

Журнал основан в 1918 г.

УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ
ТАВРИЧЕСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО
УНИВЕРСИТЕТА имени В. И. ВЕРНАДСКОГО

Научный журнал

Серия "Физико-математические науки"

Том 25(64), № 1

Таврический национальный университет имени В.И. Вернадского
Симферополь, 2012

Редакционный совет журнала

«Ученые записки Таврического национального университета имени В.И. Вернадского»:

1. Багров Н.В. – д. г. н., проф., академик НАН Украины, (главный редактор)
2. Шульгин В.Ф. – д. химии н., проф. (зам. главного редактора)
3. Дзедолик И.В. – д. ф.-м. н., доц. (отв. секретарь)

Члены Совета (редакторы серий и разделов серий):

- | | |
|--|--|
| 1. Бержанский В.Н. – д. ф.-м. н., проф. | 7. Копачевский Н.Д. – д. ф.-м. н., проф. |
| 2. Богданович Г.Ю. – д. филол. н., проф. | 8. Подсолонко В.А. – д. э. н., проф. |
| 3. Вахрушев Б.А. – д. г. н., проф. | 9. Ротань В.Г. – д. ю. н., проф. |
| 4. Гришковец В.И. – д. х. н., проф. | 10. Темурьянц Н.А. – д. б. н., проф. |
| 5. Казарин В.П. – д. филол. н., проф. | 11. Шоркин А.Д. – д. филос. н., проф. |
| 6. Климчук С.В. – д. э. н., доц. | 12. Юрченко С.В. – д. полит. н., проф. |

Редакционный коллегия серии «Физико-математические науки»

Раздел «Физика»:

Алексеев К.Н. – д. ф.-м. н., проф.
Бержанский В.Н. – д. ф.-м. н., проф.,
(редактор серии, редактор раздела «Физика»),
(v.n.berzhansky@gmail.com)
Воляр А.В. – д. ф.-м. н., проф.
Глумова М.В. – к. ф.-м. н., доц.
Дзедолик И.В. – д. ф.-м. н., доц.
Полулях С.Н. – д. ф.-м. н., доц.
Пономаренко В.И. – д. ф.-м. н., проф.
Стругацкий М.Б. – д. ф.-м. н., доц.
Терез Э.И. – д. т. н., проф.
Фридман Ю.А. – д. ф.-м. н., проф.
Яценко А.В. – д. ф.-м. н., доц.
Михайлова Т.В. (отв. секретарь),
(taciamichek@gmail.com)

Раздел «Математика»:

Анашкин О.В. – д. ф.-м. н., доц.
Белан Е.П. – д. ф.-м. н., проф.
Донской В.И. – д. ф.-м. н., проф.
Копачевский Н.Д. – д. ф.-м. н., проф. (редактор
раздела «Математика»), (kopachevsky@list.ru)
Муратов М.А. – д. ф.-м. н., проф.
Орлов И.В. – д. ф.-м. н., проф.
Рудницкий О.И. – к. ф.-м. н., доц.
Самойленко Ю.С. – д. ф.-м. н., проф., чл.-корр.
НАНУ
Старков П.А. – к. ф.-м. н., доц. (отв. секретарь)
Чехов В.Н. – д. ф.-м. н., проф.

**Печатается по решению Ученого совета Таврического национального университета
имени В.И. Вернадского, протокол № 6 от 26.06. 2012 г.**

Подписано в печать 30.06. 2012 формат 70x100/16
5,2 усл. п. л. 8,8 уч.-изд. л. Тираж 500. Заказ №35.

Отпечатано в информационно-издательском отделе ТНУ.
пр. Вернадского 4, г. Симферополь, 95007

«Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського»

Науковий журнал. Том 25(64), № 1. Фізико-математичні науки.

Сімферополь, Таврійський національний університет імені В.І. Вернадського, 2012

Журнал заснований у 1918 р.

Адреса редакції: пр. Вернадського, 4, м. Сімферополь, 95007

Надруковано у інформаційно-видавничому відділі Таврійського національного університету
імені В.І. Вернадського. пр. Вернадського, 4, м. Сімферополь, 95007

<http://science.crimea.edu/zapiski/zapis.html>

УДК 539. 391+514. 764.2

РОЗВ'ЯЗОК РІВНЯНЬ ЕЙНШТЕЙНА ДЛЯ «РОЗМАЗАНОЇ» НУЛЬ-СТРУНИ, ЩО РАДІАЛЬНО КОЛАПСУЄ В ПЛОЩИНІ $z = 0$

Леяков О.П., Карпенко А.С.

*Таврійський національний університет імені В.І. Вернадського, Сімферополь, Україна
E-mail: ansergar@mail.ru*

У роботі знайдений розв'язок системи рівнянь Ейнштейна для «розмазаної» замкненої нуль-струни, що радіально колапсує в площині $z = 0$. Так само запропоновано загальний вигляд розподілу потенціалу, який описує рух скалярного поля для «розмазаної» нуль-струни, що радіально колапсує в площині $z = 0$. Знайдено умови, за яких компоненти тензора енергії-імпульсу скалярного поля, при стисканні поля в одновимірний об'єкт, асимптотично збігаються з компонентами тензора енергії-імпульсу замкненої нуль-струни.

Ключові слова: нуль-струна, скалярне поле, космологія.

ВСТУП

Струнні теорії, хронологія яких нараховує трохи більше трьох десятків років продовжують очевидно перебувати у стані невпинного розвитку, часом бурхливого а часом і більш спокійного. Цей розвиток підтверджується великою кількістю статей, монографій, праць, конференцій тощо. І хоча існує низка проблем, що виникли на попередніх і на сучасному етапах розвитку, струнні теорії заворожують своїми вже відомими, часто справді красивими результатами, обіцяючи і у подальшому великі можливості та перспективи. Очевидно, що концепція струн і, більш загально, багатовимірних об'єктів і надалі відіграватиме важливу (якщо не сказати центральну) роль у побудові остаточної теорії єдиного опису усіх чотирьох типів фундаментальних взаємодій. Серед різноманітних напрямків у теорії струн окремим і досить важливим є той, котрий охоплює дослідження ролі струнних об'єктів у космології. Як відомо, калібрувальні теорії Великого об'єднання з ідеєю спонтанного порушення симетрії передбачають можливість утворення у процесі фазових переходів у ранньому Всесвіті одновимірних топологічних дефектів – космічних струн. Питання про вплив таких об'єктів, його значимість і конкретні прояви у подальшому розвитку нашого Всесвіту заслуговує на серйозну увагу і дослідження. Даній тематиці у сучасній науковій літературі присвячено чимало статей, і вже утворилися цілі напрямки із застосування космічних струн до тих чи інших проблем сучасної космології, серед яких найбільша увага приділяється струнним механізмам утворення первісних неоднорідностей густини речовини, проблемі чорної матерії, інфляційному сценарію за участю струн та ін. [1 - 7]. У подальшому, із надходженням все нових і нових даних спостережень, зрозуміло, що далеко не всі із цих напрямків витримають перевірку часом. Тим не менше, цілком обнадійливим можна вважати те, що все частіше з'являються роботи, спрямовані на можливе експериментальне виявлення космічних струн [8].

Нуль-струни реалізують границю нульового натягу в теорії струн [5, 7]. Компоненти тензора енергії-імпульсу для нуль-струни мають такий вигляд:

$$T^{mn} \sqrt{-g} = \gamma \int d\tau d\sigma \alpha_{,\tau}^m \alpha_{,\tau}^n \delta^4(x^l - x^l(\tau, \sigma)), \quad (1)$$

де індекси m, n, l набувають значень 0, 1, 2, 3, функції $x^m = x^m(\tau, \sigma)$ визначають траєкторію руху нуль-струни, τ і σ – параметри на світовій поверхні нуль-струни, $\alpha_{,\tau}^m = \partial x^m / \partial \tau$, $g = |g_{mn}|$, g_{mn} – метричний тензор зовнішнього простору, $\gamma = const$.

У циліндричній системі координат

$$x^0 = t, \quad x^1 = \rho, \quad x^2 = \theta, \quad x^3 = z,$$

функції $x^m(\tau, \sigma)$, які визначають траєкторію руху замкненої нуль-струни, що радіально колапсує в площині $z = 0$, мають такий вигляд:

$$t = \tau, \quad \rho = -\tau, \quad \theta = \sigma, \quad z = 0, \quad \tau \in (-\infty; 0]. \quad (2)$$

Можна зазначити, що траєкторія (2), наприклад, реалізується при русі замкненої нуль-струни у просторі-часу Переса, який традиційно описує поле випромінювання з ізотропним тензором енергії-імпульсу.

Для (2) відмінними від нуля будуть такі компоненти тензора енергії-імпульсу (1)

$$T^{00} = T^{11} = -T^{01} = \frac{\gamma}{\sqrt{-g}} \delta(z) \delta(\eta), \quad (3)$$

де $\eta = t + \rho$.

Оскільки для траєкторії руху (2) усі напрямки на гіперповерхностях $z = const$ еквівалентні, то метричні функції $g_{mn} = g_{mn}(t, \rho, z)$, тоді, використовуючи інваріантність квадратичної форми щодо інверсії θ на $-\theta$, одержуємо $g_{02} = g_{12} = g_{32} = 0$. Так само можна помітити, що квадратична форма простору-часу повинна бути інваріантна щодо інверсії $z \rightarrow -z$, тоді

$$g_{mn}(t, \rho, z) = g_{mn}(t, \rho, -z). \quad (4)$$

Наслідком (4) є $g_{03} = g_{13} = 0$. Остаточно, використовуючи свободу вибору систем координат у ЗТВ, частково зафіксуємо її вимогою $g_{01} = 0$. Таким чином, квадратична форма для задачі, що розв'язується, може бути подана так

$$dS^2 = e^{2\nu} (dt)^2 - A(d\rho)^2 - B(d\theta)^2 - e^{2\mu} (dz)^2, \quad (5)$$

де ν, μ, A, B – функції змінних t, ρ, z .

Оскільки траєкторія (2) повинна буди одним із розв'язків рівнянь руху нуль-струни, то можна одержати додаткові умови (зв'язки) на метричні функції, при виконанні яких траєкторія руху нуль-струни, що задається (2), залишається незмінною.

Рух нуль-струни в псевдоримановому просторі визначається такої системою рівнянь:

$$x_{,\tau\tau}^m + \Gamma_{pq}^m x_{,\tau}^p x_{,\tau}^q = 0, \quad (6)$$

$$g_{mn}x_{,\tau}^m x_{,\tau}^n = 0, \quad g_{mn}x_{,\tau}^m x_{,\sigma}^n = 0, \quad (7)$$

де Γ_{pq}^m – символи Кристофеля. Можна безпосередньо переконатися в тому, що для траєкторії (2) перше з рівнянь (7) для (5), має такий вигляд $e^{2\nu} - A = 0$, звідки

$$e^{2\nu} \equiv A, \quad (8)$$

а рівняння системи (6), (7), що залишилися, для (2), (5) за умови (8) зводяться до єдиного рівняння $v_{,t} - v_{,\rho} = 0$, звідки

$$v = v(\eta, z). \quad (9)$$

Тоді згідно (4) маємо

$$v(\eta, z) = v(\eta, -z). \quad (10)$$

Аналізуючи систему рівнянь Ейнштейна, побудовану для (3), (5), та використовуючи знайдені умови (8) – (10), можна до визначити залежність функцій квадратичної форми (5), а саме

$$B = B(\eta, z), \quad \mu = \mu(\eta, z), \quad (11)$$

при цьому, сама система Ейнштейна зводиться до додаткових рівнянь

$$\frac{B_{,\eta\eta}}{B} + 2\mu_{,\eta\eta} - 2v_{,\eta} \left(\frac{B_{,\eta}}{B} + 2\mu_{,\eta} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{B_{,\eta}}{B} \right)^2 + 2(\mu_{,\eta})^2 = -2\chi T_{00}, \quad (12)$$

$$\left(\frac{B_{,z}}{B} \right)_{,z} + \frac{1}{2} \left(\frac{B_{,z}}{B} \right)^2 + \frac{B_{,z}}{B} (2v_{,z} - \mu_{,z}) = 0, \quad (13)$$

$$\frac{B_{,\eta z}}{B} + 2v_{,\eta z} - v_{,z} \left(\frac{B_{,\eta}}{B} + 2\mu_{,\eta} \right) - \frac{1}{2} \frac{B_{,z}}{B} \left(\frac{B_{,\eta}}{B} + 2\mu_{,\eta} \right) = 0, \quad (14)$$

$$2v_{,zz} + 4(v_{,z})^2 + v_{,z} \left(\frac{B_{,z}}{B} - 2\mu_{,z} \right) = 0, \quad (15)$$

$$(v_{,z})^2 + v_{,z} \frac{B_{,z}}{B} = 0, \quad (16)$$

де $T_{00} = \gamma \frac{e^{2\nu-\mu}}{\sqrt{B}} \delta(\eta) \delta(z)$.

Використовуючи знайдені умови (8), (9), (11) для (5), одержуємо

$$dS^2 = e^{2\nu} \left((dt)^2 - (d\rho)^2 \right) - B(d\theta)^2 - e^{2\mu} (dz)^2, \quad (17)$$

де $v = v(\eta, z)$, $B = B(\eta, z)$, $\mu = \mu(\eta, z)$. Також можна відзначити, що в (17), згідно з (4), функції $B(\eta, z)$ і $\mu(\eta, z)$ є парними по z , тобто

$$B(\eta, z) = B(\eta, -z), \quad \mu(\eta, z) = \mu(\eta, -z). \quad (18)$$

Надалі, при інтегруванні рівнянь Ейнштейна застосуємо алгоритм запропонований у роботі [8], тобто при інтегруванні рівнянь Ейнштейна будемо розглядати компоненти нуль-струнного тензора енергії-імпульсу як границю

розмазаного «розподілу», у якості якого виберемо дійсне безмасове скалярне поле, вимагаючи при цьому, щоб компоненти тензора енергії-імпульсу скалярного поля в границі стиску в одновимірний об'єкт асимптотично збігалися з компонентами нуль-струнного тензора енергії-імпульсу.

1. РОЗПОДІЛ ПОТЕНЦІАЛУ СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ ДЛЯ «РОЗМАЗАНОЇ» НУЛЬ-СТРУНИ

Компоненти тензора енергії-імпульсу для дійсного без масового скалярного поля мають такий вигляд

$$T_{\alpha\beta} = \varphi_{,\alpha}\varphi_{,\beta} - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}L, \quad (19)$$

де $L = g^{\omega\lambda}\varphi_{,\omega}\varphi_{,\lambda}$, $\varphi_{,\alpha} = \partial\varphi/\partial\alpha$, φ – потенціал скалярного поля, індекси $\alpha, \beta, \omega, \lambda$ набувають значень 0, 1, 2, 3. Для того, щоб забезпечити само узгодженість рівнянь Ейнштейна для (17), (19), будемо вимагати

$$T_{\alpha\beta} = T_{\alpha\beta}(\eta, z) \rightarrow \varphi = \varphi(\eta, z). \quad (20)$$

Розписуючи (19) для (17), (20), одержуємо

$$\begin{aligned} T_{00} &= (\varphi_{,\eta})^2 + \frac{e^{2(\nu-\mu)}}{2}(\varphi_{,z})^2, \quad T_{11} = (\varphi_{,\eta})^2 - \frac{e^{2(\nu-\mu)}}{2}(\varphi_{,z})^2, \\ T_{22} &= -\frac{Be^{-2\mu}}{2}(\varphi_{,z})^2, \quad T_{33} = \frac{1}{2}(\varphi_{,z})^2, \\ T_{01} &= (\varphi_{,\eta})^2, \quad T_{03} = T_{13} = \varphi_{,\eta}\varphi_{,z}. \end{aligned} \quad (21)$$

Система рівнянь Ейнштейна для (17), (21) може бути представлена у такому вигляді

$$2\nu_{,\eta}\mu_{,\eta} + 2\nu_{,\eta}\frac{B_{,\eta}}{2B} - \mu_{,\eta\eta} - (\mu_{,\eta})^2 - \frac{B_{,\eta\eta}}{2B} + \left(\frac{B_{,\eta}}{2B}\right)^2 = \chi(\varphi_{,\eta})^2, \quad (22)$$

$$\frac{-B_{,\eta z}}{2B} - \nu_{,\eta z} + \frac{B_{,z}}{2B}\frac{B_{,\eta}}{2B} + \frac{B_{,\eta}}{2B}\nu_{,z} + \frac{B_{,z}}{2B}\mu_{,\eta} + \mu_{,\eta}\nu_{,z} = \chi\varphi_{,\eta}\varphi_{,z}, \quad (23)$$

$$2\nu_{,zz} + 2\frac{B_{,zz}}{2B} + 2(\nu_{,z})^2 - 2\left(\frac{B_{,z}}{2B}\right)^2 - 2\nu_{,z}\mu_{,z} - 2\frac{B_{,z}}{2B}(\mu_{,z} - \nu_{,z}) = -\chi(\varphi_{,z})^2, \quad (24)$$

$$2\nu_{,zz} + 3(\nu_{,z})^2 - 2\nu_{,z}\mu_{,z} = -\frac{\chi}{2}(\varphi_{,z})^2, \quad (25)$$

$$(\nu_{,z})^2 + 2\nu_{,z}\frac{B_{,z}}{2B} = \frac{\chi}{2}(\varphi_{,z})^2. \quad (26)$$

Якщо розглядати систему рівнянь (22) – (26) для розподілу скалярного поля вже сконцентрованому всередині «тонкого» кільця, для якого змінні η і z набувають значень в інтервалі

$$\eta \in [-\Delta\eta; \Delta\eta], \quad z \in [-\Delta z; \Delta z], \quad (27)$$

де $\Delta\eta$ і Δz – малі позитивні константи, що визначають «товщину» кільця, тобто

$$\Delta\eta \ll 1, \quad \Delta z \ll 1, \quad (28)$$

і за подальшого стискання такого «тонкого» кільця в одновимірний об'єкт (нуль-струну)

$$\Delta\eta = 0, \quad \Delta z = 0, \quad (29)$$

то простір, в якому прямує така «розмазана» нуль-струна, і для якого змінні η і z набувають значень в інтервалі $\eta \in (-\infty; +\infty)$, $z \in (-\infty; +\infty)$, умово можна розбити на три області

- область I, для якої

$$\eta \in (-\infty; -\Delta\eta) \cup (\Delta\eta; +\infty), \quad z \in (-\infty; +\infty), \quad (30)$$

- область II, для якої

$$\eta \in [-\Delta\eta; \Delta\eta], \quad z \in (-\infty; -\Delta z) \cup (\Delta z; +\infty), \quad (31)$$

- область III, для якої

$$\eta \in [-\Delta\eta; \Delta\eta], \quad z \in [-\Delta z; \Delta z], \quad (32)$$

причому, оскільки скалярне поле сконцентроване усередині такого «тонкого» кільця, зумовленого (27) – (29), то в області I, II потенціал скалярного поля дорівнює нулю, а в області III (усередині «тонкого» кільця) $\varphi \neq 0$.

Для отриманих умов розподіл потенціалу скалярного поля зручно подати у вигляді

$$\varphi(z, \eta) = \ln \left\{ \frac{1}{\alpha(\eta) + \lambda(\eta)f(z)} \right\}, \quad (33)$$

де функції $\alpha(\eta)$ й $\lambda(\eta)$ симетричні відносно інверсії η на $-\eta$, тобто

$$\alpha(\eta) = \alpha(-\eta), \quad \lambda(\eta) = \lambda(-\eta), \quad (34)$$

функція $\alpha(\eta) + \lambda(\eta)f(z)$ обмежена

$$0 < \alpha(\eta) + \lambda(\eta)f(z) \leq 1, \quad (35)$$

а потенціал скалярного поля (33), згідно з (35), може набувати значень від

$$\varphi = 0, \quad \text{при } \alpha(\eta) + \lambda(\eta)f(z) = 1, \quad (36)$$

і до

$$\varphi \rightarrow \infty, \quad \text{при } \alpha(\eta) + \lambda(\eta)f(z) \rightarrow 0, \quad (37)$$

причому в області I, відповідно до (36)

$$\alpha(\eta) = 1, \quad \lambda(\eta) = 0. \quad (38)$$

Як приклад, можна навести такий вибір функцій $\alpha(\eta)$ і $f(z)$, які задовольняють знайденим умовам

$$\alpha(\eta) = \exp \left\{ -\frac{1}{\varepsilon + (\xi\eta)^2} \right\}, \quad (39)$$

$$f(z) = f_0 \exp \left\{ -\psi \left(1 - \exp \left\{ -\frac{1}{(\xi z)^2} \right\} \right) \right\}, \quad (40)$$

де константи ξ й ζ визначають розмір («товщину») кільця, усередині якого сконцентроване скалярне поле, за змінними η і z відповідно, а саме, як впливає з (39), (40), при $\Delta\eta \rightarrow 0$, $\Delta z \rightarrow 0$

$$\xi \rightarrow \infty, \quad \zeta \rightarrow \infty, \quad (41)$$

а позитивні константи

$$\varepsilon \ll 1, \quad \psi \gg 1, \quad (42)$$

а за подальшого стискання в одновимірний об'єкт, тобто при $\Delta\eta = 0$, $\Delta z = 0$

$$\varepsilon = 0, \quad \psi \rightarrow \infty. \quad (43)$$

2. РОЗВ'ЯЗОК СИСТЕМИ РІВНЯНЬ ЕЙНШТЕЙНА ДЛЯ «РОЗМАЗАНОЇ» НУЛЬ-СТРУНИ

Для (19) рівняння скалярного поля має вигляд

$$\left(g^{ab} \varphi_{,a} \right)_{,b} = 0, \quad (44)$$

де крапка з комою позначає коваріантну похідну. Розписуючи (44) для квадратичної форми (17), і враховуючи (20), одержуємо

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\varphi_{,z}}{e^{2\mu}} \right) + \frac{\varphi_{,z}}{e^{2\mu}} \left(2\nu_{,z} + \frac{B_{,z}}{2B} + \mu_{,z} \right) = 0. \quad (45)$$

Перший інтеграл (45) є

$$\varphi_{,z} = c_1(\eta) e^{-2\nu} \frac{e^\mu}{\sqrt{B}}, \quad (46)$$

де $c_1(\eta)$ «константа» інтегрування. Помітимо, що наслідком (10), (18), (34), є симетричність (парність) функції $c_1(\eta)$ щодо зміни η на $-\eta$.

Рівняння (24), (25) легко інтегруються, їх перші інтеграли є

$$\nu_{,z} = c_2(\eta) e^{-2\nu} \frac{e^\mu}{\sqrt{B}}, \quad \frac{B_{,z}}{B} = c_3(\eta) e^{-2\nu} \frac{e^\mu}{\sqrt{B}}, \quad (47)$$

де $c_2(\eta)$ й $c_3(\eta)$ – «константи» інтегрування. Розглядаючи разом рівності (46), (47) можна отримати зв'язок метричних функцій $\nu(\eta, z)$ й $B(\eta, z)$ з потенціалом скалярного поля $\varphi(\eta, z)$, а саме

$$\nu_{,z} = \frac{c_2(\eta)}{c_1(\eta)} \varphi_{,z}, \quad \frac{B_{,z}}{B} = \frac{c_3(\eta)}{c_1(\eta)} \varphi_{,z}, \quad (48)$$

звідки

$$v(z, \eta) = \frac{c_2(\eta)}{c_1(\eta)} \varphi + v_0(\eta), \quad B(z, \eta) = \beta(\eta) \exp \left\{ \frac{c_3(\eta)}{c_1(\eta)} \varphi \right\}, \quad (49)$$

де $v_0(\eta)$ й $\beta(\eta)$ – «константи» інтегрування. Використовуючи (46), (49), можна знайти зв'язок метричної функції $\mu(\eta, z)$ з потенціалом скалярного поля

$$e^{\mu(z, \eta)} = \frac{\sqrt{\beta(\eta)}}{c_1(\eta)} \exp \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{4\tilde{c}_2 + \tilde{c}_3}{c_1(\eta)} \varphi(z, \eta) + 4v_0(\eta) \right) \right\} \varphi_{,z}. \quad (50)$$

Використовуючи (48) для (26), одержуємо рівність, що зв'яже між собою функції $c_1(\eta)$, $c_2(\eta)$ и $c_3(\eta)$:

$$\left(\frac{c_2(\eta)}{c_1(\eta)} \right)^2 + \frac{c_2(\eta) c_3(\eta)}{c_1(\eta) c_1(\eta)} = \frac{\chi}{2}. \quad (51)$$

Для (49), (50) рівняння (23) приймає такий вигляд

$$\varphi_{,z} \left(2c_{2,\eta} + c_{3,\eta} - 2c_2(\eta) \frac{\beta_{,\eta}}{\beta(\eta)} - 2v_{0,\eta} (c_3 + 2c_2) \right) = 0. \quad (52)$$

Оскільки рівність (52) повинна бути виконаною для всіх $\eta \in (-\infty; +\infty)$ й $z \in (-\infty; +\infty)$, то

$$c_{3,\eta} + 2c_{2,\eta} - 2c_2(\eta) \frac{\beta_{,\eta}}{\beta(\eta)} - 2v_{0,\eta} (c_3(\eta) + 2c_2(\eta)) = 0. \quad (53)$$

У зв'язку з тим, що потенціал скалярного поля при $\Delta\eta \ll 1$ й $\Delta z \ll 1$ відмінний від нуля тільки в малому околі кола $\eta = 0$, $z = 0$, а в границі стиску в одновимірний об'єкт (при $\Delta\eta = 0$, $\Delta z = 0$) відмінний від нуля тільки при $\eta = 0$, $z = 0$, то наслідком (49), (50) можна вважати

$$\frac{c_2(\eta)}{c_1(\eta)} = \tilde{c}_2, \quad \frac{c_3(\eta)}{c_1(\eta)} = \tilde{c}_3, \quad (54)$$

де \tilde{c}_2 й \tilde{c}_3 – константи, які зв'язані, згідно з (74), співвідношенням

$$(\tilde{c}_2)^2 + \tilde{c}_2 \tilde{c}_3 = \frac{\chi}{2}. \quad (55)$$

Інтегруючи (55) для (54) знаходимо

$$\frac{e^{2v_0}}{c_1(\eta)} = \frac{(\beta(\eta))^{-c}}{c_0}, \quad (56)$$

де $c_0 = const$,

$$c = \frac{2\tilde{c}_2}{\tilde{c}_3 + 2\tilde{c}_2}. \quad (57)$$

Дифференціюючи по η рівності (49), (50) з урахуванням (54), одержуємо

$$v_{,\eta} = v_{0,\eta} + \tilde{c}_2 \varphi_{,\eta}, \quad \frac{B_{,\eta}}{B} = \frac{\beta_{,\eta}}{\beta(\eta)} + \tilde{c}_3 \varphi_{,\eta},$$

$$\mu_{,\eta} = \frac{1}{2} \frac{\beta_{,\eta}}{\beta(\eta)} - \frac{c_{1,\eta}}{c_1(\eta)} + 2v_{0,\eta} + \frac{\varphi_{,z\eta}}{\varphi_{,z}} + \left(\frac{1}{2} \tilde{c}_3 + 2\tilde{c}_2 \right) \varphi_{,\eta}. \quad (58)$$

Помітимо, що в області $\varphi = 0$ (тобто по за областю, де сконцентроване скалярне поле), рівності (58) приймають вигляд

$$v_{,\eta} = v_{0,\eta}, \quad \frac{B_{,\eta}}{B} = \frac{\beta_{,\eta}}{\beta(\eta)}, \quad \mu_{,\eta} = \frac{1}{2} \frac{\beta_{,\eta}}{\beta(\eta)} - \frac{c_{1,\eta}}{c_1(\eta)} + 2v_{0,\eta}. \quad (59)$$

Для (56), (59) (тобто в області $\varphi = 0$) рівняння (22) може бути представлено у такому вигляді

$$(\ln(\beta(\eta)))_{,\eta\eta} - \frac{c_{1,\eta}}{c_1(\eta)} (\ln(\beta(\eta)))_{,\eta} + \frac{1}{2(1-c)} ((\ln(\beta(\eta)))_{,\eta})^2 = 0. \quad (60)$$

Перший і другий інтеграл рівняння (60) відповідно є

$$(\beta(\eta))^{\frac{1-2c}{2(1-c)}} \beta_{,\eta} = \eta_0 c_1(\eta), \quad \beta(\eta) = \left(\eta_1 + \frac{\eta_0}{2(1-c)} \int c_1(\eta) d\eta \right)^{2(1-c)}, \quad (61)$$

де η_0 й η_1 – константи інтегрування.

Згідно з (18), (49) функція $\beta(\eta)$ – позитивно визначена, симетрична щодо зміни η на $-\eta$ функція, що визначає гравітаційне поле в області де $\varphi = 0$. Функція $\int c_1(\eta) d\eta$ (первісна функції $c_1(\eta)$) є непарною, тому для того, щоб (61) функція $\beta(\eta)$ була симетричною (парною), необхідно покласти $\eta_1 = 0$, також фіксуючи в (61) $\eta_0 = 2(1-c)$, одержуємо

$$\beta(\eta) = \left(\int c_1(\eta) d\eta \right)^{2(1-c)}. \quad (62)$$

Використовує (62) для (56), знаходимо вираз, що зв'язує функції $v_0(\eta)$ й $c_1(\eta)$

$$e^{2v_0(\eta)} = \frac{c_1(\eta)}{c_0} \left(\int c_1(\eta) d\eta \right)^{2c(c-1)}. \quad (63)$$

Після того, як ми отримали рівності (62), (63) залишилися неясними критерії фіксації функції $c_1(\eta)$, а також констант \tilde{c}_2 й \tilde{c}_3 . Для визначення даних умов зручно розглянути рівняння (22) при

$$\eta \rightarrow 0, \quad z \rightarrow 0, \quad \Delta\eta \ll 1, \quad \Delta z \ll 1, \quad (64)$$

тобто у деякому малому околі кола $\eta = 0$, $z = 0$, що перебуває у середині області, де сконцентроване скалярне поле. Помітимо, що для (64), з урахуванням (53), (55), (56), (58) функція $\mu_{,\eta}$ приймає вигляд

$$\mu_{,\eta} = \left(\frac{1}{2} - c\right) \frac{\beta_{,\eta}}{\beta(\eta)} + \left(\frac{1}{2} \tilde{c}_3 + 2\tilde{c}_2 + 1\right) \varphi_{,\eta}. \quad (65)$$

Для (58), (62), (63), (65) рівняння (22) є

$$2c_4 \left(\frac{\alpha_{,\eta}}{\alpha(\eta)}\right)_{,\eta} - 2 \left(\frac{\alpha_{,\eta}}{\alpha(\eta)}\right) \left\{ \frac{c_{1,\eta}}{c_1(\eta)} c_4 - 2c_5 \frac{c_1(\eta)}{\int c_1(\eta) d\eta} \right\} - \left(\frac{\alpha_{,\eta}}{\alpha(\eta)}\right)^2 \left\{ \tilde{c}_3^2 + 4(\tilde{c}_3 + \tilde{c}_2) + 2 + 2\chi \right\} = 0, \quad (66)$$

де $c_4 = \tilde{c}_3 + 2\tilde{c}_2 + 1$, $c_5 = (1-c)(1-c + \tilde{c}_3 - 4c\tilde{c}_2)$. Так як отру манному рівнянню функція $\alpha(\eta)$ визначена, наприклад рівністю (39), то (66) зв'яже між собою функції $c_1(\eta)$, $\alpha(\eta)$ і константи \tilde{c}_2 , \tilde{c}_3 .

Оскільки для випадку (64) вираз $(\alpha_{,\eta}/\alpha(\eta)) \neq 0$, то рівняння (66), може бути подане як

$$2c_4 \left(\frac{\alpha_{,\eta}}{\alpha(\eta)}\right)_{,\eta} / \left(\frac{\alpha_{,\eta}}{\alpha(\eta)}\right)^2 - 2 \left(\frac{\alpha_{,\eta}}{\alpha(\eta)}\right)^{-1} \left\{ \frac{c_{1,\eta}}{c_1(\eta)} c_4 - 2c_5 \frac{c_1(\eta)}{\int c_1(\eta) d\eta} \right\} - \left\{ \tilde{c}_3^2 + 4(\tilde{c}_3 + \tilde{c}_2) + 2 + 2\chi \right\} = 0 \quad (67)$$

Помітимо, що при

$$\eta \rightarrow 0, \Delta\eta \rightarrow 0, \quad (68)$$

згідно з (39), (41) й (43)

$$\left(\frac{\alpha_{,\eta}}{\alpha(\eta)}\right)_{,\eta} / \left(\frac{\alpha_{,\eta}}{\alpha(\eta)}\right)^2 \rightarrow 0, \quad \left(\frac{\alpha_{,\eta}}{\alpha(\eta)}\right)^{-1} \rightarrow 0. \quad (69)$$

Тоді для виконання (67) у деякому малому околі поверхні $\eta = 0$, при $\Delta\eta \rightarrow 0$, необхідно вимагати:

$$\left(\frac{c_{1,\eta}}{c_1(\eta)} c_4 - 2c_5 \frac{c_1(\eta)}{\int c_1(\eta) d\eta} \right) / \left(\frac{\alpha_{,\eta}}{\alpha(\eta)} \right) \rightarrow 0, \quad (70)$$

$$\tilde{c}_3^2 + 4(\tilde{c}_2 + \tilde{c}_3) + 2 + 2\chi = 0, \quad (71)$$

причому умова (70) дає обмеження на вибір функції $c_1(\eta)$, а (71) ще одна рівність, що зв'яже константи \tilde{c}_2 , \tilde{c}_3 .

Помітимо, що рівність (71), з урахуванням (55), набуває вигляду

$$\tilde{c}_2 (\tilde{c}_3^2 + 2 + 2\chi) = -2\chi, \quad (72)$$

Звідки випливає, що константа \tilde{c}_2 негативна, тобто

$$\tilde{c}_2 < 0. \quad (73)$$

Розглядаючи разом (55) й (72) отримуємо рівняння на константу \tilde{c}_3

$$\tilde{c}_3^4 + 4\tilde{c}_3^3 + 4(1 + \chi)\tilde{c}_3^2 + 8(1 + \chi)\tilde{c}_3 + 4(1 + \chi + \chi^2) = 0. \quad (74)$$

Помітимо, що всі коефіцієнти отриманої рівності позитивні. Оскільки в рівнянні Ейнштейна константа $\chi \ll 1$, то для оцінки знака константи \tilde{c}_3 , рівняння (74) можна подати у вигляді

$$\tilde{c}_3^4 + 4c_3^3 + 4\tilde{c}_3^2 + 8\tilde{c}_3 + 4 = 0. \quad (75)$$

Рівняння (75) має два дійсні корені $x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{2}$. Тоді дійсні корені рівняння (74) є

$$\tilde{c}_{3,1,2} = -2 \pm \sqrt{2} + \delta_{1,2}, \quad (76)$$

де $\delta_{1,2}$ – погрішності. Підставляючи (99) у (97), у лінійному наближенні знаходимо

$$\delta_1 \approx -\frac{2}{3}\chi^2, \quad \delta_2 \approx \frac{\chi}{2}. \quad (77)$$

Наслідком (76), (77) є

$$\tilde{c}_3 < 0. \quad (78)$$

Помітимо, що для отриманих оцінок (73), (78) значення константи c (рівність (57)) позитивно, тобто

$$c = \frac{2\tilde{c}_2}{\tilde{c}_3 + 2\tilde{c}_2} > 0. \quad (79)$$

Позначимо

$$\frac{c_{1,\eta}}{c_1(\eta)} c_4 - 2c_5 \int \frac{c_1(\eta)}{c_1(\eta) d\eta} = \psi(\eta), \quad (80)$$

де згідно з (70), функція $\psi(\eta)$ задовольняє рівності

$$\psi(\eta) / \left(\frac{\alpha_{,\eta}}{\alpha(\eta)} \right) \rightarrow 0. \quad (81)$$

Перший інтеграл рівняння (81) є

$$\frac{c_1(\eta)}{\left(\int c_1(\eta) d\eta \right)^{\frac{c_5}{c_4}}} = c_6 e^{\frac{1}{c_4} \int \psi(\eta) d\eta}, \quad (82)$$

де c_6 – константа інтегрування. Для подальшого інтегрування (82) необхідно оцінити константу c_5/c_4 . Згідно з (57), (72), (76), (79)

$$|\tilde{c}_2| \ll |\tilde{c}_3|, \quad c \ll |\tilde{c}_3|, \quad c \ll 1, \quad (83)$$

тоді враховуючи (66), (83) можна записати

$$c_4 \approx \tilde{c}_3 + 1, \quad c_5 \approx \tilde{c}_3 + 1, \quad \text{звідки } c_5/c_4 \approx 1. \quad (84)$$

Інтегруючи (82), знаходимо

$$\int c_1(\eta) d\eta = (-1)^{c_6} \left(\int e^{\frac{1}{c_4} \int \psi(\eta) d\eta} d\eta \right)^{-c_6}, \quad (85)$$

де зафіксоване

$$c_6 = \left(2 \frac{c_5}{c_4} - 1 \right)^{-1}. \quad (86)$$

Диференціюючи (85) по η , з урахуванням парності функції $c_1(\eta)$, одержуємо

$$c_1(\eta) = (-1)^{c_6+1} c_6 e^{\frac{1}{c_4} \int \psi(\eta) d\eta} \left(\int e^{\frac{1}{c_4} \int \psi(\eta) d\eta} d\eta \right)^{-\frac{(c_6+1)}{2}}. \quad (87)$$

Використовуючи (71), представимо рівняння (67) у вигляді при

$$\frac{c_{1,\eta}}{c_1(\eta)} - 2 \frac{c_5}{c_4} \frac{c_1(\eta)}{\int c_1(\eta) d\eta} = \frac{d}{d\eta} \left(\frac{\alpha_{,\eta}}{\alpha(\eta)} \right) / \left(\frac{\alpha_{,\eta}}{\alpha(\eta)} \right). \quad (88)$$

Порівнюючи (80) й (88), одержуємо загальний вираз для функції $\psi(\eta)$ (зв'язок функції $\alpha(\eta)$, що задається, наприклад рівністю (62), і функції $\psi(\eta)$)

$$\psi(\eta) = c_4 \left(\frac{d}{d\eta} \left(\frac{\alpha_{,\eta}}{\alpha(\eta)} \right) / \left(\frac{\alpha_{,\eta}}{\alpha(\eta)} \right) \right). \quad (89)$$

Використовуючи (54), (56), (62), (63), знаходимо вираз для метричних функцій (49), (50)

$$e^{2\nu(z,\eta)} = \frac{c_1(\eta)}{c_0} \left(\int c_1(\eta) d\eta \right)^{c(c-1)} \exp\{2\tilde{c}_2 \varphi(z,\eta)\}, \quad (90)$$

$$B(z,\eta) = \left(\int c_1(\eta) d\eta \right)^{1-c} \exp\{\tilde{c}_3 \varphi(z,\eta)\}, \quad (91)$$

$$e^{2\mu(z,\eta)} = \frac{1}{c_0^2} \left(\int c_1(\eta) d\eta \right)^{(1-c)(1-2c)} (\varphi_{,\eta})^2 \exp\{(\tilde{c}_3 + 4\tilde{c}_2) \varphi(z,\eta)\}, \quad (92)$$

де функції $c_1(\eta)$ і $\psi(\eta)$ визначаються рівностями (87), (89).

Для характеристики простору який породжує «розмазана» нуль-струна й обумовленого функціями (90) – (92), зручно виписати вираз для скалярної кривизни $K = g^{\alpha\beta} g^{\mu\nu} R_{\alpha\mu\beta\nu}$ яка враховуючи (24) – (26) і рівність (92), може бути подана у вигляді

$$K = -\frac{\chi}{e^{2\mu(z,\eta)}} (\varphi_{,\eta})^2 = -\chi \frac{c_0^2 \exp\{\tilde{c}_3 + 4\tilde{c}_2 \varphi(z,\eta)\}}{\left(\int c_1(\eta) d\eta \right)^{(1-c)(1-2c)}}. \quad (93)$$

Для (39) функція $\psi(\eta)$, яка обумовлена рівністю (89) приймає вигляд

$$\psi(\eta) = c_4 \left(\frac{1}{\eta} - \frac{4\xi^2\eta}{\varepsilon + (\xi\eta)^2} \right). \quad (94)$$

Для (94)

$$e^{\frac{1}{c_4} \int \psi(\eta) d\eta} = \frac{|\eta|}{(\varepsilon + (\xi\eta)^2)^2}, \quad \int e^{\frac{1}{c_4} \int \psi(\eta) d\eta} d\eta = -\frac{\pm 1}{2\xi^2(\varepsilon + (\xi\eta)^2)} \quad (95)$$

де вибирається знак «+» для $\eta > 0$ і знак «-» для $\eta < 0$. Застосовуючи (95) для (110), (89), одержуємо

$$\left(\int c_1(\eta) d\eta \right)^2 = (2\xi)^{2c_6} \left(\varepsilon + (\xi\eta)^2 \right)^{c_6}, \quad (96)$$

$$c_1(\eta) = (-1)^{c_6+1} c_6 (2\xi^2)^{c_6+1} |\eta| \left(\varepsilon + (\xi\eta)^2 \right)^{\frac{c_6-1}{2}}. \quad (97)$$

Для (96), (97) функції (90) – (93) є

$$e^{2\nu(\eta,z)} = \frac{(-1)^{c_6+1} c_6 (2\xi^2)^{c_7} |\eta| \left(\varepsilon + (\xi\eta)^2 \right)^{c_8}}{c_0} e^{2\tilde{c}_2\varphi(\eta,z)}, \quad (98)$$

$$B(\eta, z) = (2\xi^2)^{2c_6(1-c)} \left(\varepsilon + (\xi\eta)^2 \right)^{c_6(1-c)} e^{\tilde{c}_3\varphi(\eta,z)}, \quad (99)$$

$$e^{2\mu(\eta,z)} = \frac{(\varphi,z)^2}{c_0^2} (2\xi^2)^{2c_9} \left(\varepsilon + (\xi\eta)^2 \right)^{c_9} e^{(\tilde{c}_3+4\tilde{c}_2)\varphi(\eta,z)}, \quad (100)$$

$$K = -\chi c_0^2 \frac{e^{|\tilde{c}_3+4\tilde{c}_2|\varphi(\eta,z)}}{(2\xi^2)^{2c_9} \left(\varepsilon + (\xi\eta)^2 \right)^{c_9}}, \quad (101)$$

де $c_7 = c_6(2c(c-1)+1)+1$, $c_8 = c_6c(c-1) + (c_6-1)/2$, $c_9 = (1-c)(1-2c)c_6$.

З (101) випливає, що для випадку «розмазаної» нуль-струни, чому відповідають обмежені (скінченні) значення констант $\xi, \zeta, \varepsilon, \psi$, які визначають розподіл скалярного поля (33), (39), (40), скалярна кривизна – визначена, безперервна і обмежена функція для всіх значень змінних z, η .

Оскільки $e^{2\nu(\eta,z)}$ – позитивна функція, то наслідком (98) може бути

$$c_0 = (-1)^{c_6+1} c_6. \quad (102)$$

Використовуючи (107) для (109), одержуємо

$$c_6 \approx 1, \quad (103)$$

тоді для (83), (103)

$$c_7 \approx 2, \quad c_8 \approx 0, \quad c_9 \approx 1, \quad c_0 \approx 0. \quad (104)$$

Для (104) рівності (98) – (101) приймають вигляд

$$e^{2\nu(z,\eta)} \approx 4\xi^4 |\eta| \exp\{2\tilde{c}_2\varphi(z,\eta)\}, \quad (105)$$

$$B(z,\eta) \approx 4\xi^4 \left(\varepsilon + (\xi\eta)^2 \right)^2 \exp\{\tilde{c}_3\varphi(z,\eta)\}, \quad (106)$$

$$e^{2\mu(z,\eta)} \approx (\varphi_{,\eta})^2 4\xi^4 (\varepsilon + (\xi\eta)^2)^2 \exp\{(\tilde{c}_3 + 4\tilde{c}_2)\varphi(z,\eta)\}, \quad (107)$$

$$K \approx -\chi \frac{\exp\{\tilde{c}_3 + 4\tilde{c}_2|\varphi(z,\eta)\}}{4\xi^4 (\varepsilon + (\xi\eta)^2)^2}. \quad (108)$$

Можна помітити, що оскільки, згідно з (66), (78), константи \tilde{c}_2, \tilde{c}_3 – негативні, а при $\eta = 0, z = 0, \Delta\eta = 0, \Delta z = 0$ потенціал скалярного поля (33) прагне до $+\infty$, то для функції квадратичної форми (17) (рівності (90) – (92)) і виразу скалярної кривизни (93) при $\Delta\eta = 0, \Delta z = 0$

$$(e^{2\nu(z,\eta)}, B(z,\eta), e^{2\mu(z,\eta)}) = 0, K \rightarrow -\infty. \quad (109)$$

На наш погляд, той факт, що в границі стиску скалярного поля в одновимірний об'єкт на колі: $\eta = 0, z = 0$ скалярна кривизна $K \rightarrow -\infty$, не є недоліком наведеного роз'язку, а є наслідком граничного переходу від «розмазаного» об'єкта до одновимірного, то скоріше вказує на неадекватність математичного формалізму, застосованого для опису нуль-струни.

Також помітимо, що для наведеного прикладу вибору функції $\alpha(\eta)$ при $\Delta\eta \ll 1, \Delta z \ll 1$ в області, де потенціал скалярного поля дорівнює нулю, рівність (108) приймає вигляд

$$K \approx -\frac{\chi}{4\xi^4 (\varepsilon + (\xi\eta)^2)^2}, \quad (110)$$

тоді в границі $\Delta\eta \rightarrow 0, \Delta z \rightarrow 0$, згідно з (41), в області $\eta \in (-\infty; -\Delta\eta) \cup (\Delta\eta; +\infty)$, маємо

$$K = 0. \quad (111)$$

ВИСНОВКИ

У наведеній роботі знайдений розв'язок системи рівнянь Ейнштейна для «розмазаной» замкненої нуль-струни, що радіально колапсує у площині $z = 0$. Так само порівнюючи систему рівнянь Ейнштейна для розподілу потенціалу дійсного, безмасового скалярного поля, яке сконцентроване всередині тонкого кільця із системою рівнянь Ейнштейна для замкненої нуль-струни, що радіально колапсує у площині $z = 0$, ми одержали умови на потенціал скалярного поля, за яких, при стисканні скалярного поля в одновимірний об'єкт, компоненти тензора енергії-імпульсу скалярного поля асимптотично збігаються з компонентами тензора енергії-імпульсу замкненої нуль-струни, яка прямує за тією ж траєкторією. Запропоновано загальний вигляд розподілу потенціалу, який описує рух скалярного поля, сконцентрованого усередині тонкого кільця, що радіально колапсує у площині $z = 0$, та наведений приклад розподілу потенціалу скалярного поля, який задовольняє знайденим умовам.

Список літератури

1. Vilenkin A. Cosmic string and domain walls / Vilenkin A. // Phys. Repots – 1985. – Vol. 121 – P. 263-271.
2. Kibble T. W. B. Cosmic string / Kibble T. W. B., Hindmarsh M. B. – 1994. – 138 p. – (e-print: [arXiv:hep-ph/9411342v1](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9411342v1)).
3. Peebles P. S. E. Principles of physical cosmology / Peebles P. S. E. – Princeton University Press, 1994. – 850 p.
4. Линде А. Д. Физика элементарных частиц и космология / Линде А. Д. – М.: Наука, 1990. – 275 с.
5. Roshchupkin S. N. Fridman Universes and exactly solution on string cosmology / Roshchupkin S. N., Zheltuhin A. A. // Class. Quantum. Grav. – 1995. – Vol. 12. – P. 2519-2524.
6. Vilenkin A. Cosmic string and other topological defects / Vilenkin A., Shellard E. P. S. – Cambridge University Press, 1994. – 534 p.
7. Меерович Б. Э. Гравитационные свойства космических струн / Меерович Б. Э. // УФН. – 2001. – Т. 171, №10. – С. 1033-1049.
8. Арифов Л. Я. Динамика струн и нуль-струн в поле гравитационных волн / Арифов Л. Я., Леляков А. П., Рошупкин С. Н. // Украинский физический журнал. – 1998. – Т. 43. – С. 890-895.

Леляков А. П. Решение системы уравнений Эйнштейна для «размазанной» нуль-струны, которая радиально коллапсирует в плоскости $z = 0$ / Карпенко А. С., Леляков А. П. // Ученые записки Таврического национального университета имени В.И. Вернадского. Серия: Физико-математические науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 3-16.

В работе найдено решение системы уравнений Эйнштейна для «размазанной» замкнутой нуль-струны, которая коллапсирует в плоскости $z = 0$. Также предложен общий вид распределения потенциала, который описывает движение скалярного поля «размазанной» нуль-струны, радиально коллапсирующей в плоскости $z = 0$. Найдены условия, при которых компоненты тензора энергии-импульса скалярного поля, при сжатии поля в одномерный объект, асимптотически сближаются с компонентами тензора энергии-импульса замкнутой нуль-струны.

Ключевые слова: нуль-струна, скалярное поле, космология.

Lelyakov O. P. A solution of the Einstein equations for a ‘thick’ null-string collapsing on radius in the plane $z = 0$ / Lelyakov O. P., Karpenko A. S. // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2012. – Vol. 25(64), No 1. – P. 3-16.

A solution of the Einstein equations for a ‘thick’ null-string collapsing on radius in the plane $z = 0$, are found. The general form of the scalar field potential distribution for a ‘thick’ null-string collapsing on radius in plane $z = 0$ is proposed. The conditions, under which a contraction of the field to the one-dimensional object results in asymptotic coincidence components of the energy-momentum tensor of a scalar field with those of a closed null-string moving on the same trajectory, are found.

Keywords: null-string, scalar field, cosmology.

Поступила в редакцию 03.04.2012 г.

УДК 520.872:524.884:52-732

РЕЛЯТИВИСТСКИЕ УДАРНЫЕ ВОЛНЫ В КОМПАКТНОМ ВЫБРОСЕ ОБЪЕКТА ТИПА VL LACERTAE 1823+568

Пушкарев А.Б.^{1,2}

¹НИИ «Крымская астрофизическая Обсерватория», Научный, Украина

²Главная Астрономическая Обсерватория (Пулково), Санкт-Петербург, Россия

E-mail: pushkarev@crao.crimea.ua

С помощью метода радиоинтерферометрии со сверхдлинными базами (РСДБ) были проведены наблюдения ядра активной галактики 1823+568 одновременно на частоте 2.3 и 8.6 ГГц при участии 17 антенн. Восстановлены карты распределения радиояркости и спектрального индекса объекта. Установлено, что эволюция яркостной температуры и поперечных размеров РСДБ компонентов выброса согласуются с моделью релятивистских ударных волн, излучение которых доминировано потерями энергии на адиабатическое расширение.

Ключевые слова: активные ядра галактик, выбросы, магнитные поля, интерферометрия.

ВВЕДЕНИЕ

Объекты типа VL Lacertae (лацертиды) являются подклассом активных ядер галактик и характеризуются нетепловым спектром, быстрой и сильной переменностью излучения во всем электромагнитном спектре, от радио- до гамма-диапазона, высокой степенью линейной поляризации, видимыми сверхсветовыми скоростями движения ярких компонентов струй, а также слабыми, часто совсем необнаружимыми эмиссионными линиями в их оптических спектрах. Последнее свойство обусловлено не отсутствием тепловой плазмы, а высокой направленностью излучения по отношению к наблюдателю, что приводит к повышению уровня континуума, вызванное эффектом доплеровского усиления излучения. Тепловая плазма присутствует в источнике и проявляет себя посредством эффекта фарадеевского вращения, при котором регистрируется поворот плоскости линейной поляризации при прохождении линейно-поляризованного излучения сквозь плазму с магнитным полем [1].

Активность галактических ядер является результатом дисковой аккреции на компактный центральный объект, скорее всего, представляющий собой сверхмассивную (до $\sim 10^9$ масс Солнца) черную дыру, и проявляется в высоком энерговыделении, до 10^{46} эрг/с [2], и образовании узконаправленных биполярных потоков вещества (выбросов, струй) перпендикулярно плоскости аккреционного диска. Магнитное поле, а именно его тороидальная составляющая, играет ключевую роль в ускорении частиц до ультррелятивистских скоростей, а также в процессе коллимации образующихся струй, которые становятся обнаружимыми в радиодиапазоне на расстояниях порядка 10^4 - 10^6 гравитационных радиусов ($R_g = 2GM/c^2$) для источников, находящихся на красных смещениях $z \sim 1$. РСДБ

наблюдения близкой ($z = 0.00436$, что соответствует 16 Мпк) радиогалактики M87 показали, что выброс на частоте 43 ГГц формируется в непосредственной близости от «центральной машины», уже на расстоянии в несколько десятков гравитационных радиусов [3].

На РСДБ изображениях выбросов активных ядер галактик, как правило, обнаруживается ряд компонентов (уярчений), природа которых до сих пор окончательно не установлена. В данной работе исследуется структура струи в источнике 1823+568 на парсековых и гектопарсековых масштабах и тестируется модель релятивистских ударных волн, распространяющихся по джету. В работе используется неоднородная фридмановская модель Вселенной (λ -CDM космология) с параметрами $\Omega_m = 0.27$, $\Omega_\lambda = 0.73$ и постоянной Хаббла $H_0 = 71h$ км с⁻¹ Мпк⁻¹ [4]. Все позиционные углы даны в градусах и отсчитывается от направления на Север к направлению на Восток.

