</b> <i>Филиппов Д. М., Луговской Н. В., Бержанский В. Н., Панков Ф. Н.</i> .....	115
<b>15. Особенности применения резонансных измерительных преобразователей для диагностики полупроводниковых материалов</b> <i>Полетаев Д. А.</i> .....	132
<b>16. Автоматизированный магнитооптический спектрополяриметрический комплекс для исследования свойств тонких магнитных плёнок</b> <i>Ляшко С. Д., Ляшко Д. А.</i> .....	141
<b>СОДЕРЖАНИЕ</b> .....	148

## ЗМІСТ

<b>1. Локалізація фундаментальних мод на дефекті скрутки в скрученому анізотропному волокні</b> <i>Алексєєв К. М., Лапін Б. П., Яворський М. А.</i> .....	5
<b>2. Алгебра оптических кварков</b> <i>Егоров Ю. О., Коноваленко В. Л., Воляр О. В.</i> .....	14
<b>3. Генерація масиву векторних пляшкових пучків</b> <i>Шостка Н. В., Шостка В. І., Іванов М.</i> .....	23
<b>4. Перетворення фазової структури сингулярності пучка в одноосних кристалах</b> <i>Соколенко Б. В.</i> .....	29
<b>5. Розподіл потенціалу скалярного поля для системи з двох замкнутих нуль-струн незмінного з часом радіуса, що рухаються уздовж осі z</b> <i>Лесяков О. П., Ковальов А. О.</i> .....	37
<b>6. Динаміка пробної нуль-струни в гравітаційному полі замкненої «розмазаної» нуль-струни, що прямує в площині</b> <i>Лесяков О. П., Карпенко А. С., Бабаджан Р.-Д. О.</i> .....	50
<b>7. Трехімпульсное луна ЯМР у <math>\text{CoCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}</math></b> <i>Рябушкін Д. С., Санига А. В., Солов'йов А. В.</i> .....	65
<b>8. ЯМР <math>^{23}\text{Na}</math> в натроліті</b> <i>Пачва М., Санига О. О., Ольшевски М., Сергєєв М. А., Санига О. В.</i> .....	70
<b>9. Модифікація електричних властивостей монокристалів <math>\text{LiNbO}_3</math> відпалюванням у насиченій водній парі</b> <i>Притуленко А. С., Яценко О. В., Сугак Д. Ю., Сольский В. М.</i> .....	79
<b>10. Кутова залежність інтенсивностей ліній ЕПР в <math>\text{GaVO}_3</math>, легованому нікелем</b> <i>Селезньова К., Стругацький М., Ягунов С., Клява Я.</i> .....	86
<b>11. Використання вказівних поверхонь для дослідження анізотропії теплового розширення кристалів</b> <i>Максимова О. М., Замковська А. І.</i> .....	92
<b>12. Петрографія залізних метеоритів на прикладі вивчення фрагментів Сіхоте-Алінського метеорита</b> <i>Максимова О. М., Наухацькій І. А., Гонцова С. С., Мілюкова О. Т.</i> .....	99



<b>13. Наноструктуровані напівпровідники, отримані порошковим методом</b> <i>Мазінов А. С., Шевченко О. І., Воскресенський В. М., Гурченко В. С., Куропаткін М. І., Теруков Є. І., Афанасьєв В. П.</i> .....	107
<b>14. Моделювання квазістаціонарного електромагнітного поля поблизу провідного тіла для задач вихрострумової магнітооптичної дефектоскопії</b> <i>Філіппов Д. М., Луговський Н. В., Бержанський В. Н., Панков Ф. М.</i> .....	115
<b>15. Особливості застосування резонансних вимірювальних перетворювачів для діагностики напівпровідникових матеріалів</b> <i>Полетаєв Д. О.</i> .....	132
<b>16. Автоматизований магнітооптичний спектрополяриметричний комплекс для дослідження властивостей тонких магнітних плівок</b> <i>Ляшко С. Д., Ляшко Д. А.</i> .....	141
<b>ЗМІСТ</b> .....	148