Таблица 1

Параметры 17 антенн, участвовавших в наблюдениях

Антенна	Страна	Диаметр, м	Чувствительность, мК/Ян	
			2.3 ГГц	8.6 ГГц
Brewster (VLBA)	США	25	98	106
Fort Devis (VLBA)	США	25	100	77
Hancock (VLBA)	США	25	85	102
Kokkee	США	20	53	38
Kitt Peak (VLBA)	США	25	86	86
Los Alamos (VLBA)	США	25	86	103
Matera	Италия	20	20	45
Medicina	Италия	32	140	114
Mauna Kea (VLBA)	США	25	76	110
North Liberty (VLBA)	США	25	87	110
Onsala	Швеция	20	28	34
Owens Valley (VLBA)	США	25	80	106
Pie Town (VLBA)	США	25	94	115
St. Croix (VLBA)	США	25	84	110
Tsucuba	Япония	32	227	335
Westford	США	18	77	33
Wetzell	Германия	20	62	72

1. НАБЛЮДЕНИЯ И ОБРАБОТКА ДАННЫХ

Объект 1823+568 наблюдался в рамках долгосрочного геодезического РСДБ проекта Research and Development – VLBA (RDV), проведенного 12 марта 2003 г. с помощью системы Very Long Baseline Interferometry Array (VLBA), состоящей из десяти 25-м антенн, а также семи дополнительных геодезических станций. В

Таблице 1 приведены характеристики участвующих в эксперименте антенн, а именно их диаметр и коэффициент усиления, т.е. чувствительность радиотелескопа в направлении зенита. Запись сигнала велась в правой круговой поляризации с однобитным квантованием одновременно в восьми частотных каналах (IF) шириной 8 МГц каждый: в S-полосе с центрами на 2.233, 2.263, 2.353, 2.373 ГГц и в X-полосе с центрами на 8.406, 8.476, 8.791, 8.896 ГГц. Общая ширина полосы составила 32 МГц при 16 спектральных каналах в каждом частотном. Источник 1823+568 имел 5 сканов наблюдений с общим временем слежения 23 мин., что при используемой конфигурации антенн обеспечило 22.3 тыс. измерений амплитуды и фазы функции видности. Корреляция данных была проведена на VLBA корреляторе в Сокорро (Нью-Мексико, США) со временем интегрирования четыре секунды.

Калибровка амплитуды и фазы данных наблюдений проводилась в программном пакете AIPS [5] с использованием стандартных процедур. Картографирование, а также моделирование структуры объекта в плоскости пространственных частот было выполнено в пакете Difmap [6]. При моделировании использовалось минимальное число круговых гауссовых компонент, которые будучи свернуты с синтезированной диаграммой направленности, адекватно воспроизводили распределение яркости источника. Подробное описание наблюдений, процесса калибровки и картографирования приведено в [7], где обсуждается специфика геодезических РСДБ данных проекта RDV.

2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЯРКОСТИ И СПЕКТРАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА

Полученные РСДБ изображения объекта 1823+568, представленные на Рис. 1, показывают типичную для лацертид морфологию – яркое ядро и односторонний (приближающийся к наблюдателю) выброс. Следует отметить, что радиоядро является частью струи, где оптическая толщина излучения достигает $\tau_\nu \approx 1$ на частоте наблюдения. Контрвыброс (удаляющийся от наблюдателя) не детектируется ввиду ограниченности динамического диапазона карт и малости угла между направлением на наблюдателя и осью выброса.

Источник 1823+568 находится в красном смещении $z = 0.664$, что соответствует фотометрическому расстоянию ~ 3990 Мпк ($1 \text{ пк} = 3.086 \cdot 10^{18} \text{ см}$). Тогда одна миллисекунда дуги эквивалентна 6.99 пк в линейной шкале. Таким образом, выброс прослеживается до расстояний порядка 50 и 210 пк в проекции на небесную сферу для наблюдений на 8.6 и 2.3 ГГц, соответственно. Угол к лучу зрения φ можно оценить из соотношения $\varphi \sim \arcsin(1/\beta_{\text{app}})$, где β_{app} – видимая скорость движения компонент струи, измеренная в скоростях света. Максимальная величина β_{app} для объекта 1823+568 составила 20.85 по кинематическим измерениям [8]. Тогда угол к лучу зрения $\varphi \sim 2.7^\circ$.

Результаты моделирования структуры источника на 8.6 ГГц, представленные в Таблице 2, содержат параметры шести подогнанных круговых гауссовых компонент, а именно их потоки, размеры, а также местоположения в полярной системе координат с полюсом, совмещенным с РСДБ ядром. Ошибки даны на уровне 1σ .

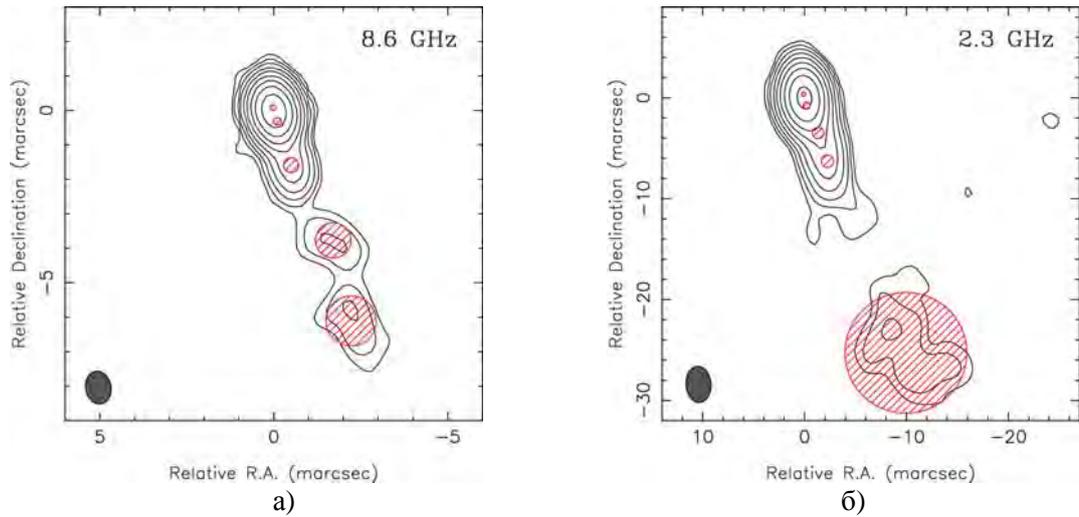


Рис. 1. Восстановленные РСДБ изображения источника 1823+568 на частоте 8.6 ГГц (а) и 2.3 ГГц (б) с использованием естественного взвешивания данных. Эллипс синтезированной диаграммы направленности по уровню половинной мощности показан в левом нижнем углу. Контуры равной интенсивности потока проведены с шагом 2. Нижний контур соответствует 0.22 % и 0.31 % от пикового значения карты 912 и 546 мЯн/луч на 8.6 и 2.3 ГГц, соответственно. Положения и размеры компонент, полученные из моделирования, показаны заштрихованными кружками.

Таблица 2

Модель источника 1823+367 на частоте 8.6 ГГц на эпоху 12 марта 2003 г.

Компонент	S , мЯн	r , мсек	θ , град	d , мсек
Ядро	751 ± 2	0.000 ± 0.001	0.0 ± 0.0	0.152 ± 0.002
C4	296 ± 2	0.322 ± 0.009	-161.5 ± 0.3	0.220 ± 0.004
C3	66 ± 2	1.570 ± 0.036	-162.7 ± 0.4	0.429 ± 0.029
C2	23 ± 2	4.463 ± 0.104	-155.7 ± 1.1	1.020 ± 0.128
C1	24 ± 4	6.584 ± 0.193	-160.1 ± 1.7	1.448 ± 0.364

Распределение ансамбля релятивистских электронов по энергиям в выбросе неравномерно и чаще всего аппроксимируется степенной зависимостью вида $N(E) \sim E^{-\gamma} dE$, где γ – показатель энергетического спектра электронов, а величина $\alpha = (1 - \gamma)/2$ называют спектральным индексом, связывающим интенсивность синхротронного излучения с частотой соотношением $S \sim \nu^\alpha$. Таким образом, если наблюдения проведены на двух разных частотах ν_1 и ν_2 , становится возможным определение величины $\alpha = \log(S_1 / S_2) / \log(\nu_1 / \nu_2)$. В нашем случае, источник наблюдался одновременно на 2.3 и 8.6 ГГц, что дало возможность

исследования спектральных характеристик объекта путем построения карты спектрального индекса α .

Для корректного построения распределения спектрального индекса нужно не только привести карты интенсивности к одинаковому разрешению, свернув изображения с одинаковой (например, усредненной) диаграммой, использовать одинаковый размер пикселя и поля зрения, но что самое главное – совместить изображения с максимальной точностью. Дело в том, что в процессе гибридного картографирования теряется абсолютная координатная привязка, и самая яркая деталь изображения имеет тенденцию располагаться вблизи фазового центра. К тому же, на разных частотах наблюдения оптически толстое РСДБ ядро располагается на разных расстояниях от начала струи из-за эффектов поглощения, в основном синхротронного самопоглощения [9]. Таким образом, для совмещения карт должны использоваться только ахроматические области выброса, т.е. положение которых не зависит от частоты наблюдения, причем, не имеющие значительных градиентов спектрального индекса. В данной работе для нахождения соответствующего сдвига между картами использовался метод двумерной кросс-корреляции [10]. Найденный и в дальнейшем учтенный сдвиг между картами на 2.3 и 8.6 ГГц, при котором достигается максимальный коэффициент корреляции, составил 0.13 мсек вдоль оси прямого восхождения и 0.42 мсек вдоль оси склонения. Полученная карта распределения спектрального индекса показана на Рис. 2 (слева). Видно, что область РСДБ ядра характеризуется значениями спектрального индекса ~ 0.5 .

Чтобы оценить типичное значение спектрального индекса струи, а именно оптически тонкой его области, был проведен следующий анализ. Сначала была определена так называемая хребтовая линия (продольный профиль) яркости выброса, местоположение каждой точки которой определяется координатами максимума вписанной в поперечное сечение струи гауссианы. Точки хребтовой линии располагаются примерно на одинаковом расстоянии друг от друга, соответствующем размеру пикселя, 0.2 мсек. Начальная точка соответствует положению РСДБ ядра на 8.6 ГГц. Процедура останавливается, когда пиковое значение вписанной гауссианы становится меньше четырехкратной величины остаточного шума на карте. На Рис. 2 (справа вверху) показан продольный профиль яркости на 8.6 ГГц. Значения α вдоль хребтовой линии были извлечены из карты распределения спектрального индекса, а соответствующий профиль показан на Рис. 2 (справа внизу). Далее, чтобы исключить влияние оптически частично непрозрачной области на оцениваемую величину спектрального индекса струи необходимо замаскировать область РСДБ ядра до расстояния $r_{core} < 0.5(b_{\theta}^2 + d_{\theta}^2)^{0.5}$, где b_{θ} и d_{θ} – размеры диаграммы направленности и РСДБ ядра вдоль позиционного угла θ внутренней области джета. Наконец, величина спектрального индекса струи $\alpha_{jet} = -0.54$ была оценена как медианное значение оставшихся точек профиля. Ошибки спектрального индекса оценивались из соотношения $\Delta\alpha = [(\Delta S_1 / S_1) + (\Delta S_2 / S_2)]^{0.5} / |\ln(\nu_1 / \nu_2)|$, где ΔS и S – остаточный шум на карте и плотность потока излучения в данном пикселе.

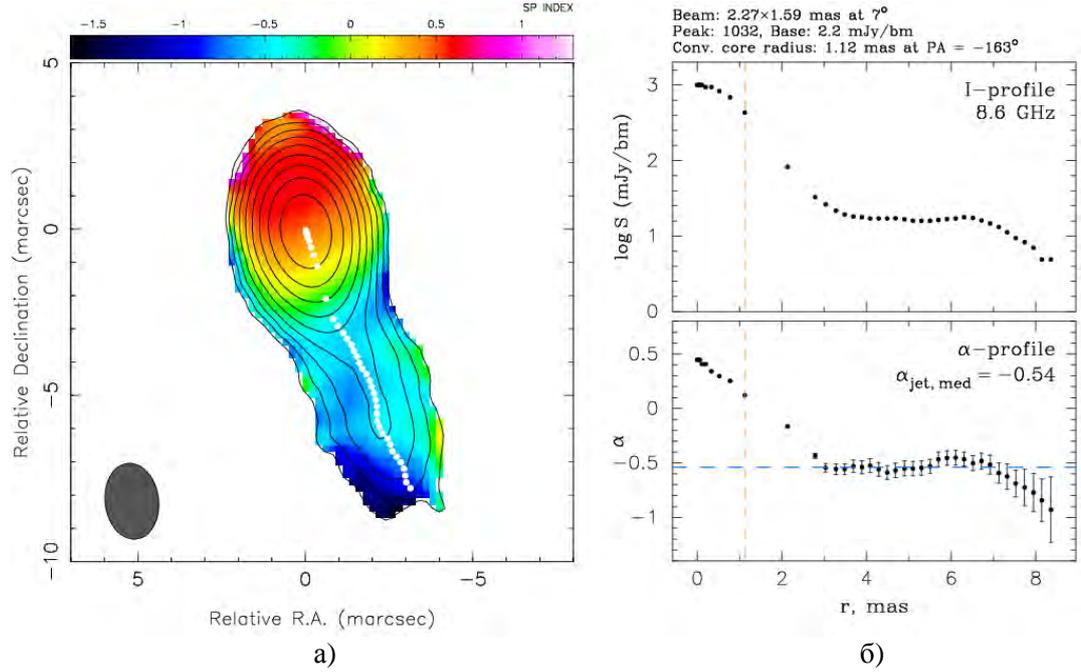


Рис. 2. Карта распределения спектрального индекса (а), совмещенная с контурами равной интенсивности по данным на частоте 8.6 ГГц, проведенными с коэффициентом 2. Нижний контур показан на уровне 0.21 % от пикового значения 1032 мЯн/луч. Карта свернута с диаграммой направленности, усредненной по размерам соответствующих диаграмм на 2.3 и 8.6 ГГц. Белыми точками показана хребтовая линия выброса. Эволюция яркости (б, вверху) и спектрального индекса (внизу) вдоль хребтовой линии. Вертикальная пунктирная линия ограничивает область РСДБ ядра. Горизонтальная пунктирная линия задает медианное значение спектрального индекса струи. Ошибки значений спектрального индекса показаны на уровне 1σ.

3. ЭВОЛЮЦИЯ ЯРКОСТНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ПО СТРУЕ

Когда источник имеет богатую структуру выброса, становится возможным измерение яркостной температуры его компонент с помощью соотношения

$$T_b = \frac{2 \ln 2}{\pi k} \frac{S \lambda^2 (1+z)}{d^2}, \quad (1)$$

где λ – длина волны наблюдения, k – постоянная Больцмана. Таким образом, можно исследовать характер эволюции яркостной температуры в зависимости от расстояния до РСДБ ядра. Сгусток релятивистской плазмы, регистрируемый нами как компонент выброса, двигаясь по центральному каналу струи, интенсивно высвечивается, теряя энергию на синхротронное излучение и на адиабатическое расширение. При этом размеры компонента растут. Оба эти фактора приводят к

довольно быстрому падению яркостной температуры вдоль струи. Анализ, проведенный в работе [7] показывает, что яркостная температура в зависимости от расстояния r до ядра, а также в зависимости от размера компонента d хорошо аппроксимируется степенной зависимостью вида $T_b \sim r^{-k}$ и $T_b \sim d^{-\xi}$, соответственно.

Зависимости вида $T_b \sim d^{-\xi}$ с учетом компонента РСДБ ядра могут быть использованы для проверки модели, обсуждаемой в работе [11], в которой наблюдаемые уярчения (компоненты) в выбросах объектов связаны с релятивистскими ударными волнами, а доминирующий вклад в регистрируемое излучение из этих областей связан с потерями энергии на адиабатическое расширение. В данной модели постулируется степенное распределение излучающих частиц по энергиям $N(E) \sim E^{-\gamma} dE$ и магнитное поле, эволюционирующее как $B \sim d^{-a}$, где d – поперечный размер выброса, a – параметр, задающий направление магнитного поля относительно локального направления выброса ($a=1$ в случае ортогональной ориентации магнитного поля, $a=2$ в случае продольной ориентации), а также предполагается, что Допплер-фактор в пределах детектируемого выброса постоянен или слабопеременен. Тогда, как показано в работе [12], яркостная температура компонентов струи $T_{b,jet}$ связана с яркостной температурой РСДБ ядра (как основания выброса) $T_{b,core}$ следующим образом:

$$T_{b,jet} = T_{b,core} \left(\frac{d_{jet}}{d_{core}} \right)^{-\xi}, \quad (2)$$

где d_{core} и d_{jet} представляют собой измеренные размеры ядра и компонентов выброса, а $\xi = [2(2\gamma + 1) + 3a(\gamma + 1)]/6$. Переходя от индекса γ распределения частиц по энергиям к спектральному индексу $\alpha = (1 - \gamma)/2$, получим

$$\xi = a + 1 - \alpha(a + 4/3). \quad (3)$$

Величину ξ можно определить как параметр регрессионной кривой $T_b \sim d^{-\xi}$, используя размеры компонент, полученные из моделирования, а также рассчитанные яркостные температуры (Рис. 3, а). По данным на 8.6 ГГц, индекс $\xi = -3.6 \pm 0.2$. На Рис. 3, б представлены как измеренные яркостные температуры на 8.6 ГГц, так и модельные, определенные из соотношения (2). Как видно, соответствующие величины согласуются в пределах ошибок.

Дополнительной проверкой модели является оценка параметра a , как ориентации магнитного поля по отношению к локальному направлению выброса. Используя найденное медианное значение спектрального индекса струи, $\alpha_{jet} = -0.54$, а также оценку параметра $\xi = -3.6 \pm 0.2$, из равенства (3) получим, что $a = 1.2 \pm 0.2$, т.е. магнитное поле имеет преимущественно поперечный характер. Это согласуется с поляризационными картами этого объекта представленными в работе [13].

Таким образом, результаты проведенного анализа предполагают, что яркие компоненты РСДБ выброса, наблюдающиеся в источнике 1823+568, могут представлять собой фронты релятивистских ударных волн.

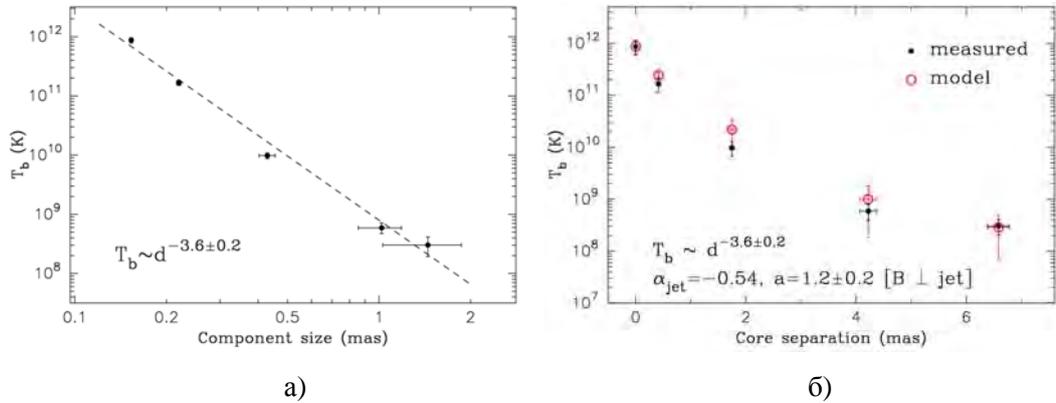


Рис. 3. Яркостная температура компонент выброса в источнике 1823+568 как функция их размера (а). Пунктирная линия представляет регрессионную зависимость методом наименьших квадратов и дает $\xi = -3.6 \pm 0.2$. Яркостная температура компонент как функция расстояния до РСДБ ядра (б). Измеренные и предсказанные моделью значения яркостных температур согласуются в пределах ошибок.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате обработки данных восстановлены РСДБ карты распределения радиояркости объекта типа BL Lacertae 1823+568 на частоте 2.3 и 8.6 ГГц. Построено и исследовано распределение спектрального индекса по источнику. Область РСДБ ядра характеризуется спектральным индексом ~ 0.6 , тогда как оптически тонкое излучение струи имеет медианный спектральный индекс -0.54 . Структура источника промоделирована рядом круговых гауссовых компонент, размеры и яркостные температуры которых согласуются с излучением фронтов релятивистских ударных волн, распространяющихся по РСДБ выбросу.

Список литературы

1. Gabuzda D. C. Unusual radio properties of the BL Lac object 0820+225 / Gabuzda D. C., Pushkarev A. B., Garnich N. N. // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2001. – Vol. 327. – P. 1-9.
2. Lobanov A. P. Ultracompact jets in active galactic nuclei / Lobanov A. P. // Astronomy and Astrophysics. – 1998. – Vol. 330. – P. 79-89.
3. Hada K. An origin of the radio jet in M87 at the location of the central black hole / Hada K., Doi A., Kino M., Nagai H., Hagiwara Y., Kawaguchi N. // Nature. – 2011. – Vol. 477. – P. 185-187.
4. Komatsu E. Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy probe Observations: Cosmological Interpretation / Komatsu E., Dunkley J., Nolte M. R. et al. // Astrophysical Journal Supplement – 2009. – Vol. 180. – P. 330-376.

5. Greisen E. The Astronomical Image Processing System / Greisen E. // Seminar on Acquisition, Processing and Archiving of astronomical Images. – 1990. – P. 125-142.
6. Shepherd M. C. DIFMAP: an interactive program for synthesis imaging / Shepherd M. C., Pearson T. J., Taylor G. B. // Bull. Am. Astron. Soc. – Vol. 26, No 2. – P. 987-989.
7. Pushkarev A. B. Single-epoch VLBI imaging study of bright active galactic nuclei at 2 and 8 GHz / Pushkarev A. B., Kovalev Y. Y. // Astronomy & Astrophysics. – 2012. in press, arXiv:1205.5559.
8. Lister M. L. MOJAVE: Monitoring of Jets in Active Galactic Nuclei with VLBA Experiments. VI. Kinematics Analysis of a Complete Sample of Blazar Jets / Lister M. L., Cohen M. H., Homan D. C. et al. // Astronomical Journal. – 2009. – Vol. 138. – P. 1874-1892.
9. Sokolovsky K. V. A VLBA survey of the core shift effect in AGN jets. I. Evidence of dominating synchrotron opacity / Sokolovsky K. V., Kovalev Y. Y., Pushkarev A. B., Lobanov A. P. // Astronomy & Astrophysics. – 2011. – Vol. 532. – P. 38-49.
10. Lewis J. P. Fast Normalized Correlation / Lewis J. P. // Vision Interface. Canadian Image Processing and Pattern Recognition Society – 1995. – P. 120-123.
11. Marscher A. P. Interpretation of Compact Jet Observations / Marscher A. P. // Parsec-scale radio jets, ed. J. A. Zensus & T. J. Pearson. – 1990. – P. 236-245.
12. Lobanov A. P. 86 GHz VLBI survey of compact radio sources / Lobanov A. P., Krichbaum T. P., Graham D. A. et al. // Astronomy & Astrophysics–2000. – Vol. 364. – P. 391-408.
13. Lister M. L. MOJAVE: Monitoring of Jets in Active Galactic Nuclei with VLBA Experiments. I. First-Epoch 15 GHz Linear Polarization Images / Lister M. L., Homan D. C. // Astronomical Journal – 2000. – Vol. 130. – P. 1389-1417.

Пушкаръов О. Б. Релятивістські ударні хвилі у струмені об'єкта типу BL Lacertae 1823+568 / Пушкаръов О. Б. // Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 17-25.

За допомогою методу радіоінтерферометрії з наддовгими базами (РНДБ) були проведені спостереження ядра активної галактики 1823+568 одночасно на частоті 2.3 і 8.6 ГГц за участю 17 антен. Відновлено карти розподілу радіояскравості і спектрального індексу об'єкта. Встановлено, що еволюція яркостної температури і поперечних розмірів РНДБ-компонентів викиду узгоджуються з моделлю релятивістських ударних хвиль, випромінювання яких домінували втратами енергії на адиабатичне розширення.

Ключові слова: активні ядра галактик, струмені, магнітні поля, інтерферометрія.

Pushkarev A. B. Relativistic shocks in compact jet of BL Lacertae object 1823+568 / Pushkarev A. B. // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2012. – Vol. 25(64), No 1. – P. 17-25.

Using the method of very long baseline interferometry (VLBI), the active galactic nucleus 1823+568 was observed simultaneously at a frequency of 2.3 and 8.6 GHz, with the participation of 17 antennas. The maps of the distribution of radio brightness and spectral index of the object were reconstructed. It is found that the evolution of brightness temperature and the transverse sizes of the VLBI jet components are consistent with a model of relativistic shocks dominated by adiabatic energy losses.

Keywords: active galactic nuclei, jets, magnetic fields, interferometry.

Поступила в редакцію 19.04.2012 г.

УДК 530.1

ЛОКАЛИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОНОВ В ОДНОМЕРНОЙ КВАНТОВОЙ НИТИ

Ахрамович Л.Н., Гадиев Д.Р., Гопман А.Б.

*Таврический национальный университет имени В.И. Вернадского, Симферополь, Украина
E-mail: axleo@yandex.ru*

На основании формализма трансфер-матрицы разработан алгебраический метод решения задач рассеяния электронов в одномерных квантовых нитях. Этим методом найден точный результат задачи квантового рассеяния электронов в одномерном одноканальном проводнике. Установлен характер сопротивления квантовой нити в зависимости от числа рассеивателей. Асимптотический предел точного решения хорошо согласуется с известными результатами. Показано, что и в однородной квантовой нити возникает явление локализации электронов, приводящее к экспоненциальной зависимости сопротивления одномерного квантового проводника от его длины.

Ключевые слова: рассеяние, квантовая нить, сопротивление, локализация.

ВВЕДЕНИЕ

Современные технологии создания элементов электронных приборов достигли уровня, когда из-за их малых размеров требуется учитывать квантовые свойства носителей зарядов. При поперечных размерах проводника, сравнимых с длиной волны электрона, в электронной плотности возникают уровни пространственного квантования, что приводит к скачкообразному поведению проводимости [1]. Это объясняется ограничением поперечных движений электронов относительно оси x проводника, и, как следствие, квантованием энергетических уровней

$$E = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2m\sigma} + \frac{p_x^2}{2m},$$
 где σ – площадь поперечного сечения проводника, m – масса

электрона, p_x – импульс электрона вдоль оси проводника.

Скачкообразность связывают с количеством n каналов проводимости, которые дают вклад в транспорт электронов. В пределе $\sigma \rightarrow 0$ открытым оказывается только один канал проводимости. Такой одноканальный квантовый проводник исследуется в настоящей работе.

Считается, что одним из первых вопросы электронного транспорта в проводниках малых размеров исследовал Ландауэр [2]. Он впервые определил сопротивление проводника малых размеров, в зависимости от квантовых

коэффициентов прохождения d и отражения r электронов:
$$R = \frac{2\pi\hbar}{e^2} \frac{r}{d}.$$

Вопросы транспорта электрического заряда в проводниках или полупроводниках являются актуальными. В современных полупроводниковых приборах электроны проводимости представляют собой газ в пространстве пониженной размерности: одномерный или двумерный электронный газ.

Изучение токовых состояний при распространении электронов в средах показывает, что при низких температурах, когда неупругие процессы рассеяния энергии при слабых колебаниях решетки становятся несущественными, определяющую роль в рассеянии будут играть квантовые процессы, связанные с волновыми свойствами электронов. При многократном отражении электронных волн возникают интерференционные эффекты, приводящие к экспоненциальной зависимости сопротивлений одномерных проводников от их длины, что связано с локализацией электронных состояний [3, 4]. В работе [5] высказано предположение о том, электронные состояния в одномерных и двумерных проводниках локализованы и металлическая проводимость отсутствует.

В настоящей работе исследуется сопротивление одномерного проводника, состоящего из упорядоченной цепочки атомов. Рассеяние и интерференция электрона на атомных потенциалах приводят к таким зависимостям коэффициентов отражения r и прохождения t от параметров задачи (энергии электрона, периода и высоты потенциалов), которые не сильно чувствительны к форме потенциала, что и явилось основанием выбора такой модели, в которой потенциалы атомов в линейной упорядоченной цепочке моделируются δ -функциями.

Рассеяние при электронном транспорте упругое, взаимодействие между электронами отсутствует, что позволяет существенно упростить рассмотрение решением одномерного уравнения Шредингера.

1. МЕТОД ТРАНСФЕР-МАТРИЦЫ

Удобным средством вычисления коэффициентов отражения и прохождения при рассеянии электрона на более чем двух атомных потенциалах является метод трансфер-матрицы. В его основе лежит линейное преобразование, позволяющее выразить коэффициенты рассеяния через параметры рассеивающих центров, создаваемых атомными потенциалами. Метод позволяет определить волновые функции уравнения Шредингера в трансляционно-инвариантной форме, когда решения не зависят от координат атомов, а определяются исключительно величиной атомных потенциалов Ω и межатомным расстоянием a .

Уравнение Шредингера для цепочки из N одинаковых атомов с мощностью потенциалов Ω

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \Omega \sum_{n=1}^N \delta(x - an) \right) \psi(x) = E \psi(x) \quad (1)$$

может быть эффективно проинтегрировано, если в качестве решений рассматривать плоские волны $\exp(\pm ikx)$, где $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$. Тогда волновая функция определяется с точностью до $2N$ констант интегрирования, которые связаны между собой линейными уравнениями, вытекающими из условий сшивки волновых функций в точках $x_n = na$ из диапазона $1 \leq n \leq N$.

Исключением «лишних» констант интегрирования, решение задачи сводится к рассмотрению линейного уравнения для векторов, определенных на двумерном пространстве состояний свободных волн, распространяющихся в разных направлениях слева и справа от атомной цепочки

$$\psi_L = \begin{pmatrix} C_1 e^{i\varphi} \\ C_2 e^{-i\varphi} \end{pmatrix}, \quad \psi_R = \begin{pmatrix} C_3 e^{iN\varphi} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где $\varphi = ka$ – безразмерный параметр задачи. Таким образом, для уравнения Шредингера получаем представление группы линейных преобразований в двумерном комплексном пространстве амплитуд рассеяния:

$$\psi_L = T \psi_R, \quad (3)$$

где трансфер-матрица T записывается в форме

$$T = \underbrace{(AB)(AB)\dots(AB)}_N B^{-1} = (AB)^N B^{-1}, \quad (4)$$

в которой она выражается через матрицу трансформации решения на отдельном атомном потенциале

$$A = \begin{pmatrix} 1+i\chi & i\chi \\ -i\chi & 1-i\chi \end{pmatrix}, \quad (5)$$

и матрицу переноса между атомами цепочки

$$B = \begin{pmatrix} e^{-i\varphi} & 0 \\ 0 & e^{i\varphi} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где $\chi = \sqrt{\frac{m\Omega^2}{2\hbar^2 E}}$ один из параметров задачи, характеризующий перенормированную мощность потенциала рассеяния, отнесенную к энергии электрона.

Такое представление трансфер-матрицы в факторизованном виде позволяет интерпретировать процессы преобразования волновой функции электрона при туннелировании через систему потенциалов любого вида и дает алгоритм построения трансфер-матрицы для любого количества потенциалов.

2. АЛГЕБРА ОПЕРАТОРОВ ТРАНСФЕР-МАТРИЦЫ

Решению задачи – нахождению матричных элементов трансфер-матрицы в значительной степени помогает знание алгебры операторов (5) и (6). Исследуем алгебраические свойства этих операторов.

Матрица A представима в показательной форме. Для этого заметим, что записанная в форме

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + i\chi \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

она выражается через единичную матрицу $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ и матрицу $\Lambda = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, квадрат и детерминант которой равны нулю: $\Lambda^2 = 0$, $\det \Lambda = 0$. В то же время, она выражается через матрицы Паули $\Lambda = \sigma_z + i\sigma_y$ и может рассматриваться как понижающий оператор на собственных векторах оператора σ_x :

$$\psi_+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \psi_- = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Теперь представление матрицы элементарных трансформаций $A = I + i\chi\Lambda$ в показательной форме с учетом перечисленных выше свойств не вызывает особых затруднений, поскольку разложение экспоненты в ряд Тейлора будет содержать оператор Λ не выше первого порядка. Добавляя слагаемые, тождественно равные нулю, получим формальный экспоненциальный ряд:

$$A = I + i\chi\Lambda = I + i\chi\Lambda + \frac{(i\chi\Lambda)^2}{2!} + \frac{(i\chi\Lambda)^3}{3!} + \dots = \exp\{i\chi\Lambda\}. \quad (8)$$

Перейдем к рассмотрению матрицы переноса (6). На основании формул Эйлера для экспонент с мнимым показателем, имеем $B = I \cos \varphi - i\sigma_z \sin \varphi$.

Учитывая, что квадрат матрицы Паули равен единице ($\sigma_z^2 = 1$) и, записывая функции синуса и косинуса в виде рядов Тейлора, приходим к показательной форме матрицы B :

$$B = \exp\{i\varphi\sigma_z\}. \quad (9)$$

Теперь матрицу $Q = AB$ можно записать в экспоненциальной форме:

$$Q = e^{i\chi\Lambda} e^{-i\varphi\sigma_z}. \quad (10)$$

Дальнейший успех решения задачи зависит от возможности представления произведения двух операторных экспонент в виде одной операторной экспоненты. Ввиду некоммутативности операторов Λ и σ_z , такое представление является неочевидным. Воспользуемся одной из формул, выражающей произведение операторных экспонент одной экспонентой:

$$Q = e^F e^G = e^{F+G + \frac{1}{2!}[F,G] + \frac{1}{3!}[F,[F,G]] + \frac{1}{4!}[F,[F,[F,G]]] + \dots}. \quad (11)$$

Применение этой формулы эффективно в том случае, если коммутаторная алгебра операторов F и G замкнута и состоит из конечного числа элементов. Учитывая, что F и G линейно выражаются через операторы Λ и σ_z , исследуем алгебру Ли этих операторов.

Коммутатор матриц Λ и σ_z легко вычисляется и равен

$$[\Lambda, \sigma_z] = -2\sigma_x.$$

Вычисление коммутаторов с элементом алгебры σ_x дает

$$[\Lambda, [\Lambda, \sigma_z]] = -4\Lambda.$$

Далее, очевидно, что коммутаторная алгебра замыкается, поскольку

$$[\Lambda, [\Lambda, [\Lambda, \sigma_z]]] = -4[\Lambda, \Lambda] = 0.$$

Таким образом, использование формулы (11) становится эффективным и, после подстановки соответствующих операторов, получаем представление оператора Q в следующей экспоненциальной форме

$$Q = \exp \left\{ i \left(\chi - \frac{2\chi^2\varphi}{3} \right) \Lambda - \chi\varphi\sigma_x \right\}. \quad (12)$$

Полученная формула позволяет сравнительно легко находить трансфер-матрицу квантового проводника как степень матрицы Q , а также исследовать характерную зависимость амплитуд электронных волн в зависимости от расстояний до краев проводника, что позволяет выяснить в явной форме характер слабой локализации электронов.

3. ЛАНДАУЭРОВСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

Сопротивление проводника определяется коэффициентами прохождения и отражения в соответствии с формулой Ландауэра [2]. Для вычисления сопротивления, найдем явные выражения для матричных элементов T_{11} и T_{21} трансфер-матрицы в соответствии с (4). Последние определяются N -ой степенью оператора Q :

$$T = Q^N,$$

где N – количество атомов в нити, или безразмерная длина нити $N = \frac{L}{a}$, L – длина нити, a – межатомное расстояние.

На основании установленной формы оператора Q в виде экспоненты (12), явный вид трансфер-матрицы находится несложно:

$$T = \exp \{ i\chi N \tau \},$$

где матрица τ определяется выражением

$$\tau = \left(1 - \frac{2\chi\varphi}{3} \right) \Lambda + i\varphi\sigma_x.$$

Для последующих преобразований существенны свойства этой матрицы, которые вытекают из явного ее вида

$$\tau = \begin{pmatrix} 1 - \frac{2\chi\varphi}{3} & 1 - \frac{2\chi\varphi}{3} + i\varphi \\ -1 + \frac{2\chi\varphi}{3} + i\varphi & -1 + \frac{2\chi\varphi}{3} \end{pmatrix}.$$

Отсюда устанавливаем:

- 1) $\det \tau = -(\chi\varphi)^2$;
- 2) $Sp \tau = 0$;
- 3) $\tau^2 = -\varphi^2 I$.

Эти замечательные особенности матрицы τ позволяют сравнительно просто найти искомые матричные элементы. Разлагая экспоненту в ряд, после очевидных преобразований, получим

$$T = I ch(\chi\varphi N) + \frac{i\tau}{\varphi} sh(\chi\varphi N).$$

Отсюда легко восстанавливаются матричные элементы матрицы T :

$$\begin{aligned} T_{11} &= ch(\chi\varphi N) + \frac{i}{\varphi} sh(\chi\varphi N) \left(1 - \frac{2}{3} \chi\varphi\right), \\ T_{12} &= \frac{i}{\varphi} sh(\chi\varphi N) \left(1 - \frac{2}{3} \chi\varphi + i\varphi\right), \\ T_{21} &= -\frac{i}{\varphi} sh(\chi\varphi N) \left(1 - \frac{2}{3} \chi\varphi - i\varphi\right), \\ T_{22} &= ch(\chi\varphi N) - \frac{i}{\varphi} sh(\chi\varphi N) \left(1 - \frac{2}{3} \chi\varphi\right). \end{aligned}$$

Заметим, что появившийся в ходе преобразований аргумент синуса и косинуса $\chi\varphi N$ не зависит от волнового числа k (следовательно, от энергии электрона), а выражается исключительно через длину нити L и перенормированную мощность атомных потенциалов \varkappa , поэтому $\chi\varphi N = \varkappa a N = \varkappa L$.

Поскольку коэффициенты отражения и прохождения, выраженные через матричные элементы матрицы T , равны

$$R = \left| \frac{T_{21}}{T_{11}} \right|^2, \quad D = \frac{1}{|T_{11}|^2},$$

то безразмерная величина сопротивления, определяемая отношением $\rho = \frac{R}{D}$,

выражается через матричный элемент T_{21} и равна

$$\rho = |T_{21}|^2 = \left(1 + \left(\frac{1}{\varphi} - \frac{2}{3} \chi\right)^2\right) sh^2(\chi\varphi N) = \left(1 + \left(\frac{1}{ka} - \frac{2}{3} \frac{\varkappa}{k}\right)^2\right) sh^2(\varkappa L).$$

Ландауэровское сопротивление теперь можно записать в форме

$$R = \frac{h}{e^2} \left(1 + \left(\frac{1}{ka} - \frac{2}{3} \frac{\varkappa}{k}\right)^2\right) sh^2(\varkappa L). \quad (13)$$

Отсюда асимптотическое поведение сопротивления при неограниченном увеличении длины квантовой нити определяется формулой

$$R \sim e^{\frac{L}{\xi}}$$

т.е. сопротивление увеличивается по экспоненциальному закону, что выражает свойство локализации электронных состояний. Характерная длина, на которой существенно повышается сопротивление, выражается соотношением

$$\xi = \frac{1}{2\alpha} = \frac{\hbar^2}{2m\Omega}.$$

Характеристическая длина ξ имеет квантовый характер, на что указывает постоянная Планка в ее выражении, также она обратно пропорциональна мощности потенциала отдельного атома и массе электрона.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Хорошо известно, что в модели Кронига-Пенни [6], описывающей состояния электрона в поле бесконечно протяженного периодического потенциала, электрон без рассеяния распространяется вдоль всего такого одномерного кристалла, т.е. такие состояния являются делокализованными. Локализованные состояния отсутствуют, волновая функция таких состояний равна нулю, отсюда возникает картина разрешенных и запрещенных энергетических зон.

Однако при конечной длине одномерной кристаллической решетки наряду с делокализованными возникают локализованные состояния. Причем континуум энергетических состояний в каждой из зон становится квазинепрерывным, при этом в каждой из запрещенных зон возникает континуум состояний, соответствующий локализованным состояниям.

В современных исследованиях [3, 4, 7] о локализации электронов говорят в связи с исследованием неупорядоченных сред. Неупорядоченность связывают со структурным или композиционным беспорядком расположения атомов. Складывается впечатление, что локализация обязана исключительно беспорядку.

Однако природа локализации иная и заключается в том, что электронные волны с длиной волны не кратной межатомному расстоянию испытывают значительные трансформации при каждом акте рассеяния. С учетом интерференции это приводит к значительному запутыванию электронов в одномерной кристаллической решетке и, в конечном итоге, к локализации.

Разработанный метод исследования позволяет установить поведение амплитуд электронных волн внутри проводника, и, тем самым, исследовать характер локализации детально. Также открывается возможность исследования свойств комбинированных и составных квантовых проводников.

Список литературы

1. Шик А. Я. Физика низкоразмерных систем / Шик А. Я., Бакуева Л. Г., Мусихин С. Ф., Рыков С. А. – СПб. : Наука, 2001.
2. Landauer R. Electrical resistance of disordered one-dimensional lattices / Landauer R. // Philosophical Magazine. – 1970. – Vol. 21. – P. 863-867.
3. Седракян Д. М. Локализация электрона на одномерной цепочке из периодически расположенных случайных δ -потенциалов / Седракян Д. М., Бадалян Д. А., Хачатрян А. Ж. // ФТТ. – 1999. – Т. 41, вып. 10. – С. 1851-1855.
4. Седракян Д. М. Рассеяние электрона на одномерной цепочке со структурным и композиционным беспорядком / Седракян Д. М., Бадалян Д. А., Хачатрян А. Ж. // ФТТ. – 2000. – Т. 42, вып. 4. – С. 747-751.
5. Abrahams E. Scaling Theory of Localization: Absence of Quantum Diffusion in Two Dimensions / Abrahams E., Anderson P. W., Liccardello D. C., and Ramakrishnan T. V. // Phys. Rev. Lett. – 1979. – Vol. 42. – P. 693.
6. Kronig R. de L., Penney W. G., Quantum mechanics of electrons in crystal lattices, "Proc. Roy. Soc. London" – 1931. – Vol. 130A. – P. 499.
7. Имри Й. Введение в мезоскопическую физику / Йозеф Имри ; Пер. с англ.: С. А. Булгадаев и др. – М. : Физматлит – 2004. – 304 с.

Ахрамович Л. М. Локалізація електронів в одновимірній квантовій нитці / Ахрамович Л. М., Гадієв Д. Р., Гопман О. Б. // Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 26-33.

На підставі формалізму трансфер-матриці розроблений алгебраїчний метод рішення задач розсіювання електронів в одновимірних квантових нитках. Цим методом знайдений точний результат задачі квантового розсіювання електронів в одновимірному одноканальному провіднику. Встановлено характер опору квантової нитки залежно від числа розсіювачів. Асимптотика точного рішення при великій кількості розсіювачів відповідає відомим результатам. Показано, що й в однорідній квантовій нитці виникає явище локалізації електронів, що приводить до експонентної залежності опору одновимірного квантового провідника від його довжини.

Ключові слова: розсіювання, квантова нитка, опір, локалізація.

Akhramovich L. N. Electron localization in one-dimensional quantum wires / Akhramovich L. N., Gadiev D. R., Gopman A. B. // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2012. – Vol. 25(64), No 1. – P. 26-33.

On the basis of the transfer matrix formalism developed an algebraic method for solving the scattering of electrons in one-dimensional quantum. This method found the exact result of the quantum problem of scattering of electrons in single-channel one-dimensional conductor. The nature of the resistance quantum wire depending on the number of scatterers is determined. Asymptotic limit of the exact solution for a large number of scatterers are in good agreement with known results. It is shown that in a homogeneous quantum wire there is the phenomenon of electron localization, which leads to an exponential dependence of the resistance of one-dimensional quantum wire of length.

Keywords: scattering, quantum wires, resistance, localization.

Поступила в редакцію 07.04.2012 г.

УДК 535.2:548.1.022/.024

**ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СИЛЬНО АНИЗОТРОПНОГО
ФЕРРОМАГНЕТИКА С УЧЕТОМ МЕХАНИЧЕСКИХ ГРАНИЧНЫХ
УСЛОВИЙ**

Фридман Ю.А., Гореликов Г.А.

*Таврический национальный университет имени В.И. Вернадского, Симферополь, Украина
E-mail: ansergar@mail.ru*

Исследованы спектры связанных магнитоупругих волн в полубесконечном сильно анизотропном легкоплоскостном ферромагнетике с жестко закрепленной гранью. Получена фазовая диаграмма исследуемой системы. Показано, что на линиях фазовых переходов ФМ – КФМ-фаза и КУ-КФМ-фаза квазифоннная мода становится мягкой. Учет вращательной инвариантности приводит к эффекту невзаимности для скоростей звука в кристалле. Обнаружено, что в образце с закрепленной гранью скорость звука возрастает по сравнению со скоростью звука в свободном (либо жестко закрепленным со всех сторон) образце, а область существования КФМ-фазы становится шире.

Ключевые слова: магнитоупругое взаимодействие, вращательная инвариантность, эффект невзаимности, фазовые переходы.

ВВЕДЕНИЕ

Динамические проявления магнитоупругой (МУ) связи имеют принципиальное значение в теории магнетизма. Спин-решеточное взаимодействие определяет связь механических (упругих, акустических, стрикционных) и магнитных характеристик системы [1], а также значительно влияет на критическое поведение при магнитных фазовых переходах [2, 3]. В частности, магнитоупругая связь способна полностью подавить аномальные критические флуктуации в точке фазового перехода второго рода и заблокировать появление доменной структуры в дисимметричной фазе. Более подробно различные качественные аспекты влияния спин-решеточной связи на характер критического поведения системы, а также на другие физические свойства магнитоупорядоченных кристаллов описаны в [4].

При этом важно учитывать механические граничные условия, накладываемые на систему. Во-первых, экспериментальные исследования магнитоупругих свойств связаны с некоторыми способами крепления образца в установке. Накладываемые механические условия определяют структуру спонтанных деформаций магнитоупорядоченного кристалла. Величина и структура спонтанных деформаций, в свою очередь, влияет как на термодинамические, так и на кинетические характеристики системы, а следовательно, и на результаты эксперимента.

Во-вторых, при создании магнитных пленок необходимо учитывать влияние подложки на образец. На важность проблемы учета механических граничных условий обращали внимание ряд авторов [5, 6, 7], однако к настоящему времени этот вопрос изучен явно недостаточно.

Теоретические исследования динамических проявлений магнитоупругой связи велись до сих пор в рамках двух взаимно дополняющих друг друга подходов. Первый подход основан на общей гидродинамической теории, игнорирующей динамическую природу внутренних степеней свободы кристалла, при этом эффекты временной и пространственной дисперсии акустических свойств либо вовсе остаются за рамками рассмотрения, либо учитываются лишь на симметричном, гидродинамическом уровне. Такой подход является строгим (точнее, безмодельным), однако область его применимости ограничена низкими частотами и большими длинами волн. Кроме того, чисто гидродинамический подход позволяет в общем случае исследовать лишь акустические свойства, но не спиновую динамику.

Второй подход также принято называть феноменологическим, однако он уже существенно использует конкретные динамические уравнения для описания спиновой системы, обычно это уравнения Ландау-Лифшица, либо некоторая их модификация. Последнее обстоятельство существенно расширяет область применимости теории в смысле частот и длин волн, а также позволяет исследовать динамику спиновой системы. Тем не менее, использование квазиклассических методов при описании спиновой динамики допустимо отнюдь не для всех систем. В частности, такой подход не применим к системам с сильной одноионной анизотропией, поскольку в этом случае невозможно обойтись без явного учета квантовых состояний магнитных ионов в кристаллическом поле. С другой стороны именно в таких системах следует ожидать особенно сильные магнитоупругие эффекты [8].

В данной работе проводится анализ магнитоупругой связи в магнетиках с большой квантовой одноионной анизотропией. В ходе вычислений используется диаграммная техника для операторов Хаббарда [9, 10, 11, 12], что позволяет точно учесть влияние магнитоупругого взаимодействия и одноионной анизотропии путем включения их в одноузельный гамильтониан. При этом последовательно учитываются как квантовые одноионные эффекты, так и так называемые эффекты нарушенной вращательной инвариантности магнитоупругой энергии системы, находящейся в магнитном поле.

1. МОДЕЛЬ. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ УРОВНИ И СОБСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ

В качестве модельной системы рассматривается полубесконечный легкоплоскостной ферромагнетик (XOY – базисная плоскость), помещенный в однородное магнитное поле H , параллельное оси OZ . Образец жестко закреплен по базисной плоскости. Рассмотрение проводится в области низких температур, в которой исследуемые эффекты проявляются наиболее сильно. Без потери общности будем считать спин магнитного иона $S = 1$. Гамильтониан такой системы в рамках вращательно-инвариантной теории МУ взаимодействия [13] имеет вид

$$\begin{aligned}
 \mathcal{H} = & -H \sum_n S_n^z - \frac{1}{2} \sum_{n,n'} J(n-n') \cdot \mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'} + \frac{\beta}{2} \sum_n (R_{zi}^{-1} S_n^i)^2 + \\
 & + \nu \sum_n (R_{if}^{-1} S_n^f)(R_{jg}^{-1} S_n^g) \varepsilon_{ij}(n) + \int d\vec{r} \left\{ \frac{(\lambda + \eta)}{2} (\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{yy}^2 + \varepsilon_{zz}^2) + \right. \\
 & \left. + \eta (\varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{xz}^2 + \varepsilon_{yz}^2) + \lambda (\varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{xx} \varepsilon_{zz} + \varepsilon_{yy} \varepsilon_{zz}) \right\}, \quad (1)
 \end{aligned}$$

где: $J(n-n')$ – константа билинейного обменного взаимодействия; n – номер узла в кристалле; S_n^i – i -я компонента спинового оператора в узле n ; $\beta > 0$ – константа легкоплоскостной одноионной анизотропии; ν – константа магнитоупругой связи; λ и η – упругие модули; \hat{R} – оператор локальных поворотов, $R_{ij}^{-1} = \delta_{ij} - \omega_{ij} + \omega_{ij}^2/2 + 1/2(u_{ik}\omega_{kj} + \omega_{ik}u_{kj})$; $\varepsilon_{ij} = u_{ij} + 1/2(u_{ik} - \omega_{ik})(u_{kj} + \omega_{kj})$ – тензор конечных деформаций; $u_{ij} = 1/2(\partial u_i/\partial x_j + \partial u_j/\partial x_i)$ и $\omega_{ij} = 1/2(\partial u_i/\partial x_j - \partial u_j/\partial x_i)$ – симметричная и антисимметричная часть тензора дисторсии $\partial u_i/\partial x_j$, соответственно. Нами выбраны граничные условия, при которых образец жестко закреплен в базисной плоскости XOY. Отметим, что при этом в системе существует аксиальная симметрия (ось симметрии – ось OZ), что, как мы увидим далее, существенно сказывается на поведении системы.

Выделяя в гамильтониане (1) среднее поле, получим:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{H} = & -\bar{H} \sum_n S_n^z + \frac{J_0}{2} \langle S^z \rangle^2 + \frac{\beta}{2} \sum_n (S_n^z)^2 + \sum_n \tilde{\mathcal{H}}(n) + -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} J(n-n') \times \\
 & \times \left\{ (S_n^z - \langle S^z \rangle)(S_{n'}^z - \langle S^z \rangle) + \frac{1}{2} (S_n^+ S_{n'}^- + S_n^- S_{n'}^+) \right\} + \\
 & + \int d\vec{r} \left\{ \frac{(\lambda + \eta)}{2} (\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{yy}^2 + \varepsilon_{zz}^2) + \eta (\varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{xz}^2 + \varepsilon_{yz}^2) + \lambda (\varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{xx} \varepsilon_{zz} + \varepsilon_{yy} \varepsilon_{zz}) \right\},
 \end{aligned}$$

где $\tilde{\mathcal{H}}(n) = \frac{\beta}{2} (R_{zi}^{-1} S_n^i)^2 - \frac{\beta}{2} (S_n^z)^2 + \nu (R_{if}^{-1} S_n^f)(R_{jg}^{-1} S_n^g) \varepsilon_{ij}(n)$. Полученный в результате одноузельный гамильтониан $\mathcal{H}_0(n)$ имеет вид:

$$\mathcal{H}_0(n) = -\bar{H} S_n^z + \frac{\beta}{2} (S_n^z)^2 + \tilde{\mathcal{H}}(n), \quad (2)$$

где $\bar{H} = H + J_0 \langle S^z \rangle$.

Найдем собственные функции и собственные значения одноузельного гамильтониана (2). Для начала решим уравнение Шредингера для оператора $\mathcal{L}_0(n)$, представляющего собой магнитную часть одноузельного гамильтониана:

$$\mathcal{L}_0(n) = -\bar{H} S_n^z + \frac{\beta}{2} (S_n^z)^2. \quad (3)$$

В результате получим следующие выражения для собственных значений и собственных функций оператора $\mathcal{L}_0(n)$:

$$\begin{cases} E_1^{(0)} = \frac{\beta}{2} - \bar{H}, \\ E_0^{(0)} = 0, \\ E_{-1}^{(0)} = \frac{\beta}{2} + \bar{H}, \end{cases} \quad \begin{cases} \psi(1) = |1\rangle, \\ \psi(0) = |0\rangle, \\ \psi(-1) = |-1\rangle, \end{cases} \quad (4)$$

где $|M\rangle$ есть собственные функции спинового оператора S_n^z . Построим на базе полученных собственных функций операторы Хаббарда $X_n^{M'M} \equiv |\Psi_n(M')\rangle\langle\Psi_n(M)|$, которые описывают переход системы из состояния $\Psi_n(M)$ в состояние $\Psi_n(M')$ [9, 10, 11, 12]. Связь спиновых операторов с операторами Хаббарда определяется соотношениями:

$$S_n^z = \sum_{\alpha} \gamma^{\parallel}(\alpha) X_n^{\alpha} + \sum_M \Gamma^{\parallel}(M) H_n^M = H_n^1 - H_n^{-1},$$

$$S_n^+ = \sum_{\alpha} \gamma^{\perp}(\alpha) X_n^{\alpha} = \sqrt{2}(X_n^{10} + X_n^{0-1}), \quad S_n^- = (S_n^+)^{\dagger},$$

где $H_n^M = X_n^{MM}$, $S_n^+ = S_n^x + i \cdot S_n^y$.

Подставляя полученные выражения в гамильтониан \mathcal{H}_0 , выразим его через операторы Хаббарда:

$$\mathcal{H}_0 = \sum_n \mathcal{H}_0(n) = \sum_n \left\{ \sum_M P_M H_n^M + \sum_{\alpha} P_{\alpha} X_n^{\alpha} \right\}. \quad (5)$$

Значения коэффициентов P мы здесь не приводим ввиду их громоздкости. Используя гамильтониан (5), решаем с ним одноузельную задачу. В результате получим следующее характеристическое уравнение для вычисления энергетических уровней системы:

$$\begin{vmatrix} P_1 - E & P_{(1,0)} & P_{(1,-1)} \\ P_{(0,1)} & P_0 - E & P_{(0,-1)} \\ P_{(-1,1)} & P_{(-1,0)} & P_{-1} - E \end{vmatrix} = 0. \quad (6)$$

Решая уравнение (6), находим энергетические уровни:

$$E_k = E_k^{(0)} + \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3, \quad (7)$$

где $(k=1;0;-1)$, а ζ – поправки к значениям энергии, которые ввиду их громоздкости мы не приводим. Полученные нами поправки к энергетическим уровням магнитной части одноузельного гамильтониана малы по сравнению с величинами внешнего магнитного поля и анизотропии. Поэтому нижайший энергетический уровень определяется именно этими двумя параметрами. При определенном соотношении материальных параметров системы возможна инверсия энергетических уровней. В случае, если $H \gg \beta$, нижайшим

уровнем оказывается E_1 , и в системе, реализуется ферромагнитная (ФМ) фаза. В случае $\beta \gg H$ нижайшим является уровень E_0 , и в системе реализуется квадрупольная (КУ) фаза. И в случае $H \sim \beta$ энергетические уровни E_1 и E_0 оказываются одного порядка, и в системе реализуется промежуточное состояние – квадрупольно-ферромагнитная (КФМ) фаза.

Воспользуемся выбранными нами граничными условиями для дальнейших вычислений. При креплении образца по базисной плоскости для статической части элементов тензора дисторсии и тензора конечных деформаций имеем следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xz}^{(0)} &= u_{xz}^{(0)} = \omega_{xz}^{(0)} \\ \varepsilon_{zz}^{(0)} &= u_{zz}^{(0)} + \frac{1}{2}(u_{zz}^{(0)})^2 + 2(u_{xz}^{(0)})^2. \end{aligned} \quad (8)$$

При этом статическая часть остальных элементов тензора дисторсии и тензора конечных деформаций равна нулю. Это позволяет упростить выражения для поправок к энергетическим уровням.

Минимизируя свободную энергию для различных областей значений параметров, получаем следующие значения спонтанных деформаций в различных фазах:

$$\text{ФМ-фаза} - u_{zz}^{(0)} = -\frac{V}{\eta}, \quad u_{xz}^{(0)} = 0;$$

$$\text{КУ-фаза} - u_{zz}^{(0)} = 0, \quad u_{xz}^{(0)} = 0;$$

$$\text{КФМ-фаза} - u_{zz}^{(0)} = -\langle S^z \rangle \frac{V}{\eta}, \quad u_{xz}^{(0)} = 0.$$

Как видим, $u_{xz}^{(0)} = 0$ во всех трех фазах. Это приводит к тому, что собственные функции гамильтониана \mathcal{H}_0 совпадают с собственными функциями оператора \mathcal{L}_0 и определяются выражениями (4). Следовательно, связь спиновых операторов с операторами Хаббарда не меняется. Для энергетических уровней получаем в итоге следующие выражения:

$$E_1 = \frac{\beta}{2} - \bar{H} + \frac{V}{2}(u_{zz}^{(0)})^2 + \nu u_{zz}^{(0)}, \quad E_0 = 0, \quad E_1 = \frac{\beta}{2} + \bar{H} + \frac{V}{2}(u_{zz}^{(0)})^2 + \nu u_{zz}^{(0)}, \quad (9)$$

где $u_{zz}^{(0)} = -\frac{V}{\eta}$ в ФМ-фазе, $u_{zz}^{(0)} = 0$ в КУ-фазе и $u_{zz}^{(0)} = -\langle S^z \rangle \frac{V}{\eta}$ в КФМ-фазе.

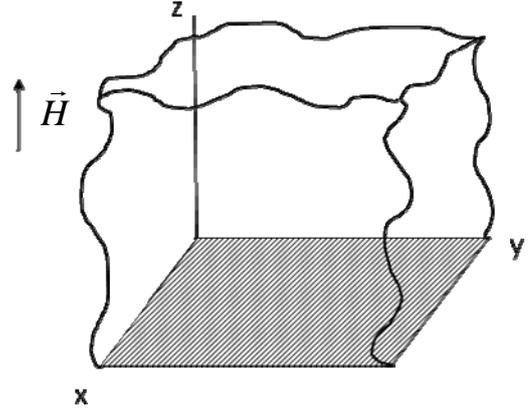


Рис. 1. Геометрия образца.

2. ГАМИЛЬТониАН ТРАНСФОРМАЦИЙ. СКОРОСТЬ ЗВУКА

Для получения гамильтониана трансформаций представим компоненты тензора деформаций в виде $u_{ij} = u_{ij}^{(0)} + u_{ij}^{(1)}$, где $u_{ij}^{(1)}$ – динамическая часть тензора деформаций, соответствующая колебаниям узлов кристаллической решетки. Выделив из полученного нами одноузельного гамильтониана часть, описывающую процессы трансформаций, получим:

$$\mathcal{H}_{tr} = \sum_n \left\{ B_1 H_n^1 + B_2 H_n^0 + B_3 H_n^{-1} + B_4 X_n^{1-1} + B_4^* X_n^{-11} + \right. \\ \left. + B_5 X_n^{01} + B_5^* X_n^{10} + B_6 X_n^{0-1} + B_6^* X_n^{-10} \right\}, \quad (10)$$

где:

$$B_1 = \nu(1 + u_{zz}^{(0)})u_{zz}^{(1)} + \frac{\nu}{2}(u_{xx}^{(1)} + u_{yy}^{(1)}), \quad B_3 = B_1, \\ B_2 = \nu(u_{xx}^{(1)} + u_{yy}^{(1)}), \quad B_4 = \frac{\nu}{2}(u_{xx}^{(1)} - u_{yy}^{(1)} - 2iu_{xy}^{(1)}), \\ B_5 = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[\beta(1 - \frac{u_{zz}^{(0)}}{2}) + \nu u_{zz}^{(0)} \right] (\omega_{xz}^{(1)} + i\omega_{xz}^{(1)}) + \frac{\nu}{\sqrt{2}}(1 + \frac{u_{zz}^{(0)}}{2})(u_{zx}^{(1)} + iu_{zy}^{(1)}), \\ B_6 = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[\beta(1 - \frac{u_{zz}^{(0)}}{2}) + \nu u_{zz}^{(0)} \right] (-\omega_{xz}^{(1)} + i\omega_{xz}^{(1)}) + \frac{\nu}{\sqrt{2}}(1 + \frac{u_{zz}^{(0)}}{2})(-u_{zx}^{(1)} + iu_{zy}^{(1)}), \quad (11)$$

Проквантуем гамильтониан \mathcal{H}_{tr} , определив фононные операторы стандартным образом [14]:

$$u_{ij}^{(1)} = \frac{i}{2} \sum_{q,\lambda} \frac{e^{iqn}}{\sqrt{2mN\omega_\lambda(q)}} (e_\lambda^i(q)q_j + e_\lambda^j(q)q_i)(b_{q,\lambda} + b_{-q,\lambda}^\dagger), \\ \omega_{ij}^{(1)} = \frac{i}{2} \sum_{q,\lambda} \frac{e^{iqn}}{\sqrt{2mN\omega_\lambda(q)}} (e_\lambda^i(q)q_j - e_\lambda^j(q)q_i)(b_{q,\lambda} + b_{-q,\lambda}^\dagger),$$

где: q_i – проекция квазиимпульса на ось i ; $e_\lambda^i(q)$ – проекция единичного вектора поляризации на ось i ; N – число узлов в кристалле; m – масса атома; $\omega_\lambda(q) = \nu_\lambda q$ – закон дисперсии фонона; ν_λ – скорость λ -поляризованного звука; $b_{-q,\lambda}^\dagger$ и $b_{q,\lambda}$ – операторы рождения и уничтожения фононов.

В результате для гамильтониана, описывающего процесс трансформации магнов в фононы и обратно, получим:

$$\mathcal{H}_{tr} = \sum_{\substack{q,\lambda \\ n,\alpha}} (b_{q,\lambda} + b_{-q,\lambda}^\dagger) T_n^\alpha(q, \lambda) X_n^\alpha + \sum_{\substack{q,\lambda \\ n,M}} (b_{q,\lambda} + b_{-q,\lambda}^\dagger) T_n^{MM}(q, \lambda) H_n^M, \quad (12)$$

где $T_n(q, \lambda)$ – амплитуды трансформаций:

$$\begin{aligned}
 T_n^{11}(q, \lambda) &= \frac{\nu}{2} i \cdot T_n^0(q, \lambda) \left[2(1 + u_{zz}^{(0)}) e_{\lambda q}^z q_z + e_{\lambda q}^x q_x + e_{\lambda q}^y q_y \right], \\
 T_n^{-1-1}(q, \lambda) &= T_n^{11}(q, \lambda), \\
 T_n^{00}(q, \lambda) &= \nu \cdot i \cdot T_n^0(q, \lambda) \left[e_{\lambda q}^x q_x + e_{\lambda q}^y q_y \right], \\
 T_n^{1-1}(q, \lambda) &= \frac{\nu}{2} \cdot i \cdot T_n^0(q, \lambda) e_{\lambda q}^- q^-, \\
 T_n^{01}(q, \lambda) &= \frac{i}{2\sqrt{2}} \cdot T_n^0(q, \lambda) \left[\left(\nu - \frac{\beta}{2} \right) e_{\lambda q}^z q^+ + \left(\nu(1 + u_{zz}^{(0)}) + \frac{\beta}{2} \right) e_{\lambda q}^+ q_z \right], \\
 T_n^{0-1}(q, \lambda) &= -\frac{i}{2\sqrt{2}} \cdot T_n^0(q, \lambda) \left[\left(\nu - \frac{\beta}{2} \right) e_{\lambda q}^z q^- + \left(\nu(1 + u_{zz}^{(0)}) + \frac{\beta}{2} \right) e_{\lambda q}^- q_z \right],
 \end{aligned}$$

где $q^+ = q_x + iq_y$, $q^- = (q^+)^*$, $e_{\lambda q}^+ = e_{\lambda q}^x + ie_{\lambda q}^y$, $e_{\lambda q}^- = (e_{\lambda q}^+)^*$, $T_n^0(q, \lambda) = \frac{e^{iqn}}{\sqrt{2mN\omega_\lambda(q)}}$.

В амплитудах трансформаций учтена перенормировка констант магнитоупругой связи, которая определяется слагаемыми, пропорциональными $u_{zz}^{(0)}$. Кроме того, необходимо обратить внимание на наличие в амплитудах трансформаций константы одноионной анизотропии. Из этого факта следует, что гибридизация упругих и магнитных возбуждений может быть обусловлена не только магнитоупругой связью, но и одноионной анизотропией. На этот механизм магнитоупругого взаимодействия, связанный с вращательной инвариантностью теории, указывалось в работах [13, 15].

При распространении в кристалле длинноволнового звука магнитные переменные успевают подстроиться под мгновенное значение компонент тензора дисторсии квазистатическим образом. Обговорим процедуру перенормировки упругих модулей. Для этого необходимо в гамильтониане (1) выделить слагаемые, пропорциональные $u^{(1)}u^{(1)}$, $u^{(1)}\omega^{(1)}$ и $\omega^{(1)}\omega^{(1)}$. Полученное выражение усредняется по магнитным переменным. Через средние от магнитных переменных модули упругости зависят от того, в какой магнитной фазе находится система. Подчеркнем, что вклад в перенормировку дают пятое слагаемое в (1) и усредненный по магнитным переменным одноузельный гамильтониан (5).

Приведем явный вид скорости звука для различных направлений волнового вектора и поляризации.

ФМ-фаза:

$q \parallel OY$

$$v_x^2 = \frac{1}{2m}(\eta + \nu), \quad v_y^2 = \frac{1}{m}(\lambda + \eta + \nu/2), \quad v_z^2 = \frac{1}{2m}(\frac{\beta}{4} + \eta);$$

$q \parallel OZ$

$$v_y^2 = v_x^2 = \frac{1}{2m}(\frac{\beta}{4} + \eta - \nu + \frac{\nu^2}{\eta}), \quad v_z^2 = \frac{1}{m}(\lambda + \eta - 2\nu + \frac{3\nu^2}{2\eta});$$

КУ-фаза:

$q \parallel OY$

$$v_x^2 = \frac{1}{2m}(\eta + 2\nu), \quad v_y^2 = \frac{1}{m}(\lambda + \eta + \nu), \quad v_z^2 = \frac{1}{2m}(\eta + \frac{\beta}{2});$$

$q \parallel OZ$

$$v_y^2 = v_x^2 = \frac{1}{2m}(\frac{\beta}{2} + \eta + 2\nu), \quad v_z^2 = \frac{1}{m}(\lambda + \eta).$$

При сравнении полученных значений скорости звука с результатами работы [5], приходим к выводу, что в случае жесткой фиксации базисной плоскости образца квадрат скорости звука возрастает на величину порядка ν/m по сравнению со скоростью звука в свободном образце. Кроме того, скорость звука в КУ-фазе превышает скорость звука в ФМ-фазе.

Перейдем к вычислению спектров связанных магнитоупругих волн. Полная функция Грина определяется выражением

$$G^{\alpha\alpha'}(n, \tau, m, \tau') = -\langle \hat{T} \tilde{X}_n^\alpha(\tau) \tilde{X}_m^{\alpha'}(\tau) \rangle, \quad (13)$$

где \hat{T} – оператор Вика; $\tilde{X}_n^\alpha(\tau) = \exp(-\mathcal{H}\tau) X_n^\alpha \exp(\mathcal{H}\tau)$ – оператор Хаббарда в представлении Гейзенберга, усреднение ведется с полным гамильтонианом. Полюсы функции Грина (13) определяют дисперсионное уравнение связанных магнитоупругих волн. Решение дисперсионного уравнения производится отдельно для каждой из трех фаз, поскольку концевые множители и амплитуды трансформаций существенно зависят от фазового состояния системы.

3. ФМ-ФАЗА

Спектр низкочастотных квазимагнонов в ФМ-фазе имеет вид:

$$\varepsilon(k) = \frac{J_0}{2}k^2 + H + \frac{\nu^2}{\eta} - \frac{\beta}{2}. \quad (14)$$

При получении спектров квазифононов рассмотрены два направления волнового вектора: по оси OY и по оси OZ . При этом для продольной поляризации квазифононов не происходит гибридизации, и спектры остаются линейными по волновому вектору. Спектры поперечно поляризованных квазифононов имеют следующий вид:

$$\omega^2(k) = \omega_t^2(k) \frac{\varepsilon(k) - a_0^{(i)}}{\varepsilon(k)}, \quad (15)$$

где $\omega_t(k) = \nu k$ – спектр невзаимодействующих t -поляризованных фононов. Для случая $\mathbf{k} \parallel OY$ t -поляризация есть поляризация по оси OZ , а слагаемое $a_0^{(t)}$ имеет значение:

$$a_0^{(y)} = \frac{\left(v - \beta/2 \left(1 + v/2\eta \right) \right)^2}{\left(\beta/2 + 2\eta \right)}.$$

В случае $\mathbf{k} \parallel OZ$ рассматривается поляризация по оси OY . Слагаемое $a_0^{(t)}$ при этом имеет вид:

$$a_0^{(z)} = \frac{\left(v - v^2/\eta + \beta/2 \left(1 + v/2\eta \right) \right)^2}{\left(\beta/2 + 2\eta - 2v + 2v^2/\eta \right)}.$$

Как видно из полученных выражений (14) и (15), ФМ-фаза становится неустойчивой при

$$H_{FM} = \frac{\beta}{2} - \frac{v^2}{\eta} + a_0^{(i)}. \quad (16)$$

При этом значении внешнего поля в спектре квазимагнонов (14) возникает щель, равная $a_0^{(i)}$, которая не обращается в ноль. Переход в КФМ-фазу происходит по квазифононной ветви. Спектры квазифонов и квазимагнонов в ФМ-фазе изображены на Рис. 2.

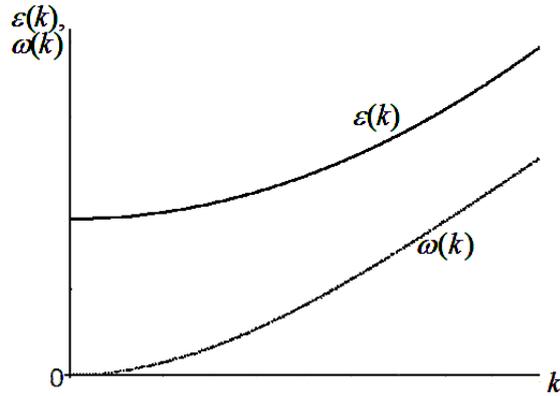


Рис. 2. Спектры квазифонов и квазимагнонов в ФМ-фазе при $H = H_{FM}$ ($\mathbf{k} \parallel OY$).

Рассмотрим полученные выражения для спектров квазифонов (в двух различных геометриях) вдали от линии фазового перехода, т.е. при $H - H_{FM} \gg \alpha k^2$. Здесь $\alpha = J_0 R_0^2$, R_0 – радиус взаимодействия. Из формулы (15) получаем:

$$\omega_y^2(k) = \tilde{v}_{y(z)}^2 k^2, \quad \omega_z^2(k) = \tilde{v}_{z(y)}^2 k^2,$$

где индексом y частоты указано направление волнового вектора, а в индексе z скорости в скобках указана поляризация. Выражения для скорости имеют вид

$$\tilde{v}_{y(z)}^2 = v_{y(z)}^2 \frac{H - H_{FM}^{(y)}}{H - H_{FM}^{(y)} + a_0^{(y)}}, \quad \tilde{v}_{z(y)}^2 = v_{z(y)}^2 \frac{H - H_{FM}^{(z)}}{H - H_{FM}^{(z)} + a_0^{(z)}}.$$

Для разности квадратов скоростей с принятой нами точностью, получаем

$$\tilde{v}_{y(z)}^2 - \tilde{v}_{z(y)}^2 = \frac{v}{2m} \cdot \frac{H + \frac{\beta}{2}}{H - \frac{\beta}{2}}. \quad (17)$$

т.е. скорость поперечного звука, распространяющегося вдоль оси OY , не совпадает со скоростью поперечного звука, распространяющегося вдоль оси OZ . При этом разность линейна по полю и зависит от величины константы магнитоупругого взаимодействия. Необходимо подчеркнуть, что (17) не зависит от нулевых деформаций и справедлива также в случае недеформированного основного состояния кристалла. Формула (17) отражает нарушение так называемого принципа взаимности для скорости звука. Это связано с нарушением вращательной инвариантности плотности энергии при наличии внешнего поля.

4. КУ-ФАЗА

В рассмотренной нами системе характерным является тот факт, что в спектр квазимагнонов в КУ-фазе не входит константа магнитоупругости:

$$\varepsilon(k) = \sqrt{\frac{\beta}{2} \left(\frac{\beta}{2} - 2J_0 + J_0 k^2 \right)} - H. \quad (18)$$

Т.е. магнитоупругое взаимодействие не оказывает какого-либо влияния на магннуную ветвь спектра в КУ-фазе. Это является следствием обращения в ноль в КУ-фазе магнитного момента на узле, и как следствие, равенство нулю спонтанных деформаций, т.е. фактически следствием симметрии накладываемых на систему механических граничных условий.

Также, как и в ФМ-фазе, продольно поляризованные квазифононы остаются не взаимодействующими. Спектр поперечно поляризованных квазифононов имеет вид:

$$\omega^2(k) = \omega_t^2(k) \frac{\beta - 4a_0^{(i)} (\varepsilon(k) + H)^2 - H^2}{\beta (\varepsilon(k) + H)^2 - H^2}. \quad (19)$$

В случае $\mathbf{k} \parallel OY$ квазифононы поляризованы по оси OZ , а для $a_0^{(i)}$ получаем:

$$a_0^{(y)} = \frac{\left(\nu - \beta/2\right)^2}{\left(\beta/2 + 2\eta\right)}.$$

В случае $\mathbf{k} \parallel OZ$ поляризация направлена по оси OY . Слагаемое $a_0^{(i)}$ имеет вид:

$$a_0^{(z)} = \frac{\left(\nu + \beta/2\right)^2}{\left(\beta + 2\eta + 4\nu\right)}.$$

Из спектра квазифононов (19) определяем поле перехода из КУ-фазы в КФМ-фазу:

$$H_{QU} = \sqrt{(\beta - 4a_0^{(i)})\left(\frac{\beta}{4} - J_0\right)}. \quad (20)$$

Как следует из (20), область существования КФМ-фазы становится шире на величину порядка ν^2/η по сравнению с [5] за счет уменьшения величины поля перехода из КУ-фазы в КФМ-фазу. Спектры элементарных возбуждений в КУ-фазе представлены на Рис. 3.

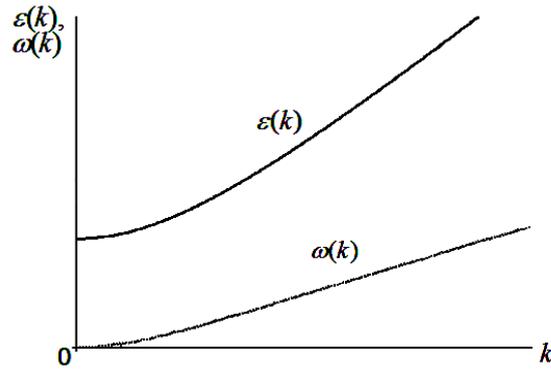


Рис. 3. Спектры квазифононов и квазимагнонов в КУ-фазе при $H = H_{QU}$ ($\vec{k} \parallel OY$).

Рассмотрим полученные выражения для спектров квазифононов (в двух различных геометриях) вдали от линии фазового перехода, т.е. при $H - H_{QU} \gg \alpha k^2$. Из формулы (4.6) получаем:

$$\omega_y^2(k) = \tilde{\nu}_{y(z)}^2 k^2, \quad \omega_z^2(k) = \tilde{\nu}_{z(y)}^2 k^2,$$

где индексом у частоты указано направление волнового вектора, а в индексе у скорости в скобках указана поляризация. Выражения для скорости имеют вид

$$\tilde{v}_{y(z)}^2 = v_{y(z)}^2 \frac{(H_{QU}^{(y)})^2 - H^2}{(H_{QU}^{(y)})^2 - H^2 + 4a_0^{(y)} \left(\frac{\beta}{4} - J_0\right)}$$

$$\tilde{v}_{z(y)}^2 = v_{z(y)}^2 \frac{(H_{QU}^{(z)})^2 - H^2}{(H_{QU}^{(z)})^2 - H^2 + 4a_0^{(z)} \left(\frac{\beta}{4} - J_0\right)}$$

Из этих формул следует, что разность квадратов скоростей с принятой нами точностью равна

$$\tilde{v}_{y(z)}^2 - \tilde{v}_{z(y)}^2 = \frac{v}{m} \cdot \frac{\beta \left(\frac{\beta}{4} - J_0\right) + H^2}{\beta \left(\frac{\beta}{4} - J_0\right) - H^2},$$

и пропорциональна квадрату внешнего магнитного поля. Это связано с тензорным характером параметра порядка КУ-фазы. Квадратичная зависимость от внешнего поля разности скоростей поперечного звука характерна для антиферромагнитных кристаллов. Все комментарии после формулы (17) справедливы и в этом случае.

Исследование спектров связанных магнитоупругих волн полубесконечного сильно анизотропного магнетика, закрепленного по базисной плоскости позволило построить фазовую диаграмму системы в переменных (H, β) . На Рис. 4 представлена фазовая диаграмма исследуемой системы. При сравнении с фазовой диаграммой свободного образца (Рис. 5) [5] обнаруживается существенное изменение областей существования соответствующих фазовых состояний.

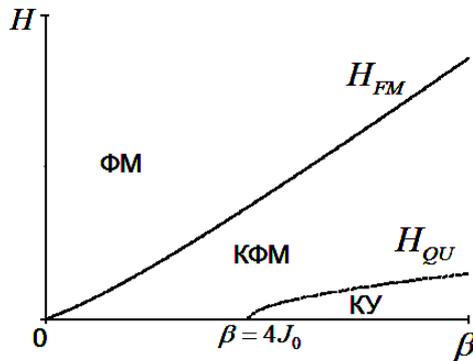


Рис. 4. Фазовая диаграмма легкоплоскостного сильно анизотропного ферромагнетика, жестко закрепленного по базисной плоскости.

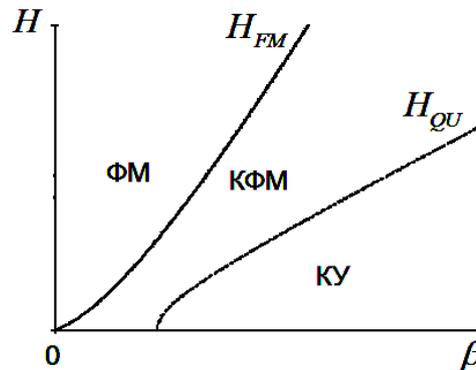


Рис. 5. Фазовая диаграмма свободного легкоплоскостного сильно анизотропного ферромагнетика.

Это изменение видно и при сравнении аналитических выражений для полей перехода:

Закрепленный по базисной плоскости образец

$$H_{FM} = \frac{\beta}{2} - \frac{v^2}{\eta} + a_0^{(i)},$$

$$H_{QU} = \sqrt{(\beta - 4a_0^{(i)}) \left(\frac{\beta}{4} - J_0 \right)}.$$

Свободный образец [5]

$$H_{FM} = \frac{\beta}{2} - \frac{v^2}{2\eta} + \tilde{a}_0^{(i)},$$

$$H_{QU} = \sqrt{\left(\beta + \frac{2v^2}{\eta} - 4\tilde{a}_0^{(i)} \right) \left(\frac{\beta}{4} + \frac{v^2}{2\eta} - J_0 \right)}.$$

Отметим, что при закреплении базисной плоскости происходит увеличение области существования квадрупольно-ферромагнитной фазы. Область существования КФМ-фазы становится шире на величину порядка v^2/η за счет уменьшения величины поля перехода из КУ-фазы в КФМ-фазу. Это связано с обращением в ноль статических деформаций в КУ-фазе.

ВЫВОДЫ

В результате проведенных исследований нами установлено, что в сильно анизотропном легкоплоскостном ферромагнетике с жестко закрепленной базисной плоскостью оказалась возможной реализация трех фазовых состояний: ферромагнитной (ФМ) фазы при $H > \beta > J$, квадрупольной (КУ) фазы при $\beta > J, H$ и квадрупольно-ферромагнитной (КФМ) фазы при $H \sim \beta$. Вычислены спонтанные деформации во всех трех фазах, а также спектры связанных магнитоупругих волн, определена скорость звука, точки фазового перехода по магнитному полю.

При выбранных граничных условиях отличным от нуля оказывается лишь один элемент статической части тензора дисторсии – $u_{zz}^{(0)}$. Статическая часть деформаций не влияет на квазимагнионную ветвь спектра в КУ-фазе. Это является следствием обращения в ноль статических деформаций в этой фазе. При другом выборе механических граничных условий ситуация может кардинально измениться. Так, например, при приклейке по плоскости ZOX отличными от нуля будут определенные компоненты тензора дисторсии как в ФМ, так и в КУ-фазе, что приведет к кардинальному изменению динамических свойств системы. Это говорит о существенной зависимости поведения данной системы от симметрии накладываемых граничных условий.

При сравнении полученных результатов с результатами, полученными для свободного образца [5], видно, что в случае фиксации базисной плоскости образца квадрат скорости звука возрастает на величину порядка v/m по сравнению с квадратом скорости звука в свободном образце.

Список литературы

1. Ахиезер А. И. Связанные магнитоупругие волны в ферромагнетиках и ферроакустический резонанс / Ахиезер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. В. // ЖЭТФ. – 1958. – Т. 35, вып. 1. – С. 228.
2. Туров Е. А. Нарушенная симметрия и магнитоакустические эффекты в ферро- и антиферромагнетиках / Туров Е. А., Шавров В. Г. // УФН. – 1983. – Т. 140, вып. 3. – С. 429.
3. Туров Е. А. Об энергетической щели в ферро- и антиферромагнетиках, связанной с магнитоупругой энергией / Туров Е. А., Шавров В. Г. // ФТТ. – 1965. – Т. 7, вып. 1. – С. 217.
4. Барьяхтар В. Г. Критическая динамика при ферромагнитных фазовых переходах во внешнем поле / Барьяхтар В. Г., Витебский И. М., Лавриненко Н. М., Соболев В. Л. // ЖЭТФ. – 1986. – Т. 23, вып. 9 – С. 2664-2673.
5. Витебський І. М. Теорія магнітопружних хвиль у сильно анізотропному легко площинному ферромагнетикі з врахуванням обертальної інваріантності / Витебський І. М., Лавриненко Н. М., Майорова А. М., Мицай Ю. М., Фридман Ю. А. // УФЖ. – 1994. – Т. 39. – С. 597-603.
6. Витебский И. М. Вращательно-инвариантная теория магнитоупругих волн в сильно анизотропном легкоплоскостном ферромагнетике / Витебский И. М., Лавриненко Н. М., Майорова А. Н., Мицай Ю. Н., Фридман Ю. А. // Препринт ИМК-93-8. – Харьков: Институт монокристаллов АН Украины. – 1993. – 21 с.
7. Bar'yakhtar V.G. Critical dynamics at ferroelastic phase transitions in an external field / Bar'yakhtar V.G., Vitebskii I. M., Lavrinenko N. M., Sobolev V. L. // JETP. – 1986. – Vol. 90, issue 6 – P. 1111-1117.
8. Фридман Ю. А. Квантовые эффекты в анизотропном ферромагнетике / Фридман Ю. А., Космачев О. А. // ФТТ. – 2009 – Т. 51, вып. 6 – С. 1104-1107.
9. Вальков В. В. Квантовая спин-волновая теория ферромагнетиков с произвольным видом одноионной анизотропии / Вальков В. В., Валькова Т. А., Овчинников С. Г. // ЖЭТФ. – 1985. – Т. 88, вып. 2. – С. 550.
10. Зайцев Р. О. Обобщенная диаграммная техника и спиновые волны в анизотропном ферромагнетике / Зайцев Р. О. // ЖЭТФ. – 1975. – Т. 68. – С. 207.
11. Fridman Yu. A. Phase states of an $S = 1$ magnet with anisotropic exchange interaction / Fridman Yu. A., Kosmachev O. A., Klevets Ph. N. // JMMM. – 2008. – Vol. 320, issue 3-4. – P. 435-449.
12. Мицай Ю. Н. Применение операторов Хаббарда в теории магнитоупругих волн / Мицай Ю. Н., Фридман Ю. А. // ТМФ. – 1989 – Т. 81, вып. 2. – С. 263-270.
13. Барьяхтар В. Г. Магнитоупругие возбуждения / Барьяхтар В. Г., Туров Е. А. // Электронная структура и электронные свойства металлов и сплавов. – Киев : Наукова думка, 1988. – С. 39-70.
14. Ландау Л. Д. Статистическая физика. Часть I. Том 5 / Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. – М. : Наука, 1976. – 583 с.
15. Абрикосов А. А. Методы квантовой теории поля в статистической физике / Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е. – М. : Физматгиз, 1962. – 444 с.

Фридман Ю. А. Динамічні властивості сильно анізотропного легкоплощинного ферромагнетика з урахуванням механічних граничних умов/ Фридман Ю. А., Гореліков Г. А. // Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 34-48.

Досліджено спектри зв'язаних магнітопружних хвиль в напівнескінченному сильно анізотропному легкоплощинному ферромагнетикі з жорстко закріпленою гранню. Отримана фазова діаграма системи, що досліджується. Показано, що на лініях фазових переходів ФМ – КФМ-фаза і КУ-КФМ-фаза квазіфононна мода стає м'якою. Облік обертальної інваріантності приводить до ефекту невзаємності для швидкостей звуку в кристалі. Виявлено, що в зразку із закріпленою гранню швидкість звуку зростає в порівнянні зі швидкістю звуку у вільному (або жорстко закріпленому з усіх боків) зразку, а область існування КФМ-фази стає ширшою.

Ключові слова: магнітопружна взаємодія, обертальна інваріантність, ефект невзаємності, фазові переходи.

Fridman Yu. A. Dynamic properties of strongly anisotropic easy-plane ferromagnet with mechanical boundary conditions/ Fridman Yu. A., Gorelikov G. A. // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2012. – Vol. 25(64), No 1. – P. 34-48.

We investigate spectra of elementary excitations of strongly anisotropic easy-plane semiinfinite ferromagnet, rigidly fixed on a basal plane. The phase diagram of the system was obtained. It was shown, that quasi-phonon mode become soft on lines of phase transitions FM-QFM-phase and QU-QFM-phase. Consideration of rotational invariance lead to the effect of non-reciprocity of sound speed in crystal. Increasing of sound speed in sample in case of fixed basal plan in comparison with sound speed in the free sample and extension of the region of existence of the QFM-phase were discovered.

Keywords: magnetoelastic interaction, rotational invariance, effect of non-reciprocity, phase transitions.

Поступила в редакцию 09.04.2012 г.

УДК 537.612

ВЛИЯНИЕ БОЛЬШОЙ НАКЛОННОЙ АНИЗОТРОПИИ НА ФАЗОВЫЕ СОСТОЯНИЯ ДВУМЕРНОГО ФЕРРОМАГНЕТИКА

Фридман Ю.А.¹, Клевец Ф.Н.^{1,2}, Гореликов Г.А.¹, Мелешко А.Г.¹

¹Таврический национальный университет имени В.И. Вернадского, Крым, Украина

²Institut für Physik, Universität Augsburg, Augsburg, Germany

E-mail: frid@tnu.crimea.ua

Изучены спиновые состояния двумерной пленки, обладающей легкоплоскостной анизотропией и большой одноионной наклонной анизотропией, направленной под некоторым углом к нормали пленки. В такой системе возможна реализация угловой ферромагнитной фазы, пространственно неоднородного состояния и квадрупольной фазы, реализация которых существенно зависит как от величины наклонной анизотропии, так и от ориентации волнового вектора в плоскости пленки.

Ключевые слова: наклонная анизотропия, магнитодипольное взаимодействие, легкоплоскостная анизотропия.

ВВЕДЕНИЕ

Как известно, при микроскопическом описании магнитных диэлектриков в спиновом гамильтониане возникают слагаемые вида $S_n^i \beta_{ij} S_n^j$, соответствующие энергии одноионной анизотропии, возникновение которой обусловлено спин-орбитальным взаимодействием (S_n^i – i -я компонента спинового оператора в узле n ; β_{ij} – компоненты тензора одноионной анизотропии) [1]. Аналогичного вида слагаемые можно выделить из энергии магнитодипольного взаимодействия, однако вклад этого взаимодействия обычно мал по сравнению с одноионной анизотропией. Простейшей магнитной системой, обладающей одноионной анизотропией, является магнетик со спином магнитного иона равным единице. В такой системе тензор одноионной анизотропии, обычно, является диагональным, причем $\beta_{zz} \neq \beta_{xx} = \beta_{yy}$. Такой вид компонент тензора анизотропии приводит к возникновению в магнетике одноосной одноионной анизотропии. Данная модель хорошо зарекомендовала себя при описании многих магнитных систем, однако технологические сложности, возникающие при создании магнитоупорядоченных систем, приводят к нарушению диагональности тензора анизотропии. Поэтому более реалистичной моделью является также учет недиагональных компонент тензора одноионной анизотропии $\beta_{zz} \neq \beta_{xx} = \beta_{yy}$, $\beta_{xz} = \beta_{zx}$. Такая модель описывает наклонную анизотропию, лежащую в плоскости XOZ, с осью легкого намагничивания, образующей угол φ с осью OZ. Интерес к такого рода моделям обусловлен тем, что они достаточно адекватно описывают энергию анизотропии разориентированных пленок феррит-гранатов.

Практическая ценность исследований систем с наклонной ориентацией легкоосной одноионной анизотропии состоит в том, что такие системы перспективны при создании устройств магнитооптической обработки информации, дефектоскопии, визуализации неоднородных магнитных полей, при исследовании наноструктурных магнитных материалов и др. [2-4]. Так, например, исследования магнитных свойств наногранулярных пленок с анизотропией типа «легкая ось» имеют большой научный и практический интерес [5-7] как минимум потому, что они перспективны для создания сред с высокой плотностью записи информации.

Системы со сложной одноионной анизотропией, описанные выше, достаточно хорошо изучены для случая малой величины одноионных анизотропий ($\beta, \beta_{xz} \ll J_0$). Однако существует большой класс магнитоупорядоченных систем, в которых энергия одноионной анизотропии достаточно велика. В настоящей работе нами рассмотрен класс магнитных систем, обладающих как большой легкоплоскостной одноионной анизотропией β , сравнимой или даже превосходящей величину обменного взаимодействия J_0 , так и большой наклонной анизотропией β_{zx} . Наличие в системе большой легкоплоскостной анизотропии приводит к целому ряду интересных эффектов [8-14].

В данной работе будут рассмотрены фазовые состояния и фазовые переходы по материальным параметрам двумерной системы с большой наклонной анизотропией ($\beta_{xz} > \beta$). Двухмерность системы подразумевает существенное влияние магнитодипольного взаимодействия, которое может приводить к реализации пространственно неоднородных фазовых состояний [15, 16]. Спин магнитного иона положим равным единице.

1. ФАЗОВЫЕ СОСТОЯНИЯ ДВУМЕРНОГО ФЕРРОМАГНЕТИКА С ПРЕОБЛАДАЮЩИМ ОБМЕННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ ($J_0 > \beta_{xz} > \beta$)

Как нам кажется, наиболее интересным является случай тонких ферромагнитных пленок, в которых необходимо учитывать влияние магнитодипольного взаимодействия. Рассмотрим тонкую ферромагнитную пленку со спином $S = 1$. Гамильтониан такой системы можно представить в следующем виде:

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} (J_{nn'} \delta_{ij} + V_{nn'}^{ij}) S_n^i S_{n'}^j + \beta \sum_n O_{2n}^0 - \beta_{xz} \sum_n O_{2n}^{xz}, \quad (1)$$

где $J_{nn'}$ – обменный интеграл; S_n^i – i -я компонента спинового оператора в узле n ; β – константа легкоплоскостной одноионной анизотропии (базисная плоскость XOY); β_{zx} – константа легкоосной одноионной наклонной анизотропии в плоскости XOZ; $V_{nn'}^{ij}$ – компоненты тензора магнитодипольного взаимодействия, фурье-образы которых имеют следующий вид:

$$V_k^{xx} = \frac{A_0}{3} - \Omega_0 k \cos^2 \psi, \quad V_k^{yy} = \frac{A_0}{3} - \Omega_0 k \sin^2 \psi, \quad V_k^{zz} = -\frac{2}{3} A_0 + \Omega_0 k,$$

$$V_k^{xy} = V_k^{yx} = -\frac{\Omega_0 k}{2} \sin 2\psi, \quad V_k^{xz} = V_k^{zx} = V_k^{yz} = V_k^{zy} = 0.$$

Здесь A_0 и Ω_0 – константы магнитодипольного взаимодействия; ψ – угол между направлением волнового вектора \mathbf{k} в базисной плоскости XOY и осью OX . Дальнейшее рассмотрение будем проводить для случая низких температур, много меньших температуры Кюри. При этом предполагается, что константа наклонной анизотропии превосходит константу легкоплоскостной анизотропии.

Конкуренция легкоплоскостной и наклонной анизотропий приводит к тому, что магнитный момент будет лежать в плоскости XOZ под некоторым углом θ к оси OZ . Выделяя среднее поле, получим одноузельный гамильтониан:

$$\mathcal{H}(\theta) = -\bar{H}_z(\theta) \sum_n S_n^z - \bar{H}_x(\theta) \sum_n S_n^x + B_2^0(\theta) \sum_n O_{2n}^0 + B_2^2(\theta) \sum_n O_{2n}^2 - B_2^{xz}(\theta) \sum_n O_{2n}^{xz}, \quad (2)$$

где введены обозначения

$$B_2^0(\theta) = \frac{\beta}{8}(1 + 6 \cos 2\theta) + \frac{3\beta_{xz}}{2} \sin 2\theta; \quad B_2^2(\theta) = \frac{\beta}{8}(1 - 2 \cos 2\theta) - \frac{\beta_{xz}}{2} \sin 2\theta,$$

$$B_2^{xz}(\theta) = \frac{\beta}{4} \sin 2\theta - \frac{\beta_{xz}}{2} \cos 2\theta; \quad \bar{H}_z(\theta) = (J_0 + V_0^{xx} \sin^2 \theta + V_0^{zz} \cos^2 \theta) \langle S^z \rangle,$$

$$\bar{H}_x(\theta) = \frac{\sin 2\theta}{2} (V_0^{zz} - V_0^{xx}) \langle S^z \rangle.$$

Решая с гамильтонианом (2) одноузельную задачу, получим энергетические уровни магнитного иона и волновые функции:

$$E_1 = B_2^0 - \chi; \quad E_0 = 0; \quad E_{-1} = B_2^0 + \chi, \quad (3)$$

$$|\psi(1)\rangle = \sqrt{\frac{\chi + \bar{H}_z}{2\chi}} |1\rangle + \sqrt{\frac{\chi - \bar{H}_z}{2\chi}} |-1\rangle; \quad |\psi(0)\rangle = |0\rangle;$$

$$|\psi(-1)\rangle = -\sqrt{\frac{\chi - \bar{H}_z}{2\chi}} |1\rangle + \sqrt{\frac{\chi + \bar{H}_z}{2\chi}} |-1\rangle,$$

где $\chi = \sqrt{(\bar{H}_z)^2 + (B_2^0)^2}$,

а также значение равновесного угла:

$$\operatorname{tg} 2\theta = -\frac{2\beta_{xz}}{\beta + 2A_0}, \quad (4)$$

На базисе собственных функций (4) одноузельного гамильтониана, построим операторы Хаббарда $X^{MM'} = |\psi(M')\rangle \langle \psi(M)|$ [25], описывающие переход магнитного иона из состояния M в состояние M' . Эти операторы связаны со спиновыми операторами следующим образом:

$$S^z = \frac{\bar{H}_z}{\chi} (X^{11} - X^{-1-1}) + \frac{B_2^2}{\chi} (X^{1-1} + X^{-11}),$$

$$S^+ = \sqrt{\frac{\chi + \bar{H}_z}{\chi}} (X^{10} + X^{0-1}) + \sqrt{\frac{\chi - \bar{H}_z}{\chi}} (X^{01} - X^{-10}); S^- = (S^+)^+.$$

Из вида энергетических уровней (3) видно, что при рассматриваемом соотношении параметров системы нижайший энергетический уровень, соответствующий основному состоянию, будет уровень E_1 , и, следовательно, $\langle S^z \rangle \approx 1$. Такое значение параметра порядка характерно для ферромагнитного упорядочения, и это состояние, в данном случае, мы назовем угловой ферромагнитной фазой (УФМ).

Нас интересуют спектры элементарных возбуждений рассматриваемой системы, которые позволяют исследовать не только динамику системы, но и линии (точки) устойчивости соответствующих фаз. Спектры магнонов можно получить используя метод бозонизации операторов Хаббарда и построения бозевского аналога гамильтониана, который будет иметь вид:

$$\mathcal{H} = \sum_k \varepsilon_\alpha(k) \alpha_k^+ \alpha_k + \sum_k \varepsilon_\beta(k) \beta_k^+ \beta_k,$$

где $\varepsilon_\alpha(k)$ и $\varepsilon_\beta(k)$ – спектры низкочастотных и высокочастотных магнонов, соответственно:

$$\varepsilon_\alpha^2(k) = \left\{ \frac{5\beta_{xz}}{4} - \frac{3\beta}{16} \left(1 + \frac{5\beta}{2\beta_{xz}} \right) - \frac{A_0}{24} - \frac{23\beta A_0}{16\beta_{xz}} - \frac{A_0^2}{\beta_{xz}} - \frac{\Omega_0}{8} \left[\sin^2 \psi - 3 \frac{\beta + 2A_0}{2\beta_{xz}} (1 + \cos^2 \psi) \right] k + \frac{J_0}{2} k^2 \right\} \times$$

$$\times \left\{ \frac{7\beta_{xz}}{4} - \frac{\beta}{16} \left(1 + \frac{21\beta}{2\beta_{xz}} \right) - \frac{5A_0}{24} - \frac{29\beta A_0}{16\beta_{xz}} - \frac{A_0^2}{\beta_{xz}} + \frac{\Omega_0}{8} \left[5 \sin^2 \psi + \frac{\beta + 2A_0}{2\beta_{xz}} (1 + \cos^2 \psi) \right] k + \frac{J_0}{2} k^2 \right\},$$

$$\varepsilon_\beta^2(k) = (E_{-1} - E_1)^2, \quad (6)$$

Очевидно, что спектр высокочастотных магнонов (6) является бездисперсионным, и мы сфокусируем наше внимание на наиболее интересном низкочастотном спектре (5). Как следует из (5), спектр низкочастотных магнонов существенно зависит от ориентации волнового вектора в базисной плоскости. Так, в зависимости от величины угла ψ , знак линейного по волновому вектору слагаемого в спектре (5) может меняться. Очевидно, что когда это слагаемое будет отрицательным, мы получим так называемый «неоднородный» спектр элементарных возбуждений – знак при линейных и квадратичных по k слагаемых будет разным. В результате минимуму энергии элементарных возбуждений соответствует не $k=0$, а некоторое критическое значение $k=k^*$. Угол ψ_0 соответствующий изменению знака при линейном по k слагаемом связан с параметрами системы следующим образом:

$$\cos \psi_0 = 1 - 3 \frac{\beta + 2A_0}{2\beta_{xz}}.$$

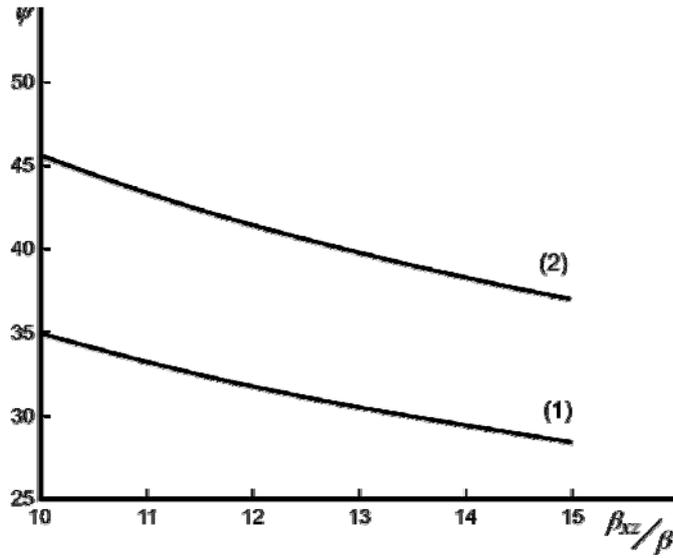


Рис. 1. Зависимость критического угла ψ_0 от материальных параметров системы. Кривая (1) соответствует значению $A_0=0,1\beta$ кривая (2) соответствует значению $A_0=0,1\beta$.

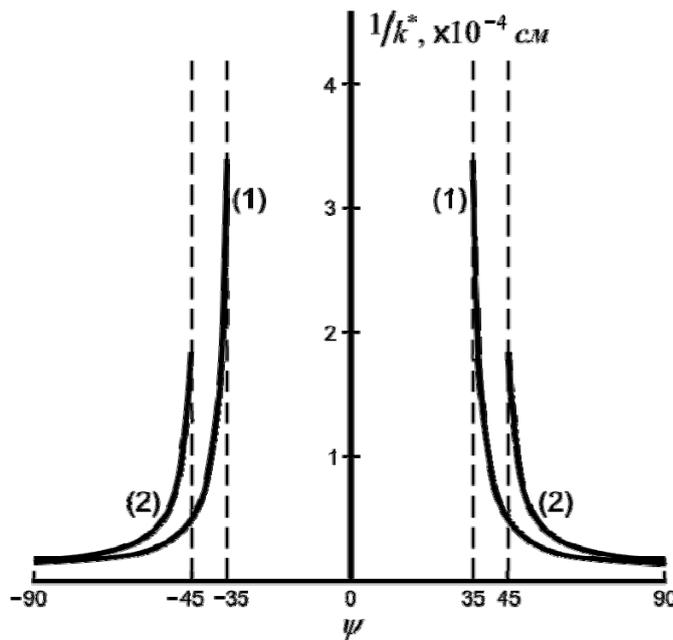


Рис. 2. Область существования пространственно неоднородного состояния при различных значениях материальных параметров: линия (1) – $\beta_{zx}=10\beta$, $A_0=0,1\beta$; линия (2) – $\beta_{zx}=10\beta$, $A_0=0,5\beta$.

Если $\psi > \psi_0$, система переходит в пространственно неоднородное состояние (НС) с периодом неоднородности

$$\frac{1}{k^*} = \frac{8J_0}{\Omega_0 \left[\sin^2 \psi - 3 \frac{\beta + 2A_0}{2\beta_{xz}} (1 + \cos^2 \psi) \right]}.$$

Энергетическая щель в спектре (5) обращается в нуль при следующем критическом значении константы наклонной анизотропии

$$\beta_{xz}^{C_1} \approx \beta + 2,6A_0 + \frac{\Omega_0^2}{50J_0} \sin^4 \psi,$$

которое соответствует фазовому переходу из УФМ фазы в НС.

В случае если $\psi < \psi_0$, мы получаем стандартный вид спектра элементарных возбуждений, который имеет минимум при $k=0$. Из условия обращения в нуль щели в спектре магнонов получим линию устойчивости УФМ фазы

$$\beta_{xz}^{C_2} \approx \beta + 2,6A_0.$$

Таким образом, учет влияния магнитодипольного взаимодействия приводит к формированию неоднородного состояния, реализация которого существенно зависит от ориентации волнового вектора в базисной плоскости. По мере приближения к ψ_0 в НС, период неоднородности увеличивается. Таким образом, существенное уменьшение периода неоднородности может быть достигнуто путем соответствующей ориентации волнового вектора, что выгодно с точки зрения практического применения в устройствах хранения информации.

2. ФАЗОВЫЕ СОСТОЯНИЯ ДВУМЕРНОГО ФЕРРОМАГНЕТИКА С БОЛЬШОЙ НАКЛОННОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ ($\beta_{xz} > \beta > J_0$)

Предположим теперь, что энергия наклонной анизотропии β_{xz} существенно превосходит все остальные взаимодействия, включая энергию обменного взаимодействия J_0 . Как и в случае большого обменного взаимодействия, решая одноузельную задачу, получим уровни энергии и волновые функции:

$$E_1 = -2\beta_{xz} + \frac{3\beta^2}{4\beta_{xz}}; \quad E_0 = 0; \quad E_{-1} = -\beta_{xz} + \frac{\beta}{4} + \frac{3\beta^2}{8\beta_{xz}}, \quad (7)$$

$$|\psi(1)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle - |-1\rangle); \quad |\psi(0)\rangle = |0\rangle; \quad |\psi(-1)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle + |-1\rangle).$$

а также значение равновесного угла:

$$\text{tg} 2\theta = -\frac{2\beta_{xz}}{\beta}, \quad (8)$$

Из выражения (7) видно, что в системе не происходит инверсии энергетических уровней, и нижайшим энергетическим остается E_1 . Связь спиновых операторов с операторами Хаббарда при таких соотношениях материальных параметров существенно упрощается по сравнению со случаем, рассмотренным выше, и имеет вид:

$$S_n^z = X_n^{-11} + X_n^{1-1}, \quad S_n^+ = X_n^{10} - X_n^{01} + X_n^{0-1} + X_n^{-10}, \quad S_n^- = (S_n^+)^+ . \quad (9)$$

Воспользовавшись выражением (9), найдем параметры порядка в квадрупольной фазе:

$$\langle S^z \rangle = 0, \quad q_2^0 = \langle O_2^0 \rangle = 1, \quad q_2^2 = \langle O_2^2 \rangle = -1, \quad q_2^{xz} = \langle O_2^{xz} \rangle = 0.$$

Из последнего соотношения видно, что данное магнитоупорядоченное состояние описывается уже не векторным, а тензорным параметром порядка, и называется квадрупольным (КУ). Как и ранее, определим спектры элементарных возбуждений пользуясь методом бозонизации операторов Хаббарда. Тогда, гамильтониан (1) в КУ фазе в терминах бозевских операторов имеет вид:

$$\mathcal{H} = \sum_k \varepsilon_\alpha(k) \alpha_k^+ \alpha_k + \sum_k \varepsilon_\beta(k) \beta_k^+ \beta_k,$$

здесь $\varepsilon_\alpha(k)$ и $\varepsilon_\beta(k)$ – спектры магнонов в квадрупольной фазе:

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha^2(k) &= \beta_{xz}^2 - 4\beta_{xz} \left(J_0 + \frac{A_0}{3} \right) - 3\beta^2 + \frac{3}{4} J_0^2 + \frac{J_0 A_0}{2} + \frac{A_0^2}{12} + \\ &+ \left(4\beta_{xz} - \frac{3\beta^2}{2\beta_{xz}} - \frac{3}{4} J_0 - \frac{A_0}{2} \right) \left(\Omega_0 k \sin^2 \psi + \frac{J_0}{2} k^2 \right) + \frac{3}{4} \Omega_0^2 k^2 \sin^4 \psi, \\ \varepsilon_\beta^2(k) &= (E_{-1} - E_1)^2. \end{aligned}$$

Спектр $\varepsilon_\alpha(k)$ является низкочастотным, а $\varepsilon_\beta(k)$, соответственно, высокочастотным. Низкочастотный спектр в отличие от высокочастотного является дисперсионным, поэтому сфокусируем наше внимание на нем. Из выражения (10) видно, что минимум энергии магнонов будет наблюдаться при $k=0$. Из равенства нулю энергетической щели спектра найдем критическое значение константы наклонной анизотропии, при котором фазовое состояние теряет устойчивость:

$$\beta_{xz}^c = \frac{\sqrt{3}}{2} \beta + \frac{J_0}{2} + \frac{A_0}{6}, \quad (12)$$

Как видно из (12), критическое значение константы наклонной анизотропии не зависит от ориентации волнового вектора. Это связано с тем, что в квадрупольной фазе намагниченность (на один узел) равна нулю, а компоненты тензора квадрупольных моментов лежат в плоскости YOZ ($q_2^0 = 1$, $q_2^2 = -1$), т.е. геометрический образ квадрупольного состояния – бесконечно тонкий диск – лежит в плоскости, перпендикулярной базисной. Это приводит к тому, что влияние магнитодипольного взаимодействия проявляется только в статической перенормировке щели в спектре магнонов (12), но не проявляется динамически. Кроме того, из спектра (10) следует, что минимальное значение константы легкоплоскостной анизотропии, начиная с которого возможна реализация квадрупольной фазы равно:

$$\beta_c = \frac{J_0}{2} + \frac{A_0}{6}.$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Нами исследовано влияние большой наклонной одноионной легкоосной анизотропии на фазовые состояния и фазовые переходы в двумерной ферромагнитной пленке с легкоплоскостной одноионной анизотропией. Показано, что в рассматриваемой системе в зависимости от соотношения материальных параметров, возможна реализация трех фазовых состояний. В случае превалирующего обменного взаимодействия в системе реализуется угловая ферромагнитная фаза, благодаря влиянию большой наклонной одноионной анизотропии типа «легкая ось». В этой фазе равновесный угол ориентации намагниченности зависит от констант анизотропии (4), и при $\beta_{zx}=0$ достигает предельного значения $\frac{\pi}{2}$, что соответствует легкоплоскостной ФМ фазе.

Дальнейшее увеличение констант одноионной анизотропии приводит к реализации квадрупольной (КУ) фазы, параметрами порядка в которой являются компоненты тензора квадрупольного момента. Как видно из анализа спектров элементарных возбуждений, фазовый переход между УФМ и КУ состояниями является переходом первого рода и существенно зависит от ориентации волнового вектора в «легкой плоскости». При значениях угла ψ , превосходящих критическое значение ψ_0 фазовый переход УФМ – КУ фаза идет через неоднородное состояние. Если же $\psi < \psi_0$ то в системе не реализуется неоднородное состояние, а фазовый переход УФМ – КУ фаза также является переходом первого рода, и проходит через область сосуществования фаз с тензорным и векторным параметрами порядка, т.е. через квадрупольно-ферромагнитное (КФМ) состояние.

Таким образом, можно построить фазовую диаграмму двумерного ферромагнетика с большой наклонной анизотропией типа «легкая ось», для двух предельных случаев $\psi > \psi_0$ и $\psi < \psi_0$.

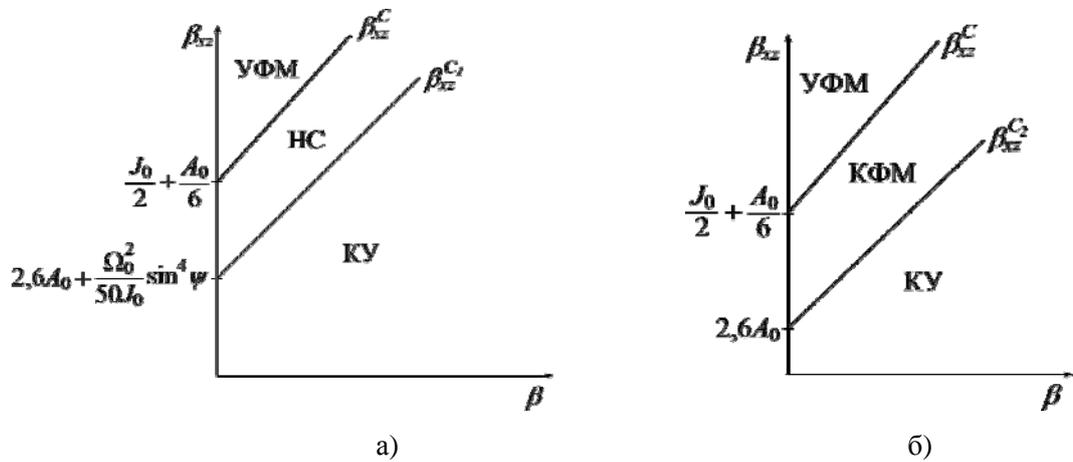


Рис. 3 Фазовая диаграмма легкоплоскостного двумерного ферромагнетика с большой наклонной анизотропией при $\psi > \psi_0$ (а) и $\psi < \psi_0$ (б).

Необходимо отметить, что ранее рассматривалась аналогичная система с малой наклонной анизотропией ($\beta_{zx} > \beta$) [18]. В отличие от рассмотренного в [18] случая, ситуация в данной работе более интересная. В данном случае влияние большой наклонной анизотропии приводит к существенному ограничению области существования пространственно неоднородного состояния. Следовательно, большая наклонная анизотропия существенно влияет на поведение размагничивающих полей, действующих в пленке, т.е. на компоненты тензора магнитодипольного взаимодействия.

Список литературы

1. Farle M., Higher-order magnetic anisotropies and the nature of the spin-reorientation transition in face-centered-tetragonal Ni(001)/Cu(001) / Farle M., Mirwald-Schulz B., Anisimov A. N., Platow W., Baberschke K. // *Phys. Rev. B.* – 1997. – Vol. 55. – P. 3708.
2. Бутрим В. И. Анизотропия и фазовые состояния феррит - гранатовых пленок с разориентированными поверхностями / Бутрим В. И., Дубинко С. В., Мицай Ю. Н. // *ФТТ.* – 2003. – Т. 45. – С. 1052.
3. Рандошкин В. В. О преимуществах безгистерезисных магнитооптических пленок при использовании в неразрушающей дефектоскопии / Рандошкин В. В., Гусев М. Ю., Козлов Ю. Ф., Неустроев Н. С. // *ЖТФ.* – 2000. – Т. 70. – С. 118.
4. Donahue M. J. Complementary imaging of granular Co-Ag films with magneto-optical indicator film technique and magnetic force microscopy / Donahue M. J., Bennett L. H., McMichael R. D. et al. // *J. Appl. Phys.* – 1996. – Vol. 79. – P. 5315.
5. Dennis C. L. The defining length scale of mesomagnetism: a review / Dennis C. L., Borges R. P., Buda L. D. et al. // *J. Phys.: Condens. Matter.* – 2002. – Vol. 14. – R1175.
6. Shaw J. M. Origins of switching field distributions in perpendicular magnetic nanodot arrays / Shaw J. M., Rippard W. H., Russek S. E., Reith T., Falco C. M. // *J. Appl. Phys.* – 2007. – Vol. 101. – P. 023909.
7. Bunce C. Laser-induced magnetization switching in films with perpendicular anisotropy: A comparison between measurements and a multi-macrospin model / Bunce C., Wu J., Ju G., Lu B., et al. // *Phys. Rev. B.* – 2010. – Vol. 81. – P. 174428.
8. Fridman Y. A. “Supersolid” phase in spin-1 easy-plane antiferromagnetic / Fridman Y. A., Kosmachev O. A., Klevets P. N. // *Eur. Phys. J. B.* – 2011. – Vol. 8.1 – P. 185.
9. Калита В. М. Особенности намагничивания антиферромагнетика с одноионной анизотропией типа "легкая плоскость" и со спинами ионов $S=1$ / Калита В. М., Иванова И. М., Локтев В. М. // *ФНТ.* – 2002. – Т. 28. – С. 667.
10. Калита В. М. Многоподрешеточная магнитная фаза, индуцированная внешним полем в синглетном магнетике / Калита В. М., Локтев В. М. // *ЖЭТФ.* – 2004. – Т. 125. – С. 1149.
11. Ivanova I. M. Quantum phase transition: Van Vleck antiferromagnet in a magnetic field / Ivanova I. M., Kalita V. M., Pashkov V. O., Loktev V. M. // *Condensed Matter Physics.* – 2008. – Vol. 11. – P. 509.
12. Переверзев Ю. В. Квантовые особенности фазовых диаграмм легкоплоскостных антиферромагнетиков в магнитном поле / Переверзев Ю. В., Борисенко В. Г. // *ФТТ.* – 1984. – Т. 26. – С. 1249.
13. Переверзев Ю. В. Квантовые особенности фазовых диаграмм легкоплоскостных антиферромагнетиков в магнитном поле / Переверзев Ю. В., Борисенко В. Г. // *ФНТ.* – 1985. – Т. 11. – С. 730.
14. Онуфриева Ф. П. Низкотемпературные свойства спиновых систем с тензорными параметрами порядка / Онуфриева Ф. П. // *ЖЭТФ.* – 1985. – Т. 89 – С. 2270.
15. Фридман Ю. А. Влияние «наклонной» анизотропии на спиновые состояния двумерной сильноанизотропной пленки / Фридман Ю. А., Клевцев Ф. Н., Гореликов Г. А. // *ЖЭТФ.* – 2012. – Т. 141. – С. 748.

Фрідман Ю. А. Вплив великої похилої анізотропії на фазові стани двовимірного феромагнетика / Фрідман Ю. А., Клевец П. М., Гореліков Г. А., Мелешко О. Г. // Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 49-58.

Досліджені спінові стани двовимірної плівки, яка має легкоплощинну анізотропію та велику похилу одноіонну анізотропію, яка направлена під деяким кутом до нормалі плівки. В такій системі можлива реалізація кутової феромагнітної фази, неоднорідного стану та квадрупольної фази, реалізація яких залежить як від величини похилої анізотропії, так й від орієнтації хвильового вектору у площині плівки.

Ключові слова: похила анізотропія, магнітодипольна взаємодія, легкоплощинна анізотропія.

Fridman Yu. A., The influence of large inclined anisotropy on phases states in 2-D ferromagnet / Fridman Yu. A., Klevets Ph. N., Gorelikov G. A., Meleshko A. G. // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2012. – Vol. 25(64), No 1. – P. 49-58.

Phases states of the 2-D film, which contain of the easy-plane anisotropy and the large single-ion inclined anisotropy directing under some angle to film's normal are studied. In such system the realization of angular ferromagnetic phase, inhomogeneous state and quadrupolar phase is possible. The realization of these states depends on magnitude of inclined anisotropy and wave vector orientation in the plane of film.

Keywords: inclined anisotropy, magneto dipole interaction, easy-plane anisotropy.

Поступила в редакцію 03.04.2012 г.

УДК 537.612

НЕМАТИЧЕСКИЕ ФАЗЫ В МАГНЕТИКЕ С $S = 2$

Космачев О.А.

*Таврический национальный университет имени В.И. Вернадского, Симферополь, Украина
E-mail: kosma@tnu.crimea.ua*

В работе исследованы спиновые состояния негејзенберговского магнетика со спином магнитного иона $S = 2$. Показано, что учет высших спиновых инвариантов приводит к реализации специфических фаз с тензорными параметрами порядка, реализация которых невозможна в магнетиках с $S=1$. Исследована свободная энергия системы в различных спиновых состояниях. Определены геометрические образы тензорных фаз в спиновом пространстве.

Ключевые слова: негејзенберговский магнетик, высшие спиновые инварианты, спиновый нематик, тетрогональное спиновое состояние.

ВВЕДЕНИЕ

Наличие обменного взаимодействия в кристаллах приводит к возникновению (при достаточно низких температурах) ферромагнитного/антиферромагнитного [1, 2] или более сложного [3, 4] упорядочения. Это упорядочение характеризуется спонтанным нарушением симметрии относительно отражения времени $t \rightarrow -t$. При этом, гамильтониан, описывающий такие состояния является билинейным по спиновым операторам и инвариантным относительно вращений в спиновом пространстве. Однако, такой инвариант является единственным только для систем со спином $S = 1/2$. Для магнитоупорядоченных систем с $S > 1/2$ спиновые инварианты, участвующие в обменном взаимодействии, имеют вид $(\vec{S}_n \vec{S}_n)^m$, где $m = 2S$, S – величина спина. Учет такого вида инвариантов может приводить к реализации спиновых состояний с невекторным типом упорядочения. Эти состояния симметричны относительно инверсии времени, то есть для них среднее значение спина на узле обращается в ноль, но имеет место спонтанное нарушение непрерывной симметрии, связанное с нетривиальными квадрупольными средними, т.е. средними значениями величин, билинейных по компонентам спина [5, 6]. Возможность существования таких (нематических) состояний для магнитных систем обусловлена высокой симметрией обменного взаимодействия, инвариантного относительно произвольных вращений в спиновом пространстве. Статические и динамические свойства нематических фаз активно изучаются в последнее время не только в связи с описанием фазовых состояний кристаллических магнетиков, но и для описания бозе-эйнштейновских конденсатов нейтральных атомов с целым спином [7, 8]. Необходимо отметить, что подобные исследования относятся, в основном, к магнетикам со спином магнитного иона $S = 1$. Казалось бы, с увеличением величины спина магнитного иона влияние квантовых эффектов должно уменьшаться. Однако, исследования магнетиков со спином магнитного иона больше единицы показывают, что

учет высших спиновых инвариантов приводит к возникновению новых фаз, таких как антиферромагнитная, для магнетика с $S = 3/2$ [9].

Целью данной работы является исследование возможных фазовых состояний изотропного негеизенберговского магнетика со спином магнитного иона $S = 2$ при различных соотношениях констант обменного взаимодействия.

1. ОДНОПОДРЕШЕТОЧНЫЙ МАГНЕТИК

Гамильтониан исследуемой системы можно представить в виде:

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{n \neq n'} \left\{ J(n-n')(\bar{S}_n \bar{S}_{n'}) + K(n-n')(\bar{S}_n \bar{S}_{n'})^2 + \right. \\ \left. + D(n-n')(\bar{S}_n \bar{S}_{n'})^3 + F(n-n')(\bar{S}_n \bar{S}_{n'})^4 \right\}, \quad (1)$$

где J, K, D, F – обменные интегралы, соответствующие различным спиновым инвариантам. Предполагается, что рассматриваемая система находится при низких температурах ($T \ll T_c$, T_c – температура Кюри), поскольку именно в этом случае наиболее ярко проявляются квантовые свойства системы.

Поскольку гамильтониан (1) инвариантен относительно вращений в спиновом пространстве, для упрощения дальнейших вычислений удобно переписать его в терминах генераторов группы вращений $SU(5)$:

$$\mathcal{H} = - \sum_{n \neq n'} \sum_{i \leq j} a^j (n-n') \varepsilon_i O_{jn}^i O_{jn'}^i, \quad (2)$$

где a^j – линейные комбинации обменных интегралов, ε_i – числовые коэффициенты. Поскольку рассматривается случай низких температур, вполне адекватным приближением является приближение среднего поля. Выделяя в гамильтониане (2) средние поля, связанные с векторными ($\langle O_1^i \rangle_0 \equiv \langle S^i \rangle$, $i = x, y, z$) и тензорными параметрами порядка ($\langle O_j^i \rangle_0 \equiv q_j^i$, $i = 0, 2, xy, yz, zx$; и т.д.), гамильтониан (2) можно представить в виде:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{int} + \mathcal{H}_0,$$

где

$$\mathcal{H}_{int} = - \sum_{n \neq n'} \sum_{i \leq j} a_{nn'}^j \varepsilon_i \left(O_{jn}^i - \langle O_j^i \rangle_0 \right) \left(O_{jn'}^i - \langle O_j^i \rangle_0 \right), \quad (3)$$

$$\mathcal{H}_0 = -2 \sum_{i \leq j} a_0^j \varepsilon_i \langle O_j^i \rangle_0 \sum_n O_{jn}^i - N \sum_{i \leq j} a_0^j \varepsilon_i \langle O_j^i \rangle_0^2. \quad (4)$$

Для диагонализации одноузельного гамильтониана (4) необходимо провести $M(M-1)$ поворотов в спиновом пространстве ($M = 5$ – число энергетических уровней магнитного иона). Для этой процедуры воспользуемся методом диагонализации гамильтониана N -уровневой системы, в основе которого лежит использование алгебры операторов Хаббарда [10]. Прежде всего, перейдём в

собственную систему координат, в которой OZ – ось квантования и $\langle S^x \rangle_0 = \langle S^y \rangle_0 = 0$, а тензор квадрупольного момента q_2^i приведён к главным осям – $q_2^i = 0$ ($i = xy, yz, zx$).

Построим на базисе оператора S^z операторы Хаббарда $X^{ij} \equiv |i\rangle\langle j|$. Связь спиновых операторов с операторами Хаббарда

$$S^+ = 2(X^{21} + X^{-1-2}) + \sqrt{6}(X^{10} + X^{0-1}); S^- = (S^+)^+; 2S^z = [S^+, S^-]_-.$$

Формальная запись одноузельного гамильтониана в представлении операторов Хаббарда имеет вид:

$$\mathcal{H}_0 = \sum_i E_i' X^{ii} + \sum_{i \neq j} V_{ij} X^{ij}, \quad V_{ji} = (V_{ij})^*,$$

где E_i' – «затравочный» спектр исходных состояний $|i\rangle$; V_{ij} – недиагональные слагаемые гамильтониана. В результате унитарных преобразований одноузельный гамильтониан примет диагональный вид:

$$\tilde{\mathcal{H}}_0 = U \mathcal{H}_0 U^+ = \sum_i E_i X^{ii}, \quad (5)$$

$$U = U(\alpha_{21}, \alpha_{20}, \dots) = \prod U_{ij}(\alpha_{ij}),$$

$$U_{ij}(\alpha) = \hat{1} + (\cos \alpha - 1)(X^{ii} + X^{jj}) + \sin \alpha (X^{ij} - X^{ji}).$$

Параметры преобразований определяются системой уравнений

$$\tilde{V}_{ij}(\alpha_{21}, \alpha_{21}, \dots) = 0.$$

В общем случае для диагонализации 5-и уровневой системы должно проведено 20 унитарных поворотов. Однако, поскольку мы находимся в собственной системе координат, в которой, в частности $\langle S^y \rangle_0 = 0$, и другие средние равны нулю, то число поворотов уменьшается вдвое. Кроме того, недиагональные элементы V_{ii+1} и V_{ii-1} равны нулю, следовательно, для приведения одноузельного гамильтониана (4) к диагональному виду достаточно провести 6 поворотов. Поскольку мы рассматриваем только случай низких температур ($T \rightarrow 0$), можно предположить, что магнитные ионы находятся в основном состоянии $|\psi_{g.s.}\rangle = |\psi_2\rangle$. Из шести преобразований на вид основного состояния оказывают влияние только три поворота $U_{2-2}(\varphi)$, $U_{20}(\beta)$, $U_{2-1}(\theta)$. Если основное состояние не вырождено, его можно представить в виде

$$\begin{aligned} |\psi_2\rangle &= U_{2-1}^+(\theta) U_{20}^+(\beta) U_{2-2}^+(\varphi) |2\rangle = \\ &= \cos \varphi \cdot \cos \beta \cdot \cos \theta |2\rangle + \sin \beta |0\rangle + \sin \theta |-1\rangle + \sin \varphi \cdot \cos \beta |-2\rangle. \end{aligned}$$

Решая уравнение Шредингера с гамильтонианом (5), найдем энергию основного состояния

$$\begin{aligned}
 E_2 = & - \left[\tilde{J} \cos^2 2\varphi \cos^4 \beta - \frac{3}{2} \tilde{K} (1 - \sin 2\varphi) \sin^2 2\beta + 3\tilde{K} \right] \cos^4 \theta + \\
 & + \frac{1}{4} \left[\tilde{J} \cos 2\varphi \cos^2 \beta + 3\tilde{K} \cos 2\beta + 18(D - 5F) (1 - \cos 2\varphi \cos^2 \beta) - \right. \\
 & \left. - 9(D - 8F) \sin^2 \beta \right] \sin^2 2\theta - \frac{1}{4} (\tilde{J} + 3\tilde{K}) \sin^4 \theta
 \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь введены следующие обозначения: $\tilde{J}_0 = 2J_0 - K_0 + 41D_0 - 79F_0$, $\tilde{K}_0 = K_0 - 5D_0 + 43F_0$.

Поскольку мы рассматриваем поведение магнетика в случае низких температур ($T \rightarrow 0$), для анализа спиновых состояний достаточно ограничиться учетом нижайшего энергетического уровня. В этом случае плотность свободной энергии системы совпадает с энергией основного состояния (6). Анализ плотности свободной энергии позволяет сделать некоторые выводы о спиновых состояниях системы при различных соотношениях обменных интегралов.

1. Предположим, что соотношение обменных интегралов таково, что $J_0 > K_0, D_0, F_0$. Это условие на материальные константы соответствует следующим параметрам унитарных преобразований: $\varphi = \beta = \theta = 0$. В этом случае нижайшим энергетическим уровнем является E_2 , а волновая функция основного состояния имеет вид $|\psi_2\rangle = |2\rangle$. С учетом этого, средние по этому состоянию равны:

$$\langle S^z \rangle = 2, \quad \langle (S^z)^2 \rangle = 4, \quad \langle (S^x)^2 \rangle = \langle (S^y)^2 \rangle = 1.$$

Следовательно, параметры порядка в этом состоянии равны

$$\begin{aligned}
 \langle S^z \rangle = 2, \quad q_2^0 = \langle O_2^0 \rangle = 3 \langle (S^z)^2 \rangle - 6 = 6, \quad q_3^0 = \langle O_3^0 \rangle = 5 \langle (S^z)^3 \rangle - 17 \langle S^z \rangle = 6, \\
 q_4^0 = \langle O_4^0 \rangle = 35 \langle (S^z)^4 \rangle - 155 \langle (S^z)^2 \rangle + 72 = 12
 \end{aligned}$$

Это состояние назовем ферромагнитным (*FM*).

2. Предположим теперь, что $K_0 > J_0, D_0, F_0$, т.е. параметры обобщенного u - v преобразования равны $\varphi = \pi/4$, $\theta = 0$, а «угол» β – неопределен. В этом случае волновая функция основного состояния имеет вид

$$|\psi_{g.s.}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \beta (|2\rangle + |-2\rangle) + \sin \beta |0\rangle. \quad (7)$$

Как и ранее, нижайшим энергетическим уровнем является E_2 . В этом состоянии параметры порядка имеют вид:

$$\begin{aligned}\langle S^z \rangle &= 0, \quad q_2^0 = 6 \cos 2\beta, \quad q_2^2 = \langle (S^x)^2 \rangle - \langle (S^y)^2 \rangle = 2\sqrt{3} \sin 2\beta, \\ q_4^0 &= \langle O_4^0 \rangle = 12(6 - 5 \cos^2 \beta), \\ q_4^4 &= \langle O_4^4 \rangle = \frac{1}{2} \left(\langle (S^+)^4 \rangle + \langle (S^-)^4 \rangle \right) = 12 \cos^2 \beta.\end{aligned}$$

Это спиновое состояние назовем «спиновый нематик» или «квадрупольное состояние» и обозначим его QU .

Это состояние в спиновом пространстве можно представить как эллипсоид вращения (с осью вращения OZ), поскольку для него $\langle (S^z)^2 \rangle = 4 \cos^2 \beta$, $\langle (S^{x(y)})^2 \rangle = \frac{1}{2} (\sqrt{6} \sin \beta \pm \sqrt{2} \cos \beta)^2$. Однако, в отличие от FM – состояния (образом которого также является эллипсоид вращения с «осями» $\langle (S^z)^2 \rangle = 4$, $\langle (S^x)^2 \rangle = \langle (S^y)^2 \rangle = 1$), в QU -состоянии эллипсоид является «гофрированным» в плоскости XOY , т.е. $\langle (S^x \cos \chi + S^y \sin \chi)^4 \rangle = \frac{3}{2} \cos^2 \beta \cos 4\chi + \frac{5}{2} \cos^2 \beta + 12 \sin^2 \beta + 4\sqrt{3} \cos 2\beta \cos 2\chi$, $\langle (S^z \cos \chi + S^i \sin \chi)^4 \rangle_{i=x,y} \sim const.$

На Рис. 1 представлена зависимость «гофрировки» эллипсоида в QU -фазе от параметра унитарного преобразования β . Из этого Рисунка видно, что параметр β перемешивает квадрупольные состояния: $|\psi\rangle = (|2\rangle + |-2\rangle) / \sqrt{2}$ – осевой нематик ($\beta = 0$) и $|\psi\rangle = |0\rangle$ – плоскостной нематик ($\beta = \pi/2$). Следовательно, геометрическим образом рассматриваемого спинового состояния является двухосный эллипсоид. В этом состоит специфика системы с $S = 2$ по сравнению со случаем $S = 1$. Для магнетика с $S = 1$ топология нематической фазы такова, что геометрическим образом этого состояния является либо осевой нематик (одноосный эллипсоид), либо плоскостной нематик (бесконечно тонкий диск).

Необходимо также отметить, что параметр унитарного преобразования β , «смешивающий» состояния $|2\rangle$ и $|0\rangle$, в рамках данной модели является неопределенным. Эта неопределенность является следствием симметрии гамильтониана системы, и исчезает на линиях фазовых переходов, где симметрия нарушается. Включение одноосной одноионной анизотропии $\sim (S^z)^2$ или магнитоупругого взаимодействия снимет вырождение по β . Однако, анализ спектров элементарных возбуждений позволяет уточнить параметр β во всяком случае на линиях неустойчивости QU – фазы [7,8].

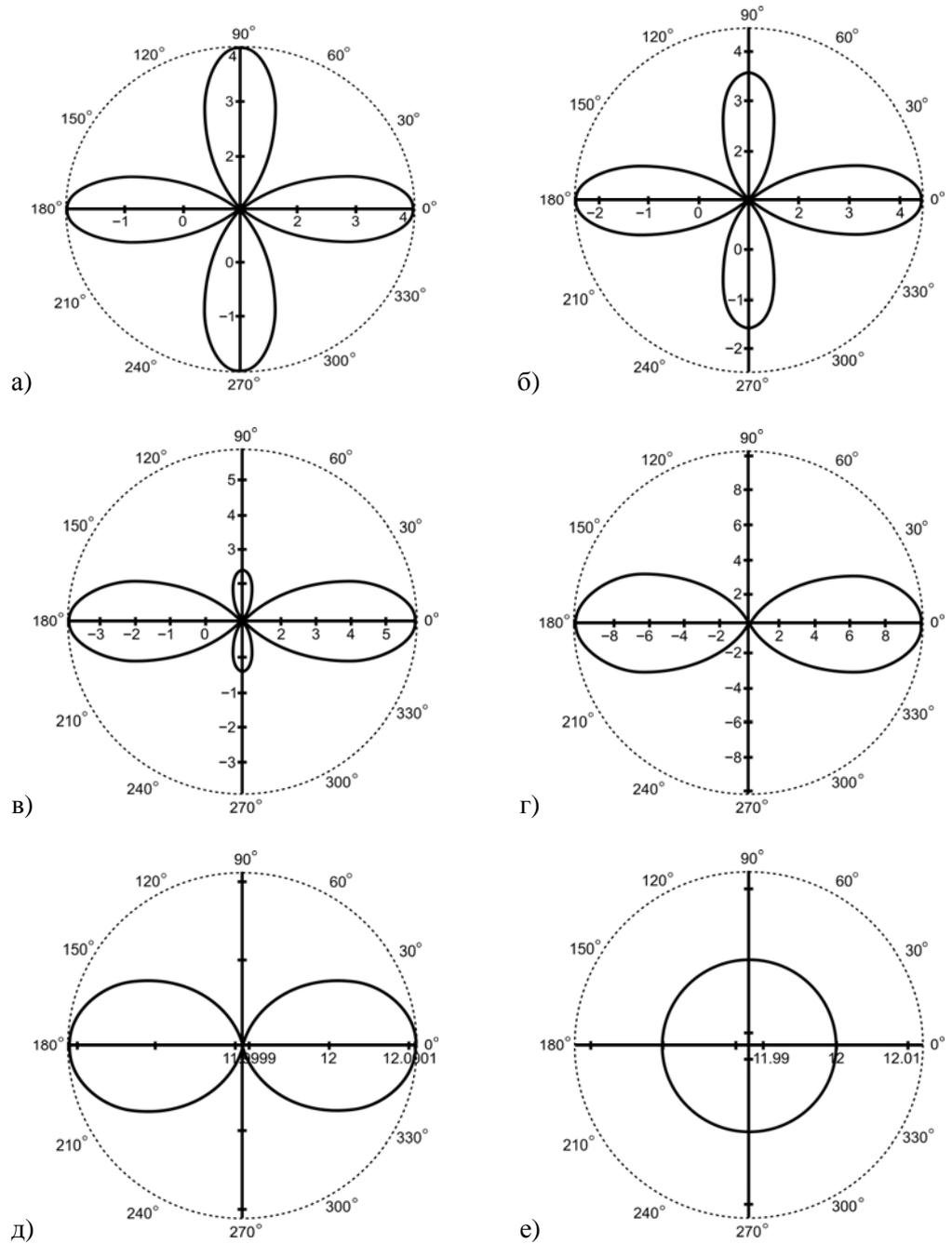


Рис. 1. Зависимость «гофрировки» эллипсоида от параметра β : а) $\beta = 0$, б) $\beta = \frac{\pi}{100}$, в) $\beta = \frac{\pi}{25}$, г) $\beta = \frac{\pi}{10}$, д) $\beta = \frac{\pi}{2,00001}$, е) $\beta = \frac{\pi}{2}$.

3. Рассмотрим еще один случай: $D_0 > K_0, F_0$. В этом случае нижайший энергетический уровень – E_2 , а волновая функция основного состояния имеет вид

$|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|2\rangle + \sqrt{2}|-1\rangle)$. Средние от спиновых операторов в этом состоянии равны:

$$\langle S^z \rangle = 0, \quad \langle (S^z)^2 \rangle = \langle (S^x)^2 \rangle = \langle (S^y)^2 \rangle = 2,$$

а параметры порядка равны:

$$\langle S^z \rangle = 0, \quad q_2^0 = 0, \quad q_3^0 = 10, \quad q_3^3 = \langle O_3^3 \rangle = \frac{1}{2} \left(\langle (S^+)^3 \rangle + \langle (S^-)^3 \rangle \right) = 4\sqrt{2}, \quad q_4^0 = -28;$$

$$q_4^3 = \langle O_4^3 \rangle = \frac{1}{4} \left\langle \left[S^z, \left((S^+)^3 + (S^-)^3 \right) \right] \right\rangle_+ = 2\sqrt{2}.$$

Это состояние также является нематическим, несмотря на то, что оно напоминает парамагнитное, поскольку все средние от квадратов спиновых операторов одинаковы. Необходимо отметить, что в этом состоянии возбужденные энергетические уровни магнитного иона трехкратно вырождены, т.е. $E_1 = E_{-1} = E_0$.

Геометрическим образом этого состояния (в спиновом пространстве) является не сфера, а тетраэдр. Это видно из анализа следующих корреляторов:

$$\langle (S^x \cos \chi + S^y \sin \chi)^3 \rangle = \sqrt{2} \cos 3\chi,$$

$$\langle (S^z \cos \chi + S^x \sin \chi)^3 \rangle = 2 \cos^3 \chi + \frac{1 + \sqrt{2}}{2} \sin^3 \chi - \frac{7}{3} \cos \chi \sin^2 \chi,$$

$$\langle (S^z \cos \chi + S^y \sin \chi)^3 \rangle = 2 \cos^3 \chi - \frac{7}{3} \cos \chi \sin^2 \chi.$$

Легко видеть, что коррелятор $\langle (S^x \cos \chi + S^y \sin \chi)^3 \rangle$ инвариантен

относительно поворотов в плоскости XOY на угол $\frac{2\pi}{3}$, следовательно, в этой

плоскости лежит равносторонний треугольник. Если в спиновом пространстве сделать два поворота, так, чтобы коррелятор $\langle (\tilde{S}^z \cos \chi + \tilde{S}^x \sin \chi)^3 \rangle$ лежал в

плоскости ZOX (\tilde{S}^i – компоненты спиновых операторов в «подвернутой» системе координат), то он также будет пропорционален $\cos 3\chi$. Следовательно, эта грань также представляет собой равносторонний треугольник. Таким образом, геометрическим образом этого спинового состояния является тетраэдр. Это фазовое состояние назовем TQ -состоянием [7, 8].

Кроме того, TQ -состояние обладает еще одним интересным свойством. Если волновую функцию этого состояния представить в виде

$|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|2\rangle + \sqrt{2}|-1\rangle e^{i\gamma})$, то легко показать, что

$\sigma^{\pm} = \langle (S^x \pm iS^y)^3 \rangle = \langle (S^{\pm})^3 \rangle = 4\sqrt{2}e^{\pm i\gamma}$. Тогда мы можем сформировать вектор

$\vec{\sigma}$ с компонентами $\sigma^x = \frac{\sigma^+ + \sigma^-}{2} = 4\sqrt{2} \cos \gamma$, $\sigma^y = \frac{\sigma^+ - \sigma^-}{2i} = 4\sqrt{2} \sin \gamma$:

$\vec{\sigma} = \vec{e}^x \sigma^x + \vec{e}^y \sigma^y = 4\sqrt{2}(\vec{e}^x \cos \gamma + \vec{e}^y \sin \gamma)$. Этот вектор, при отражении времени,

ведет себя как вектор намагниченности, поэтому вектор $\vec{\sigma}$ является псевдоспином [9]. Таким образом, в рассматриваемой системе имеется еще один дополнительный параметр порядка, описываемый ненулевыми средними от кубических по спиновым операторам выражений. Переменная γ определяет ориентацию \mathbf{m} и σ в плоскости XOY . Еще раз подчеркнем, что σ меняет знак при обращении времени, поэтому он ведет себя как “псевдоспин”.

2. ДВУХПОДРЕШЕТОЧНЫЙ МАГНЕТИК

Рассмотрим теперь случай отрицательной константы билинейного (гейзенберговского) обменного взаимодействия $J_0 < 0$, что соответствует реализации двухподрешеточной магнитоупорядоченной системы. Предполагается, что подрешетки эквивалентны, а спин магнитного иона, как и ранее, $S = 2$. Дальнейшее рассмотрение будем проводить для случая низких температур ($T \rightarrow 0$). Магнетик описывается гамильтонианом (1), но теперь индексы n, n' – номера подрешеток ($n, n' = 1, 2$). Выберем в качестве оси квантования ось z , при этом среднее значение спина первой подрешетки (на один узел) $\langle \mathbf{S} \rangle$ параллельно оси z , $\langle \mathbf{S} \rangle = \langle S_z \rangle \mathbf{e}_z$, а среднее значение спина второй подрешетки антипараллельно этой оси. Удобно повернуть вторую подрешетку так, чтобы направление осей квантования обеих подрешеток совпадали. Унитарный поворот $U(\varphi) = \prod_{n'} \exp(i\varphi S_n^x)$ на угол $\varphi = \pi$ приводит к следующим преобразованиям

(сохраняющим стандартные коммутационные соотношения) компонент оператора спина второй подрешетки:

$$S_n^x \rightarrow S_{n'}^x, S_n^y \rightarrow -S_{n'}^y, S_n^z \rightarrow -S_{n'}^z.$$

Дальнейшие вычисления аналогичны приведенным ранее, при рассмотрении одноподрешеточного магнетика. Поэтому мы можем сразу выписать плотность свободной энергии при низких температурах

$$\begin{aligned}
 F = & \left[\tilde{J}' \cos^2 2\varphi \cos^4 \beta + \frac{3}{2} \tilde{K}' (1 - \sin 2\varphi) \sin^2 2\beta - 3\tilde{K}' \right] \cos^4 \theta - \\
 & - \left[\tilde{J}' \cos 2\varphi \cos^2 \beta - 3\tilde{K}' \cos 2\beta + 18(D - 5F)(1 - \cos 2\varphi) \cos^2 \beta + \right. \\
 & \left. + 9(D - 8F) \sin^2 \beta \right] \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{1}{4} (\tilde{J}' - 3\tilde{K}') \sin^4 \theta
 \end{aligned} \quad (8)$$

где введены следующие обозначения $\tilde{J}'_0 = 2J_0 - K_0 + 41D_0 - 61F_0$, $\tilde{K}'_0 = K_0 + D_0 + 13F_0$, а параметры φ, β, θ являются «углами» поворотов в спиновом пространстве, и определяют основное состояние системы:

$$\begin{aligned}
 |\psi_{gr.st}\rangle &= U_{2-1}^+(\theta) U_{20}^+(\beta) U_{2-2}^+(\varphi) |2\rangle = \\
 &= \cos \varphi \cos \beta \cos \theta |2\rangle + \sin \beta |0\rangle + \sin \theta |-1\rangle + \sin \varphi \cos \beta |-2\rangle
 \end{aligned} \quad (9)$$

Из условия минимума плотности свободной энергии (9) можно определить равновесные значения параметров β, θ, φ . Причем, существует три набора равновесных параметров, соответствующие различным спиновым состояниям:

1. $\varphi = \beta = \theta = 0$. Это решение, соответствующее условию максимального насыщения $\langle S^z \rangle = 2$, устойчиво при $\tilde{J}'_0 < 0$ и $\tilde{J}'_0 - 3\tilde{K}'_0 < 0$. Кроме того, в этом состоянии отличными от нуля являются только осевые тензорные моменты: $q_2^0 = 3 \langle (S^z)^2 \rangle - S(S+1) = 6$, $q_3^0 = 5 \langle (S^z)^3 \rangle - \langle S^z \rangle (3S(S+1) - 1) = 6$, $q_4^0 = 35 \langle (S^z)^4 \rangle - \langle (S^z)^2 \rangle [30S(S+1) - 25] - 3S(S+1)[2 - S(S+1)] = 12$. Во

второй подрешетке параметры порядка: $\langle S^z \rangle = -2$, $q_2^0 = 6$, $q_3^0 = -6$, $q_4^0 = 12$. Функция основного состояния $|\psi_{g.s.}\rangle = |2\rangle$. Такое состояние назовем антиферромагнитным.

2. Второй случай $\varphi = \pi/4$, $\theta = 0$ реализуется при $\tilde{J}'_0 > 0$ и $\tilde{K}'_0 > 0$. В этом состоянии намагниченность системы $\langle S \rangle = 0$ и в системе реализуется QU-фаза, абсолютно аналогичная описанной выше. При данных условиях в системе не может реализоваться антиквадрупольная фаза (как это наблюдается, например, для $S = 3/2$ [9]), поскольку параметры порядка в этом спиновом состоянии определяются средними от четных степеней спиновых операторов, и поворот на π во второй подрешетке не меняют вид параметров порядка. Функция основного состояния $|\psi_{g.s.}\rangle = \cos \beta (|2\rangle + |-2\rangle) / \sqrt{2} + \sin \beta |0\rangle$. Данное состояние, как и ранее, является нематической фазой.

3. В третьем случае $\varphi = 0$, $\theta = 0$, $\cos 2\beta = -1/3$. Это решение устойчиво при $\tilde{K}'_0 < 0$ и $\tilde{J}'_0 - 3\tilde{K}'_0 > 0$. Спиновое состояние, соответствующее этому случаю,

характеризуется следующими параметрами порядка: $\langle S \rangle = 0$, $q_2^0 = q_2^2 = 0$. На первый взгляд, такое состояние напоминает парамагнитное, поскольку $\langle (S^x)^2 \rangle = \langle (S^y)^2 \rangle = \langle (S^z)^2 \rangle = 2$. Однако, поскольку в модели учитываются высшие спиновые инварианты, то спиновое состояние характеризуется высшими тензорными компонентам: $q_3^0 = 10$, $q_3^3 = \frac{1}{2} \left(\langle (S^+)^3 \rangle + \langle (S^-)^3 \rangle \right) = 4\sqrt{2}$, $q_4^0 = -28$, $q_4^3 = \frac{1}{4} \left\langle \left[S^z, \left((S^+)^3 + (S^-)^3 \right) \right]_+ \right\rangle = 2\sqrt{2}$. Во второй подрешетке компоненты тензора имеют вид: $q_3^0 = -10$, $q_3^3 = -4\sqrt{2}$, $q_4^0 = -28$, $q_4^3 = 2\sqrt{2}$. Функция основного состояния первой подрешетки имеет вид $|\psi_{g.s.}\rangle = (|2\rangle + \sqrt{2}|-1\rangle)/\sqrt{3}$, а второй подрешетки – $|\psi_{g.s.}\rangle = (|-2\rangle - \sqrt{2}|1\rangle)/\sqrt{3}$. Как отмечалось ранее, геометрическим образом этого состояния в спиновом пространстве является тетраэдр. Причем, во второй подрешетке этот тетраэдр развернут относительно тетраэдра первой подрешетки на угол π , что видно из соответствующего коррелятора

$$\langle (S_2^x \cos \chi + S_2^y \sin \chi)^3 \rangle = -\sqrt{2} \cos 3\chi,$$

где S_2^i – компоненты спинового оператора во второй подрешетке.

Такое поведение параметров порядка подрешеток и геометрических образов в спиновом пространстве позволяет рассматривать данное спиновое состояние как антинематическое (антиквадрупольное), аналогичное случаю с $S=3/2$, рассмотренному в [9]. Однако, в отличие от ситуации, рассмотренной в [9] подрешетки отличаются не ориентацией главных осей эллипсоидов квадрупольных моментов, а ориентацией соответствующих тетраэдров.

Такое состояние назовем ATQ - антитетраэдрической фазой, в котором в отличие от модели одноподрешеточника (TQ - тетраэдрическая фаза) средние от операторов $\langle O_3^i \rangle$ ($i=0,3$) во второй подрешетке, как показано выше, имеют противоположный знак, а геометрические образы в спиновом пространстве повернуты друг относительно друга на угол π .

Кроме того, ATQ -состояние обладает следующим свойством. Если волновую функцию этого состояния представить в виде $|\psi\rangle = (|2\rangle + \sqrt{2}e^{i\gamma}|-1\rangle)/\sqrt{3}$, то можно показать, что $\sigma^{(\pm)} = \langle (S^x \pm iS^y)^3 \rangle = \langle (S^\pm)^3 \rangle = 4\sqrt{2}e^{\pm i\gamma}$. Тогда можно

сформировать вектор $\vec{\sigma}$ с компонентами $\sigma^x = (\sigma^+ + \sigma^-)/2 = 4\sqrt{2} \cos \gamma$,
 $\sigma^y = (\sigma^+ - \sigma^-)/2i = 4\sqrt{2} \sin \gamma$:

$$\vec{\sigma}_{(1)} = \sigma^x \vec{e}_x + \sigma^y \vec{e}_y = 4\sqrt{2} (\cos \gamma \vec{e}_x + \sin \gamma \vec{e}_y).$$

Этот вектор, при обращении времени, ведёт себя как вектор намагниченности, поэтому вектор $\vec{\sigma}$ является псевдоспином. Во второй подрешётке $\vec{\sigma}_{(2)} = -4\sqrt{2} (\cos \gamma \vec{e}_x + \sin \gamma \vec{e}_y)$, что также поясняет приставку «анти» в названии фазы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенных исследований установлено, что увеличение спина магнитного иона приводит к возникновению новых квантовых эффектов, в частности, возникновению новых нематических фаз: тетраэдрической и антитетраэдрической; в которых основным состоянием является $|\psi\rangle = (|2\rangle + \sqrt{2}|-1\rangle)/\sqrt{3}$. Кроме того, нематическая фаза становится вырожденной по параметру поворота в спиновом пространстве. Показано, что геометрическим образом нематического состояния является двухосный эллипсоид, в отличие от случая $S=1$ [11], где геометрическим образом в нематической фазе является одноосный эллипсоид. В системе не реализуется антинематическая фаза как в случае полуцелого спина $S = 3/2$, – её аналогом становится антитетраэдрическая фаза. В тетраэдрической и антитетраэдрической фазах возникает дополнительный параметр – псевдоспин, который при отражении времени $t \rightarrow -t$ преобразуется как вектор истинного спина. Следующим этапом исследований в данной области является исследование поведения спектров элементарных возбуждений в окрестностях линий фазовых переходов.

Список литературы

1. Барьяхтар В. Г. Функции Грина в теории магнетизма / Барьяхтар В. Г., Криворучко В. Н., Яблонский Д. А. – Киев : Наук. Думка, 1984. – 336 с.
2. Ахиезер А. И. Спиновые волны / Ахиезер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. В. – М. : Наука, 1967. – 368 с.
3. Нагаев Э. Л. Магнетики со сложными обменными взаимодействиями / Нагаев Э. Л. – М. : Наука, 1988. – 232 с.
4. Chen H. H. Quadrupole Phase Transitions in Magnetic Solids / Chen H. H., Levy P. M. // Phys. Rev. Lett. – 1971. – Vol. 27, No 20. – P. 1383-1385.
5. Papanikolaou N. Unusual phases in quatum spin-1 systems / Papanikolaou N. // Nucl. Phys. – 1988. – Vol. 305. – P. 367-395.
6. Chubukov A. V. Quantum ferrimagnets / Chubukov A. V., Ivanova K. I., Ivanov P. Ch. and Korutcheva E. R. // J. Phys. : Condens. Matter. – 1991. – Vol. 3. – P. 2665-2677.
7. Turner A. M. Nematic order by spin-2 Bose-Einstein condensates / Turner A. M., Barnett R., Demler E., and Vishwanath A. // Phys. Rev. Lett. – 2007. – Vol. 98. – P. 190404.
8. Barnett R. Classifying novel phases of spinor atoms / Barnett R., Turner A. M., Demler E. // Phys. Rev. Lett. – 2006. – Vol. 97. – P. 180412.

9. Fridman Yu. A. Spin nematic and antinematic state in a spin $S=3/2$ isotropic non-Heisenberg magnet / Fridman Yu. A., Kosmachev O. A., Kolezhuk A. K. and Ivanov B. A. // Phys. Rev. Lett. – 2011. – Vol. 106. – P. 097202.
10. Зайцев Р. О. Обобщенная диаграмная техника и спиновые волны в анизотропном ферромагнетике / Зайцев Р. О. // ЖЭТФ. – 1975. – Т. 68, № 1. – С. 207-215.
11. Fridman Yu. A. Spin nematic and orthogonal nematic states in $S = 1$ non-Heisenberg magnet / Fridman Yu. A., Kosmachev O. A., Klevets Ph. N. // JMMM. – 2012 (в печати).

Космачов О. О. Нематичеськіе фази в магнетику з $S = 2$ / Космачов О. О. // Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 59-70.

У роботі досліджені стани спінів негайзенберґівського магнетика із спіном магнітного іона $S = 2$. Показано, що облік вищих інваріантів спінів призводить до реалізації специфічних фаз з тензорними параметрами порядку, реалізація яких неможлива в магнетиках з $S=1$. Досліджена вільна енергія системи у різних станах. Визначені геометричні образи тензорних фаз в просторі спіну.

Ключові слова: негайзенберґівський магнетик, вищі інваріанти спінів, спіновий нематик, тетрагональний стан спіну.

Kosmachev O. A. Nematic phases in Spin-2 magnetic / Kosmachev O. A. // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2012. – Vol. 25(64), No 1. – P. 59-70.

The spin states of non-Heisenberg Spin-2 magnetic are investigated. It is shown that the account of high order spin invariants results in the realization of the specific phases with tensor order parameters which realization is impossible in Spin-1 magnets. The free energy of the system is investigated for different spin states. Geometrical appearances of tensor phases are determined in spin space.

Keywords: non-Heisenberg magnetic, higher spin invariants, spin nematic, tetragonal spin state.

Поступила в редакцію 14.04.2012 г.

УДК 510.13

РІВНЯННЯ РУХУ СПАДКОВО-ПРУЖНОГО СТРИЖНЯ В ОКОЛІ КВАЗІФРОНТУ

Черненко В.П.

*Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського, Кременчук, Україна
E-mail: cher_var@mail.ru*

Застосовано новий підхід до виводу рівняння руху спадково-пружного стрижня в околі квазіфронту. Показано як з цього рівняння можна отримати рівняння руху стрижня в околі переднього фронту хвилі. Розв'язок крайової задачі для отриманого рівняння знаходиться за допомогою інтегрального перетворення Лапласу і метода контурного інтегрування.

Ключові слова: спадково-пружний стрижень, модель Работнова, квазіфронт хвилі.

ВСТУП

Картина розповсюдження хвиль в спадково-пружних стрижнях, яка описана в [1-3], виглядає наступним чином. Спочатку йде хвиля з миттєвою швидкістю c , за фронтом сигнал швидко затухає за експоненціальним законом. По мірі наближення до квазіфронту хвилі, яка розповсюджується з тривалою швидкістю c_∞ , інтенсивність сигналу збільшується, а за квазіфронтом залишається постійною. Отже, пружно-деформований стан для фіксованого часу $\tau = const \gg 1$ можна розчленити на чотири зони [4] та розв'язувати відповідну задачу в кожній зоні окремо.

У даній статті розглядається зона пограншару в околі квазіфронту і виводиться рівняння руху спадково-пружного стрижня в цій зоні без допомоги апарату дрібного диференціювання [4].

1. ВИВІД РІВНЯННЯ РУХУ СПАДКОВО-ПРУЖНОГО СТРИЖНЯ

Розглянемо тонкий напівнескінчений стрижень будь-якого поперечного перерізу. Спадково-пружні властивості матеріалу будемо описувати за допомогою рівняння спадкової пружності, взятого у інтегрально-операторній формі [4]:

$$\frac{\partial \sigma(\xi, \tau)}{\partial \xi} - \frac{\partial^2 u(\xi, \tau)}{\partial \tau^2} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u(\xi, \tau)}{\partial \xi} = \sigma(\xi, \tau) + \int_0^\tau K(\tau - \tau_*) \sigma(\xi, \tau_*) d\tau_*. \quad (2)$$

Гранична умова на лівому кінці стрижня має вигляд:

$$\sigma(0, \tau) = I^* H(\tau), \quad (3)$$

умова неперервності переміщення на квазіфронті хвилі задається так:

$$u(\xi, \tau) \Big|_{\xi=k_c \tau} = 0. \quad (4)$$

В формулах (1)-(4) σ – напруга, u – переміщення, τ – час, ξ – позадвжняя координата, I^* – амплітуда впливу, $H(\tau)$ – одинична функція Хевісайда, $K(\tau - \tau_*)$ – ядро повзучості Работнова, яке має вигляд [2]:

$$K(\tau) = \tau^{-1/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n \tau^{n/2}}{\Gamma[(n+1)/2]},$$

де $\beta > 0$ – параметр матеріалу.

В даній роботі будемо розглядати тільки окіл квазіфронту, який рухається за законом

$$\xi = k_c \tau \tag{5}$$

зі швидкістю

$$k_c = \sqrt{\frac{\beta}{\beta+1}}.$$

Для отримання рівняння руху квазіфронту використаємо рівнянням руху стрижня (1) та умову рівності нулю переміщень на квазіфронті (4). Для цього продиференціюємо тричі вздовж фронту хвилі умову (4). В результаті отримуємо:

$$\frac{\partial^3 u}{\partial \xi^3} k_c^3 + 3 \frac{\partial^3 u}{\partial \xi^2 \partial \tau} k_c^2 + \frac{\partial^3 u}{\partial \xi \partial \tau^2} k_c + \frac{\partial^3 u}{\partial \tau^3} = 0. \tag{6}$$

На основі рівняння руху (1) можна записати:

$$\frac{\partial^3 u}{\partial \tau^3} = \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \xi \partial \tau}.$$

Підставивши це рівняння в рівність (6) та проінтегрувавши отримане рівняння в околі квазіфронту за позадвжньою координатою ξ , отримуємо:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} k_c^3 + 3 \frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \tau} k_c^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} k_c + \frac{\partial \sigma}{\partial \tau} = 0. \tag{7}$$

Підставивши в рівняння (7) закон руху (1) і закон спадкової пружності (2), отримуємо рівняння руху стрижня в околі квазіфронта:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \left(1 + \frac{3}{k_c} \right) + \frac{\partial \sigma}{\partial \tau} \left(\frac{3}{k_c} + \frac{1}{k_c^3} \right) + \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} + \frac{3}{k_c} \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = 0, \tag{8}$$

де

$$\varphi = \int_0^{\tau} K(\tau - \tau_*) \sigma(\xi, \tau_*) d\tau_*.$$

2. РОЗВ'ЯЗОК КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ РІВНЯННЯ РУХУ СТРИЖНЯ В ОКОЛІ КВАЗІФРОНТА

Розглянемо крайову задачу для рівняння (8) с граничною умовою (3).

Розв'язувати цю задачу будемо за допомогою інтегрального перетворення Лапласа за часом τ [3].

Зображення за Лапласом ядра Работнова має вигляд [2]:

$$\bar{K} = \frac{1}{\sqrt{s + \beta}}, \quad \beta > 0.$$

Отже, застосовуючи перетворення Лапласа до задачі (8), (3) і використовуючи теорему про згортку [3], отримуємо крайову задачу в зображеннях за Лапласом для рівняння

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d\xi} \left(1 + \frac{3}{k_c^2} + \frac{1}{\sqrt{s + \beta}} \right) + \frac{3s}{k_c} \left(1 + \frac{1}{3k_c^2} + \frac{1}{\sqrt{s + \beta}} \right) \bar{\sigma} = 0 \quad (9)$$

з граничною умовою

$$\bar{\sigma}(0, \tau) = \frac{I^*}{s}, \quad (10)$$

де s – параметр інтегрального перетворення Лапласа.

Розв'язок крайової задачі (9), (10) має вигляд:

$$\bar{\sigma} = \frac{I^*}{s} \exp \left(- \frac{3s}{k_c} \left[\frac{1 + \frac{1}{3k_c^2} + \frac{1}{\sqrt{s + \beta}}}{1 + \frac{1}{3k_c^2} + \frac{1}{\sqrt{s + \beta}}} \right] \xi \right). \quad (11)$$

Для знаходження асимптотичного розв'язка будемо розкласти показник степеня експоненти в зображенні (11) в ряд за додатними степенями параметра s , залишив перші два члена розкладу. Тоді отримуємо:

$$\bar{\sigma} = \frac{I^*}{s} \exp \left(- \left[s - As^{3/2} + Bs^2 \right] \xi \right), \quad (12)$$

де

$$A = \frac{1}{2\beta(\beta + 1)k_c}, \quad B = \frac{4\beta + 3}{8\beta^2(\beta + 1)^2 k_c}.$$

За допомогою метода контурного інтегрування [3] отримуємо наступний оригінал зображення (12):

$$\sigma = I^* \left[1 - \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{1}{p} \exp \left[- \left(\left(\tau - \frac{\xi}{k_c} \right) p + B\xi p^2 \right) \right] \sin(A\xi p^{3/2}) dp \right].$$

Зауваження. Якщо покласти $k_c = 1$ в рівнянні (8), то отримуємо рівняння руху переднього фронту хвилі у вигляді:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma}{\partial \tau} + \frac{1}{4} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} + \frac{3}{4} \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = 0.$$

ВИСНОВКИ

Розглянуто новий підхід до виводу рівняння руху квазіфронту спадково-пружного стержня. Отримане рівняння має перший порядок на відміну від точного рівняння руху. В основі виводу цього рівняння лежить умова неперервності переміщень на квазіфронті хвилі. Результати досліджень можна розповсюдити на неодномірні задачі.

Список літератури

1. Блитштейн Ю. М. Распространение волн в вязкоупругих средах / Блитштейн Ю. М. Мешков С. И. – Кишинев : Штиинца, 1977. – 205 с.
2. Работнов Ю. Н. Элементы наследственной механики твердых тел / Работнов Ю. Н. – М. : Наука, 1977. – 384 с.
3. Chu B. T. Stress Waves in Isotropic Linear Viscoelastic Materials / Chu B. T. // J. Mech. – 1962. – Vol. 1, No 14. – P. 439-461.
4. Анофрикова Н. С. Нестационарные продольные волны в вязкоупругих стержнях / Анофрикова Н. С., Черненко В. П. // Труды V Российской конференции с международным участием “Смешанные задачи механики деформируемого твердого тела”. – Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 2005. – С. 36-39.
5. Свешников А. Г. Теория функции комплексной переменной / Свешников А. Г., Тихонов А. Н. – М. : Наука, 1974. – 320 с.

Черненко В. П. Уравнение движения наследственно-упругого стержня в окрестности квазифронта / Черненко В. П. // Ученые записки Таврического национального университета имени В.И. Вернадского. Серия: Физико-математические науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 71-74.

Рассмотрен новый подход к выводу уравнения движения наследственно-упругого стержня в окрестности квазифронта. Показано как из этого уравнения можно получить уравнение движения стержня в окрестности переднего фронта волны. Решение краевой задачи для полученного уравнения находится с помощью интегрального преобразования Лапласа и метода контурного интегрирования.

Ключевые слова: наследственно-упругий стержень, модель Работнова, квазифронт волны.

Chernenko V. P. The movement equation of viscoelastic rod in vicinity of quasifront / Chernenko V. P. // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2012. – Vol. 25(64), No 1. – P. 71-74.

The new approach to the conclusion of movement equation of viscoelastic rod in the vicinity of quasifront is considered. It's showed how to receive movement equation of viscoelastic rod in the vicinity of wave front. The solution of border problem for received equation is considered by Laplace's integral transformation and the method of contour integration.

Keyword: viscoelastic rod, Rabotnov's model, quasifront of wave.

Поступила в редакцию 03.02.2012 г.

УДК 535:52-626:681.7. 068.2

COUPLED MODES THEORY FOR PERTURBED SPUN OPTICAL FIBRES

Alexeyev C.N.

Taurida National V.I. Vernadsky University, Simferopol, Crimea, Ukraine

E-mail: c.alexeyev@yandex.ua

We developed a modification of the coupled mode theory for Schrödinger-type equations with periodic potentials in the presence of an invariant perturbation. The scheme is applied to obtaining coupled mode equations for perturbed spun optical fibres.

Key words: coupled mode theory, spun optical fibres.

INTRODUCTION

The development of singular optics has unveiled an extreme relevance of optical vortices (OV) to the problem of increasing the “information capacity” of a signal [1-7]. However, free-space OV-based communication, along with other factors, suffers from aberrations due to atmosphere turbulence [8], which results in scattering the initial OAM state into the whole set of OAM states. In this regard communication via optical waveguides seems to be more protected from perturbations. It has been suggested to use for OV-based fibre communications the spun optical fibres, in which either the director of induced transverse anisotropy or the major axis of the deformation ellipse regularly rotate with z increasing [9, 10]. As has been shown, the modes of such may be circularly (CP) or linearly (LP) polarized OVs.

The question of stability of OVs with respect to external perturbation in such fibres, however, has not been solved. It turned out that the existing methods of treating simultaneous action of z -variant and z -invariant perturbations are inapplicable, at least without essential modifications, to this problem. In this connection the aim of the present paper is to develop a modification of the coupled mode theory, which may enable one to study the influence of z -invariant perturbation on the solutions of Schrödinger-type equations with z -periodic potentials. The developed method can be applied, in particular, to the study of robustness of OVs in spun fibres to external z -independent perturbations.

1. MODIFIED COUPLED MODES THEORY

Though application of perturbation theory method proved to be convenient and reliable for the solution of the problem of regularly spun fibres, in the case where the refractive index is given by the sum of a periodic and a z -independent function, it seems impossible to obtain any eigenvalue equation of the type suggested in [9, 10]. In such a situation it is natural to try to make use of another powerful (and more conventional) method – the coupled mode theory (CMT). However, its classical variant where the zero-order Hamiltonian is assumed to be z -independent and the perturbation is given by some periodic in z function [11], should be modified to meet the needs of our particular problem. Indeed, in our case the modes of twisted fibres are formed by the periodic refractive index

$n(x, y, z)$, whereas the perturbation term $\Delta n(x, y)$ is translational invariant. As is known, in the scalar approximation, which seems to be sufficient for the description of vortex mode regime, where the spin-orbit interaction (SOI) is suppressed by the twisting, the transverse electric field \mathbf{E} (for simplicity we omit the subscript “ r ”) satisfies the equation [11, 12]:

$$\Delta + k^2 [n^2(x, y, z) + \Delta n^2(x, y)] \mathbf{E}(x, y, z) = 0. \quad (1)$$

Here Δ is the Laplace operator, $k = 2\pi / \lambda$ and λ is the wavelength in vacuum. The regular refractive index n^2 describes the effect of twisting combined with the refractive index distribution $\tilde{n}^2(x, y)$ of an ideal fibre. For anisotropic twisted fibres one has [9]:

$$n^2(x, y, z) = \tilde{n}^2(x, y) + \Delta n^2 \begin{pmatrix} 0 & \exp(-2iqz) \\ \exp(2iqz) & 0 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

where $\Delta n^2 = (n_e^2 - n_o^2) / 2$ and n_e^2, n_o^2 are principal values of transverse refractive index tensor, $q = 2\pi / H$, H is the twist pitch. As usual, $\tilde{n}^2(x, y) = n_{CO}^2 (1 - 2\Delta f(x, y))$ where n_{CO} is the refractive index in the core, Δ is refractive index contrast, f is the profile function [12]. Note that in (2) we use representation in the basis of circular polarizations, where $E_{\pm} = (E_x \mp iE_y) / \sqrt{2}$. Refractive index in elliptical twisted fibres is given by [10]:

$$n^2(x, y, z) = \tilde{n}^2(x, y) - 2n_{CO}^2 \Delta \delta f_r' \cos 2(\varphi - qz), \quad (3)$$

where cylindrical polar coordinates (r, φ, z) are implied, $\delta \ll 1$ is the ellipticity parameter.

Analogously to the standard variant of the CMT we start from the notion that the solutions \mathbf{E}_m of zero-order equation are known:

$$\Delta + k^2 n^2(x, y, z) \mathbf{E}_m(x, y, z) = 0. \quad (4)$$

In contrast to the standard CMT scheme, here the dependence of \mathbf{E}_m on z does not reduce to a simple multiplication by a factor $\exp(i\tilde{\beta}z)$. We search for the solutions of the equation for a perturbed fibre:

$$\left\{ \Delta + k^2 [n^2(x, y, z) + \Delta n^2(x, y)] \right\} \mathbf{E}_m(x, y, z) = 0 \quad (5)$$

in the form

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \sum_m A_m(z) \mathbf{E}_m(x, y, z), \quad (6)$$

where $A_m(z)$ are the slowly varying amplitudes. Substituting (5) into (6) and allowing for (4) one can get:

$$\Delta \mathbf{E} \approx \sum_m \left\{ A_m(z) \Delta \mathbf{E}_m(x, y, z) + 2 \frac{\partial A_m(z)}{\partial z} \frac{\partial \mathbf{E}_m(x, y, z)}{\partial z} \right\}. \quad (7)$$

Here, as usual, we neglected the second derivative $A_m''(z)$. In the standard variant of CMT the derivative \mathbf{E}'_m is replaced by $i\beta \mathbf{E}_m$ term. In our case, however, the situation

is more complicated. As follows from the results of [9], the dependence of the modes \mathbf{E}_m on z is more intricate.

Indeed, as follows from the results of [9], modes of spun anisotropic fibres in case vortex-mode regime is implemented are given (for the set with orbital number $l = 1$) by LP OVs, whose polarization adiabatically traces the direction of local anisotropy axes:

$$\begin{aligned}\Psi_1 &= e^{i\varphi} \begin{pmatrix} \cos qz \\ \sin qz \end{pmatrix}_L \exp(i\beta_+ z), \quad \Psi_2 = e^{-i\varphi} \begin{pmatrix} \cos qz \\ \sin qz \end{pmatrix}_L \exp(i\beta_+ z), \\ \Psi_3 &= e^{i\varphi} \begin{pmatrix} -\sin qz \\ \cos qz \end{pmatrix}_L \exp(i\beta_- z), \quad \Psi_4 = e^{-i\varphi} \begin{pmatrix} -\sin qz \\ \cos qz \end{pmatrix}_L \exp(i\beta_- z),\end{aligned}\quad (8)$$

where $E = \Delta n^2 k^2$ describes initial anisotropy of the fibre, $\tilde{\beta}$ is the scalar propagation constant and the subscript L denotes representation in the basis of linear polarizations and $\beta_{\pm} = \tilde{\beta} \pm \Delta\beta / 2$, $\Delta\beta = E / \tilde{\beta}$. From (8) it follows:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Psi_1}{\partial z} &= i\beta_+ \Psi_1 + qe^{i\Delta\beta z} \Psi_3, \quad \frac{\partial \Psi_2}{\partial z} = i\beta_+ \Psi_2 + qe^{i\Delta\beta z} \Psi_4, \\ \frac{\partial \Psi_3}{\partial z} &= i\beta_- \Psi_3 - qe^{-i\Delta\beta z} \Psi_1, \quad \frac{\partial \Psi_4}{\partial z} = i\beta_- \Psi_4 - qe^{-i\Delta\beta z} \Psi_2.\end{aligned}\quad (9)$$

Then the first term on the right of (7) being combined with the $A_m k^2 n^2 \mathbf{E}_m$ term vanishes due to (4) and one arrives at the standard equation:

$$\sum_m \left\{ 2 \frac{\partial A_m(z)}{\partial z} \frac{\partial \mathbf{E}_m(x, y, z)}{\partial z} + k^2 \Delta n^2(x, y) A_m(z) \mathbf{E}_m \right\} = 0, \quad (10)$$

where for the derivatives \mathbf{E}'_m one should use (9) (identifying Ψ_m with \mathbf{E}_m). Using connection (9) in the form:

$$\frac{\partial \mathbf{E}_m}{\partial z} = \sum_k Q_{mk} \mathbf{E}_k, \quad (11)$$

one can bring (10) to the form:

$$\sum_{m,k} \left\{ 2 \frac{\partial A_m(z)}{\partial z} Q_{mk} + k^2 \Delta n^2(x, y) A_m(z) \delta_{mk} \right\} \mathbf{E}_k = 0, \quad (12)$$

from whence it follows the desired equation in slow amplitudes $A_m(z)$:

$$2i \langle l | l \rangle \sum_m \frac{dA_m}{dz} Q_{ml} = -k^2 \sum_m \langle l | \Delta n^2 | m \rangle A_m. \quad (13)$$

In this equation we used standard Dirac's notations, where the scalar product implies integration over the total cross-section of the fibre. This equation is the main result of the present paper and is a generalization of its more conventional form widely spread in the literature. Note that here we do not specify normalization and the phase exponentials should be

included into the structure of the modes $|m\rangle$. The developed formalism can be applied to study the effect of z-invariant perturbations on the mode structure in spun fibres.

For anisotropic spun fibres the perturbation operator Δn^2 should be taken in the form:

$$\Delta n^2(x, y) = \delta n^2 \hat{\sigma}_z, \quad (14)$$

where $\hat{\sigma}_z$ is the Pauli matrix and δn^2 characterizes induced birefringence. For elliptic spun fibres one has

$$\Delta n^2 = -2n_{co}^2 \delta \Delta r f'_r \cos 2\varphi. \quad (15)$$

Finally, let us make a remark on application of CMT to the problems concerned with degenerate states. The classical variant of CMT implies using a periodic perturbation $\Delta n(x, y, z)$ on the background of aperiodic refractive index $n(x, y)$. Suppose that the perturbation term is also aperiodic and z-independent. In addition, let us assume that there is degeneracy in the system and the fields \mathbf{E}_m propagate with the same propagation constant β . Then (13) is reduced to

$$2i \langle l|l \rangle \beta \frac{dA_l}{dz} = -k^2 \sum_m \langle l|\Delta n^2|m \rangle A_m. \quad (16)$$

where the vectors $|m\rangle$ have the same exponential factors so that there is no z-dependence on the right of (16). Searching for the solution in the form $A_l = C_l \exp(i\beta z)$ one readily arrives at the standard eigenvalue equation for the perturbation matrix $V_{lm} = \langle l|\Delta n^2|m \rangle$:

$$k^2 \hat{V} \mathbf{A} = 2 \langle l|l \rangle \beta^2 \mathbf{A}. \quad (17)$$

Here the factor $\langle l|l \rangle$ reflects arbitrariness of normalization. In this way CMT can be used for standard quantum-mechanical problems in the presence of degeneracy.

CONCLUSION

In this paper we have developed a modification of the coupled mode theory for Schrödinger-type equations with periodic potentials in the presence of an invariant perturbation. The scheme is applied to obtaining coupled mode equations for perturbed spun optical fibres. The method developed may be useful while studying the question of robustness of optical vortices in spun anisotropic and elliptical fibres with respect to external perturbations, which do not depend on the longitudinal coordinate. This scheme may also present an alternative to the standard perturbation theory with degeneracy.

References

1. Agarwal G. S. Spatial coherence and information entropy in optical vortex fields / Agarwal G. S., Banerji J. // Opt. Lett. – 2002. – Vol. 27. – P. 800-802.
2. Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum / Gibson G., Courtial J., Padgett M. et al. // Opt. Express. – 2004. – Vol. 12. – P. 5448-5456.

3. Bouchal Z. Mixed vortex states of light as information carriers / Bouchal Z., Chelechovsky R. // *New J. Phys.* – 2004. – Vol. 6. – P. 131-145.
4. Robust interferometer for the routing of light beams carrying orbital angular momentum / Lavery M. P. J., Dudley A., Forbes A. et al. // *New J. Phys.* – 2011. – Vol. 13. – P. 093014.
5. Deterministic qubit transfer between orbital and spin angular momentum of single photons / D'Ambrosio V., Nagali E., Monken C. H. et al. // *Opt. Lett.* – 2012. – Vol. 37. – P. 172-174.
6. Transverse mode multiplexing using the helical eigen-beams of orbital angular momentum / Liu Y.-D., Gao C., Wang X. et al. // *Opt. Commun.* – 2012. – Vol. 285. – P. 888–892.
7. Djordjevic I. B. Deep-space and near-Earth optical communications by coded orbital angular momentum (OAM) modulation / Djordjevic I. B. // *Opt. Express.* – 2011. – Vol. 19. – P. 14277-14289.
8. Study on the propagation parameters of Bessel–Gaussian beams carrying optical vortices through atmospheric turbulence / Zhu K., Li S., Tang Y., Yu Y. et al. // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2012. – Vol. 29. – P. 251-257.
9. Alexeyev C. N. Vortex-preserving weakly guiding anisotropic twisted fibres / Alexeyev C. N., Volyar A. V., Yavorsky M. A. // *J. Opt. A : Pure Appl. Opt.* – 2004. – Vol. 6. – P. S162-S165.
10. Alexeyev C. N. Optical vortices and the higher order modes of twisted strongly elliptical optical fibres / Alexeyev C. N., Yavorsky M. A. // *J. Opt. A : Pure Appl. Opt.* – 2004. – Vol. 6. – P. 824-832.
11. Hall D. J. Selected papers on coupled-mode theory in guided-wave optics / ed. Hall D. J. – Bellingham : SPIE Optical Engineering Press, 1993. – 569 p.
12. Снайдер А. Теория оптических волноводов / Снайдер А., Лав Дж. – М. : Радио и связь, 1987. – 656 с.

Алексеев К. М. Теорія зв'язаних мод для збурених скручених оптичних волокон / Алексеев К. М. // Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 75-79.

Розвинена модифікація теорії зв'язаних мод для рівнянь типу Шредингера із періодичним потенціалом у присутності інваріантного збурення. Схема прикладена до отримання рівнянь зв'язаних мод для збурених скручених оптичних волокон.

Ключові слова: теорія зв'язаних мод, скручені оптичні волокна.

Алексеев К. Н. Теория связанных мод для возмущенных скрученных оптических волокон / Алексеев К. Н. // Ученые записки Таврического национального университета имени В.И. Вернадского. Серия: Физико-математические науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 75-79.

Развита модификация теории связанных мод для уравнений типа шредингеровского с периодичным потенциалом в присутствии инвариантного возмущения. Схема приложена к получению уравнений связанных мод для возмущенных скрученных оптических волокон.

Ключевые слова: теория связанных мод, скрученные оптические волокна.

Поступила в редакцию 26.04.2012 г.

УДК 535.2:548.1.022/.024

ТОНКАЯ СТРУКТУРА ВНЕОСЕВОГО СИНГУЛЯРНОГО ПУЧКА В ОДНООСНОМ КРИСТАЛЛЕ

Фадеева Т.А.

*Таврический национальный университет имени В.И. Вернадского, Симферополь, Украина
E-mail: tatyana.fadeeva@gmail.com*

На основании решения параксиального волнового уравнения проанализирована тонкая структура лазерного пучка, переносящего единичный оптический вихрь, распространяющегося в неограниченном одноосном кристалле под небольшими углами к его оси. Рассмотрены преобразования поляризационных особенностей структуры поля данного пучка при изменении угла распространения пучка. Показано, что структурные искажения сингулярного пучка возникают даже при очень малых отклонениях его оси от оптической оси кристалла и связаны с деформацией, как осевого вихря, так и кольцевых дислокаций циркулярно поляризованных компонент поля. Полученные результаты позволяют учитывать возможные искажения структуры сингулярного пучка в устройствах для захвата, транспортировки и взаимной ориентации микрочастиц.

Ключевые слова: оптический вихрь, одноосный кристалл, поляризационная сингулярность.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время большой интерес к сингулярной оптике вызывают исследования, связанные с распространением и преобразованием структуры световых пучков в оптических кристаллах [1-4]. Это вызвано тем, что анизотропная среда позволяет формировать в пучке не только сетки фазовых и поляризационных сингулярностей, но также управлять их формой и взаимным положением [2]. Известно [1,2], что структура циркулярно поляризованного гауссова пучка, распространяющегося вдоль оптической оси кристалла, изменяется таким образом, что в его ортогонально поляризованной компоненте на оси возникает оптический вихрь с двойным топологическим зарядом. В то же время, эксперимент показывает, что обычный гауссов пучок, распространяющийся под большим углом к оптической оси, не содержит каких либо фазовых сингулярностей в обеих поляризационных компонентах, тогда как при небольших отклонениях оси пучка от оси кристалла оптические вихри могут возникать даже в компоненте пучка с исходной поляризацией [5]. Еще более интригующим является поведение сингулярных пучков, переносящих оптические вихри. Недавно, в работе [6] было экспериментально показано что, можно так подобрать параметры вне осевого сингулярного пучка с единичным оптическим вихрем на входе в кристалл, что, покидая кристалл, пучок потеряет этот оптический вихрь [6]. В настоящей работе мы фокусируем внимание на процессах, приводящих к структурным преобразованиям сингулярного пучка при малых отклонениях его оси от оптической оси кристалла.

Целью работы явилось исследование преобразований поляризационных сингулярностей в параксиальном циркулярно поляризованном пучке, переносящем оптический вихрь с единичным топологическим зарядом.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ НАКЛОННОГО ПУЧКА В ОДНООСНОМ КРИСТАЛЛЕ

Рассмотрим циркулярно поляризованный гауссов пучок, переносящий единичный оптический вихрь. Выберем знак топологического заряда вихря противоположным знаком циркуляции круговой поляризации в исходном пучке. Обозначим угол между осью кристалла и осью исходного пучка через α_{in} (см. Рис.1, а). Одноосный кристалл ориентируем таким образом, чтобы тензор диэлектрической проницаемости $\hat{\epsilon}$ принял диагональный вид $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon < \epsilon_{zz}$ и $\epsilon_{zz} = \epsilon_3$. Оптическая ось кристалла направлена вдоль оси z .

Параксиальное волновое уравнение для комплексных амплитуд $\tilde{\mathbf{E}}_{\perp}(x, y, z)$ поперечных компонент пучка в одноосном кристалле удобно записать в виде [7]

$$(\nabla_{\perp}^2 + 2ik_o \partial_z) \tilde{\mathbf{E}}_{\perp} = \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon_3} \nabla_{\perp} (\nabla_{\perp} \tilde{\mathbf{E}}_{\perp}), \quad (1)$$

где $\Delta \epsilon = \epsilon_3 - \epsilon$, $k_o = n_o k_0$, k_0 - волновое число в вакууме, $n_o = \sqrt{\epsilon}$ - показатель преломления обыкновенной волны.

Потребуем, чтобы в поперечном сечении кристалла $z = 0$ сингулярный пучок имел только правую циркулярно поляризованную компоненту ($\tilde{E}_{-}(x, y, z = 0) = 0$), а сердцевина оптического вихря в этой компоненте располагалась в начале координат $x = y = 0$. Тогда частное решение уравнения (2) можно представить в виде

$$\tilde{E}_{+} = \left\{ \frac{x - i(y - \alpha_o z)}{\sigma_o} \tilde{\Psi}_o + \frac{x - i(y - \alpha_e z)}{\sigma_e} \tilde{\Psi}_e \right\}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{-} = & -[x + iy_o] \left[\frac{\tilde{\Psi}_o}{\sigma_o} - \frac{\tilde{\Psi}_e}{\sigma_e} \right] + \\ & + \alpha_o z_o \left(\frac{x + iy_o}{r'} \right)^2 \left[\frac{\rho^2}{r'^2} (\sigma_o \tilde{\Psi}_o - \sigma_e \tilde{\Psi}_e) + (\tilde{\Psi}_o - \tilde{\Psi}_e) \right], \end{aligned} \quad (3)$$

где $\tilde{\Psi}_o = \exp\left\{-\frac{r'^2}{\rho^2 \sigma_o}\right\} / (\sigma_o) f(\alpha_o)$, $\tilde{\Psi}_e = \exp\left\{-\frac{r'^2}{\rho^2 \sigma_e}\right\} / (\sigma_e) f(\alpha_e)$,

$$f(\alpha_o) = \exp\left(\frac{-\alpha_o^2 z_o k_o}{2}\right), \quad y_o = y + i\alpha_o z_o, \quad r'^2 = x^2 + y_o^2, \quad z_o = k_o \rho^2 / 2,$$

$z_e = k_e \rho^2 / 2$, ρ - радиус перетяжки пучка в плоскости $z = 0$, $k_e = k_o n_e$, $n_e = \epsilon_3 / \sqrt{\epsilon}$, $\sigma_o = 1 - iz / z_o$, $\sigma_e = 1 - iz / z_e$, α_o - угол наклона оси обыкновенного пучка, α_e - угол наклона необыкновенного пучка к оси z и из закона Снеллиуса в параксиальном приближении $\alpha_o n_o = \alpha_e n_e$.

2. ЭВОЛЮЦИЯ СИНГУЛЯРНОСТЕЙ В ПУЧКЕ

Полученное решение показывает, что в одноосном кристалле каждая компонента поля представляет собой суперпозицию двух индивидуальных сингулярных пучков - обыкновенного и необыкновенного, с волновыми числами k_o и k_e , соответственно, переносящих оптические вихри с единичными топологическими зарядами равными -1 . Эти вихри распространяются вдоль различных траекторий, задаваемых уравнениями: $x = 0, y = \alpha_o z$ и $x = 0, y = \alpha_e z$. Суперпозиция индивидуальных пучков приводит к сложному распределению фазовых сингулярностей. Рис. 1, а иллюстрирует два возможных распределения интенсивности поля (2) после кристалла LiNbO_3 длиной $l = 2 \text{ см}$ с показателями преломления $n_o = 2.3$ и $n_e = 2.2$ при малых углах $\alpha_o = 0.45^\circ$ (сверху) $\alpha_e = 0.68^\circ$ (снизу). Структура сингулярностей в наклонном пучке зависит от радиуса перетяжки исходного пучка ρ в плоскости $z = 0$ на входной грани кристалла и угла падения пучка α_{in} , так что $n_{in} \alpha_{in} = n_o \alpha_o$, n_{in} - показатель преломления среды перед кристаллом. Характерное взаимное расположение кольцевых дислокаций и оптического вихря приведено на Рис.1, а. Если радиус перетяжки относительно мал (например, $\rho = 10 \mu\text{м}$), то кольцевые дислокации с центром в начале координат $x = y = 0$ отчетливо проступают в виде темных концентрических колец (верхний Рисунок). Оптический вихрь смещен относительно центра. При приближении кольцевой дислокации к вихрю начинаются дислокационные реакции [8]. Топологическая структура пучка резко меняется. Радиус кольца дислокации можно легко оценить, используя простую модель распространения плоских волн в кристалле [9]. Дислокации соответствует геометрическое место точек, куда обыкновенная и необыкновенная волна приходят с задержкой по фазе: $k_o(n_e - n_o)r^2 / l = (2n - 1/2)\pi$, $n = 1, 2, 3, \dots$. Откуда видно, что радиус дислокации не зависит от радиуса перетяжки пучка. Для относительно большого значения радиуса перетяжки (например $\rho = 500 \mu\text{м}$) кольцевые дислокации явно не присутствуют в распределении интенсивности пучка, хотя их геометрическое положение не изменилось. Их вклад в преобразование топологической структуры пучка остается таким же как и для малых радиусов перетяжки. Нижний Рисунок на Рис. 1, а иллюстрирует распределение интенсивности в случае, когда «виртуальная» кольцевая дислокация проходит через сердцевину вихря. В результате дислокационных реакций рождается несколько дополнительных вихрей с различными знаками топологических зарядов. Интенсивности обеих циркулярно поляризованных компонент пучка изменяются. Их величину можно оценить интегралом $I \propto \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy \left(|\tilde{E}_+|^2 + |\tilde{E}_-|^2 \right) = I_+ + I_-$. На Рис. 1, б, в приведены зависимости интенсивности $I_+(\alpha_o)$ и $I_-(\alpha_o)$ циркулярно

поляризованных компонент в зависимости от угла α_o для двух различных радиусов ρ перетяжки пучка. Осцилляции кривых связаны с прохождением кольцевых дислокаций через сердцевину оптического вихря. Из поведения кривых видно, что амплитуда осцилляций жестко связана с радиусом перетяжки пучка. Вообще говоря, приведенная картина является очень грубым приближением. Детали этого процесса можно описать на основе тонкой структуры преобразования поляризационных сингулярностей [10].

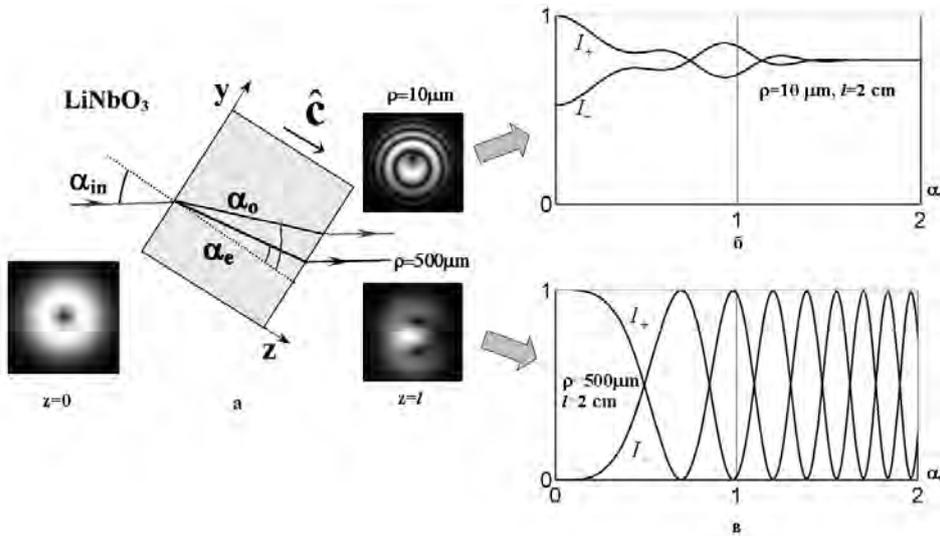


Рис. 1. Распределение интенсивности сингулярного пучка на входе и выходе из кристалла LiNbO_3 для различных значений радиуса перетяжки ρ (\hat{c} - единичный вектор оптической оси) (а) и изменение интенсивности циркулярно поляризованных компонент поля после кристалла (б, в) в зависимости от угла α_o .

Известно, что оптическому вихрю в распределении поляризации поля соответствует поляризационная сингулярность, получившая название С-точка, т.е. точка поля, в которой одна из циркулярно поляризованных компонент обращается в ноль. Кольцевой дислокации будет соответствовать множество С-точек, расположенных на замкнутой кривой – С-линии. С-точки окружает участок векторного поля с характерным узором направлений большой полуоси эллипса поляризации. Этот узор может принимать три характерных очертания: звезда с топологическим индексом $m = -1/2$, монстр и лимон с $m = +1/2$ [10].

Рассмотрим преобразование поляризационных сингулярностей, возникающее при изменении угла α_o , на примере пучка с относительно большим радиусом перетяжки $\rho = 500 \mu\text{m}$ (см. Рис. 2).

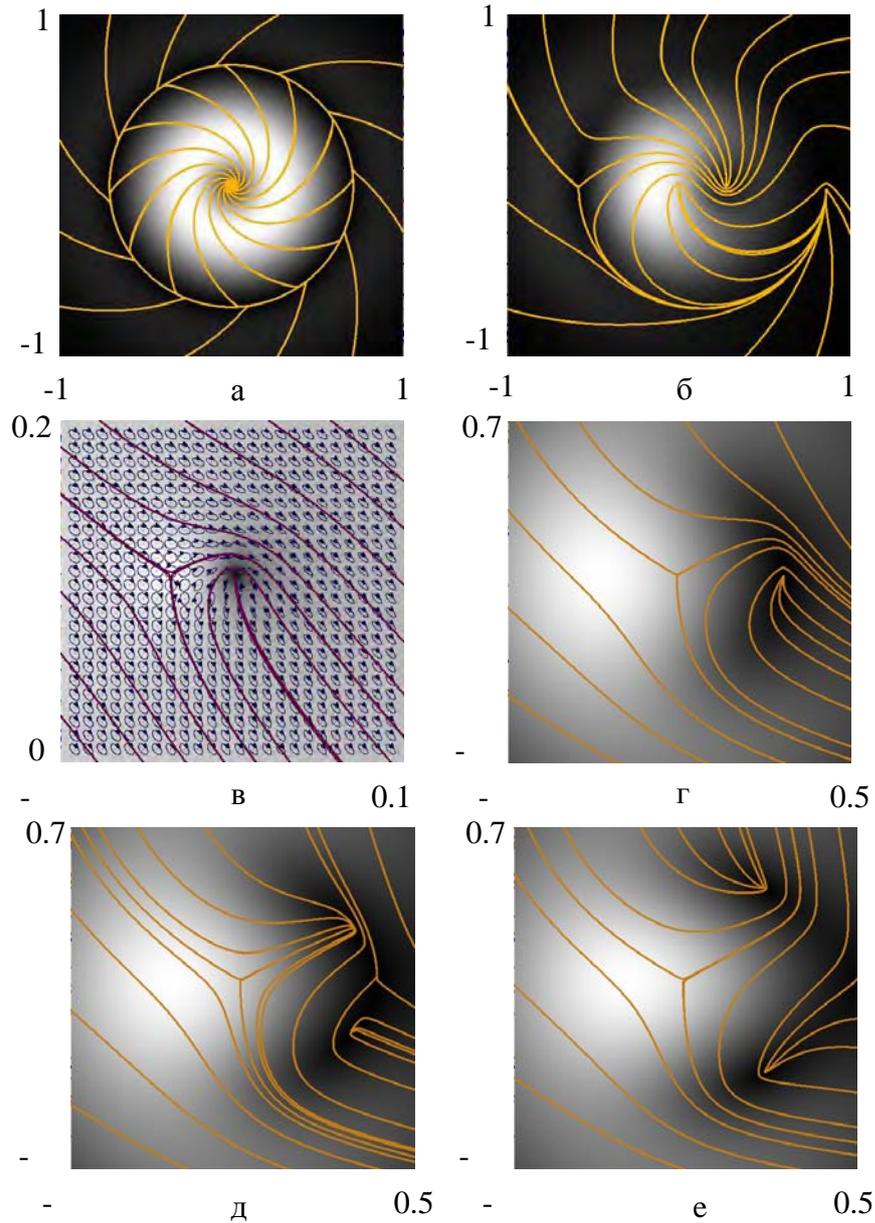


Рис. 2. Линии, касательные к большой полуоси эллипса поляризации, на фоне распределения интенсивности (а, б, г-е) в наклонном пучке Лагерра-Гаусса прошедшем кристалл LiNbO_3 длиной 2 см: а) $\alpha_o = 0^\circ$, б) $\alpha_o = 0.006^\circ$, в) $\alpha_o = 0.3^\circ$, г) $\alpha_o = 0.684^\circ$ б д) $\alpha_o = 0.686^\circ$, е) $\alpha_o = 0.688^\circ$. На Рис. (в) приведена карта эллипсов поляризации на фоне распределения эллиптичности, черная точка соответствует лево циркулярной поляризации, а белая – право циркулярной. Поперечные размеры приведены в мм.

Когда сингулярный пучок распространяется строго вдоль оптической оси кристалла $\alpha_o = 0$, в его центре возникает вырожденная поляризационная сингулярность с топологическим индексом $m = +1$, образованная спиральными интегральными кривыми [10], которые приведены на Рис. 2, а. Спирали обрываются на С-линии (с топологическим индексом $m = 0$), которая охватывает вырожденную сингулярность. Малое отклонение оси пучка от оси кристалла на угол $\alpha_o = 0,006^\circ$ приводит к расщеплению, как вырожденной сингулярности, так и С-линии (Рис. 2, б). Вырожденная С-точка, в свою очередь, расщепляется на два лимона, а С-линия – на звезду и лимон. При этом полный топологический индекс всего пучка не изменяется. Увеличение угла вызывает быстрое вытеснение двух лимонов (справа на Рис. 2, б) на периферию. Прежде чем исчезнуть из поля наблюдения структура сингулярностей деформируется – лимон превращается в монстр. Смены топологического индекса не происходит. Вблизи центра пучка остаются две сингулярности – звезда и лимон (Рис. 2, в), соответствующие в обоих циркулярно поляризованных компонентах оптическим вихрям с отрицательным топологическим зарядом -1 . Дальнейшее увеличение угла до значения $\alpha_o = 0.684^\circ$ сопряжено с вытеснением лимона из центра пучка и преобразованием его структуры в монстр (Рис. 2, г). В тоже время, вблизи лимона наблюдается сгущение интегральных кривых, указывающее на рождение новой пары поляризационных сингулярностей. Момент рождения пары поляризационных сингулярностей иллюстрирует Рис. 2, д. Увеличение угла вызывает вытеснение прежней пары на периферию (слева на Рис. 2, е), и процесс преобразования сингулярностей повторяется вновь.

ВЫВОДЫ

Таким образом, было показано, что изменение угла наклона оси сингулярного пучка относительно оптической оси кристалла сопряжено с резкими осцилляциями полной интенсивности с циркулярно поляризованных компонентах поля. Эти осцилляции связаны с процессами переменного рождения и уничтожения пары поляризационных сингулярностей с противоположными знаками топологических индексов. Именно благодаря этим структурным преобразованиям топологические заряды в обеих поляризационных компонентах поля имеют одинаковые знаки при двулучепреломлении пучка в кристалле.

Список литературы

1. Воляр А. В. Генерация сингулярных пучков в одноосных кристаллах / Воляр А. В., Фадеева Т. А. // Оптика и Спектроскопия. – 2003. – Т. 94, № 2. – С. 260-270.
2. Egorov Yu. A. The fine structure of singular beams in crystals: colours and polarization / Egorov Yu. A., Fadeyeva T. A., Volyar A. V. // J. Opt. A: Pure Appl. Opt. – 2004. – Vol. 6. – P. S217–S228.
3. Volyar A. V. Singular beams in Uniaxial Crystals / Volyar A. V. // Ukrainian Journal of Physics. – 2004. – Vol. 49, No 4. – P. 400-408.
4. Ciattoni A. Circularly polarized and vortex generation in uniaxial media / Ciattoni A., Cincotti G., Palma C. // J. Opt. Soc. Am. A. – 2003. – Vol. 20, No 1. – P. 163-171.

5. Volyar, A. Generation of single-charge optical vortices with an uniaxial crystal / Volyar A., Shvedov V., Fadeyeva T. et al. // Opt. Express. – 2006. – Vol. 14. – P. 3724-3729.
6. Dennis M. Polarization singularities from unfolding an optical vortex through a birefringent crystal / Dennis M., Flossman F., Schwarz U. T., Maier M. // Phys. Rev. Lett. – 2005. – Vol. 95. – P. 253901-1 - 253901-5.
7. Volyar A. V. Laguerre-Gaussian beams in uniaxial crystals / Volyar A. V., Fadeyeva T. A. // Ukr. J. Phys. Opt. – 2004. – Vol. 5. – P. 81-86.
8. Berry M. V. Topological events on wave dislocation lines: birth and death of loops, and reconnection / Berry M. V. Dennis M. R. // J. Phys. A: Math. Theor. – 2007. – Vol. 40. – P. 65-74.
9. Борн М. Основы оптики / Борн М., Вольф Э. – М: Наука, 1970. – 856 с.
10. Nye J. F. Polarization effects in the diffraction of electromagnetic waves: the role of disclinations / Nye J. F. // Proc. R. Soc. Lond. A. – 1983. – Vol. 387. – P. 105-132.

Фадеева Т. А. Тонка структура позаосьового сингулярного пучка в одноосному кристалі / Фадеева Т. А. // Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 80-86.

На підставі вирішення параксіального хвильового рівняння проаналізована тонка структура лазерного пучка, що переносить одиничний оптичний вихор, що поширюється в необмеженому одноосному кристалі під невеликими кутами до його осі. Розглянуті перетворення поляризаційних особливостей структури поля даного пучка при зміні кута поширення пучка. Показано, що структурні спотворення сингулярного пучка виникають навіть при дуже малих відхиленнях його осі від оптичної осі кристала і пов'язані з деформацією, як осьового вихору, так і кільцевих дислокацій циркулярно поляризованих компонент поля. Отримані результати дозволяють враховувати можливі спотворення структури сингулярного пучка в пристроях для захвату, транспортування і взаємної орієнтації мікрочасток.

Ключові слова: оптичний вихор, одноосний кристал, поляризаційна сингулярність.

Fadeyeva T. A. A fine structure of the off-axis singular beam in a uniaxial crystal / Fadeyeva T. A. // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2012. – Vol. 25(64), No 1. – P. 80-86.

We analyze a fine structure of a solution to the paraxial wave equation in the form of a vortex-bearing beam transmitting at a small angle to the optical axis of an unbounded uniaxial crystal. We consider transformations of polarization singularities in the beam field via variations of the beam inclination angle. We revealed that even very small deviations of the beam axis relative to the crystal axis can entail essential transformations of the field structure, in particular, deformations of both the axial vortex and ring dislocations of circularly polarized field components. The results obtained enable one to take into account possible distortions of a vortex-beam structure in the devices for trapping, transportation and mutual orientation of microparticles.

Keywords: optical vortex, uniaxial crystal, polarization singularity.

Поступила в редакцію 23.04.2012 г.

УДК 525:641/657

**GENERATION OF THE HIGH-ORDER BESSEL VORTEX-BEAM IN
MONOCHROMATIC AND POLYCHROMATIC LIGHT VIA THE AXICON-
UNIAXIAL CRYSTAL SYSTEM**

Alexeyev A.N.

National Taurida V. Vernandsky University, Simferopol, Crimea, Ukraine

E-mail: aalexua@ukr.net

Nowhere days, a Bessel beams are of a great interest because of their high importance in practical applications in micromanipulations of micro particles and possibility to create a bottle-beams which employed in metal-cutting machines. Angular spectrum of a Bessel beam formed by a variety of a plane waves, belong to a hollow conical surface with the angle 2β at the top of the cone. Take into account this fact, one can form a Bessel beam by means of the conical lense-axicon. Generally speaking, we must note, that such a beam, formed by axicon changes its shape along the propagation axicon and become the beam corresponding to Bessel-Gaussian solution.

Keyword: Bessel beams, Bessel-Gaussian beams, axicon, monochromatic light, polychromatic light, axicon-uniaxial crystal.

INTRODUCTION

Let us consider micro particles manipulation. For that purpose we need to have the intensity minimum on the beam propagation axis. For that reason we may use the beams obtained due to the diffraction of the Gaussian beam on the computer synthesized hologram of an optical vortex. But the efficiency of this method is not applicable for non-monochromatic light and low coherent light.

The other way of hollow-beams generation applicable both to polychromatic and monochromatic light is the way to pass circularly polarized light through a uniaxial crystal along its optical axis. While this, one can obtain optical vortex in the orthogonal polarization, having the topological charge differs by 2 units from the charge of the initial beams. This works both to monochromatic and polychromatic beams.

The purpose of the work presented is to make the future analysis of the Bessel-Gaussian beams generation by means of the axicon-uniaxial crystal both to monochromatic and polychromatic light.

GENERATION OF THE HIGH-ORDER BESSEL VORTEX-BEAM IN MONOCHROMATIC AND POLYCHROMATIC LIGHT VIA THE AXICON-UNIAXIAL CRYSTAL SYSTEM

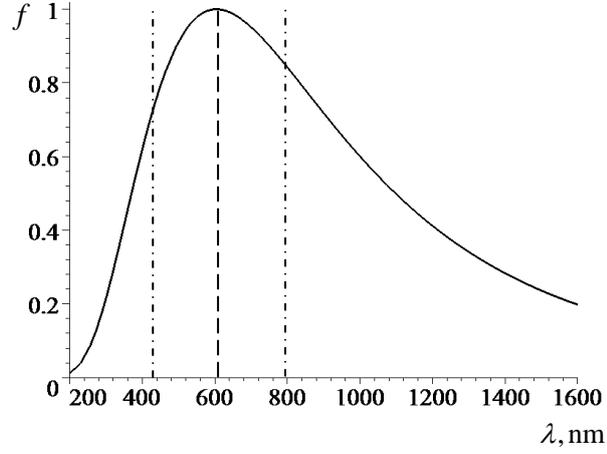


Fig. 1. Normalized spectral distribution in depends from wave length of the light source. Visible bandwidth plotted in a dash-dot lines, intensity maximum plotted in dash line $\lambda = 604$ nm.

Such a beams can be represented by the superposition of an ordinary and extraordinary beams, with linear polarized, azimuthally and orthogonal components:

$$E_{+,BG}^{l,(o,e)} = \frac{1}{\sigma_{o,e}} J_l \left(-i \frac{K_{o,e}}{z_{o,e} \sigma_{o,e}} r \right) \exp \left\{ -\frac{r^2}{w_0^2 \sigma_{o,e}} - il\varphi - \frac{K_{o,e}^2}{2k_{o,e} z_{o,e} \sigma_{o,e}} + \frac{K_{o,e}^2}{2k_{o,e} z_{o,e}} \right\} \quad (1)$$

where $K_{o,e}$ is generally a complex parameter, $\exp\{K_o^2 / (2k_o z_o)\}$ the normalizing factor, $\sigma_{o,e} = 1 - iz / z_{o,e}$, $z_o = k_o w_0^2 / 2$, $z_e = k_e w_0^2 / 2$, $k_o = n_o k$, $k_e = (n_e^2 / n_o^2) k_o$, k is a wave number in a free space, w_0 is a waist of beam at the plane $z = 0$. In order for the data mode beam at the entrance face of the crystal form a single polarized beam right circularly Bessel-Gauss, it is necessary that the field mode beam at the boundary agreed. This condition implies that $K_e = \frac{n_e}{n_o} K_o$.

Lets consider that initial beam has CW polarization, that it's circularly polarized components will be written as:

$$\begin{aligned}
 E_{+,BG}^{l,+} = \exp(-il\varphi) & \left\{ J_l \left(-i \frac{K_o}{z_o \sigma_o} r \right) \exp \left(-\frac{K_o^2}{2k_o z_o \sigma_o} \right) \Psi_o + \right. \\
 & \left. + J_l \left(-i \frac{K_o}{z_o \sigma_e} r \right) \exp \left(-\frac{K_o^2}{2k_o z_o \sigma_e} \right) \Psi_e \right\} \exp \left(\frac{K_o^2}{2k_o z_o} \right)
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
 E_{-,BG}^{l,+} = & \left(\frac{-iK_o}{k_o w_0} \right)^l \left(\frac{r e^{-i\varphi}}{w_0} \right)^l \frac{w_0^2 e^{i2\varphi}}{r^2} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(j+1)}{(j+l)!} \left(\frac{-K_o^2}{2k_o z_o} \right)^j \times \\
 & \times \left\{ \frac{\Psi_o}{\sigma_o^{j+l-1}} L_{j+1}^{(l-2)} \left(\frac{r^2}{w_0^2 \sigma_o} \right) - \frac{\Psi_e}{\sigma_e^{j+l-1}} L_{j+1}^{(l-2)} \left(\frac{r^2}{w_0^2 \sigma_e} \right) \right\} \exp \left(\frac{K_o^2}{2k_o z_o} \right).
 \end{aligned}$$

It has to be notified, that CCW polarized field component can be represented as a super position of an infinite series of the Lager-Gaussian beams of a complex argument function. It seems to be, that this super position might not have the field envelope in the form of Bessel function, never the less comparison of such the field and the Bessel field shows good match, accurate to the amplitude coefficient (Fig. 2).

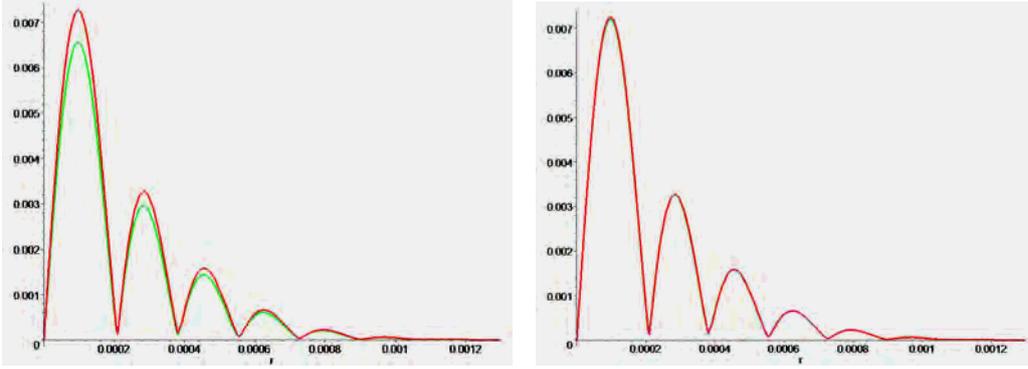


Fig. 2. Comparison between CCW Bessel-Gauss and second order Bessel beam polarization component in the crystal.

Let us consider the Bessel-Gaussian beam evolution along the crystal. As it might seen at the picture, at the relatively small distances Gaussian field envelope has an oscillations specified by the Bessel function modulation. On increasing the light propagation length in crystal, this oscillation decreases and one can observe deeper minima on the axis. Topological charge of the CCW beam component modulo 2 less than CW beam component charge, because we choose negative topological charge of the initial beam. The evolution of the Bessel-Gaussian beam formed by axicone shown on (Fig. 2.) As one can see, the beam with topological charge to generates in CCW beam component.

To calculate the propagation of the Bessel-beam in crystal we used following method.

We use the black body with color temperature 4800 K as a light source.

RGB components of the monitor brightness were calculated according to the following relations:

$$\begin{aligned}
 R &= \left[\int f(\lambda) I(x, y, z, \lambda) \bar{r}(\lambda) d\lambda \right]^{\chi}, \\
 G &= \left[\int f(\lambda) I(x, y, z, \lambda) \bar{g}(\lambda) d\lambda \right]^{\chi}, \\
 B &= \left[\int f(\lambda) I(x, y, z, \lambda) \bar{b}(\lambda) d\lambda \right]^{\chi},
 \end{aligned} \tag{3}$$

where $I(x, y, z, \lambda) = |E(x, y, z, \lambda)|^2$ intensity distribution, $\bar{r}, \bar{g}, \bar{b}$ are coordinates of color in the spectrum the integration is performed in the same range of wavelengths. χ - the nonlinearity of the monitor. As the table is set, then the integration in (3) is replaced by a summation over 81 point in increments. If some of the integrals (3) are negative, which means that the corresponding colors are outside the gamut of the monitor, and data components of the color (negative), we assumed to be zero. In the calculations it must also be taken into account the dispersion of the refractive indices of a uniaxial crystal. Fig. 3 shows this dependence in the visible range for the lithium niobate crystal, and the effect of photo refraction we have not taken into account.

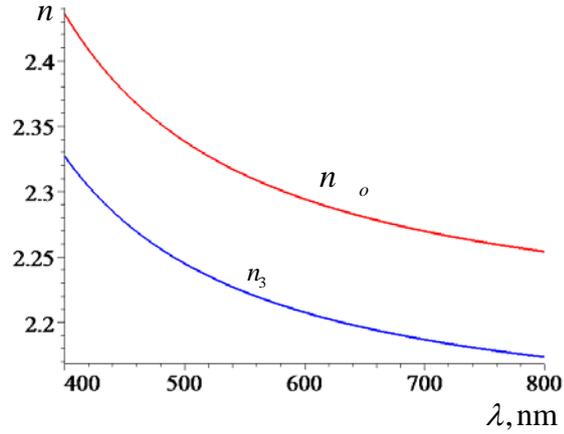


Fig. 3. The spectral dependence of the refractive index of the wavelength of visible range in lithium niobate.

We change integration to the summing by 81 points in optical bandwidth, having RGB spectrum coordinates, set by specialized colorimetric table.

The color distributions in the circularly polarized beam components shown on (Fig. 4).

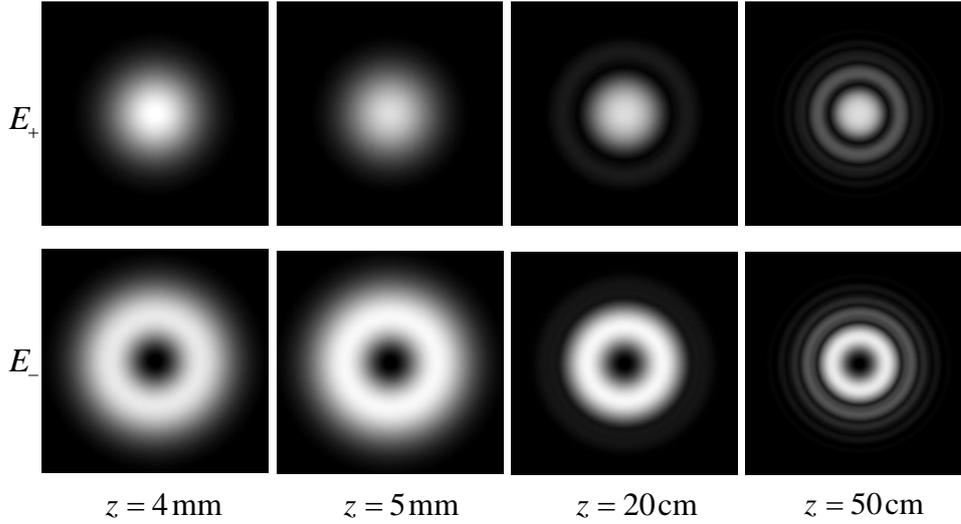


Fig. 4. Generating optical vortex with a double topological charge in the white light ($l = 0, n = 0$) with $w_0 = 20 \mu\text{m}$ in a lithium niobate crystal, the image size on the axes x , y : $5w$, $w = w_0 \sqrt{1 + (z/z_0)^2}$.

As it seen, there is an optical vortex of charge to in the middle of the CCW beam component. We made the following experimental set up to generate the Bessel-Gaussian beams.

The light from He-Ne laser passes through axicon, than it collimated by lens and becomes CCW polarized after polarizer and $\lambda/4$ plate. After this, this beam focuses on the incoming fringe of the LiNiTiO_3 crystal, having its axis along the beam. The beam passed through the crystal collimates by next lens and with the aide of polarizer and $\lambda/4$ plate we separates CCW Bessel-Gauss beam component with topological charge two. For the generation of the higher order Bessel-Gaussian beams we only need to duplicate the elements put in the dashed block (Fig. 5).

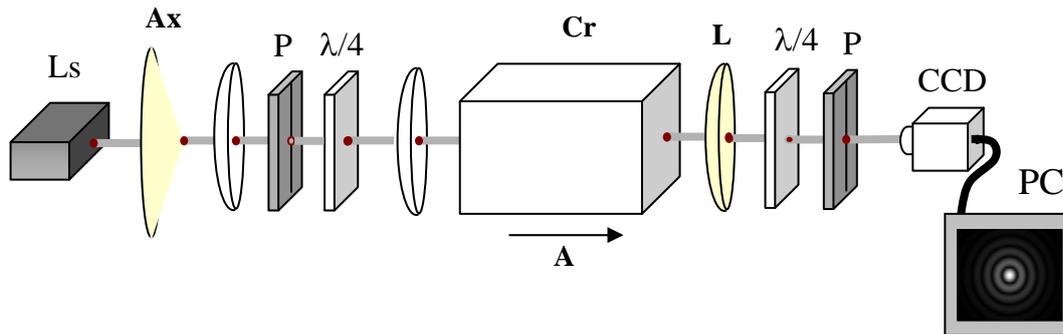


Fig. 5. Experimental setup for obtaining a monochromatic beam of Bessel-Gauss: Ls – laser, P – polarizer, $\lambda/4$ – quarter-wave plate, Ax – axicon, L – lens, Cr – LiNbO_3 crystal A – symmetry axis, CCD – CCD camera, PC – computer.

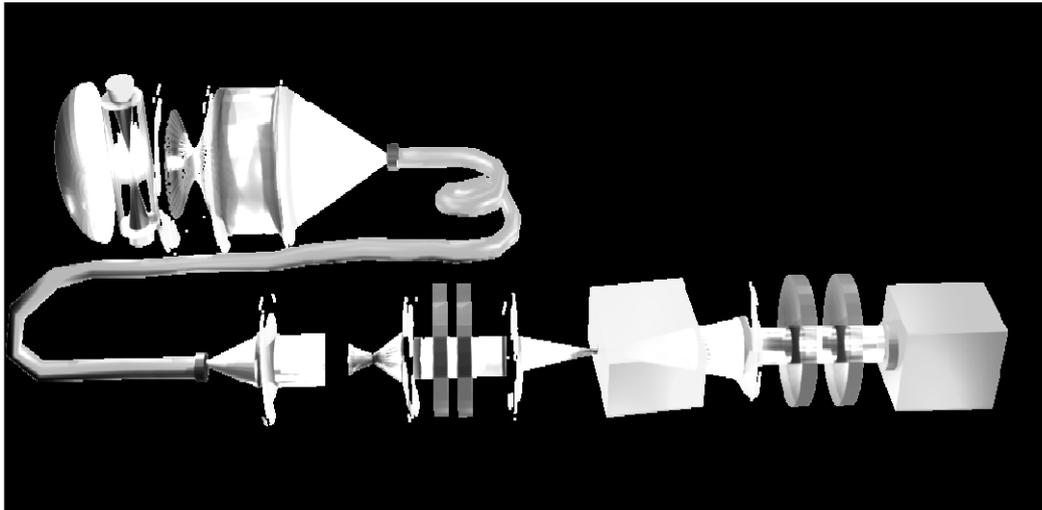


Fig. 6. The experimental setup for generation of polychromatic Bessel-Gauss beam.

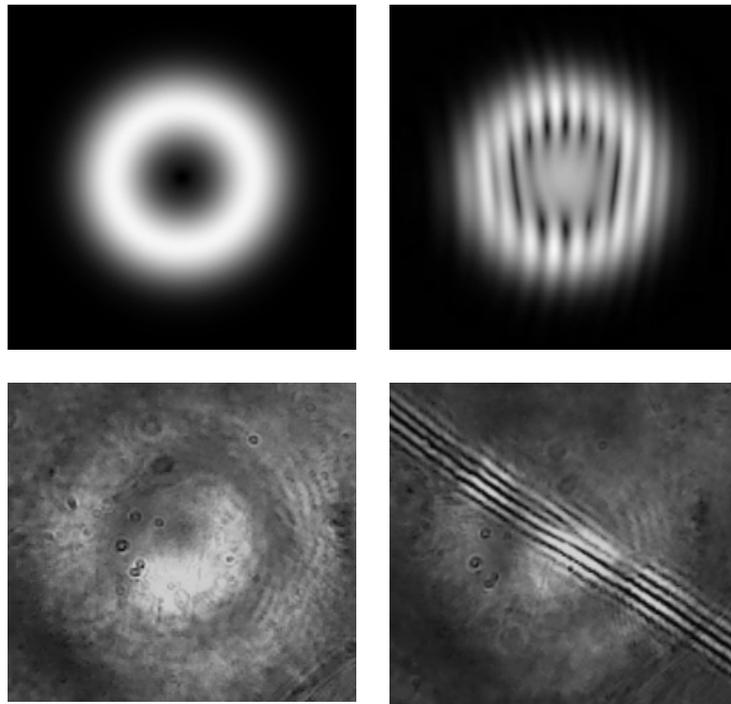


Fig. 7. Generation of "white" Bessel-Gauss beam with $l=1$.

We have employed the property of the axicon- uniaxial crystal system to generate the second-order vortex-beam both in monochromatic and polychromatic light. We have performed two groups of experiments when the initial Gaussian beam passes at first through the uniaxial crystal and then the axicon and vice-versa, each experiment being accompanied by testing the obtained beam structure to slightest perturbations of the elements of the experimental set-up. We have revealed that the most reliable optical scheme both for polychromatic and monochromatic light is that consisting of the sequence: axicon-crystal rather than the crystal-axicon. The experiments were complemented by the interference patterns of the white-vortex- Bessel beams of the high-orders (Fig. 6).

At the picture below (Fig. 7) we represents the experimental results of the first order Bessel-Gaussian beam generation and there comparison with the computer simulation.

CONCLUSIONS

At the paper present it was theoretically reveled and experimentally proved that color zero order Bessel-Gaussian beam could be generated by means of thermal light source having spatial coherence rather then temporal by means of conical refractive surface-axicone. It was theoretically predicted and experimentally proved that one can obtain color second order Bessel-Gaussian beam generation in orthogonal circular polarized component of initial beam passed through uniaxial crystal along it's optical axis. The system of uniaxial crystal-circular polarizer can be doubled thus charge also will be doubled.

References

1. Egorov Yu. A. The fine structure of singular beams in crystals: colours and polarization / Egorov Yu. A., Fadeyeva T. A., Volyar A. V. // *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* – 2004. – Vol. 6 – P. S217–S228.
2. Bryngdahl O. Radial- and circular-fringe interferograms / Bryngdahl O. // *J. Opt. Soc. Am.* – 1973. – Vol. 63, No 9. – P. 1098-1104.
3. Nye J. F. *Natural Focusing and Fine Structure of Light: Caustics and Wave Dislocations* / Nye J. F. – Bristol: Institute of Physics Publishing, 1999. – 328 p.
4. Berry M. V. The optical singularities of bianisotropic crystals / Berry M. V. // *Proceedings of Royal Society A.* – 2005. – Vol. 461. – P. 2071-2098.
5. Ciattoni A. Angular momentum dynamics of a paraxial beam in a uniaxial crystal/ Ciattoni A., Cincotti G., Palma C. // *Phys. Rev. E.* – 2003. – Vol. 67. – P. 036618-1-10.
6. Egorov Yu. A. White optical vortices in LiNbO₃ crystal / Egorov Yu. A., Fadeyeva T. A., Rubass A. F., Volyar A. V. // *Proceedings of SPIE.* – 2004. – Vol. 5582. – P. 286-296.

Алексєєв О. М. Генерація вихрових пучків Бесселя-Гаусса вищих порядків в поліхроматичному світлі за допомогою системи аксікон-одноосовий кристал / Алексєєв О. М. // Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 87-94.

У роботі показано, що при поліхроматичного пучок Бесселя-Гаусса нульового порядку може бути отриманий при пропусканні випромінювання НІД лампи через одномодове волокно, на якому генерується гаусів пучок, і конічну лінзу (аксікон). Теоретично обґрунтовано та експериментально показано, що при проходженні циркулярно поляризованого пучка Бесселя-Гаусса через одноосовий кристал вздовж його оптичної осі, в ортогонально циркулярно поляризованій компоненті генерується пучок Бесселя-Гаусса другого порядку в білому світлі. При пропусканні такого пучка через каскад

одноосевых кристаллов с размещенными между ними циркулярно поляризованными фильтрами (состоит из ахроматической пластины и линейного поляризатора) генерируется пучок Бесселя-Гаусса высшего порядка с парным индексом. Такой пучок можно использовать в высокопотужных оптических спанерах для захвата и транспортировки микрочастинок.

Ключевые слова: пучок Бесселя, пучок Бесселя-Гаусса, аксикон, монохроматический свет, полихроматический свет, аксикон-одноосевый кристалл.

Алексеев А. Н. Генерация вихревых пучков Бесселя-Гаусса высших порядков в полихроматическом свете по средством системы аксикон-одноосевый кристалл / Алексеев А. Н. // Ученые записки Таврического национального университета имени В.И. Вернадского. Серия: Физико-математические науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 87-94.

В работе показано, что при полихроматический пучок Бесселя Гаусса нулевого порядка может быть получен при пропускании излучения НИД лампы через одномодовое волокно, на котором генерируется гауссов пучок и коническую линзу (аксикон). Теоретически обосновано и экспериментально показано, что при прохождении циркулярно поляризованного пучка Бесселя-Гаусса через одноосевый кристалл вдоль его оптической оси, в ортогонально циркулярно поляризованной компоненте генерируется пучок Бесселя-Гаусса второго порядка в белом свете. При пропускании такого пучка через каскад одноосевых кристаллов с расположенными между ними циркулярно поляризованными фильтрами (состоит из ахроматической пластины $\lambda/4$ и линейного поляризатора) генерируется пучок Бесселя-Гаусса высшего порядка с четным индексом. Такой пучок можно использовать в высокомошных оптических спанерах для захвата и транспортировки микрочастиц.

Ключевые слова: пучок Бесселя, пучок Бесселя-Гаусса, аксикон, монохроматический свет, полихроматический свет, аксикон-одноосевый кристалл.

Поступила в редакцию 11.04.2012 г.

УДК 535.1

**ОТРАЖАТЕЛЬНАЯ И ПРОПУСКАТЕЛЬНАЯ СПОСОБНОСТЬ
ПЛОСКОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ГРАНИЦЫ
ДЛЯ ТЕ- И ТМ-ПОЛЯРИЗОВАННЫХ БЕССЕЛЕВЫХ ПУЧКОВ**

Яворский М.А.

Univ. Bordeaux, LOMA, UMR 5798, F-33400 Talence, France

E-mail: maxyavorsky@yahoo.com

Получены коэффициенты отражения и прохождения для точных ТЕ- и ТМ – поляризованных Бесселевых пучков при нормальном падении на плоскую границу раздела двух диэлектрических сред. Показано, что данные коэффициенты совпадают с хорошо известными коэффициентами для s- и р-поляризованных плоских волн. Дано объяснение данного факта, основанное на разложении падающего пучка в угловой спектр.

Ключевые слова: векторные Бесселевы пучки, коэффициенты отражения и прохождения.

ВВЕДЕНИЕ

Среди известных недифрагирующих оптических пучков [1], Бесселевы пучки являются наиболее изученными [2]. Их скалярное приближение характеризуется следующим распределением электрического поля:

$$E(r, \varphi, z) = J_m(\alpha r) e^{i(m\varphi + \beta z - \omega t)}, \quad (1)$$

где (r, φ, z) – цилиндрические координаты, распространение предполагается в z направлении, $J_m(\alpha r)$ – функция Бесселя порядка m (азимутальное число) первого рода; ω – угловая частота, α и β – поперечный и продольный волновые вектора, соответственно, связанные с волновым вектором в вакууме соотношением $k_0 = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$. Одно из важнейших свойств Бесселевых пучков выражается в том, что они могут быть представлены в виде суперпозиции плоских волн с одинаковыми весами, волновые вектора которых расположены на конусе, образующем угол $\theta = \arctg(\alpha/\beta)$ с осью распространения пучка.

В настоящее время изучение Бесселевых пучков не ограничено только скалярным приближением. Впервые векторные Бесселевы пучки (ВВП) в качестве точных решений уравнений Максвелла были получены в работе [3] в виде ТМ- и ТЕ-поляризованных полей. С тех пор много работ было посвящено изучению ВВП как в вакууме [4, 5], так и в различных средах [6-10]. В частности, была рассмотрена проблема падения ВВП на плоскую границу раздела двух диэлектриков, в

результате чего были получены выражения для преломленных и отраженных волн для случая падения ТМ- и ТЕ-поляризованных пучков.

Однако, не смотря на обилие работ посвященных падению ВБП на плоскую диэлектрическую границу, до сих пор не были получены такие базовые характеристики этого процесса, как отражательная и пропускательная способность границы раздела. Таким образом, целью данной работы является установление вида и анализ коэффициентов отражения и прохождения для случая нормального падения ТЕ- и ТМ-поляризованных ВБП на плоскую границу раздела двух диэлектрических сред.

1. МОДЕЛЬ И ПОЛЯ ДЛЯ ВБП

Мы рассматриваем падение ТЕ- и ТМ-поляризованных ВБП на плоскую диэлектрическую границу. Предполагается, что падающий пучок распространяется вдоль оси z в среде с показателем преломления n_i при $z < 0$ и падает на плоскую границу, расположенную при $z = 0$, после которой располагается вторая среда с показателем преломления n_t (Рис. 1). Тогда, падающие, отраженные и преломленные поля можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\text{TM}}^{(q)} &= t_p^{(q)} \left[-\cos \theta_q \mathbf{v}_\perp + i \sin \theta_q J_m(\alpha r) \mathbf{e}_z \right] e^{i(m\varphi + \beta_q z)}, \\ \mathbf{H}_{\text{TM}}^{(q)} &= t_p^{(q)} n_q \boldsymbol{\mu}_\perp e^{i(m\varphi + \beta_q z)}, \\ \mathbf{E}_{\text{TE}}^{(q)} &= t_s^{(q)} n_q \boldsymbol{\mu}_\perp e^{i(m\varphi + \beta_q z)}, \\ \mathbf{H}_{\text{TE}}^{(q)} &= t_s^{(q)} n_q \left[\cos \theta_q \mathbf{v}_\perp - i \sin \theta_q J_m(\alpha r) \mathbf{e}_z \right] e^{i(m\varphi + \beta_q z)}, \end{aligned} \quad (2)$$

где индекс $q = (i, r, t)$ обозначает падающее, отраженное и преломленное поле, соответственно, множитель $e^{-i\omega t}$ опущен, и поперечные вектора \mathbf{v}_\perp и $\boldsymbol{\mu}_\perp$ в цилиндрическом ортонормированном базисе $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_z)$ имеют вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_\perp &= J'_m(\alpha r) \mathbf{e}_r + i \frac{m}{\alpha r} J_m(\alpha r) \mathbf{e}_\varphi, \\ \boldsymbol{\mu}_\perp &= i \frac{m}{\alpha r} J_m(\alpha r) \mathbf{e}_r - J'_m(\alpha r) \mathbf{e}_\varphi, \end{aligned} \quad (3)$$

где $J'_m(x) = dJ_m/dx$, $\alpha = k_q \sin \theta_q$ и $\beta_q = k_q \cos \theta_q$ суть поперечный и продольный волновой вектор и $k_q = k_0 n_q$.

Параметры полей (2), зависящие от индекса q , представлены в Таблице 1.

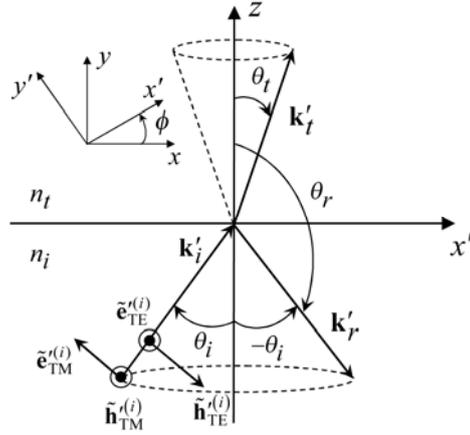


Рис. 1. Отражение и преломление ТМ- и ТЕ-поляризованных ВП от плоской границы раздела диэлектрических сред с показателями преломления n_i ($z < 0$) и n_t ($z > 0$) (здесь для определенности положено $n_t > n_i$). $\tilde{\mathbf{e}}^{(i)}$ и $\tilde{\mathbf{h}}^{(i)}$ – векторные Фурье-амплитуды электрического и магнитного полей падающего поля в плоскости (x', z) , где (x', y', z) – декартова система координат, повернутая на угол ϕ относительно оси z .

Таблица 1

Параметры падающего, отраженного и преломленного полей

q	i	r	t
θ_q	θ_i	$\pi - \theta_i$	$\arcsin\left(\frac{n_i}{n_t} \sin \theta_i\right)$
β_q	$k_i \cos \theta_i$	$-\beta_i$	$\beta_i \frac{n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i}$
$t_p^{(q)}$	1	$\frac{\operatorname{tg}(\theta_i - \theta_t)}{\operatorname{tg}(\theta_i + \theta_t)}$	$\frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t) \cos(\theta_i - \theta_t)}$
$t_s^{(q)}$	1	$\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$	$\frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$

2. КОЭФФИЦИЕНТЫ ОТРАЖЕНИЯ И ПРОХОЖДЕНИЯ ДЛЯ ТМ- И ТЕ-ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ВП

Имея в своем распоряжении поля (2) мы можем исследовать вопрос о распределении энергии падающего пучка между отраженным и преломленным пучками. Для этой цели определим коэффициент отражения R и прохождения T следующим образом:

$$R = \lim_{r_0 \rightarrow \infty} \frac{\left| \left\langle N_z^{(r)} \right\rangle \right|}{\left| \left\langle N_z^{(i)} \right\rangle \right|}, \quad T = \lim_{r_0 \rightarrow \infty} \frac{\left| \left\langle N_z^{(t)} \right\rangle \right|}{\left| \left\langle N_z^{(i)} \right\rangle \right|}, \quad (4)$$

где $\left\langle N_z^{(q)} \right\rangle = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} \iint_{\Sigma_0} \left(\mathbf{E}^{(q)} \times \mathbf{H}^{(q)*} \right)_z d\Sigma$ – z -компонента потока вектора

Пойнтинга через принадлежащий границе круг Σ_0 с радиусом r_0 . Используя (2), получаем следующие выражения для потока вектора Пойнтинга падающего, отраженного и преломленного полей:

$$\left\langle N_z^{(q)} \right\rangle_{\text{TM}} = \left| t_p^{(q)} \right|^2 n_q \cos \theta_q F(r_0), \quad \left\langle N_z^{(q)} \right\rangle_{\text{TE}} = \left| t_s^{(q)} \right|^2 n_q \cos \theta_q F(r_0), \quad (5)$$

где $F(r_0) = \frac{cr_0^2}{16} \left[J_{m-1}^2(\alpha r_0) + J_{m+1}^2(\alpha r_0) - J_m^2(\alpha r_0) \left(J_{m-2}^2(\alpha r_0) + J_{m+2}^2(\alpha r_0) \right) \right]$.

Подставляя (5) в (4), немедленно получаем коэффициенты R и T :

$$R = \begin{cases} \left| t_p^{(r)} \right|^2, & \text{TM,} \\ \left| t_s^{(r)} \right|^2, & \text{TE.} \end{cases}, \quad T = \frac{n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i} \begin{cases} \left| t_p^{(t)} \right|^2, & \text{TM,} \\ \left| t_s^{(t)} \right|^2, & \text{TE.} \end{cases}. \quad (6)$$

Легко видеть, что полученные коэффициенты (6) оказались не зависящими от азимутального модового числа m . Более того, полученные выражения в случае ТМ мод совпадают с хорошо известными коэффициентами для p -поляризованных плоских волн, в то время как выражения в случае ТЕ мод – с коэффициентами для s -поляризованных плоских волн. Чтобы объяснить данный факт, мы рассмотрим структуру углового спектра ТМ- и ТЕ-поляризованных Бесселевых пучков. Электрическое поле падающего пучка (см. (2)) может быть представлено в следующем виде:

$$\mathbf{E}^{(i)}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \tilde{\mathbf{E}}^{(i)}(\phi) \exp[i\mathbf{k}_i(\phi)\mathbf{r}] d\phi, \quad (7)$$

где векторная Фурье-амплитуда может быть записана как $\tilde{\mathbf{E}}^{(i)} = i^{1-m} e^{im\phi} \tilde{\mathbf{e}}^{(i)}$ и вещественный вектор $\tilde{\mathbf{e}}^{(i)}$ в декартовом базисе $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ имеет вид:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{e}}_{\text{TM}}^{(i)} &= (-\cos \theta_i \cos \phi, \quad -\cos \theta_i \sin \phi, \quad \sin \theta_i), \\ \tilde{\mathbf{e}}_{\text{TE}}^{(i)} &= (\sin \phi, \quad -\cos \phi, \quad 0). \end{aligned} \quad (8)$$

Чтобы понять как поляризованы плоские волны, составляющие Бесселев пучок с ТМ и ТЕ поляризацией, в своих плоскостях падения, необходимо переписать амплитуды (8) в системе координат (x', y', z) , повернутой на угол ϕ вокруг оси z :

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{e}}_{\text{TM}}^{(i)} &= (-\cos\theta_i, 0, \sin\theta_i), \\ \tilde{\mathbf{e}}_{\text{TE}}^{(i)} &= (0, -1, 0).\end{aligned}\tag{9}$$

Из (9) ясно видно, что все волны, составляющие ТМ моду, поляризованы в своих плоскостях падения (т.е. $\mathbf{E}_{y'} = 0$) и являются p -поляризованными. В то же время, все волны, составляющие ТЕ моду, поляризованы перпендикулярно своим плоскостям падения (т.е. $\mathbf{E}_{x'} = \mathbf{E}_z = 0$) и являются s -поляризованными. Это и объясняет именно такой вид коэффициентов (6). В конце отметим, что, хотя в случае $m = 0$ структура коэффициентов (6) очевидна и подобное объяснение может показаться излишним, это не так в произвольном случае $m \geq 1$, когда, как в структуре ТМ мод, так и в структуре ТЕ мод, одновременно присутствуют обе компоненты электрического поля, а именно \mathbf{E}_r и \mathbf{E}_ϕ (см. (2)).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрено нормальное падение на плоскую границу раздела двух диэлектрических сред точных векторных Бесселевых пучков. Получены коэффициенты отражения и прохождения для точных ТЕ- и ТМ – поляризованных Бесселевых пучков. Показано, что данные коэффициенты совпадают с хорошо известными коэффициентами для s - и p -поляризованных плоских волн. Дано объяснение полученных выражений на основе разложения падающих пучков в угловой спектр.

Список литературы

1. Light beats the spread: "non-diffracting beams" / Mazilu M., Stevenson D. J., Gunn-Moore F. et al // Laser Photon. Rev. – 2010. – Vol. 4, No 4. – P. 529-547.
2. McGloin D. Bessel beams: diffraction in a new light / McGloin D., Dholakia K. // Contemp. Phys. - 2005. – Vol. 46, No 1. – P. 15-28.
3. Shimoda K. Exact solutions of field vectors of diffraction-free electromagnetic waves / Shimoda K. // J. Phys. Soc. Japan. – 1991. – Vol. 60. – P. 450-454.
4. Bouchal Z. Non-diffractive vector Bessel beams / Bouchal Z., Olivik M. // J. Mod. Opt. – 1995. – Vol. 42, No 8. – P. 1555-1566.
5. Brandao P. A. Nonparaxial TE and TM vector beams with well-defined orbital angular momentum / Brandao P. A. // Opt. Lett. – 2012. – Vol. 37, No 5. – P. 909-911.
6. Novitsky A. V. Change of the size of vector Bessel beam rings under reflection / Novitsky A. V. // Opt. Commun. – 2008. – Vol. 281. – P. 5310- 2734.
7. Kurilkina S. N. Transformation of high-order Bessel vortices in one-dimensional photonic crystals / Kurilkina S. N., Belyi V. N., Kazak N. S. // J. Opt. – 2010. – Vol. 12. – P. 015704.
8. Petrova E. S. Bessel light beams in gyrotropic medium / Petrova E. S. // Proc. SPIE – 2001. – Vol. 4358. – P. 265-271.

9. Fadeyeva T. A. Nondiffracting vortex-beams in a birefringent chiral crystal / Fadeyeva T. A., Volyar A. V. // J. Opt. Soc. Am. A – 2010. – Vol. 27, No 1. – P. 13-20.
10. Ciattoni A. Nondiffracting beams in uniaxial media propagating orthogonally to the optical axis / Ciattoni A., Palma C. // Opt. Commun. – 2003. – Vol. 224. – P. 175-183.

Яворський М. О. Коефіцієнти відбиття та проходження плоскої діелектричної границі розподілу для ТЕ- та ТМ – поляризованих Беселевих пучків / Яворський М. О. // Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 95-100.

Отримані коефіцієнти відбиття та проходження для ТЕ- та ТМ- поляризованих точних Беселевих пучків при нормальному падінні на границю розподілу двох діелектричних середовищ. Продемонстровано, що ці коефіцієнти співпадають із загально відомими коефіцієнтами для s- та р-поляризованих плоских хвиль. Надано пояснення цього факту, яке засноване на розкладанні пучка, якій падає на границю поділу, у кутовий спектр.

Ключові слова: векторні Беселеві пучки, коефіцієнт відбиття, коефіцієнт проходження.

Yavorsky M. A. Reflectance and transmittance of a plane dielectric interface for TE- and TM-polarized Bessel beams / Yavorsky M. A. // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2012. – Vol. 25(64), No 1. – P. 95-100.

Reflectance and transmittance of TE- and TM-polarized exact Bessel beams impinging at normal incidents on a plane dielectric interface have been obtained. It is shown that the obtained coefficients coincide with the well-known reflectance and transmission for s- and p-polarized plane waves. The corresponding explanation is provided on the basis of the angular spectrum representation of the incident field.

Keywords: vector Bessel beams, reflectance and transmittance.

Поступила в редакцію 07.04.2012 г.

УДК 535.1

СТРУКТУРА ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ МОДЫ СКРУЧЕННЫХ АНИЗОТРОПНЫХ ВОЛОКОН

Алексеев К.Н., Баршак Е.В., Яворский М.А.

*Таврический национальный университет имени В.И. Вернадского, Симферополь, Украина
E-mail: mahyavorsky@yahoo.com*

Получено аналитическое решение векторного волнового уравнения для скрученных анизотропных волокон с крутильными механическими напряжениями методом теории возмущений. Установлены аналитические выражения для фундаментальных мод. Численно получены соответствующие поправки к постоянным распространения.

Ключевые слова: скрученное волокно, анизотропное волокно, механические напряжения.

ВВЕДЕНИЕ

Скрученные оптические волокна являются предметом теоретического и экспериментального исследования достаточно давно. Основным интересом к таким волокнам обусловлен возможностью с помощью скрутки волокна существенно уменьшить поляризационную модовую дисперсию [1-4], которая приводит к значительному снижению как скорости передачи информации по линиям связи, так и чувствительности волоконно-оптических датчиков, основанных, например, на эффекте Фарадея. В работе [5] впервые теоретически был исследован вопрос о влиянии скрутки на распространение фундаментальных мод, как идеального одномодового волокна, так и волокон с эллиптической формой поперечного сечения.

Решение задачи в работе [5] основывалось на применении метода связанных мод к векторному волновому уравнению, однако решения были получены в скалярном приближении. Наиболее существенным, однако, является тот факт, что метод связанных мод не позволяет непосредственно получить вид мод возмущенного волокна, а позволяет только установить вид коэффициентов связи мод невозмущенного волокна, т.е. мод волокна в отсутствие скрутки и анизотропии. При этом оказывается, что в некоторых случаях знание коэффициентов связи является недостаточным для корректного анализа определенных физических процессов, протекающих в волокне. Например, для исследования распределения энергии падающего на волокно поля по модам невозмущенного волокна. Таким образом, целью данной работы является установление вида фундаментальной моды скрученного анизотропного волокна с крутильными механическими напряжениями.

1. МОДЕЛЬ

Рассмотрим в качестве модели скрученное анизотропное оптическое волокно с круглым поперечным сечением радиуса r_0 и бесконечной оболочкой, в котором присутствуют крутильные механические напряжения.

Одним из способов учета влияния анизотропии в прямых волокнах является следующая замена в показателе преломления: $n_{co}^2 \rightarrow n_{co}^2 = \text{diag}(n_e, n_o, n_o)$, где diag обозначает диагональную матрицу. Поворот оси анизотропии вводится с

помощью преобразования $\hat{\alpha} \hat{n}_{co}^2 \hat{\alpha}^T = \hat{n}_{co}^2(z)$, где $\hat{\alpha} = \begin{pmatrix} \cos qz & -\sin qz & 0 \\ \sin qz & \cos qz & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ –

матрица поворота, qz – угол поворота, индекс T означает транспонирование. Таким образом, влияние анизотропии в базисе линейных поляризаций (E_x, E_y, E_z)

описывается показателем преломления вида: $\hat{n}_{an} = \delta n^2 \begin{pmatrix} \cos 2qz & \sin 2qz & 0 \\ \sin 2qz & -\cos 2qz & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

где $\delta n^2 = (n_e^2 - n_o^2)$ – характеризует величину анизотропии.

Известно, что влияние механических напряжений описывается следующей тензорной поправкой к показателю преломления:

$\hat{n}_{tw} = qp_{44}n^4r \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sin \varphi \\ 0 & 0 & -\cos \varphi \\ \sin \varphi & -\cos \varphi & 0 \end{pmatrix}$, где $n^2 = \frac{1}{2}(n_e^2 + n_o^2)$, $q = \frac{2\pi}{H}$, H – шаг

скрутки, p_{44} – постоянная, характеризующая материал волокна (для кварца, например, $p_{44} = -0.075$) [6]. Используются цилиндрические координаты (r, φ, z) , ось z совпадает с осью волокна.

Таким образом, показатель преломления рассматриваемой модели имеет вид:

$$\hat{n}^2 = n^2(r) \hat{1} + \hat{n}_{an}(z) + \hat{n}_{tw}(r, \varphi), \quad (1)$$

где эффективный показатель преломления идеального волокна описывается выражением $n^2(r) = n^2(1 - 2\Delta f(r))$ [7], $\Delta = \left(n_{co}^2 - n_{cl}^2 \right) / 2n_{co}^2$ – высота профиля

показателя преломления, n_{co} и n_{cl} – значения показателя преломления в сердцевине и оболочке, соответственно, $\hat{1}$ – единичная матрица. В данной работе рассматриваются волокна со ступенчатым профилем показателя преломления:

$$f(r) = \begin{cases} 0, & R \leq 1, \\ 1, & R > 1, \end{cases} \text{ где } R = \frac{r}{r_0}.$$

Как известно [8], распространение света через диэлектрическую среду с тензорным показателем преломления описывается векторным волновым уравнением:

$$\left(\vec{\nabla}^2 + k^2 \hat{n}^2(x, y, z)\right) \vec{E}(x, y, z) = -\vec{\nabla} \left((\vec{E} \cdot \vec{\nabla} \ln \varepsilon) + \frac{\delta \varepsilon_{ij}}{\varepsilon} \frac{\partial E_i}{\partial x_j} + \frac{E_j}{\varepsilon} \frac{\partial \delta \varepsilon_{ij}}{\partial x_j} \right), \quad (2)$$

где $\vec{\nabla} = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$, \vec{E} – электрическое поле, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число в вакууме, λ – длина волны, $\hat{n}^2 = \varepsilon \hat{1} + \delta \hat{\varepsilon}$.

Отметим, что уравнение (2) обладает несколькими особенностями. Первой из них является «зацепление» поперечной E_t и продольной E_z компонент электрического поля, т.е. их влияние на пространственно-временную эволюцию друг друга, что, в частности, выражается в невозможности записать замкнутую систему уравнений относительно E_t . Тем не менее, используя относительную малость продольной компоненты в сравнении с поперечной для исследуемых в работе слабонаправляющих волокон ($\Delta \ll 1$, $r_0 \gg \lambda$), обычно все-таки пренебрегают подобным «зацеплением» и работают только с поперечной составляющей вектора электрического поля E_t [7]. Однако, как следует из вида показателя преломления (2), для учета влияния механических напряжений на распространение света по скрученному волокну необходимо учитывать продольную компоненту E_z , несмотря на ее относительную малость. Вторая важная особенность уравнения (2) с показателем преломления (1) заключается в зависимости (1) от продольной координаты z , что приводит к отсутствию трансляционной инвариантности в волновом уравнении.

Перепишем уравнение (2) в операторном виде:

$$(\hat{H}_0 + \hat{V}_{an} + \hat{V}_{tw}) |\Psi\rangle = 0, \quad (3)$$

где $\hat{H}_0 = (\vec{\nabla}^2 + k^2 n^2(r)) \hat{1} + V_{SOI}$, V_{SOI} – известный оператор спин-орбитального взаимодействия [9], $\hat{V}_{an} = k^2 \hat{n}_{an}$ описывает влияние анизотропии,

$$\hat{V}_{tw} = -\Sigma r \tilde{\beta} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sin \varphi \\ 0 & 0 & -\cos \varphi \\ \sin \varphi & -\cos \varphi & 0 \end{pmatrix} - \theta \begin{pmatrix} 0.5 \sin 2\varphi r \nabla_r - \sin^2 \varphi \nabla_\varphi & -1 - \cos^2 \varphi r \nabla_r + 0.5 \sin 2\varphi \nabla_\varphi & 0 \\ 1 + \sin^2 \varphi r \nabla_r + 0.5 \sin 2\varphi \nabla_\varphi & -0.5 \sin 2\varphi r \nabla_r - \cos^2 \varphi \nabla_\varphi & 0 \\ r \sin \varphi \nabla_z & -r \cos \varphi \nabla_z & 0 \end{pmatrix} \nabla_z$$

– оператор, характеризующий влияние механических напряжений, $\theta = |p_{44}| q n'^2$,

$$\Sigma = \frac{k^2 |p_{44}| q n'^4}{\tilde{\beta}}, \quad |\Psi\rangle_L \equiv \begin{pmatrix} E_x(r, \varphi, z) \\ E_y(r, \varphi, z) \\ E_z(r, \varphi, z) \end{pmatrix}.$$

Далее удобно перейти в базис циркулярных поляризаций: $\vec{X}_C = \hat{C}\vec{X}_L$,

$$\hat{V}_C = \hat{C}\hat{V}_L\hat{C}^+, \text{ где матрица преобразования имеет вид: } \hat{C} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -i & 0 \\ 1 & i & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

Далее мы опускаем индекс «С» и работаем только в базисе циркулярных поляризаций. Переход к новым полям: $E_{\pm} = \tilde{E}_{\pm}(r, \varphi, z)e^{\mp iqz}$, где $E_{\pm} = E_x \mp iE_y$, и координатам: $r = r'$, $z = z'$, $\varphi - qz = \varphi'$ позволяет восстановить трансляционную инвариантность по z в уравнении (3), и искать его решение в факторизованном виде: $\tilde{E}_{\pm}(r, \varphi, z) = \tilde{e}_{\pm}(r, \varphi)e^{i\beta z}$. Отметим, что такое преобразование координат и полей фактически означает переход из лабораторной $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ в локальную $(\vec{e}'_x, \vec{e}'_y, \vec{e}'_z)$ систему координат, ось, например \vec{e}'_x , которой отслеживает вращение оси анизотропии.

После данных преобразований уравнение (3) принимает вид:

$$(\hat{H}_0 + \hat{V}'_{an} + \hat{V}'_{tw} + \hat{V}'_z)|\Psi\rangle = \beta^2|\Psi\rangle, \quad (4)$$

где оператор $\hat{V}'_{an} = E \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ описывает влияние анизотропии, $E = k^2 \delta n^2$ –

константа

анизотропии,

$$\hat{V}'_{tw} = -\frac{\Sigma r \tilde{\beta} i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & e^{-i\varphi} \\ 0 & 0 & -e^{i\varphi} \\ -e^{i\varphi} & e^{-i\varphi} & 0 \end{pmatrix} - \frac{\theta}{2} \begin{pmatrix} N + M & e^{-2i\varphi}(G + F) & 0 \\ e^{2i\varphi}(G - F) & -N + M & 0 \\ i\varphi(W + U) & e^{-i\varphi}(W - U) & 0 \end{pmatrix} \text{ обусловлен}$$

механическими напряжениями, $N = 2iq\partial_{\varphi} + 2\beta + irq\partial_r\partial_{\varphi} + r\partial_r\beta + iq\partial_{\varphi}$,

$$M = -2q - rq\partial_r + q\partial_{\varphi}^2 - i\beta\partial_{\varphi}, \quad G = irq\partial_r\partial_{\varphi} + r\beta\partial_r - q\partial_{\varphi}^2 + i\beta\partial_{\varphi}, \quad F = +rq\partial_r + iq\partial_{\varphi},$$

$$W = ir\sqrt{2}(-2iq^2\partial_{\varphi} - 2q\beta - q^2), \quad U = ir\sqrt{2}(-q^2\partial_{\varphi}^2 + 2qi\beta\partial_{\varphi} + \beta^2),$$

$$\hat{V}'_z = \begin{pmatrix} A + B - q^2 & 0 & 0 \\ 0 & -A + B - q^2 & 0 \\ 0 & 0 & B \end{pmatrix} \text{ – появляется в результате перехода в}$$

локальную систему координат, $A = q^2\partial_{\varphi}^2 - 2qi\beta\partial_{\varphi} - \beta^2$, $B = 2iq^2\partial_{\varphi} + 2q\beta$,

$$|\Psi\rangle = \begin{pmatrix} \tilde{e}_+ \\ \tilde{e}_- \\ e_z \end{pmatrix}. \text{ Здесь и далее мы опускаем штрихи над новыми координатами.}$$

2. СТРУКТУРА ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ МОД

Чтобы получить структуру мод и соответствующие постоянные распространения, необходимо решить уравнение (4), имеющее вид уравнения на собственные функции и собственные значения. Из выражения (1) следует, что слагаемые, описывающие влияние анизотропии и крутильных механических напряжений, представляют собой малую добавку к показателю преломления идеального волокна. Это позволяет использовать теорию возмущений для решения уравнения (4). При этом в качестве оператора нулевого приближения выбираем оператор \hat{H}_0 , тогда как $\hat{V} = \hat{V}'_{an} + \hat{V}'_{tw} + \hat{V}'_z$ является оператором возмущения.

Мы используем вариант теории возмущения, который предполагает усреднение полного оператора $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$ по собственным функциям оператора нулевого приближения \hat{H}_0 и не зависит от свойств спектра последнего. Собственные функции оператора \hat{H}_0 с азимутальным числом $l = 0$ известны и могут быть выбраны в виде право $|+\rangle$ и лево $|-\rangle$ циркулярно-поляризованных полей:

$$|1\rangle \equiv |+\rangle = \begin{pmatrix} F_0 \\ 0 \\ \frac{iF'_{0r}}{\tilde{\beta}\sqrt{2}} e^{i\varphi} \end{pmatrix}, \quad |2\rangle \equiv |-\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ F_0 \\ \frac{iF'_{0r}}{\tilde{\beta}\sqrt{2}} e^{-i\varphi} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где $F_0(r)$ – известная радиальная функция [9], $F'_0 \equiv \frac{\partial F_0}{\partial r}$, $\tilde{\beta}$ – известная скалярная постоянная распространения. Используя стандартное определение $(\hat{H}')_{ij} = \langle i | \hat{H}_0 + \hat{V} - \beta^2 \hat{1} | j \rangle$, где скалярное произведение определено как

$$\langle \Phi | \Psi \rangle = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \begin{pmatrix} \Phi_x^* & \Phi_y^* & \Phi_z^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_x \\ \Psi_y \\ \Psi_z \end{pmatrix} r dr d\varphi, \text{ перепишем оператор возмущения}$$

\hat{V} в H_0 – представлении. После непосредственных вычислений имеем матрицу возмущения:

$$\hat{H}' = \begin{pmatrix} -(q-\beta)^2 - \frac{\theta}{2} \left(\beta - q - 2q \frac{\beta}{\tilde{\beta}} + \frac{q^2}{\tilde{\beta}} - \frac{\beta^2}{\tilde{\beta}} \right) - \Sigma + A_0 + \tilde{\beta}^2 & E \\ E & -(q+\beta)^2 + \frac{\theta}{2} \left(\beta + q + 2q \frac{\beta}{\tilde{\beta}} + \frac{q^2}{\tilde{\beta}} + \frac{\beta^2}{\tilde{\beta}} \right) + \Sigma + A_0 + \tilde{\beta}^2 \end{pmatrix},$$

где $A_0 = \frac{\Delta F|_{r=r_0} F'|_{r=r_0}}{\int_0^\infty F^2 r dr}$.

Далее, чтобы получить структуру мод и соответствующие постоянные распространения, необходимо решить уравнение на собственные функции и собственные значения для матрицы возмущения \hat{H}' :

$$\hat{H}' \bar{X} = 0, \quad (7)$$

где компоненты вектора \bar{X} являются коэффициентами a_i^k в разложении искомого мод по модам (5):

$$|\Psi\rangle_k = \sum_i a_i^k |i\rangle. \quad (8)$$

Решая уравнение (7) получаем следующие выражения для фундаментальных мод скрученных анизотропных оптических волокон с механическими напряжениями:

$$|\Psi_1\rangle = (\cos \theta |+\rangle + \sin \theta |-\rangle) e^{i\beta_+ z}, \quad |\Psi_2\rangle = (\sin \theta |+\rangle - \cos \theta |-\rangle) e^{i\beta_- z}, \quad (9)$$

где $\operatorname{tg} 2\theta = \frac{E}{2q\tilde{\beta}(1 - \frac{1}{4}|p_{44}|n^2)} \approx \frac{E}{2q\tilde{\beta}}$, где учтено, что $\tilde{\beta} \approx k\hat{n}^2$, $\frac{1}{4}|p_{44}|n^2 \ll 1$,

$\left| \frac{A_0}{2\tilde{\beta}} \right| \ll 2\tilde{\beta}$, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$. Как видно из (9), моды в локальной системе координат

представляют собой эллиптически поляризованные поля, степень эллиптичности которых определяется параметром θ . При этом оказывается, что с большой степенью точности можно пренебречь влиянием механических напряжений на структуру мод в сравнении с влиянием вращения оси анизотропии. Данный вывод полностью согласуется с результатами, полученными в рамках теории связанных мод [10].

В лабораторной системе координат моды имеют вид:

$$\begin{aligned} |\Psi_n\rangle_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} F_0(r) \left(\cos \theta e^{-iqz} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} + \sin \theta e^{iqz} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \right) \\ |\Psi_n\rangle_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} F_0(r) \left(\sin \theta e^{-iqz} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} - \cos \theta e^{iqz} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Данные выражения показывают, что моды представляют собой Блоховские волны – состоят из двух волн, распространяющихся с несколько различными фазовыми скоростями, и обладают характерным свойством периодичности:

$|\Psi_k(z+H)\rangle = |\Psi_k(z)\rangle e^{i\beta_k H}$. Т.е. при смещении моды на шаг скрутки она переходит в себя с точностью до глобального фазового множителя.

Соответствующие поправки к постоянным распространения получены численно. Зависимость поправок от шага скрутки представлена на графике (Рис. 1).

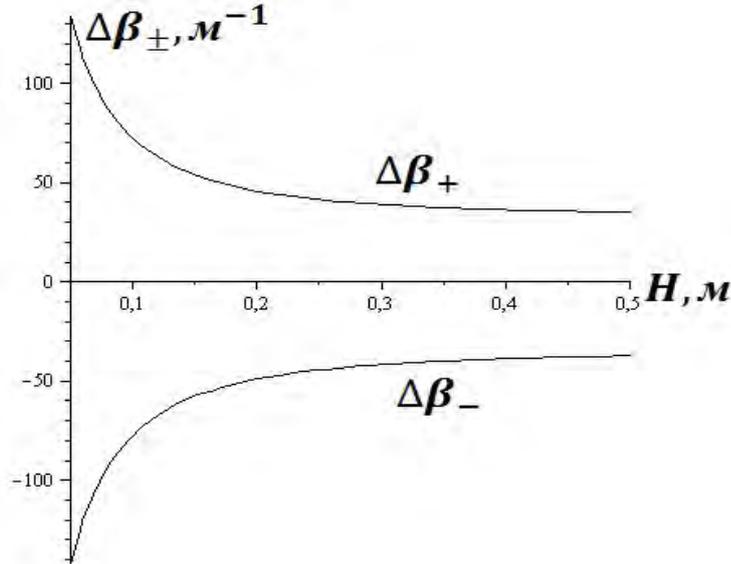


Рис. 1. Зависимость поправок к скалярной постоянной распространения $\Delta\beta_{\pm} = \beta_{\pm} - \tilde{\beta}$ от шага скрутки ($\Delta = 10^{-3}$, $r_0 = 10\lambda$, $\delta n^2 = 10^{-5}$).

Из графика видно, что за счет влияния анизотропии, вращения оси анизотропии и крутильных механических напряжений в волокне снимается вырождение постоянных распространения, свойственное для идеальных волокон.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе аналитически получены фундаментальные моды скрученных анизотропных оптических волокон с крутильными механическими напряжениями с помощью теории возмущений. Установлено, что моды в локальной системе координат, отслеживающей вращение оси анизотропии, являются эллиптически поляризованными, а в лабораторной системе координат имеют структуру Блоховских волн. Показано, что, благодаря влиянию анизотропии и механических напряжений, две ортогонально поляризованные фундаментальные моды распространяются с разными фазовыми скоростями.

Список литературы

1. Barlow A. J. Birefringence and polarization mode-dispersion in spun single-mode fibers / Barlow A. J., Ramskov-Hansen J. J., Payne D. N. // Appl. Opt. – 1981. – Vol. 20, No 17. – P. 2962-2968.
2. Fujii Y. Polarization coupling in twisted elliptical optical fiber / Fujii Y., Sano K. // Appl. Opt. – 1980. – Vol. 19, No 15. – P. 2602-2605.
3. Li M. J. Effect of residual stress on polarization mode dispersion of fibers made with different types of spinning / Li M. J., Chen X., Nolan D. A. // Opt. Lett. – 2004. – Vol. 29, No 5. – P. 448-450.
4. Wang M. Analytical theory for polarization mode dispersion of spun and twisted fibre / Wang M., Li T., Jian S. // Opt. Exp. – 2003. – Vol. 11, No 19. – P. 2403-2410.
5. Ulrich R. Polarization optics of twisted single-mode fibres / Ulrich R., Simon A. // Appl. Opt. – 1979. – Vol. 18, No 13. – P. 2241-2251.
6. Alexeyev C. N. Optical vortices in twisted optical fibres with torsional stress / Alexeyev C. N., Volyar A. V., Yavorsky M. A. // J. Opt. A : Pure Appl. Opt. – 2008. – No 10.
7. Снайдер А. Теория оптических волноводов / Снайдер А., Лав Дж. // М. : Радио и связь, 1987. – 656 с.
8. Snyder W. Optical waveguide theory / Snyder W., Love J. D. // Chapman and Hall, London, New York, 1985.
9. Alexeyev C. N. Fiber Optical Vortices / Alexeyev C. N., Volyar A. V., Yavorsky M. A. // in Lasers, Optics and Electro-Optics Research Trends, ed. L. I. Chen (Nova Publishers, New York, 2007), P. 131.
10. Malykin G. B. Coupling between Elliptic Screw Polarization Modes in Single-Mode Optical Waveguides with Linear Birefringence and Regular Twist of Anisotropy Axes in the Presence of Random Axis Twist / Malykin G. B., Pozdnyakova V. I., Shereshevskii I. A. // Optics and Spectroscopy. – 2000. – Vol. 88, No 3.

Алексеев К.М. Структура фундаментальной моды скрученных анизотропных волокон / Алексеев К. М., Баршак О. В., Яворський М. О. // Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 101-108.

Отримано аналітичний розв'язок векторного хвильового рівняння для скручених анизотропних волокон з крутильним механічним напруженням методом теорії обурень. Встановлені аналітичні вирази для фундаментальних мод. Чисельно отримані відповідні поправки до постійних поширення.

Ключові слова: скручене волокно, анизотропне волокно, механічне напруження.

Alexeyev C. N. The structure of the fundamental mode of twisted anisotropic fibres / Alexeyev C. N., Barshak E. V., Yavorsky M. A. // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2012. – Vol. 25(64), No 1. – P. 101-108.

The analytical solution of the vector wave equation for twisted anisotropic fibers with torsional mechanical stress is obtained by making use of the perturbation theory. Analytical expressions for fundamental modes are established. The corresponding corrections to the propagation constants have been numerically found.

Keywords: twisted fiber, anisotropic fiber, mechanical stress.

Поступила в редакцію 15.04.2012 г.

УДК 535.2:548.1.022/.024

ТОНКАЯ СТРУКТУРА ОПТИЧЕСКИХ ВИХРЕЙ В НАКЛОННЫХ ЛИНЕЙНО-ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ПУЧКАХ ЛАГЕРРА-ГАУССА НИЗШЕГО ПОРЯДКА В ОДНООСНОМ КРИСТАЛЛЕ

Рыбась А. Ф.

*Таврический национальный университет имени В.И. Вернадского, Симферополь, Украина
E-mail: alex.rubass@gmail.com*

В данной работе рассмотрено поведение линейно-поляризованных пучков Лагерра-Гаусса низшего порядка в одноосном кристалле. Показано существование тонкой структуры излучения на выходной грани одноосного кристалла и изучена зависимость этой структуры от параметров кристалла и пучка.

Ключевые слова: оптические вихри, одноосный кристалл, пучок Лагерра-Гаусса.

ВВЕДЕНИЕ

Традиционные представления о линейно-поляризованном параксиальном пучке, проходящем вдоль оптической оси одноосного кристалла, предполагают, что на выходе из кристалла, после прохождения поляризатора пучок формирует распределение интенсивности в виде мальтийского креста [1]. Такая картина является «визитной карточкой» одноосного кристалла.

В терминах поляризационных сингулярностей коноскопическая картина возникает из-за наложения двух циркулярно-поляризованных пучков, переносящих вихри с двойным топологическим зарядом противоположного знака. Фактически, эта картина представляет собой поле с перпендикулярными краевыми дислокациями.

При наклоне пучка относительно оптической оси двойные вихри покидают пучок и структура краевых дислокаций должна испытать структурные преобразования. Основной объем [2, 3] теоретических и экспериментальных исследований касается в основном исследований структуры коноскопических картин, возникающих в осевых пучках. Всякое нарушение осевого распространения рассматривалось как возмущение коноскопической картины и не принималось во внимание. Тем не менее, этот процесс скрывает многообразие превращений поляризационных сингулярностей под воздействием даже слабых возмущений.

Следует заметить, что исследованию структуры поляризационных сингулярностей в пучках Лагерра-Гаусса низшего порядка, возникающих после возбуждения кристалла линейно-поляризованным светом, посвящены работы [4, 5]. В основе их модели лежит представление о двух линейно поляризованных пучках, которые переносят оптические вихри (обыкновенный и необыкновенный) и распространяются под мало различающимися углами. Авторы данных работ рассуждают следующим образом: для пучков с большим радиусом перетяжки $w_0 \approx 700$ мкм волновой фронт почти плоский в области вдали от сингулярности. Наклон же пучка приводит к возникновению разности фаз между обыкновенным и необыкновенным пучками, при этом изменение разности фаз на $\pi/2$ дает периодическое воспроизведение состояния.

Однако, поскольку линейно-поляризованные компоненты пучков имеют небольшую расходимость, в плоскости наблюдения возникает неоднородно поляризованное распределение поля с сеткой поляризационных сингулярностей. Малое изменение угла наклона, такое, чтобы разность фаз менялась на π , эквивалентно действию $\lambda/2$ пластинки: циркулярная поляризация меняет свой знак. Если двигаться вдоль С-линий, то она будет пересекать L-поверхности (поверхности с линейной поляризацией) в точках, отстоящих на расстоянии, где разность фаз между пучками различается на π . Хотя С-линия остаётся непрерывной, в местах пересечения с L-поверхностью возникают точки переключения направлений циркулярной поляризации, так называемый поляризационный анфолдинг. При этом полный топологический индекс по всей площади поля наблюдения остаётся постоянным. Однако линейно поляризованное поле пучка в кристалле незначительно деформировано вдоль направления исходной поляризации [6]. Это значит, что: 1) форма С-линий не может обладать осевой симметрией; 2) структура поляризационных сингулярностей зависит от плоскости наклона пучка; 3) структура С-линий зависит от угла ориентации линейной поляризации относительно плоскости наклона пучка. Этих особенностей авторы в работах [4, 5] не учитывают, что не позволяет им описать все многообразие проявлений сингулярностей в кристаллах. Таким образом, целью данной работы является исследование структуры скалярных и поляризационных сингулярностей, возникающих в кристалле при наклонном падении на него линейно-поляризованных пучков Лагерра-Гаусса, в широком диапазоне углов наклона, простирающимся от приосевых случаев до асимптотических вариантов.

1. ЭВОЛЮЦИЯ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ СИНГУЛЯРНОСТЕЙ В НАКЛОННОМ ЛИНЕЙНО ПОЛЯРИЗОВАННОМ ФУНДАМЕНТАЛЬНОМ ГАУССОВОМ ПУЧКЕ

Рассмотрим распространение осесимметричного светового пучка вдоль оптической оси неограниченного однородного одноосного кристалла с тензором диэлектрической проницаемости $\epsilon = \text{diag}(\epsilon_o, \epsilon_o, \epsilon_3)$, где $n_1 = \sqrt{\epsilon_o}$ и $n_3 = \sqrt{\epsilon_3}$ – показатели преломления вдоль главных кристаллографических осей, $n_1 > n_3$. Пучок можно представить в виде совокупности лучей, распространяющихся под различными углами к оптической оси. Как показано в [7, 8] амплитуды парциальных пучков можно описать в виде

$$\Psi_o = \frac{1}{\sigma_o} e \text{xp} \left(-i \frac{r^2}{w_o^2 \sigma_o} \right), \Psi_e = \frac{1}{\sigma_e} e \text{xp} \left(-\frac{r^2}{w_o^2 \sigma_e} \right), \quad (1)$$

где $\sigma_{o,e} = 1 - i z / z_{o,e}$, $z_{o,e} = \frac{k_{o,e} w_o^2}{2}$, w_o – радиус перетяжки пучка в плоскости $z = 0$.

И для описания поля на выходе из кристалла можно записать матрицу, которая позволяет оценивать эволюцию сингулярного пучка с любой исходной поляризацией, распространяющегося наклонно к оптической оси одноосного кристалла.

$$\Psi' = \begin{pmatrix} 1 & -\wp_- & 0 & 0 \\ -\wp_+ & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \wp_- \\ 0 & 0 & \wp_+ & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_o^{(m,l)} \\ 0 \\ \Psi_e^{(m,l)} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где $\wp_- = \frac{x - i(y + i\alpha_o z_o)}{x + i(y + i\alpha_o z_o)}$, $\wp_+ = \frac{x + i(y + i\alpha_o z_o)}{x - i(y + i\alpha_o z_o)}$, кроме того $z_o \alpha_o = z_e \alpha_e$.

Рассмотрим случай, когда исходный пучок в плоскости $z=0$ линейно поляризован. Фактически это значит, что такой пучок состоит из двух циркулярно поляризованных пучков. В соответствии с выражением (2) находим в циркулярно поляризованном базисе компоненты:

$$E_+ = \Psi_o + \Psi_e - (\Psi_o - \Psi_e)e^{-i(2\varphi-\gamma)} \quad (3)$$

$$E_- = (\Psi_o + \Psi_e)e^{i\gamma} - (\Psi_o - \Psi_e)e^{i2\varphi}, \quad (4)$$

где E_+ соответствует правополяризованной компоненте поля (RCP), E_- соответствует левополяризованной компоненте поля (LCP), угол γ характеризует азимут наклона линейной поляризации во входной плоскости, если $\gamma=0$ то электрический вектор колеблется вдоль направления x (имеет только x компоненту). При $\gamma = \pi/2$ линейная поляризация направлена вдоль оси y .

При распространении вдоль оптической оси кристалла линейно поляризованного пучка ($\gamma=0$) поле раскладывается на циркулярно поляризованные компоненты, которые формируют характерный узор поляризационных сингулярностей приведенный на Рис. 1. Из карты состояний поляризации, приведенной на Рис. 1, видно, что поле вблизи оси пучка линейно поляризовано. Вместе с тем периферийные участки поля имеют сложный поляризационный состав. Отчетливо выделяются четыре участка ближних к оси, формирующие поляризационные сингулярности типа лимон [9]. Эти сингулярности располагаются на линиях, ориентированных под углом $\theta = \pm\pi/4$ к оси Ox . Ближние к ним сингулярности, расположенные на той же самой линии имеют вид звезд. В терминах скалярных сингулярностей участкам типа лимон и звезда соответствуют в каждой компоненте оптические вихри, имеющие противоположные единичные заряды.

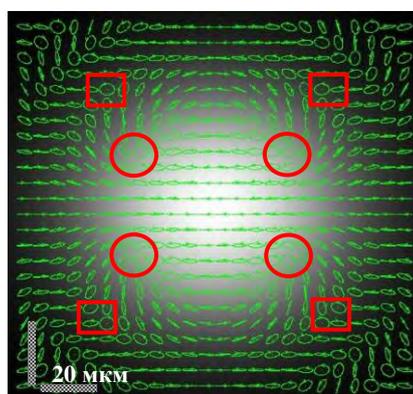


Рис. 1. Распределение поляризации для линейно поляризованного пучка $\gamma=0$. При толщине кристалла $z=2$ см, радиусе перетяжки пучка $w_0=10$ мкм и угле наклона пучка $\alpha_o=0^\circ$. Кругжки соответствуют лимонам, квадраты – звездам.

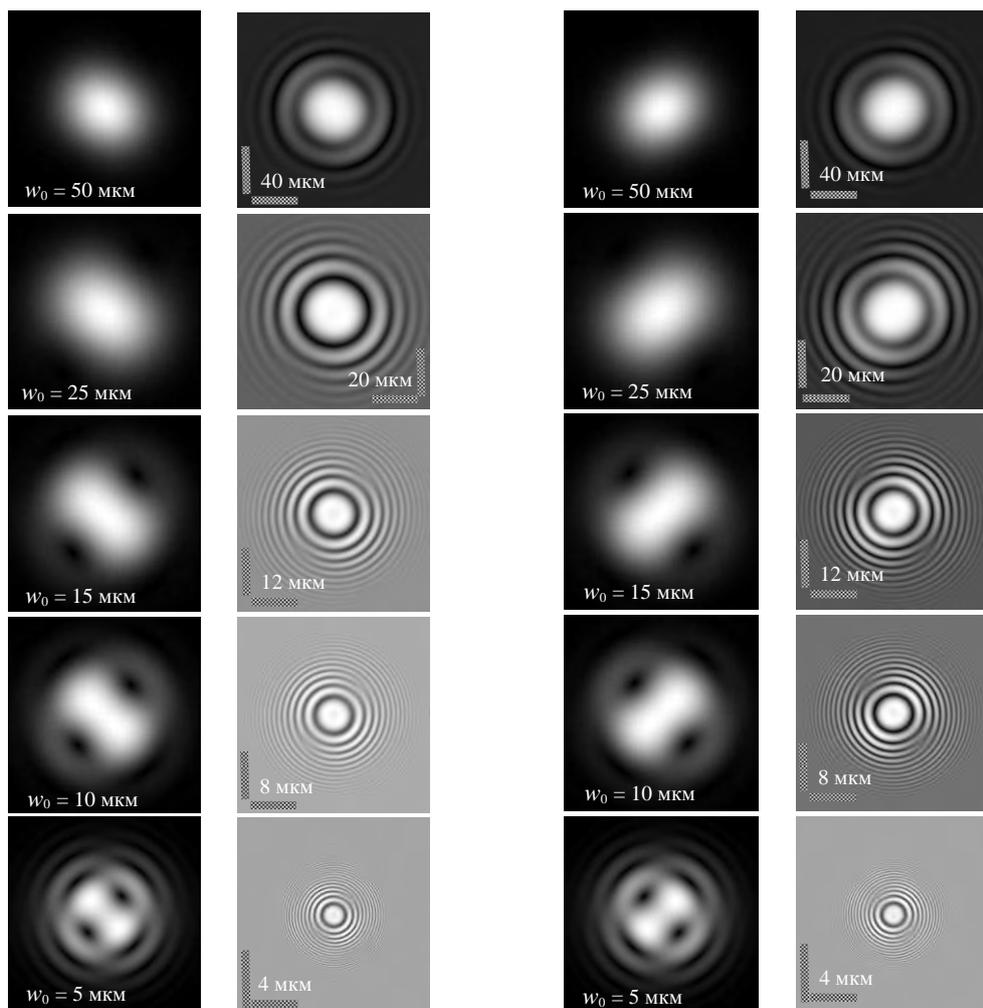


Рис. 2. Распределение интенсивности и фазовая структура соосного линейно поляризованного гауссова пучка при различных радиусах перетяжки в RCP компоненте.

Рис. 3. Распределение интенсивности и фазовая структура соосного линейно поляризованного гауссова пучка при различных радиусах перетяжки в LCP компоненте.

Характерная картина распределения оптических вихрей в компонентах пучка приведены на Рис. 2. и Рис. 3. Для того чтобы идентифицировать знак заряда вихрей в соседних колонках приведены интерференционные картины. Каждая строка в колонке соответствует исходным пучкам с различными радиусами перетяжки. Как видно из Рисунков структура сингулярностей в пучке не зависит от его перетяжки. Однако положение оптических вихрей на лучах с $\theta = 45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$ изменяется. Чем меньше радиус перетяжки пучка, тем ближе положение оптических

вихрей к оси пучка. Из вида интерференционных картин можно заключить, что каждая четверка вихрей формирует характерный топологический квадруполь [10, 11]. Вихри, лежащие на лучах $\theta = 45^\circ, 225^\circ$ и $\theta = 135^\circ, 315^\circ$, имеют противоположные топологические заряды. Кроме того оптические вихри в циркулярно поляризованных компонентах зеркально отражены друг относительно друга. То есть вихри, лежащие на одном и том же луче, имеют противоположные знаки топологического заряда.

Такое симметричное распределение зарядов в компонентах имеет простой физический смысл: если наблюдать пучок в линейно поляризованном базисе, то сложная картина вихрей в пучках заменится типичным видом мальтийского креста. При наклоне пучка картина сингулярностей синхронно смещается, как это показано на Рис. 4.

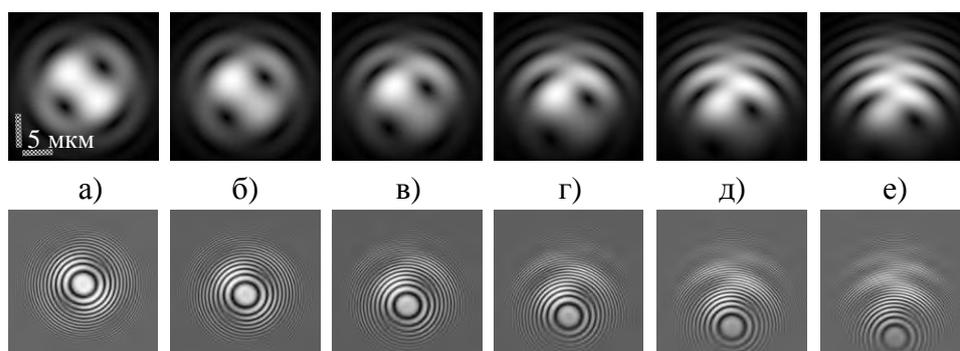


Рис. 4. Смещение сингулярностей при наклоне оси пучка в RCP компоненте, радиус перетяжки пучка $w_o = 5$ мкм, толщина кристалла $z = 2$ см. а) $\alpha_o = 0^\circ$; б) $\alpha_o = 0,2^\circ$; в) $\alpha_o = 0,4^\circ$; г) $\alpha_o = 0,6^\circ$; д) $\alpha_o = 0,8^\circ$; е) $\alpha_o = 1^\circ$.

При больших наклонах пучка, разделения комбинированного поля на два отдельных парциальных пучка не происходит, поскольку необыкновенный пучок интерференционно подавляется, и мы наблюдаем только обыкновенный пучок с линейной поляризацией.

Этот пучок полностью повторяет исходный гауссов пучок, все фазовые и поляризационные сингулярности исчезают.

3. СТРУКТУРА ПОЛЯ НАКЛОННОГО ЛИНЕЙНО ПОЛЯРИЗОВАННОГО ПУЧКА ЛАГЕРРА-ГАУССА

Рассмотрим структуру поля наклонного пучка, который образуется из линейно поляризованного пучка Лагерра-Гаусса с $m = 0, l = -1$, поляризованного под углом $90 - \gamma$ к плоскости наклона пучка. Используя выражение (2), находим

$$E_+^{(L)} = \left[\frac{x-i(y-\alpha_o z)}{w_0 \sigma_o} \Psi_o + \frac{x-i(y-\alpha_e z)}{w_0 \sigma_e} \Psi_e \right] e^{i\gamma} - \frac{x-i(y+\alpha_o z)}{x+i(y+\alpha_o z)} \left[\frac{x-i(y-\alpha_o z)}{w_0 \sigma_o} \Psi_o - \frac{x-i(y-\alpha_e z)}{w_0 \sigma_e} \Psi_e \right] e^{-i\gamma} \quad (5)$$

$$E_-^{(L)} = \left[\frac{x-i(y-\alpha_o z)}{w_0 \sigma_o} \Psi_o + \frac{x-i(y-\alpha_e z)}{w_0 \sigma_e} \Psi_e \right] e^{-i\gamma} - \frac{x+i(y+\alpha_o z)}{x-i(y+\alpha_o z)} \left[\frac{x-i(y-\alpha_o z)}{w_0 \sigma_o} \Psi_o - \frac{x-i(y-\alpha_e z)}{w_0 \sigma_e} \Psi_e \right] e^{i\gamma} \quad (6)$$

При соосном распространении ($\alpha_o = 0$) RCP компонента имеет член, содержащий оптический вихрь с отрицательным тройным топологическим зарядом. В то время как LCP компонента содержит член оптическим вихрем с единичным отрицательным топологическим зарядом. Такая симметрия циркулярно поляризованных компонент электрического поля существенно проявляется в различии их наклонного распространения в кристалле. Рис. 5 иллюстрирует изменение величины полной интенсивности в каждой из циркулярных компонент при изменении угла α_o , если угол наклона $\gamma = \pi / 4$.

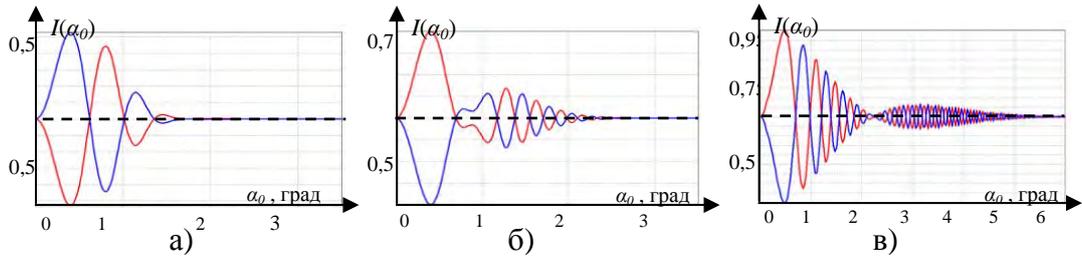


Рис. 5. Зависимость интенсивности RCP (красные) и LCP (синие) компонент для различных радиусов перетяжки пучка w_0 , при длине кристалла $z = 2$ см. а) $w_0 = 10$ мкм; б) $w_0 = 25$ мкм; в) $w_0 = 50$ мкм.

В отличие от случая распространения через кристалл циркулярно поляризованного пучка, пучок с исходной линейной поляризацией имеет в плоскости $z = 2$ см, равные интенсивности RCP и LCP компонент при $\alpha_o = 0$. Увеличение угла наклона исходного пучка приводит сначала к быстрому снижению интенсивности в LCP компоненте, в то время как интенсивность RCP компоненты возрастает.

Весьма примечательно, что амплитуда изменения интенсивности жестко связана с величиной радиуса перетяжки пучка w_0 . Чем меньше радиус перетяжки пучка, тем меньше величина первоначальной амплитуды. Например, для пучка с

радиусом перетяжки $w_0 = 10$ мкм (Рис. 5, а), максимальное отклонения нормированной интенсивности от среднего значения $I = 0,5$, составляет $\Delta I_{\max} = 0,15$. В тоже время максимальное отклонение от исходного значения в интенсивностях компонент для пучка с радиусом перетяжки $w_0 = 50$ мкм (Рис. 5, в), достигает величины $\Delta I_{\max} = 0,45$. Поскольку колебания интенсивности RCP и LCP находятся в противофазе для пучков с относительно большим радиусом перетяжки ($w_0 = 50$ мкм) уже для угла $\alpha_o = 0,5^\circ$ (см. Рис. 5), интенсивность в RCP компоненте практически удваивается, в то время как интенсивность в LCP становится исчезающе малой. Фактически возникает конверсия между линейной и RCP поляризацией. В тоже же время для пучков с относительно малым радиусом перетяжки ($w_0 = 10$ мкм) колебания интенсивности очень малы.

Такое различие в конверсии поляризаций в наклонных пучках с различными перетяжками не может не сказаться на процессах эволюции поляризационных и скалярных сингулярностей в компонентах пучка. На Рис. 6. приведены распределения интенсивности и интерференционные картины для пучка с радиусом перетяжки $w_0 = 4$ мкм, для LCP и RCP компонент. На картине отчётливо видно две цепочки оптических вихрей (Рис. 6, а), располагающихся вдоль лучей $\theta = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$. Как и в случае линейной поляризации с $\gamma = 0$, единичные вихри вдоль каждого луча имеют чередующиеся знаки топологических зарядов. Осевой вихрь имеет заряд равный $l = -1$, ближние к нему вихри, расположенные вдоль оси Oy имеют заряды $l = 1$. При наклоне пучка в плоскости yOz , на первый взгляд кажется, что картина сингулярностей должна сместиться вниз по оси Oy , при этом осевой оптический вихрь должен соскользнуть с оси пучка, ф его место должен занять вихрь с противоположным топологическим зарядом и так далее. Однако на самом деле картина эволюции вихря в каждой компоненте пучка значительно сложнее.

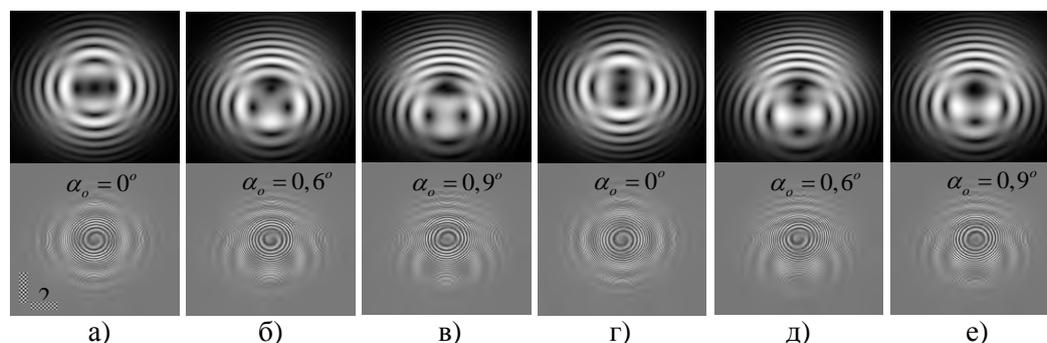


Рис. 6. Распределение интенсивности линейно поляризованного пучка $\gamma = \pi / 4$, при изменении углов наклона α_o , длине кристалла $z = 2$ см, в LCP компоненте (а, б, в) и RCP компоненте (г, д, е).

Как видно из Рис. 6, г-е. структура RCP компонента очень сильно отличается от LCP компоненты. Из сравнения интерференционных картин Рис. 6, а и Рис. 6, г видно, что заряды осевых вихрей одинаковы, но вихри в первом кольце обладают противоположными зарядами. При изменении угла α_o зоны анфолдинга для разных компонент приходится на различные углы: для LCP компоненты на $\alpha_o = 0,6^\circ$ (Рис. 6, б), для RCP на $\alpha_o = 0,9^\circ$ (Рис. 6, е). Вся сложность ситуации проявляется уже на примере пучков с относительно большим радиусом перетяжки $w_0 = 50$ мкм, (см. Рис. 7)

Так, при соосном распространении пучка мы наблюдаем почти симметричное распределение интенсивности с центрированным оптическим вихрем. Все периферийные вихри исчезают. При наклоне пучка возникает ряд топологических реакций, которые приводят к коренной структурной перестройке всего пучка. Как видим из сравнения двух аналогичных процессов (Рис. 6. и Рис. 7) структурные преобразования в них принципиально разные.

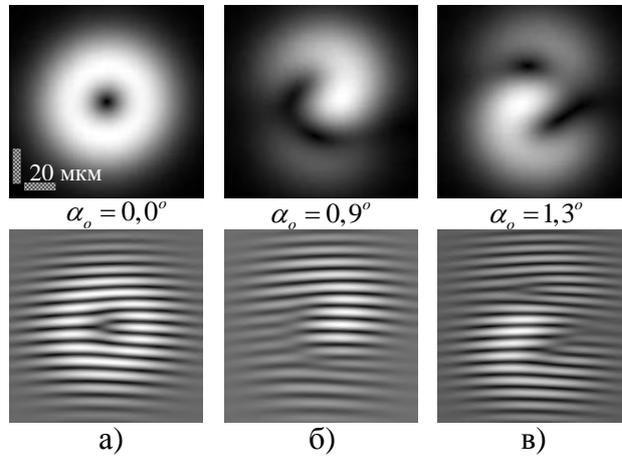


Рис. 7. Структура распределения интенсивности и интерференционной картины для пучка Лагерра-Гаусса с перетяжкой $w_0 = 50$ мкм и длиной кристалла $z = 2$ см в RCP компоненте.

4. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЙ АНФОЛДИНГ И УДВАИВАНИЕ СКАЛЯРНЫХ СИНГУЛЯРНОСТЕЙ

4.1. Поляризационный анфолдинг при $\gamma = 45$

Чтобы понять процессы эволюции поляризационных и фазовых сингулярностей в линейно поляризованном пучке, рассмотрим вид С-линий для пучков с относительно большим $w_0 = 50$ мкм, который представлен на Рис. 8. для случая наклона входной поляризации относительно плоскости наклона пучка $\gamma = 45^\circ$.

Как и в случае возбуждения кристалла пучком с циркулярной поляризацией, для линейной поляризации мы можем выделить четыре главных участка траектории, на которых структура линий и течение топологических реакций различны: 1) начальный участок в окрестности угла $\alpha_0 \approx 0^\circ$; 2) промежуточный участок до области критических углов; 3) область критических углов, 4) асимптотическая область при больших углах α_0 или больших длинах кристалла z . Рис. 8. соответствует первым двум угловым участкам. Как видно из Рисунка до $\alpha_0 \approx 0,7^\circ$ изменения в траекторий достаточно малы, но после этого угла количество траекторий С-точек увеличивается, и траектория значительно усложняется.

На участке вблизи осевого распространения пучка $\alpha_0 = 0$ картина С-линий приведена на Рис. 9.

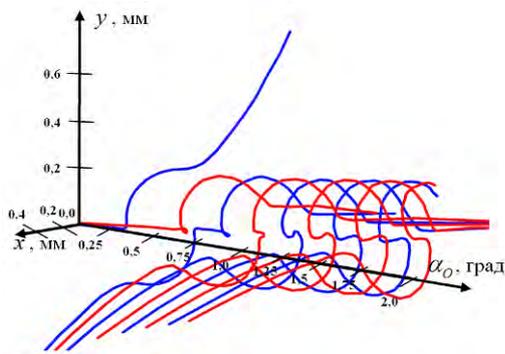


Рис. 8. Траектория С-точек при малых углах, в зависимости от угла наклона, для кристалла длиной $z = 2$ см, $w_0 = 50$ мкм. RPC – красные, LPC – синие.

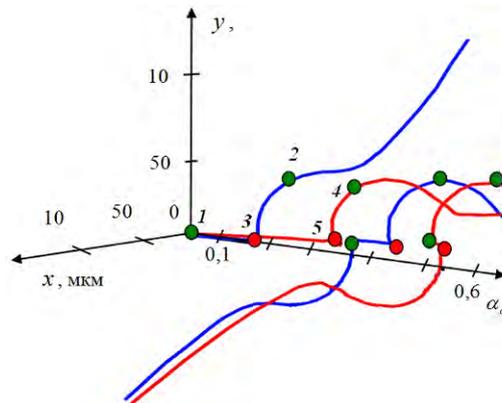


Рис. 9. Траектории С-линий при малых углах, для пучка с радиусом перетяжки $w_0 = 50$ мкм, при длине кристалла $z = 2$ см.

Чтобы понять структуру С-линий на начальном участке обратимся сначала к распределению состояний поляризации поля. На оси пучка располагается оптический вихрь, который представляет собой вырожденное состояние в виде поля с линейной поляризацией, лежащей в точке пересечения двух L-линий. Эти две L-линии разделяют четыре «лимона» расположенные чуть дальше от оси пучка. Заметим, что полный топологический индекс этой системы с учетом знака циркуляции поляризации должен быть равен топологическому индексу скалярного поля (топологическому заряду $l = -1$). Лимоны имеют топологический индекс $s = -1/2$. В периферийной области два лимона RCP и два лимона LCP. Так что полный индекс [9]:

$$S = -1/2 - 1/2 - 1/2(-1) - 1/2(-1) + (-1) = -1 \quad (7)$$

При малом наклоне пучка $\alpha_0 = 0,2^\circ$ четыре лимона немного смещаются вниз в плоскости наклона пучка. В тоже время вырожденное состояние в точке пересечения двух L-линий на оси пучка расщепляется на две особые точки - лимон и звезду с противоположными циркулярными поляризациями (топологический индекс звезды $s = 1/2$). Полный топологический индекс пучка равен:

$$S = -1/2 - 1/2 - 1/2(-1) - 1/2(-1) - [1/2 - 1/2(-1)] = -1 \quad (8)$$

Таким образом, наклон пучка не будет менять полного топологического индекса системы.

Возвращаясь к Рис. 9. видим, что вблизи оси в точке 1 рождается лимон и звезда, соответствующие линейно поляризованному исходному вихрю. При увеличении угла, вблизи оси пучка в точке 2 рождается пара: лимон – звезда, которые соответствуют топологическому дипольно вихрей в LCP компоненте. Сингулярности этой пары движутся в противоположных направлениях: лимон приближается к приосевой звезде и аннигилирует с ней в точке 3 (точке поляризационного анфолдинга), в то время как звезда дипольной пары вытесняется на бесконечность. Таким образом, в пучке вблизи оси остается лимон (красная линия) который соответствует вихрю с отрицательным топологическим зарядом. Имеет место переключение знака циркуляции поляризационных сингулярностей, но знаки зарядов в циркулярно поляризованных компонентах не поменялись. Далее, в точке 4 на красной траектории вновь рождается пара дипольная пара лимон – звезда, соответствующая топологическому дипольно в RCP компоненте, а в точке 5 процесс повторяется. Этот процесс соответствует аннигиляции циркулярной поляризации и в целом выглядит как переключение направления циркуляции вдоль одной из C-линий. Как раз об упрощенном варианте такого анфолдинга и говорится в работах [4, 5]. В дальнейшем этот процесс регулярно повторяется. Фактически, такой процесс соответствует аннигиляции оптического вихря с отрицательным зарядом в одной компоненте и появлению такого же вихря в другой компоненте [7, 8]. Указанный процесс можно рассматривать как обмен оптическими вихрями между циркулярно поляризованными компонентами, при котором закон сохранения полного топологического индекса выполняется, а величина и знак оптического вихря, участвующего в обмене не изменяется.

4.2. Удваивание скалярных сингулярностей при $\gamma = -45^\circ$

Фактически, если следить за эволюцией оптических вихрей в каждой из циркулярно поляризованных компонент, то возникает ситуация, когда на целом участке приосевой траектории оптический вихрь отсутствует в циркулярно поляризованной компоненте, но появляется в другой компоненте. Такой эффект обмена оптических вихрей между компонентами характерен для всего промежуточного участка траекторий поляризационных и скалярных сингулярностей. Однако течение этого процесса изменяется, если поменять знак угла наклона линейной поляризации на входе в кристалл. $\gamma = 45^\circ \rightarrow \gamma = -45^\circ$.

Действительно, обращаясь к Рис. 10. для RCP компоненты, распространяющейся вдоль оптической оси кристалла, мы видим, что знаки периферийных вихрей вдоль направления Oz поменялись.

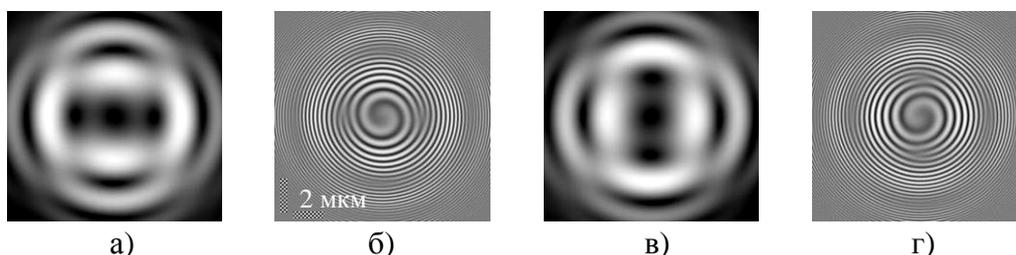


Рис. 10. Изменение структуры поля при повороте входной поляризации $\gamma = 45^\circ$ (а,б) $\rightarrow \gamma = -45^\circ$ (в,г) для пучка с радиусом перетяжки $w_0 = 8$ мкм, прошедшего через кристалл длиной $z = 2$ см.

Можно предположить, что при наклоне пучка в плоскости yOz , осевой вихрь при определенных углах будет встречать вихри с идентичными знаками топологических зарядов, и на первый взгляд вместо анфолдинга мы должны получить на оси в определенных плоскостях кристалла удвоение величины топологического заряда. Чтобы выяснить корректность такого предположения, необходимо исследовать эволюцию тонкой структуры скалярных сингулярностей. Характерная интерференционная картина в области схождения вихрей с одинаковыми знаками зарядов приведена на Рис. 11.

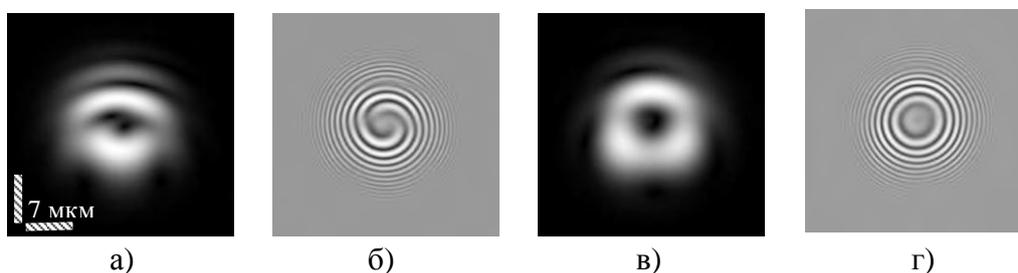


Рис. 11. Удвоение топологического заряда (а,б) при $\gamma = -45^\circ$, и аннигиляция оптического вихря (в,г) при $\gamma = 45^\circ$ для кристалла длиной $z = 2$ см, и угле наклона $\alpha_0 = 0,37^\circ$, радиус перетяжки пучка $w_0 = 10$ мкм.

Интерференционная картина на Рис. 11,б для пучков с радиусом перетяжки $w_0 = 10$ мкм, иллюстрирует двойную спираль характерную для вихрей с двойным топологическим зарядом. Для сравнения на Рис. 11, в, г приведена картина аннигиляции в той же плоскости. Чтобы удостовериться в факте удвоения вихря на макроскопическом

масштабе мы построили траектории оптических вихрей в RCP на этом участке для пучка с радиусом перетяжки $w_0 = 50$ мкм. Соответствующая траектория приведена на Рис. 12.

Мы видим, что осевой вихрь в RCP компоненте распространяться без внешних возмущений при малых углах наклона. По мере его приближения к плоскости анфолдинга поляризационных сингулярностей при $\gamma = 45^\circ$ (см. Рис. 4, 11), вблизи оси в точке А (зеленый кружок) рождается дипольная пара вихрей, один из них быстро удаляется от оси пучка, второй отрицательно заряженный вихрь приближается к осевому отрицательно заряженному вихрю. Однако по мере приближения возникает отталкивание траекторий. Поэтому вихря с двойным топологическим зарядом $l = -2$ не возникает. Однако в тоже время вдоль осевой траектории распространяется вихрь в LCP компоненте, создавая видимость поляризационного анфолдинга. В отличие от случая угла наклона поляризации $\gamma = 45^\circ$, где имеет место истинный анфолдинг сопровождаемый событием аннигиляции вихрей в одной из компонент, для случая $\gamma = -45^\circ$ вихри не аннигилируют в одной из компонент, а просто покидают пучок. Поэтому поляризационного анфолдинга как такового не происходит.

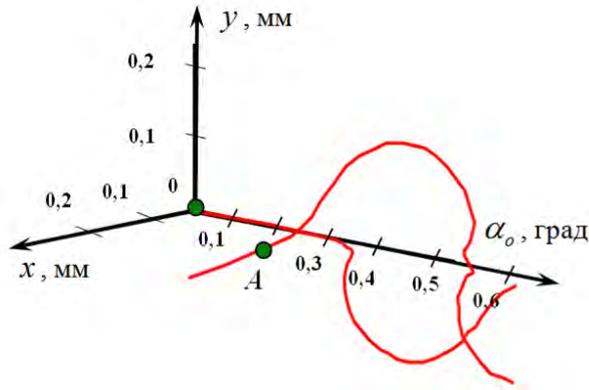


Рис. 12. Траектория С-точки в RCP компоненте для пучка с радиусом перетяжки пучка $w_0 = 50$ мкм, для кристалла длиной $z = 2$ см.

Такой процесс обмена оптическими вихрями между ортогонально поляризованными компонентами вблизи L-поверхностей характерен для всей зоны промежуточных углов. Фактически, выше описанные обменные процессы попеременно повторяются вплоть до критического угла.

Важно отметить, что в случае исходного линейно поляризованного пучка невозможно разделить траектории на два типа – продольные (главный ствол траектории) и поперечные, как это было в случае возбуждения кристалла циркулярно поляризованным пучком. Переключение циркуляции поляризации в плоскостях анфолдинга исключают такое расщепление. Часть траекторий вихрей в линейно поляризованных пучках являются поперечными, в то время как центральные части каждой траектории почти параллельны оси исходного пучка.

4.3. Расщепление сингулярных пучков

Итак, траектория имеет смешанный характер вплоть до критических углов. Когда угол наклона оси исходного пучка достигает значения критического угла, структура траектории существенно изменяется.

На Рис. 13 представлены два типа траекторий для RCP (Рис. 13, а) и LCP (Рис. 13, б) пучков в окрестности критического угла. При критическом угле [12, 13] $\alpha_o = \alpha_{cr}^{\pm}$ боковая ветвь траектории постепенно загибается, формируя ствол второго пучка. Следующая ветвь траектории также изгибается, формируя ствол первого пучка. Форма обоих стволовых траектории напоминает спираль. Причем направление закрутки спиралей траектория для всех пучков одинаково. Условия критических углов остается тем же, что и для пучков с исходной циркулярной поляризацией.

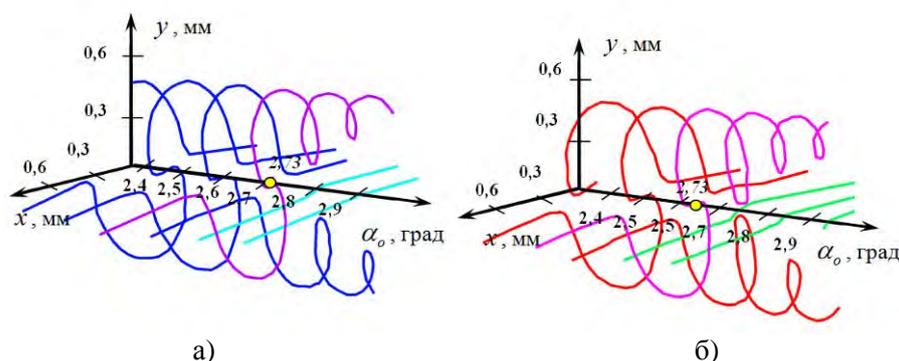


Рис. 13. Поведение траекторий в окрестности критического угла для RCP (а) и LCP (б) для кристалла длиной $z = 2$ см и радиуса перетяжки пучка $w_0 = 50$ мкм.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано, что распределение оптических вихрей в циркулярно-поляризованных компонентах исходного линейно-поляризованного пучка Лагерра-Гаусса лишено осевой симметрии, даже в случае соосного распространения. Это приводит к отличию эволюций как скалярных, так и поляризационных сингулярностей для двух углов ориентации начальной линейной поляризации: $\gamma = 45^\circ$ и $\gamma = -45^\circ$. Такое же различие имеет место для разных плоскостей наклона пучка.

При наклоне пучка в плоскости $\gamma = 45^\circ$ или $\gamma = -45^\circ$ наблюдается обмен вихрями между ортогональными компонентами пучка на фоне сохранения величины и знака топологического заряда. Обмен вихрями сопровождается цепочкой топологических реакций, которые заключаются в том, что приосевые вихри в циркулярно-поляризованных компонентах пучка либо попеременно аннигилируют, либо быстро вытесняются на бесконечность. Процесс аннигиляции вихрей характерен для ориентации линейной поляризации по углом $\gamma = 45^\circ$, а процесс вытеснения вихрей характерен для угла $\gamma = -45^\circ$.

Список литературы

1. Борн М. Основы оптики / Борн М., Вольф Э. – М. : Наука, 1973. – 720 с.
2. Vlokh R. Optical Characterization of Organic-Inorganic [(CH₂OH)₃CNH₃]H₂PO₄ Crystals / Vlokh R., Mys O., Romanyuk M., Girnyk I., Martynyuk-Lototska I. and Czaplа Z. // Ukrainian Journal of Physical Optics. – 2005. – Vol. 6, No 4. – p. 133-135.
3. Cincotti G. Radially and azimuthally polarized vortices in uniaxial crystals / Gabriella Cincotti, Alessandro Ciattoni and Carmine Sapia // Optics Communications. – 2003. – Vol. 220, No 1-3. – P. 33-40.
4. Flossmann F. Polarization Singularities from unfolding an optical vortex through a Birefringent Crystal / Flossmann Florian, Schwarz Ulrich T, Maier Max, Dennis Mark R // Physical Review Letters. – 2005. – Vol. 95. – P. 253901-1-4.
5. Flossmann F. Stokes parameters in the unfolding of an optical vortex through a birefringent crystal / Flossmann Florian, Schwarz Ulrich T, Maier Max & Dennis Mark R // Optics Express. – 2006. – Vol. 14, No 23. – P. 11402-11411.
6. Cincotti G. Radially and azimuthally polarized vortices in uniaxial crystals / Cincotti Gabriella, Ciattoni Alessandro and Sapia Carmine // Optics Communications. – 2003. – Vol. 220, No 1-3. – P. 33-40.
7. Fadeyeva T. A. Transverse shift of a high-order paraxial vortex-beam induced by a homogeneous anisotropic medium / Fadeyeva T. A., Rubass A. F., Volyar A. V. // Physical Review A. – 2009. – Vol. 79, No 5. – P.053815-1-12.
8. Fadeyeva T. A. The matrix model of the vortex-beam quadrefringence in a uniaxial crystal / Fadeyeva T. A., Rubass A. F., Volyar A. V. // Ukrainian Journal of Physical Optics. – 2009. – Vol. 10, No 3. – P. 109-123.
9. Nye J. F. Natural Focusing and Fine Structure of Light: Caustics and Wave Dislocations / Nye J. F. – Bristol: Institute of Physics Publishing, 1999. – 328 p.
10. Volyar A. V. Dynamics of Topological Multipoles: I. High-Order Nonparaxial Singular Beams / Volyar A. V. and Fadeeva T. A. // Optics and Spectroscopy. – 2002. – Vol. 92, No 2. – P. 243-252.
11. Volyar A. V. Dynamics of Topological Multipoles: II. Creation, Annihilation, and Evolution of Nonparaxial Optical Vortices / Volyar A. V. and Fadeeva T. A. // Optics and Spectroscopy. – 2002. – Vol. 92, No 2. – P. 253-262.
12. Fadeyeva T. A. Indistinguishability limit for off-axis vortex beams in uniaxial crystals / Fadeyeva T., Egorov Yu., Rubass A., Swartzlander G. A., Jr., and Volyar A. // Optics Letters. – 2007. – Vol. 32, issue 21. – P. 3116-3118.
13. Fadeyeva T. Quadrefringence of optical vortices in a uniaxial crystal / Fadeyeva Tatyana, Rubass Alexander, Egorov Yuriy, Volyar Alexander, Swartzlander Grover, Jr. // Journal of Optical Society of America A. – 2008. – Vol. 25, No 7. – P. 1634-1641.

Рибась О. Ф. Тонка структура оптичних вихорів в похилених лінійно-поляризованих пучках Лагерра-Гауса нижчого порядку у одноосьовому кристалі / Рибась О. Ф. // Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 109-122.

В даній роботі розглянуто поведінку лінійно-поляризованих пучків Лагерра Гауса нижчого порядку в одноосьовому кристалі. Показано існування тонкої структури випромінювання на вихідній грані одноосьового кристалу і вивчено залежність цієї структури від параметрів кристала і пучка.

Ключові слова: оптичні вихори, одноосьовий кристал, пучок Лагерра-Гауса.

Rubass A. F. Fine structure of optical vortices in the tilted linearly-polarized low-order Laguerre-Gaussian beams in a uniaxial crystal / Rubass A. F. // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2012. – Vol. 25(64), No 1. – P. 109-122.

In this paper the behavior of linearly polarized low-order Laguerre- Gaussian beams in a uniaxial crystal has been considered. The existence of the fine structure of the radiation at the output end of the crystal is shown. The dependence of this structure on the parameters of the crystal and the beam has been studied.

Keywords: optical vortices, a uniaxial crystal, Laguerre-Gaussian beam.

Поступила в редакцію 20.04.2012 г.

УДК 535.2

КОНВЕРСИЯ ЗНАКА ТОПОЛОГИЧЕСКОГО ЗАРЯДА ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ВИХРЯ, ПРОШЕДШЕГО ОДНООСНЬИМ КРИСТАЛЛОМ ОРТОГОНАЛЬНО К ЕГО ОПТИЧЕСКОЙ ОСИ

Соколенко Б.В., Рыбась А.Ф., Коноваленко В.Л., Зиновьев А.О.

*Таврический национальный университет имени В.И. Вернадского, Симферополь, Украина
E-mail: simplex.87@gmail.com*

Экспериментально проанализирован процесс топологических реакций, возникающих в вихревом пучке с эллиптическим сечением, распространяющемся перпендикулярно оптической оси кристалла SiO₂. Было показано, что осцилляции состояния поляризации при прохождении пучка сопровождаются формированием поляризационных сингулярностей в поперечном сечении пучка, таким образом, это, в свою очередь, приводит к преобразованию волнового фронта в каждой циркулярно поляризованной компоненте пучка. Синхронные осцилляции спинового углового момента и топологического знака оптического вихря выражаются в структуре поля как рождение и аннигиляция топологических диполей. Также были проанализированы периодическая конверсия эллиптичности вихря на всей длине кристалла z и всплески спинового углового момента. Движение дислокационных реакций в компонентах пучка выражается в преобразовании знака топологического заряда осевого оптического вихря, расстояние между точками конверсии составляет приблизительно 0,05 от длины волны.

Ключевые слова: вихрь, сингулярность, эллиптичность, угловой момент, топологический заряд.

ВВЕДЕНИЕ

Рассмотрим распространение параксиального вихревого пучка через одноосный кристалл перпендикулярно его оптической оси. Известно, что в результате двулучепреломления обыкновенная и необыкновенная волны распространяются вдоль кристалла без структурных преобразований, однако с разными фазовыми скоростями. Эллиптически поляризованный пучок в таком случае трансформируется в пучок с другим состоянием поляризации [1]. Касательно распространения пучка, показано, что поток углового момента как сумма спинового и орбитального углового момента привносит в кристалл общий механический момент. Таким образом, сумма спинового и орбитального углового момента равна механическому моменту кристалла [2].

Предполагается, что деформация поперечного сечения вносит небольшой вклад в свойства Гауссова пучка. Поскольку вихревой пучок является очень чувствительным к изменениям фазы, это может послужить возникновению необычных свойств. Проведя аналогию между эллиптическими пучками Лагерра-Гаусса высших порядков в однородной среде и одноосным кристаллом было показано, что процесс распространения сопровождается не только расщеплением осевого вихря с высоким топологическим зарядом, а и структурным преобразованием эллиптических дислокаций. В то же время вихри с единичным зарядом стягиваются друг к другу при прохождении пучка и скапливаются в одной

точке на оси в дальнем дифракционном поле. Таким образом происходит восстановление структуры поля [3].

Значительно сложнее протекает процесс в одноосном кристалле. Показано, что обыкновенный и необыкновенный эллиптические пучки вращаются вокруг оси пучка с различными угловыми величинами. В результате этого оптические вихри не могут собираться в одной точке в дальнем дифракционном поле, формируя сложные пространственные структуры. Поле волны пространственно деполаризовано, обуславливая сложное распределение поляризации [4]. В настоящей статье мы обращаем наше внимание на экспериментально исследованные структурные деформации эллиптических вихревых пучков, проходящих перпендикулярно оптической оси кристалла. В теоретическом аспекте были получены решения параксиальных волновых выражений в форме обобщенных Лагер-Гауссовых пучков, несущих на оси вихрь с высоким топологическим зарядом [5]. Статья состоит из двух частей: первая глава посвящена теоретическому обоснованию явления конверсии знака топологического заряда вихря в одноосном кристалле; во втором разделе представлены результаты экспериментального исследования.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ПУЧКОВ В АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

Гауссов пучок, распространяясь в анизотропной среде перпендикулярно оптической оси кристалла разделяется на два пучка: обыкновенный и необыкновенный. Обыкновенный пучок проходит вдоль кристалла подобно тому, как проходил бы в свободной однородной среде (вакууме). Однако необыкновенный Гауссов пучок в результате дифракции получает некоторую эллиптическую деформацию поперечного сечения [4]. Рассмотрим параксиальный случай распространения пучка, содержащий вихрь, через кристалл перпендикулярно его оптической оси Рис. 1. Известно, что астигматическая трансформация (в частности, эллиптическая деформация) сингулярных пучков в свободном пространстве или однородной среде способна значительно изменить структуру оптических вихрей находящихся на оси пучка по причине высокой чувствительности фазы волнового фронта к искажениям формы пучка.

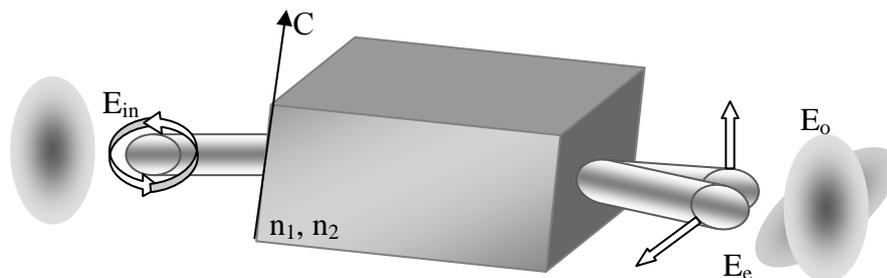


Рис. 1. Схема распространения сингулярного пучка с эллиптическим сечением в анизотропной среде с показателями преломления n_1 , n_2 . E_{in} – падающий циркулярно поляризованный свет, E_e , E_o , – необыкновенный и обыкновенный пучки соответственно.

Изменения параметров анизотропной среды внесут существенный вклад в общую картину распространения вихревого пучка. Известно, что циркулярно поляризованный сингулярный пучок с эллиптическим поперечным сечением получает некоторое преобразование состояния поляризации при распространении в одноосном кристалле [3]. Кратко рассмотрим последствие возникновения неоднородностей в состоянии поляризации при эллиптической деформации поперечного сечения пучка вдоль оси y на примере вихревого пучка низкого порядка.

Нашей задачей является ответ на вопрос, изменит ли топологический заряд вихря свой знак при прохождении кристалла. Для описания этого процесса запишем выражения для компонент электрического поля вблизи оси пучка в виде:

$$E_+^{(1,0)} \approx A_+ \frac{x}{w_x} + ia B_+ \frac{y}{w_y}, \quad E_-^{(1,0)} \approx A_- \frac{x}{w_x} + ia B_- \frac{y}{w_y} \quad (1)$$

где

$$A_{\pm} = \frac{e^{i\beta_x z}}{\sigma_{xx} \sqrt{\sigma_{xx} \sigma_{xy}}} \pm \frac{e^{i\beta_y z}}{\sigma_{yx} \sqrt{\sigma_{yx} \sigma_{yy}}}, \quad B_{\pm} = a \left(\frac{e^{i\beta_x z}}{\sigma_{xy} \sqrt{\sigma_{xx} \sigma_{xy}}} \pm \frac{e^{i\beta_y z}}{\sigma_{yy} \sqrt{\sigma_{yx} \sigma_{yy}}} \right) \quad (2)$$

где

$$\sigma_{xx} = 1 + iz/z_{xx}, \quad \sigma_{xy} = 1 + iz/z_{xy}, \quad \sigma_{yx} = 1 + iz/z_{yx}, \quad \sigma_{yy} = 1 + iz/z_{yy},$$

$$z_{xx} = k_x w_x^2 / 2, \quad z_{yx} = k_x w_y^2 / 2, \quad z_{yx} = k_y w_x^2 / 2, \quad z_{yy} = (k_x^2 / k_y) w_y^2 / 2. \quad \text{Параметр } a \text{ в}$$

выражении (2) описывает первоначальную форму сердцевинки вихря в плоскости $z=0$. Это независимый параметр, который также может быть введен в решения (1) и (2) как показатель амплитуды. Состояние вихря в каждой E_+ и E_- компонентах может быть описано в виде векторных полей $\psi_+ = \nabla_{\perp} E_+$ и $\psi_- = \nabla_{\perp} E_-$, которые характеризуют локальное распределение фазы. Математическое приближение основано на параметрах, подобных параметрам Стокса для состояния поляризации пучка:

$$\begin{cases} S_0^{(\pm)} = |\nabla_{\perp} E_{\pm}|^2 \\ S_1^{(\pm)} = |\partial_x E_{\pm}|^2 - |\partial_y E_{\pm}|^2 \\ S_2^{(\pm)} = \partial_x E_{\pm} \partial_y E_{\pm}^* + \partial_x E_{\pm}^* \partial_y E_{\pm} \\ S_3^{(\pm)} = i(\partial_x E_{\pm}^* \partial_y E_{\pm} - \partial_x E_{\pm} \partial_y E_{\pm}^*) \end{cases} \quad (3)$$

Приведенные выше параметры характеризуют форму вихря, в некоторой степени, точнее, нежели состояние поляризации. Деформация сердцевинки вихря описывается нормализованным параметром $S_3^{(\pm)}$ в виде:

$$\ell_z^{(\pm)} = \frac{i(\partial_x E_{\pm}^* \partial_y E_{\pm} - \partial_x E_{\pm} \partial_y E_{\pm}^*)}{|\nabla_{\perp} E_{\pm}|^2} \quad (4)$$

В простом случае вихревого пучка с осевым эллиптически деформированным вихрем единичного заряда, величина $\ell_z^{(\pm)}$ характеризует орбитальный угловой момент пучка. В более общем случае параметр $\ell_z^{(\pm)}$ описывает состояние сердцевинки вихря: взятый по модулю параметр $|\ell_z^{(\pm)}|$ есть ни что иное как эллиптичность сердцевинки вихря, при этом знак $\ell_z^{(\pm)}$ указывает на знак топологического заряда вихря [6].

Распространяясь вдоль кристалла, эллиптически поляризованная плоская волна последовательно меняет состояние поляризации с правоциркулярной на левоциркулярную. Энергия также перераспределяется между этими компонентами.

Периодические осцилляции, изображенные на графике Рис.2 указывают на конверсию эллиптичности вихря в E_+ и E_- компонентах. Резкие всплески соответствуют чередованию положительного и отрицательного зарядов оптического вихря. Длина биения в данном случае определяется соотношением: $\Lambda = \lambda / |n_x - n_y|$, где λ длина волны в вакууме Рис. 3. В нашем случае длина биения составляет $\Lambda \approx 3.15 \mu m$. Пики осцилляций в E_+ и E_- компонентах смещены относительно друг друга на расстояние $l = \Lambda / 2$.

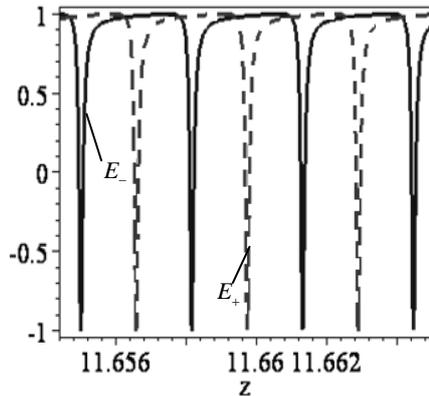


Рис. 2. Периодическая конверсия эллиптичности пучка вдоль оси z (см) в E_+ (сплошная линия) и E_- (пунктирная линия) компонентах поля.

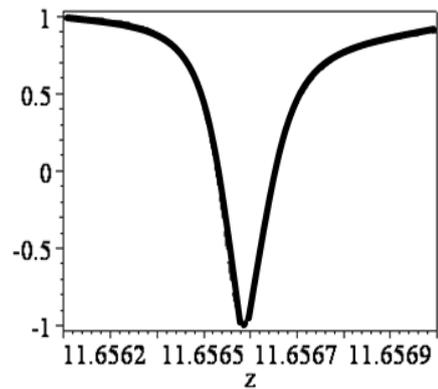


Рис. 3. Кривая, описывающая процесс конверсии знака вихря для случая $w_x = 2w_y = 10 \mu m$, $n_x = 1.5, n_y = 1.7$, $a = 0.6$

Заметим, что процесс конверсии знака оптического вихря происходит внутри очень узкой области длины кристалла — меньшей длины волны излучения. На графике Рис. 3 изображена кривая, описывающая процесс конверсии. Ширина провала составляет приблизительно $\Delta l \approx 0.25 \mu m$. Точки конверсии знака вихрей соответствуют переходам состояния поляризации из правоциркулярной в левоциркулярную и наоборот. Это в свою очередь означает, что знак топологического заряда и направление поляризации изменяются синхронно.

Конечная ширина сингулярного пучка отражается на пространственной деполяризации поля как в окрестности сердцевины вихря так и пучка в целом. Данный процесс деполяризации позволяет нам исследовать конверсию вихря.

Эллиптический вихревой пучок в кристалле вносит определенные поправки. Так, обыкновенный и необыкновенный пучки имеют различную кривизну волнового фронта, разные распределения амплитуды и отличные показатели эллиптичности. Вследствие этого возникает ряд оптических вихрей в каждой компоненте поляризации [5, 7]. Однако вихри эти не являются неподвижными, они взаимодействуют друг с другом, формируя в сущности новые структурные сингулярности. Первоначальный осевой вихрь аннигилирует с другим оптическим вихрем с противоположным знаком заряда. Второй вихрь из диполя на периферии движется по направлению к оси пучка. Знак заряда этого вихря противоположен знаку изначального вихря. Таким образом, важной особенностью этого процесса является конверсия знака топологического заряда на оси пучка. Данные превращения представлены в качестве траектории движения вихрей в сердцевине пучка [8].

Другая пара вихрей разделяется на два отдельных вихря с противоположными знаками, которые движутся вдоль сложных траекторий и взаимодействуют с осевым отрицательно заряженным вихрем. Оставшийся положительно заряженный вихрь из первого диполя продолжает движение вдоль оси до следующего цикла превращений, которые происходят на расстоянии, значительно меньшем длины волны. Таким образом, мы получаем субволновые топологические реакции вихрей в анизотропной среде обусловленные спин-орбитальным взаимодействием [9].

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОНВЕРСИИ ЗАРЯДА ВИХРЯ В АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

Периодическое преобразование эллиптичности вихря совершается вдоль направления, перпендикулярного оптической оси кристалла. Таким образом, основная задача исследования заключается в изменении линейных размеров кристалла вдоль выделенного направления (ось z). В результате теплового расширения кристалла стало возможным получить относительное увеличение линейных размеров, достаточного для наблюдения эффекта конверсии. Использование коэффициента теплового расширения кристалла SiO_2 позволяет точно рассчитать удлинение кристалла при определенной температуре. Для исследуемого кристалла в диапазоне температур $0 \div 40, ^\circ\text{C}$ коэффициент составляет $13,2 \cdot 10^{-6}, ^\circ\text{C}^{-1}$ в направлении, перпендикулярном в оптической оси кристалла [10].

Кристалл подвергался нагреву и охлаждению в диапазоне $21 \div 28, ^\circ\text{C}$, имея при этом следующие кристаллографические показатели: термическая поправка коэффициента преломления для длины волны $\lambda=632 \text{ nm}$ составляет $-7 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ для обыкновенной волны и $-8,2 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ для необыкновенной. Приращение длины биения на один градус Цельсия составляет $\Delta\Lambda = 0,1 \mu\text{m}$ при этом изменение линейных размеров кристалла вдоль оси пучка при изменении на один градус равна

$dL(1^\circ) = 0,4 \mu\text{m}$. Коэффициенты преломления для обыкновенного и необыкновенного пучков соответственно равны $n_o = 1,54264$ и $n_e = 1,55171$.

Схема экспериментальной установки изображена на Рис. 4. Циркулярно поляризованный Гауссов пучок с радиусом перетяжки $\omega_0=0.02$ и длиной волны $\lambda=0.6328 \mu\text{m}$ содержит на оси оптический вихрь с единичным топологическим зарядом $\zeta=+1$, генерируемый на оптическом клине. Пучок фокусируется микрообъективом на входной грани кристалла. Специальный нагревательный элемент, в который помещен кристалл, позволяет контролировать температуру кристалла с высокой точностью – менее $0,01$ градуса Цельсия. Контроль температуры производится с помощью высокочувствительных полупроводниковых сенсоров. Выходящий из кристалла пучок проходит через четвертьволновую пластинку и поляризатор, которые формируют Стокс-поляриметр. Такая схема позволяет получать как интерференционную картину, так и при необходимости получить распределение интенсивности для различных компонент поля в соответствии с параметрами Стокса. Точность измерения уширения длины кристалла менее одной десятой длины волны. Диапазон температур, в котором проводился нагрев, составлял 7°C . Весь процесс нагревания и охлаждения регистрировался CCD видеокамерой

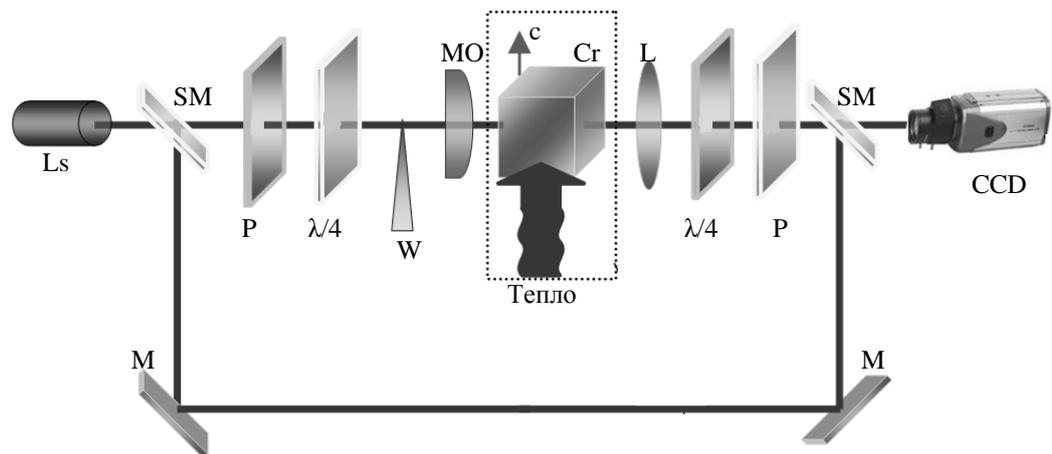


Рис. 4. Схема экспериментальной установки: Ls – He-Ne лазер, SM – полупрозрачные пластинки, P-поляризаторы, $\lambda/4$ – четвертьволновые пластинки, L – линзы, W – оптический клин, Cr – SiO_2 кристалл, М – зеркала, CCD – ПЗС камера.

В результате детального анализа поляризационной структуры и сравнения ее с интерференционной картиной, было выявлено, что в области оси пучка рождается два топологических диполя Рис. 5.

Первоначальный положительно заряженный осевой вихрь аннигилирует с соседним отрицательно заряженным вихрем из соседнего диполя, родившегося рядом с осью пучка Рис. 6. Вторая пара вихрей начинает движение в направлении

оси пучка, таким образом, что отрицательно-заряженный вихрь замещает первоначальный после его аннигиляции. В результате данного процесса вихрь на оси меняет знак топологического заряда на противоположный.

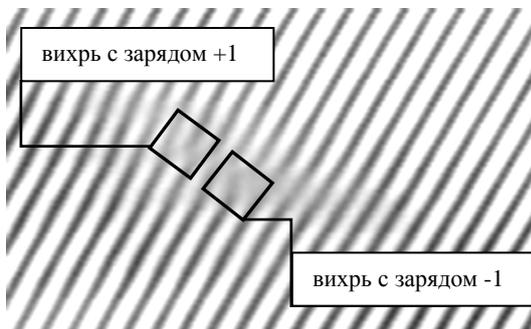


Рис. 5. Интерференционная картина поля пучка, прошедшего одноосный кристалл. Рождается дипольная пара вихрей с топологическими зарядами, отличными по знаку, $26,10^{\circ}\text{C}$, $d_l = 40\text{ nm}$.

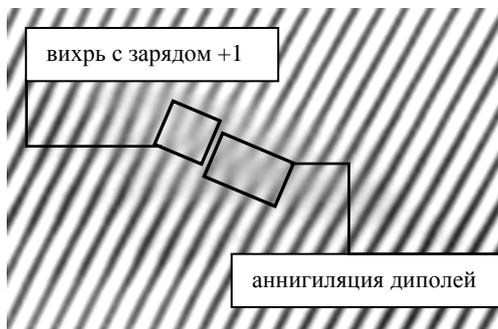


Рис. 6. Интерференционная картина поля пучка, прошедшего одноосный кристалл. Дипольная пара вихрей с , отличными по знаку зарядами аннигилирует, $26,15^{\circ}\text{C}$ – $d_l = 60\text{ nm}$.

Изображения, полученные с помощью CCD камеры с различных компонент поляризации, обрабатывались программой Дифференциальный поляриметр для получения картины поляризационной структуры пучка. Детальный анализ поляризационных состояний показывает, что в сердцевине пучка присутствуют различные типы омбилик: «лимон» и «звезда», которые определенным образом взаимодействуют друг с другом [11].

Таким образом, первоначальный вихрь характеризуется сингулярностью типа «звезда». В процессе взаимодействия с анизотропной средой кристалла при нагревании, было выявлено рождение поляризационных сингулярностей типа «лимон», которые, приближаясь с периферии к оси пучка, определенным образом взаимодействовали друг с другом. Омбилики типа «лимон» и «звезда» постепенно сближаются в центре пучка, что в свою очередь приводит к аннигиляции соответствующих вихрей на оси.

Дальнейший процесс конверсии происходит таким образом: вихри на периферии пучка становятся ближе к оси и начинают взаимодействовать с осевым отрицательно заряженным вихрем. После аннигиляции положительно заряженный вихрь остается на оси до следующего цикла превращений. Омбилики «лимоны» и «звезды» в процессе изменения температуры взаимодействуют друг с другом, некоторые из них разрушаются в процессе. Таким образом, мы получаем механизм конверсии знака топологического заряда вихря. Это означает, что осевой вихрь с некоторым зарядом замещается вихрем с противоположным знаком заряда. Весь процесс конверсии в целом можно схематически представить в виде траектории

движения вихрей в процессе нагрева. На ней показаны пространственные положения вихрей вблизи оси пучка. Черными стрелками указаны направления движения вихрей Рис. 7.

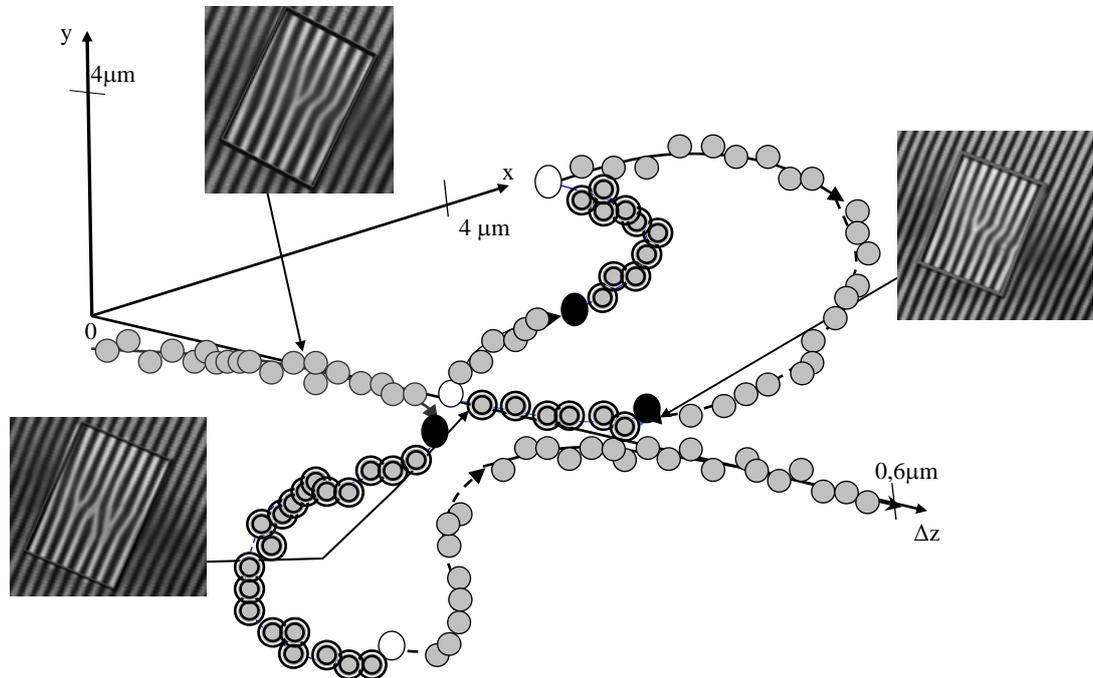


Рис. 7. Траектория движения вихрей вблизи оси пучка: серые окружности соответствуют точкам положения положительно заряженных вихрей, двойные окружности – точки положения отрицательно заряженных вихрей; белые и черные окружности соответствуют точкам рождения и аннигиляции пар вихрей соответственно.

Интерференционные картины, соответствующие точкам траектории, содержат типичные «вилки», которые дважды изменяют свое направление в процессе конверсии. Таким образом, первоначальный осевой вихрь меняет знак за счет замещения периферийным вихрем с противоположным топологическим зарядом, который в последствие аннигиляции возвращает исходное состояние заряда вихря на оси пучка. Длина биений, на протяжении которой происходит процесс конверсии знака оптического вихря составляет $0,2 \mu\text{m}$, что меньше длины волны используемого He-Ne лазера, которая составляет $0,632 \mu\text{m}$.

ВЫВОДЫ

В данной статье экспериментально проанализированы топологические реакции, возникающие в эллиптическом вихревом пучке, распространяющемся в одноосном кристалле кварца.

Распространение перпендикулярно оптической оси кристалла разрушает прежнюю симметрию. Действительно, конверсия вихрей в данном случае есть результат преобразования орбитального углового момента. Спиновой и орбитальный моменты дополняются откликом анизотропной среды. В итоге все эти процессы приводят к преобразованию полного углового момента.

Также было обнаружено, что необыкновенный парааксиальный пучок, при изначально циркулярно поляризованном пучке, подвержен эллиптической деформации. Данная деформация вызвана различными величинами коэффициента преломления для обыкновенного и необыкновенного пучков. В действительности, такая деформация нарушает распределение поляризации в сечении пучка и накладывает ограничения на применение закона сохранения для углового момента.

Было показано, что осцилляции состояний поляризации при распространении пучка сопровождаются перераспределением поляризационных сингулярностей в поперечном сечении пучка таким образом, что это влечет за собой изменение волнового фронта в каждой циркулярно поляризованной компоненте пучка. Движение дислокационных реакций в компонентах пучка отражается на конверсии знака топологического заряда осевого вихря. Расстояние между точками конверсии составляет 0,05 длины волны.

Список литературы

1. Born M. Principles of Optics / Born M., Wolf E. // Pergamon, New York, 1975.
2. Ciattoni A. Optical propagation in uniaxial crystals orthogonal to the optical axis : paraxial theory and beyond/ Ciattoni A., Palma C. // J. Opt. Soc. Am. A. – 2003. – Vol. 20 – P. 2163-2171
3. Fadeyeva T. A. The vortex-beam “precession” in a rotating uniaxial crystal/Fadeyeva T. A., Rubass A. F., Sokolenko B. V., Volyar A. V. // J. Opt. A: Pure Appl. Opt., Vol.11 – 2009. – P. 094008.1-094008.8.
4. Soskin M. S. Singular optics / Soskin M. S., Vasnetsov M. V. // Progress in Optics, 2001. – V. 42 – P. 219-276.
5. Fadeyeva T. A. Extreme spin-orbit coupling in crystal-traveling paraxial beams / Fadeyeva T. A., Volyar A. V. // J. Opt. Soc. Am. A. – 2010. – Vol. 27, No 3. – P. 381-389.
6. Fadeyeva T. A. Transverse shift of a high-order paraxial vortex-beam induced by a homogeneous anisotropic medium / Fadeyeva T. A., Rubass A. F., Volyar A. V. // Physical Review A. – 2009. – Vol. 79, No 5. – P. 053815-1-12.
7. Egorov Yu. A. The fine structure of singular beams in crystals : colours and polarization / Egorov Yu. A., Fadeyeva T. A., Volyar A. V. // J. Opt. A: Pure Appl. – 2004. – Vol. 6. – P. 217–228.
8. Fadeyeva T. Non-canonical propagation of high-order elliptic vortex beams in a uniaxially anisotropic medium / Fadeyeva T., Alexeyev C., Sokolenko B., Kudryavtseva M., Volyar A. // Ukrainian Journal of Physical Optics. – 2011. – Vol. 12. – P. 62-82.
9. Allen L. Optical angular momentum / Allen L., Barnett S., Padgett M. // Institute of Physics Pub., Science. – 2003. – P. 100 - 270.
10. Toyoda T. The temperature dependence of the refractive indices of fused silica and crystal quartz / Toyoda T., Yabe M. // J. Phys. D: Appl. – 1983. – P. 16 L97.
11. Nye J. F. Natural focusing and fine structure of light : caustics and wave dislocations // Institute of Physics Pub., Science. – 1999. – P. 27 – 189.

Соколенко Б. В. Конверсія знака топологічного заряду еліптичного вихору, що пройшов одновісний кристал ортогонально до його оптичної осі / Соколенко Б. В., Рыбась О. Ф., Коноваленко В. Л., Зінов'єв О. О. // Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 123-132.

Експериментально проаналізовано процес топологічних реакцій, що виникають в вихровому пучку з еліптичним перетином, поширюється перпендикулярно оптичній осі кристала SiO_2 . Було показано, що осциляції стану поляризації при проходженні пучка супроводжуються формуванням поляризаційних сингулярностей в поперечному перерізі пучка, таким чином це, в свою чергу, призводить до перетворення хвильового фронту в кожній циркулярно поляризованій компоненті пучка. Синхронні осциляції спінового кутового моменту і топологічного знака оптичного вихору виражаються в структурі поля як народження і анігіляція топологічних диполів. Також було проаналізовано періодична конверсія еліптичності вихору на всій довжині кристала з і сплески спінового кутового моменту. Рух дислокаційних реакцій в компонентах пучка виражається в перетворенні знака топологічного заряду осьового оптичного вихору, відстань між точками конверсії становить приблизно 0,05 від довжини хвилі.

Ключові слова: вихор, сингулярність, еліптичність, кутовий момент, топологічний заряд.

Sokolenko B. V. Conversion of topological charge sign an elliptical vortex, which was uniaxial crystal orthogonal to its optical axis / Sokolenko B. V., Rubass A. F., Konovalenko. V. L., Zinovyev A. O. // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2012. – Vol. 25(64), No 1. – P. 123-132.

The process of topological reactions occurring in the vortex beam with elliptical cross section which spread perpendicular to the optical axis of the crystal SiO_2 was experimentally analyzed. It was shown that oscillations of the beam polarization accompanied by formation of polarization singularities in the beam, it is cause of transformation of the wave front in each circularly polarized component of the beam. Synchronic oscillations of spin-angular momentum and topological charge of optical vortex are expressed as the birth and annihilation of topological dipoles. The periodic vortex core ellipticity conversion was analyzed within all the range of crystal length and splashes of spin angular momentum was analyzed to. The movement of dislocation reactions in the components of the beam is expressed in translation of topological charge at axial optical vortex, the distance between the points of conversion is about 0.05 of the wavelength.

Key words: vortex singularity, ellipticity, angular momentum, topological charge.

Поступила в редакцію 18.04.2012 г.

УДК 530.14

ЗАВИСИМОСТЬ СКОРОСТИ ПОЛЯРИТОНОВ В БИГИРОТРОПНОЙ СРЕДЕ ОТ НАПРАВЛЕНИЯ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Дзедолик И.В., Каракчиева О.С., Лагунов И.М., Лапаева С.Н.

*Таврический национальный университет имени В.И. Вернадского, Симферополь, Украина
E-mail: dzedolik@crimea.edu*

Теоретически исследовано влияние внешнего магнитного поля на скорость поляритонов в бигиротропной среде – феррит-гранатовой пленке. Показано, что меняя направление магнитного поля, можно управлять скоростью распространения поляритонов в бигиротропной среде.

Ключевые слова: бигиротропная среда, феррит-гранатовая пленка, магнитное поле, поляритон.

PACS numbers: 71.36.+c Polaritons (including photon-photon and photon-magnon interactions)

ВВЕДЕНИЕ

Поляритоны являются коллективными возбуждениями – квазичастицами в системе атомов среды, взаимодействующих через электромагнитное поле. В бигиротропной среде поляритоны представляют собой квазичастицы, возникающие при взаимосвязи фотонов, фононов и магнонов, когда и диэлектрическая, и магнитная проницаемости среды не равны единице и зависят от частоты поля [1, 2]. Внешнее магнитное поле, приложенное к бигиротропной среде, изменяет ее диэлектрическую и магнитную проницаемости, и таким образом влияет на параметры поляритонов [3]. С помощью варьирования напряженности и направления внешнего магнитного поля можно управлять параметрами поляритонов, в частности, их скоростью.

1. СКОРОСТЬ ПОЛЯРИТОНОВ В БИГИРОТРОПНОЙ СРЕДЕ

Электромагнитное поле с напряженностями (\mathbf{E}, \mathbf{H}) в бигиротропной непроводящей среде описывается системой уравнений Максвелла

$$(\nabla \times \mathbf{H})_i = \frac{\varepsilon_{ij}}{c} \frac{\partial E_j}{\partial t}, \quad (\nabla \times \mathbf{E})_i = \frac{\mu_{ij}}{c} \frac{\partial H_j}{\partial t}. \quad (1)$$

Система уравнений (1), в которую входят тензоры ε_{ij} и μ_{ij} , характеризующие свойства бигиротропной среды, имеет решения в форме нормальных волн, то есть поляритонных волн. Из системы уравнений (1) для монохроматического поля $\exp(-i\omega t + ikz)$ в присутствии внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 можно получить дисперсионное уравнение для поляритонов в бигиротропной среде [4]

$$\begin{vmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} & 0 & -ck\omega^{-1} & 0 \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} & ck\omega^{-1} & 0 & 0 \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ck\omega^{-1} & 0 & \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ -ck\omega^{-1} & 0 & 0 & \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ 0 & 0 & 0 & \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{vmatrix} = 0. \quad (2)$$

В случае, когда в однородно намагниченной среде внешнее магнитное поле перпендикулярно волновому вектору $\mathbf{H}_0 \perp \mathbf{k}_z$, и направлено вдоль оси x (вдоль плоскости пленки $H_{0x} = H_0 - NM_{0x}$, размагничивающий фактор $N = 0$), $H_{0x} = H_0, H_{0y} = 0, H_{0z} = 0$, тензоры диэлектрической и магнитной проницаемостей имеют компоненты

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \tilde{\varepsilon}, \quad \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon_d, \quad \varepsilon_{yz} = -i\varepsilon_{nd}, \quad \varepsilon_{zy} = i\varepsilon_{nd}, \quad \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = 0, \\ \mu_{xx} &= \tilde{\mu}, \quad \mu_{yy} = \mu_{zz} = \mu_d, \quad \mu_{yz} = -\mu_{zy} = -i\mu_{nd}, \quad \mu_{xy} = \mu_{xz} = \mu_{yx} = \mu_{zx} = 0, \end{aligned}$$

$$\text{где } \tilde{\varepsilon} = 1 + \frac{\omega_I^2}{\tilde{\Omega}^2} + \frac{\omega_e^2}{\tilde{\omega}^2}, \quad \varepsilon_d = 1 + \frac{\omega_I^2 \tilde{\Omega}^2}{\tilde{\Omega}^4 - \omega_{IB}^2 \omega^2} + \frac{\omega_e^2 \tilde{\omega}^2}{\tilde{\omega}^4 - \omega_{eB}^2 \omega^2},$$

$$\varepsilon_{nd} = \frac{\omega_I^2 \omega_{IB} \omega}{\tilde{\Omega}^4 - \omega_{IB}^2 \omega^2} + \frac{\omega_e^2 \omega_{eB} \omega}{\tilde{\omega}^4 - \omega_{eB}^2 \omega^2}, \quad \tilde{\mu} = 1 + 4\pi\chi_S \frac{i\omega_R}{\omega + i\omega_R},$$

$$\mu_d = 1 + 4\pi\chi_S \frac{\omega_R^2 + \omega_H^2 - i\omega_R \omega}{\omega_H^2 - \omega^2 + \omega_R^2 - i2\omega_R \omega}, \quad \mu_{nd} = \frac{4\pi\chi_S \omega_H \omega}{\omega_H^2 - \omega^2 + \omega_R^2 - i2\omega_R \omega},$$

$\omega_I^2 = 4\pi e_{eff}^2 N_C / m_{eff}$, $\omega_e^2 = 4\pi e^2 N_e / m$ - ионная и электронная плазменные частоты, $\tilde{\omega}^2 = \omega_0^2 - \omega^2 - i\Gamma\omega$, $\tilde{\Omega}^2 = \Omega_1^2 - \omega^2 - i\Gamma\omega$, $\omega_{IB} = e_{eff} B_{0x} / m_{eff} c$, $\omega_{eB} = e B_{0x} / mc$, $B_{0x} = H_{0x} + 4\pi M_{0x} = (1 + 4\pi\chi_S) H_{0x}$ - индукция магнитного поля, M_0 - намагниченность, $\chi_S = M_S / H_S$, $\omega_H = \gamma H_{0x}$, $\gamma = ge / 2mc$ - гиромагнитное соотношение, ω_R - частота релаксации. Дисперсионное уравнение, полученное из (2) при $\mathbf{H}_0 \perp \mathbf{k}_z$, приобретает вид

$$\frac{\omega^4}{c^4} \tilde{\varepsilon} \tilde{\mu} (\varepsilon_d^2 - \varepsilon_{nd}^2) (\mu_d^2 - \mu_{nd}^2) - \frac{\omega^2}{c^2} k^2 [\tilde{\varepsilon} \varepsilon_d (\mu_d^2 - \mu_{nd}^2) + \tilde{\mu} \mu_d (\varepsilon_d^2 - \varepsilon_{nd}^2)] + k^4 \varepsilon_d \mu_d = 0. \quad (3)$$

В случае, когда внешнее магнитное поле параллельно волновому вектору $\mathbf{H}_0 // \mathbf{k}_z$, $H_{0x} = 0, H_{0y} = 0, H_{0z} = H_0 - 4\pi M_{0z}$ (перпендикулярно плоскости пленки, размагничивающий фактор $N = 4\pi$), тензоры диэлектрической и магнитной проницаемостей имеют компоненты

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_d, \quad \varepsilon_{zz} = \tilde{\varepsilon}, \quad \varepsilon_{yx} = -\varepsilon_{xy} = i\varepsilon_{nd}, \quad \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zx} = \varepsilon_{zy} = 0, \\ \mu_{xx} = \mu_{yy} = \mu_d, \quad \mu_{zz} = \tilde{\mu}, \quad \mu_{xy} = -\mu_{yx} = -i\mu_{nd}, \quad \mu_{xz} = \mu_{yz} = \mu_{zx} = \mu_{zy} = 0, \end{aligned}$$

где $\omega_{IB} = e_{\text{eff}} B_{0z} / m_{\text{eff}} c$, $\omega_{eB} = e B_{0z} / mc$, $\omega_H = \gamma H_{0z}$, а дисперсионное уравнение приобретает вид

$$\frac{\omega^4}{c^4} (\varepsilon_d^2 - \varepsilon_{nd}^2) (\mu_d^2 - \mu_{nd}^2) - 2 \frac{\omega^2}{c^2} k^2 (\varepsilon_d \mu_d - \varepsilon_{nd} \mu_{nd}) + k^4 = 0. \quad (4)$$

Скорость поляритонов в бигиротропной среде зависит от напряженности и направления внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 по отношению к направлению распространения поляритонной волны \mathbf{k}_z , так как компоненты тензоров диэлектрической и магнитной проницаемостей являются функциями \mathbf{H}_0 . Из дисперсионных уравнений (3) и (4), представленных в виде $k^4 - 2\bar{a}_{1,2} k^2 + \bar{b}_{1,2} = 0$, легко получить решения для волновых векторов поляритонных волн

$$k_{1,2}^{\pm} = \frac{\omega}{c} n_{1,2}^{\pm}, \quad (5)$$

где $n_{1,2}^{\pm} = \left[\bar{a}_{1,2} \pm (\bar{a}_{1,2}^2 - \bar{b}_{1,2})^{1/2} \right]^{1/2}$ – показатель преломления среды, $\bar{a}_1 = \frac{1}{2} \left[\frac{\tilde{\varepsilon}}{\mu_d} (\mu_d^2 - \mu_{nd}^2) + \frac{\tilde{\mu}}{\varepsilon_d} (\varepsilon_d^2 - \varepsilon_{nd}^2) \right]$, $\bar{b}_1 = \frac{\tilde{\varepsilon} \tilde{\mu}}{\varepsilon_d \mu_d} (\varepsilon_d^2 - \varepsilon_{nd}^2) (\mu_d^2 - \mu_{nd}^2)$ при $\mathbf{H}_0 \perp \mathbf{k}_z$, и $\bar{a}_2 = \varepsilon_d \mu_d - \varepsilon_{nd} \mu_{nd}$, $\bar{b}_2 = (\varepsilon_d^2 - \varepsilon_{nd}^2) (\mu_d^2 - \mu_{nd}^2)$ при $\mathbf{H}_0 // \mathbf{k}_z$. При обеих конфигурациях полей, $\mathbf{H}_0 \perp \mathbf{k}_z$ (эффект Коттона-Мутона) и $\mathbf{H}_0 // \mathbf{k}_z$ (эффект Фарадея), в среде имеет место «двулучепреломление» $n_{1,2}^{\pm}$ для поляритонов. Оно обусловлено изменением показателя преломления среды при воздействии внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 , в результате которого возникает анизотропия среды вследствие формирования оптической оси вдоль магнитного поля. При $H_0 = 0$ компоненты тензоров диэлектрической и магнитной проницаемости имеют значения $\varepsilon_d = \tilde{\varepsilon}$, $\varepsilon_{nd} = 0$, $\mu_d = \tilde{\mu}$, $\mu_{nd} = 0$, тогда $\bar{a}_{1,2}^2 = \bar{b}_{1,2}$, и двулучепреломление для поляритонов исчезает, $n_1 = n_2 = \sqrt{\tilde{\varepsilon} \tilde{\mu}}$.

Подставляя значения волновых векторов $k_{1,2}^{\pm}$ (5) в выражение $v_i = \text{Re}(dk_i / d\omega)^{-1}$, находим групповые скорости поляритонов при соответствующих значениях показателя преломления

$$v_{1,2}^{\pm} = c \left[\text{Re} \left(n_{1,2}^{\pm} + \omega \frac{dn_{1,2}^{\pm}}{d\omega} \right) \right]^{-1}. \quad (6)$$

Из выражения (6) следует, что в зависимости от направления внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 по отношению к волновому вектору \mathbf{k}_z формируются два типа поляритонов, распространяющиеся вдоль оси z с разными скоростями –

«быстрые» и «медленные». Наложение магнитного поля \mathbf{H}_0 на магнитный диэлектрик приводит к возникновению анизотропии среды в результате формирования оптической оси. Если внешнее магнитное поле \mathbf{H}_0 направлено под углом θ к волновому вектору \mathbf{k}_z , то напряженность внешнего магнитного поля поперек волнового вектора $H_{01} = H_0 \sin \theta$, и вдоль волнового вектора $H_{02} = H_0 \cos \theta$ зависит от угла θ . Согласно уравнению волновых нормалей Френеля [5]

$$\frac{1}{(v_{\phi}^{\pm})^2 - (v_{\phi 1}^{\pm})^2} + \frac{1}{(v_{\phi}^{\pm})^2 - (v_{\phi 2}^{\pm})^2} = 0 \quad (7)$$

«средняя» фазовая скорость v_{ϕ}^{\pm} связана с фазовыми скоростями поперек $v_{\phi 1}^{\pm}$ и вдоль $v_{\phi 2}^{\pm}$ магнитного поля \mathbf{H}_0 соотношением $(v_{\phi}^{\pm})^2 = [(v_{\phi 1}^{\pm})^2 + (v_{\phi 2}^{\pm})^2] / 2$. Из этого выражения находим показатель преломления для волны, распространяющейся вдоль оси z , когда магнитное поле \mathbf{H}_0 направлено под углом θ к оси z ,

$$n^{\pm} = \sqrt{2n_1^{\pm}n_2^{\pm} \left[(n_1^{\pm})^2 + (n_2^{\pm})^2 \right]^{-1/2}}. \quad (8)$$

В общем случае варьирование и напряженности, и направления магнитного поля \mathbf{H}_0 приводит к изменению показателя преломления n^{\pm} . Определить изменение показателя преломления мы можем при помощи анализа интерференционной картины, измеряя сдвиг интерференционных полос.

Изменение показателя преломления феррит-гранатовой пленки при изменении направления внешнего постоянного магнитного поля \mathbf{H}_0 по отношению к волновому вектору \mathbf{k}_z вызывает сдвиг интерференционных полос на величину $\Delta = \Delta n(\theta)L$, где $\Delta n(\theta) = n(\theta) - n(\theta_0)$ – изменение показателя преломления пленки, θ – угол между векторами \mathbf{H}_0 и \mathbf{k}_z , $\theta_0 = \pi/2$. Величина сдвига полос Δ_{λ} в долях длины волны λ при изменении угла θ внешнего магнитного поля $H_0 = const$ может быть рассчитана по формуле

$$\Delta_{\lambda} = [n(\theta) - n(\theta_0)] L \lambda^{-1}. \quad (9)$$

Сигнал в среде переносится с групповой скоростью v_g , то есть скоростью поляритонов $v = v_g$. Поэтому, меняя напряженность или направление внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 , мы можем управлять скоростью v передачи сигнала в среде.

2. ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТИ ПОЛЯРИТОНОВ

Для определения зависимости скорости поляритонов от направления внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 можно собрать экспериментальную установку на основе интерферометра Маха-Цендера. В качестве источника в установке может быть

использован He-Ne лазер 1 с длиной волны излучения $\lambda = 0.633$ мкм. Лазерный пучок в такой установке должен проходить через первый делительный кубик и расщепляется в нем на объектный и опорный пучки. В объектный пучок должна помещаться феррит-гранатовая пленка типа «легкая плоскость» толщиной L , с полем насыщения H_S . Внешнее магнитостатическое поле может создаваться постоянными магнитами с напряженностью поля $H_0 > H_S$, закрепленными на вращающейся платформе. Объектный пучок после прохождения пленки и опорный пучок должны собираться вторым делительным кубиком, интерференционная картина может фиксироваться CCD-камерой и выводиться на монитор компьютера.

Интерференционные полосы смещаются в зависимости от угла θ внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 (Рис. 1).

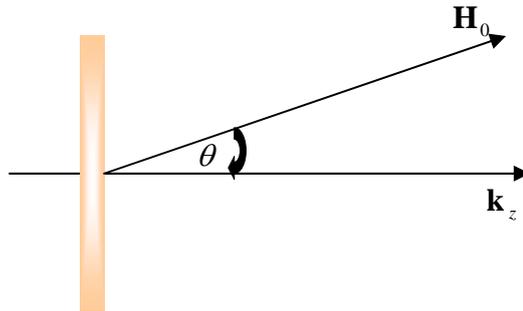


Рис. 1. Ориентация внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 по отношению к волновому вектору \mathbf{k}_z .

Смещение полос может быть измерено при напряженности однородного внешнего магнитного поля H_0 , которое превышает напряженность поля насыщения H_S пленки, формируя в ней монокристаллическую структуру. Такое внешнее магнитное поле практически не меняет частоты $\omega_{IB}, \omega_{eB}, \omega_H$ (то есть величины компонент тензоров диэлектрической и магнитной проницаемостей феррит-гранатовой пленки), но меняет угол θ индуцированной оптической оси, причем пленка остается монокристаллической. Изменение толщины феррит-гранатовой пленки в результате магнитострикции $\Delta L/L \approx 10^{-6}$ [6] может приводить к сдвигу интерференционных полос. Оценка показывает, что изменение толщины пленки может привести к сдвигу полос на величину (в длинах волн) $\Delta\lambda = n(\pi/2)\Delta L\lambda^{-1} \approx 10^{-5}$, то есть магнитострикционным эффектом мы можем пренебречь. Теоретическая кривая, показывающая зависимость $\Delta\lambda$ при изменении угла магнитного поля, была рассчитана для параметров феррит-гранатовой пленки $L = 11.7 \mu m$, $\chi_S = 0.3$, $\Omega_{\perp} = 5 \cdot 10^{13} s^{-1}$, $\omega_0 = 0.4 \cdot 10^{16} s^{-1}$, $\omega_l = 0.3 \cdot 10^{14} s^{-1}$, $\omega_e = 10^{16} s^{-1}$, $\Gamma \rightarrow 0$, $\omega_R \rightarrow 10^9 s^{-1}$ и напряженности внешнего магнитного поля $H_0 = 250 Oe$.

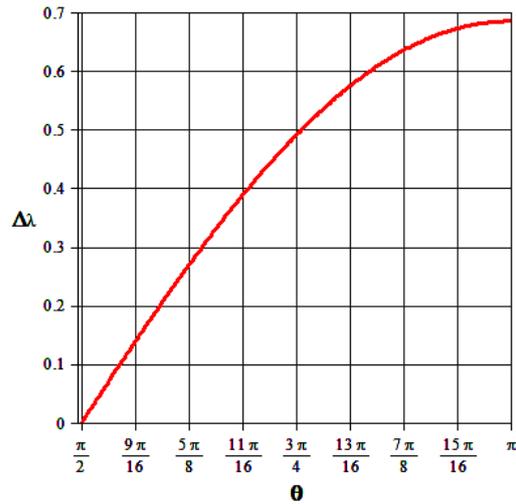


Рис. 2. Зависимость величины сдвига интерференционных полос $\Delta\lambda$ (в длинах волн) от угла θ внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 .

Определить скорость поляритонов можно с помощью формулы $v = c(n + A)^{-1}$, где $n = n(\pi/2) + \lambda\Delta\lambda/L$, $A = [\omega dn/d\omega]_{\omega} = const$, $\bar{\omega} = 2\pi c/\lambda$. Теоретическая зависимость скорости поляритонов от направления внешнего магнитного поля представлена на Рис. 3.

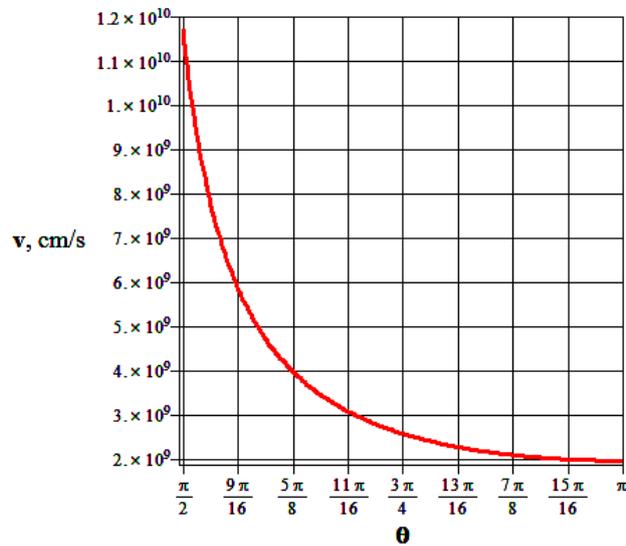


Рис. 3. Зависимость скорости поляритонов v (см/с) от угла θ внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В бигиротропной среде скорость поляритонов в общем случае зависит от напряженности внешнего магнитного поля и его направления по отношению к волновому вектору поляритонной волны. Меняя направление и напряженность магнитного поля, можно управлять скоростью поляритонов в данной среде. В статье предложены способ расчета скорости поляритонов и методика измерения скорости поляритонов, т. е. скорости передачи сигнала в бигиротропной среде в зависимости от направления внешнего магнитного поля по отношению к волновому вектору поляритонной волны. На основе рассмотренного свойства поляритонов – зависимости их скорости от направления внешнего магнитного поля, можно проектировать различные оптические элементы с управляемой скоростью передачи сигнала, в частности, управляемые линии задержки.

Список литературы

1. Каганов М. И. Магноны, магнитные поляритоны, магнитоэлектрические волны / Каганов М. И., Пустыльник Н. Б., Шалаева Т. И. // УФН. – 1997. – Т. 167, № 2. – С. 191-237.
2. Борисов С. Б. Нормальные электромагнитные волны в анизотропной бигиротропной среде / Борисов С. Б., Любчанский И. Л. // Опт. и спектр. – 1988. – Т. 65, № 2. – С. 365-370.
3. Иванов О. В. Распространение электромагнитных волн в анизотропных и бианизотропных слоистых структурах / Иванов О. В. – Ульяновск : УЛГТУ. – 2010.
4. Дзедолик И. В. Поляритоны в нелинейной диэлектрической, магнитной и бигиротропной среде / Дзедолик И. В., Каракчиева О. С. // Ученые записки Таврического национального университета имени В. И. Вернадского. Серия: «Физико-математические науки». – 2011. – Т. 24(63), № 2. – С. 80-103.
5. Борн М. Основы оптики / Борн М., Вольф Э. – Москва : Наука, 1970.
6. Звездин А.К. Магнитооптика тонких пленок / Звездин А. К., Котов В. А. – Москва : Наука, 1988.

Дзедолик І. В. Залежність швидкості поляритонів в бігіротропному середовищі від напрямку зовнішнього магнітного поля / Дзедолик І. В., Каракчієва О. С., Лагунов І. М., Лапаєва С. М. // Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І.Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 133-139.

Теоретично досліджений вплив зовнішнього магнітного поля на швидкість поляритонів в бігіротропному середовищі - феррит-гранатовій плівці. Показано, що міняючи напрям магнітного поля, можна управляти швидкістю розповсюдження поляритонів в бігіротропному середовищі.

Ключові слова: бігіротропне середовище, феррит-гранатова плівка, магнітне поле, поляритон.

Dzedolik I. V. Dependence of polariton velocity in bigyrotropic medium from the direction of external magnetic field / Dzedolik I. V., Karakchieva O. S., Lagunov I. M., Lapaeva S. N. // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2012. – Vol. 25(64), No 1. – P. 133-139.

The influence of external magnetic field on velocity of polaritons in bigyrotropic medium as ferrite-garnet film is investigated theoretically. It is shown that by changing of magnetic field direction is possible to control the velocity of polariton propagation in bigyrotropic medium.

Keywords: bigyrotropic medium, ferrite-garnet film, magnetic field, polariton.

Поступила в редакцію 21.04.2012 г.

УДК 681.7.068 + 537.622

ЭЛЕКТРО - И МАГНИТООПТИЧЕСКИЕ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛИ ДЛЯ ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИХ СЕТЕЙ СВЯЗИ

Басиладзе Г.Д., Бержанский В.Н., Долгов А.И.

*Таврический национальный университет имени В.И. Вернадского, Симферополь, Украина
E-mail: domain@crimea.edu*

На основе литературных данных проанализировано современное состояние разработок в области волоконно-оптических переключателей, базирующихся на не объемных магнитооптических (МО) элементах. Проведено их сравнение с аналогичными устройствами на основе ниобата лития по показателям, характеризующим работу переключателей. Акцентируется внимание на том, что свойственные МО материалам отличительные особенности создают предпосылки для разработки устройств, конкурентоспособных на рынке волоконно-оптических модуляторов и переключателей.

Ключевые слова: волоконно-оптический переключатель, магнитооптическая пленка, активный элемент переключателя.

ВВЕДЕНИЕ

Оптические переключатели являются одними из ключевых элементов волоконно-оптических информационно-телекоммуникационных сетей. Они осуществляют коммутацию оборудования, каналов и потока данных путем прерывания или изменения направления световых потоков в сети. Для этого в существующих сетях используют технологию управления светом, основанную на промежуточном преобразовании светового сигнала в электронный вид. Однако рост объемов передаваемой информации приводит к необходимости все более быстрого управления световыми потоками. Поэтому активно развиваются исследования и разработки, направленные на реализацию технологии непосредственного управления светом без промежуточного преобразования в электронный вид. Создаются волоконно-оптические переключатели и модуляторы, действующие на основе различных физических эффектов, функциональность и эффективность работы которых во многом зависит от свойств используемых материалов. К таким эффектам относятся эффект Поккельса в сегнетоэлектрических материалах и эффект Фарадея в магнитооптических материалах.

В настоящее время наиболее используемыми материалами для построения указанных устройств являются электрооптические (ЭО) материалы [1]. Электрооптические устройства для управления световыми потоками выпускаются серийно [2, 3]. В то время как возможности магнитооптических материалов для модуляции света в силу несовершенства технологии их получения изучены далеко не полностью. В последнее время были синтезированы пленки ферритов гранатов, обладающие достаточными значениями оптической прозрачности и эффекта Фарадея в телекоммуникационном диапазоне длин волн 1270-1652 нм [4]. Это привело к определенной активизации исследований, направленных на выяснение возможностей данных материалов и их конкурентоспособности по сравнению с другими материалами.

Целью данной работы является сравнение параметров существующих электрооптических переключателей и модуляторов, построенных, как правило, на основе сегнетоэлектрических кристаллов, с реальными и прогнозируемыми характеристиками аналогичных магнитооптических устройств на тонких пленках, а также определение путей их дальнейшего совершенствования.

1. ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКИЕ МОДУЛЯТОРЫ И ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛИ

1.1. Принцип действия электрооптических устройств

В основе действия электрооптических модуляторов и переключателей лежит линейный электрооптический эффект Поккельса, при котором под действием приложенного к кристаллу электрического поля происходит изменение коэффициента преломления света. Наилучшими электрооптическими характеристиками, реализуемыми в промышленности, обладают кристаллы ниобата лития LiNbO_3 [2] и титанита-цирконата свинца-лантана $(\text{Pb,La})(\text{Zr,Ti})\text{O}_3$ (PLZT) [3].

В качестве примера оптического переключателя на Рис. 1 схематически изображен волноводный переключатель на основе кристалла LiNbO_3 [5]. Активный элемент включает в себя два канальных волновода, которые в области связи расположены друг от друга на расстоянии нескольких длин волн оптического сигнала, а также управляющие этой связью электроды.

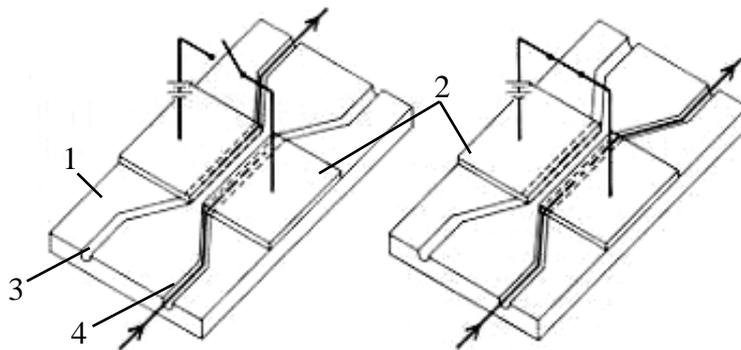


Рис. 1. Активный элемент волноводного электрооптического переключателя на основе кристалла LiNbO_3 , где 1 – монокристаллический LiNbO_3 , 2 – электроды, 3 и 4 – волноводные каналы.

Волноводы переключателя выполняются симметричными, они должны быть максимально близки по своим свойствам. При отсутствии напряжения на электродах оба волновода имеют одну и ту же постоянную распространения и световая волна, введенная в один волновод, переходит в другой. Если к электродам прикладывается напряжение, то в результате эффекта Поккельса происходит изменение показателя преломления LiNbO_3 , меняется постоянная распространения волноводов, что вызывает понижение коэффициента связи и свет выходит из противоположного конца подводящего волновода.

Требуемая для такого переключения величина управляющего напряжения, в общем случае, зависит от электрооптического коэффициента LiNbO_3 с образованными в нем волноводами, электродов, создающих электрическое поле поперечно направлению распространения света, и длины связи волноводов в зоне воздействия электрического поля.

Для создания волноводов на поверхность кристалла LiNbO_3 фотолитографическим методом наносится соответствующий рисунок из тонкой пленки титана. Высокая температура Кюри LiNbO_3 (1100 - 1180 °С) делает его удобным для формирования в нем оптических волноводов с малыми потерями путем осуществления диффузии металлов [6]. Титан при нагревании (~1000 °С) диффундирует в кристалл LiNbO_3 на глубину нескольких микрон. В результате, за счет увеличившихся по сравнению с LiNbO_3 показателей преломления n_e и n_o образуются два волноводных канала в виде направленного ответвителя конфигурации 2 x 2, в котором могут распространяться ТЕ и ТМ волноводные моды. В области связи волноводов, используя методы фотолитографии, напыления и химического осаждения, образуют электроды толщиной от нескольких микрон до 15 мкм [7]. Материал электродов может влиять на величину управляющего напряжения, необходимого для работы переключателя. Обычно используются электроды из аквадага, серебросодержащей пасты, напыленного в вакууме серебра или золота. Торцы кристалла LiNbO_3 полируются для соединения волноводов с оптическими волокнами. Геометрические размеры подобного элемента, изготовленного из заготовки размерами примерно (1 x 7,8 x 20) мм, составляют (1 x 2,5 x 20) мм³ [8].

1.2 Основные характеристики электрооптических устройств

Среди показателей, характеризующих работу переключателей, особенно важным является скорость переключения. В иерархии скоростей переключения в оптических сетях различают обычно четыре уровня: низкие скорости – порядка 10^{-3} с, средние – порядка 10^{-6} с, высокие – порядка 10^{-9} с, очень высокие – порядка 10^{-12} с. Они достаточны для осуществления, соответственно, следующих операций: автоматической конфигурации-реконфигурации, защитного переключения колец или альтернативных маршрутов в сетях, коммутации потоков данных (пакетов), внешней модуляции светового потока потоком бит данных [9].

Важными показателями являются также:

- вносимые коммутатором потери – вызываемое коммутатором ослабление сигнала;
- переходное затухание (перекрестные помехи) коммутатора – отношение мощности сигнала на нужном (скоммутированном) выходе к мощности сигнала на всех остальных выходах;
- поляризационные потери коммутатора (PDL) – ослабление коммутируемого сигнала, вызванное изменениями поляризации на входе.

Кроме перечисленных показателей, существенной характеристикой является потребляемая коммутатором мощность. Целью любой конструкторской разработки волноводного переключателя или модулятора для оптических интегральных схем

является достижение большой полосы пропускания Δf при низкой управляющей мощности P [10].

Скорость переключения. Так как линейный электрооптический эффект в основном обусловлен переходами в электронной подсистеме, то временной отклик изменения показателя преломления приближается к времени релаксации электронной подсистемы ($10^{-13} \div 10^{-14}$ с) [11]. То есть в определенном смысле электрооптический эффект является практически безинерционным. Поэтому на его основе принципиально возможно создание модуляторов и переключателей с быстродействием 10^{-12} с и верхней граничной частотой до сотен гигагерц [10]. Однако в реальных условиях оптическая и модулирующая волны имеют различные скорости распространения, поэтому в модуляторах бегущей волны, обладающих наибольшим быстродействием, необходимо принимать специальные меры по согласованию групповых скоростей световой и модулирующей СВЧ-волны. Если такое согласование не обеспечено, то граничная частота модуляции f_{zp} , обусловленная фазовым рассогласованием волн, определяется формулой $f_{zp} \approx c/\pi\varepsilon^{1/2}l$, где c – скорость света в вакууме; ε – диэлектрическая проницаемость материала оптического волновода, l – длина волновода [12]. На частотах $f < f_{zp}$ емкость системы электродов C определяет ширину полосы модулятора Δf (и, следовательно, время переключения переключателя $T = 1/2\pi \Delta f$, $\Delta f = 1/\pi RC$, где R – сопротивление нагрузки, которое должно быть согласовано с выходным сопротивлением ВЧ-генератора [10].

Быстродействие и ширина полосы модуляторов и переключателей света различных типов, использующих электрооптический эффект, в основном определяются конфигурацией и схемой включения электродов. Принято различать модуляторы с электродами в виде сосредоточенной цепи или передающей линии с согласованными импедансами [10]. Система электродов, используемая в переключателях, построенных подобно представленному выше на Рис. 1, относится к первому типу. Быстродействие таких устройств ограничено характерным временем τ , зависящим от значений R и C цепи. Частота модуляции в таких модуляторах на основе LiNbO_3 , не превышает 2 ГГц. Если же использовать передающую линию бегущей волны, то быстродействие и эффективность модуляции определяются частотой модулирующего сигнала и различием фазовых скоростей оптической и модулирующей волн в модуляторе [10]. Такие модуляторы на основе LiNbO_3 , выпускаемые промышленно [2] обладают шириной полосы порядка 20 ГГц.

Относительно отмечаемых в литературе ограничений по частотным возможностям электрооптических модуляторов на LiNbO_3 следует отметить работу [13]. Согласно ей имеющиеся в продаже современные оптические компоненты хорошо работают на частотах только до 20 ГГц [13]. Скорость переключения выпускаемых на сегодняшний день промышленностью переключателей на LiNbO_3 конфигурации 1x2 [2] составляет порядка 10 нс.

Вносимые потери. Современная технология позволяет формировать в кристалле LiNbO_3 направленные ответвители 2 x 2 с относительно высоким

светопропусканием. Уровень потерь в них не превышает 0,5 дБ/см. Более существенны потери оптической мощности, которые возникают на месте соединения оптического волокна и канального волновода из-за несогласованности параметров волокна и волновода – потери на отражение, а также потери, вызванные несовпадением распределений модовых полей в волокнах и канальном волноводе [14]. Потери на отражение в канальном волноводе во многом зависят от способа образования связи между торцами волокна и волновода (т. е. от точности обработки соединяемых торцов, наличия или отсутствия просветляющих покрытий, показателя преломления адгезивного материала и т.п.).

Что касается потерь, вызванных несовпадением распределений модовых полей в волокне и канальном волноводе, то расчеты показывают [15], что максимальная эффективность связи между одномодовым оптическим волокном круглого сечения и одномодовым Ti: LiNbO_3 волноводом достигается при совпадении поперечного размера моды канального волновода с полушириной распределения интенсивности поля моды волокна, определенной на уровне половины максимума интенсивности.

Относительно реально достигнутых значений вносимых потерь электрооптических переключателей отметим, что для выпускаемых промышленно современных переключателей конфигурации 1 x 2 на LiNbO_3 [2] и PLZT ($(\text{Pb},\text{La})(\text{Zr},\text{Ti})\text{O}_3$) [3] этот параметр составляет величину около 3 и 5 дБ, соответственно.

Обращает на себя внимание отмеченная в работе [7] восприимчивость кристалла LiNbO_3 к фоторефрактивному оптическому повреждению на длинах волн меньше 1 мкм. Эта восприимчивость, как правило, незначительна для оптической мощности менее 100 мВт.

Потребляемая мощность. Потребляемая электрооптическим коммутатором мощность P зависит от прилагаемого к электродам рабочего напряжения U или, как принято для модуляторов, полуволнового напряжения $U_{1/2}$. Под полуволновым напряжением понимается минимальное напряжение, необходимое для изменения коэффициента пропускания модулятора от минимального до максимального значения или изменения фазовой задержки $\Delta\varphi$ на π радиан [11]. Полуволновые напряжения прямо пропорциональны длине волны света и обратно пропорциональны электрооптическому коэффициенту. Модулятор может быть представлен в виде конденсатора емкостью C , включенного в колебательный контур, ширина Δf полосы пропускания которого удовлетворяет соотношению $\pi RC\Delta f = 1$. Тогда требуемая управляющая мощность равна $P = U^2/2R = \pi CU^2\Delta f/2$ [16]. Часть мощности рассеивается в активной области пространства модулятора или переключателя и ее величина зависит от конструкции его рабочих элементов. Один из возможных путей минимизации значения $U_{1/2}l$ – это оптимизация геометрического параметра d/g [10]. Для получения оптимальной конструкции модулятора (переключателя) необходимо оптимизировать интеграл перекрытия полей g в зависимости от ширины межэлектродного зазора d , ширины распределения волноводной моды, используемой конфигурации электродов (определяющей компоненты электрического поля E_{\parallel} и E_{\perp}) и относительных размеров электродов и оптических волноводов.

В случае модуляторов потребляемая электрическая мощность увеличивается с увеличением частоты модуляции [17]. Поэтому характерным показателем является потребляемая мощность на единицу ширины полосы модулятора $P/\Delta f$. Во многих системах величина удельной мощности $(P/\Delta f)_2$ определяет одну из главных статей эксплуатационных расходов, поэтому ее можно использовать как критерий качества модуляторов при определении их применимости для конкретных целей [11].

Верхний частотный предел определяется допустимой мощностью рассеяния в цепи управления, которая равняется $P = 0,5CU^2\Delta f$ [18].

Согласно работе [17] мощность, потребляемую при работе оптических переключателей, работающих при больших скоростях переключения сигналов можно оценить во многом сходным способом, как это делают в случае оптических модуляторов. Поэтому в этом случае $P/\Delta f$ является полезным критерием. Однако, если переключение осуществляется при сравнительно низких скоростях, более существенной величиной является мощность, затрачиваемая для удержания переключателя в определенном рабочем положении. В идеале переключатель может потреблять мощность только во время смены состояний; мощность, затрачиваемая в нем на поддержание состояния, должна быть незначительной.

Для электрооптических переключателей необходимо присутствие электрического поля для поддержания хотя бы одного положения [17]. В данном случае исключение составляют, например, переключающие элементы на основе электрооптического эффекта, выполненные из аморфного материала и обеспечивающие сохранение стабильных состояний переключения без непрерывного подвода энергии, однако их время переключения имеет довольно высокое значение, поскольку переходные процессы между стабильными состояниями занимают интервалы времени в диапазоне миллисекунд [19].

Потребляемая мощность промышленно выпускаемых переключателей на LiNbO_3 [2] на частоте 1 МГц составляет ~ 2 мВт при напряжении, подаваемом на электроды 5 В. Аналогичные характеристики переключателя на PLZT – до 2 мВт на частоте 1 МГц и до 20 мВт на частоте 10 МГц при переключающем напряжении 10 В [3].

Переходное затухание в зависимости от длины волны. Планарные волноводные схемы (PLC) электрооптических переключателей могут быть довольно быстродействующими (~ 10 нс) и достаточно надежными [20]. Однако они имеют спектральную зависимость и относительно высокие перекрестные помехи. Современные промышленно выпускаемые переключатели на основе LiNbO_3 (см., например [2]) являются одноволновыми, т.е. рассчитаны для работы на одной из заданных длин волн спектрального диапазона, используемого в телекоммуникационных волоконно-оптических сетях. Применяемые в сетях связи полупроводниковые лазерные диоды, предназначенные для работы на определенной длине волны, на самом деле могут иметь некоторое отклонение от заявленного номинала (центральной длины волны). Кроме того, возможны температурные колебания окружающей среды и в системе стабилизации температуры самого лазера, что приводит к зависимости [21] длины волны лазера от температуры. Колебания рабочей длины волны могут ухудшить показатель перекрестных помех переключателя. Причиной этого является изменение коэффициента

межволноводной связи, вызванное изменением степени перекрытия полей волноводных мод в зоне связи волноводов.

Поляризационные потери. В общем случае электрооптические переключатели на основе направленных ответвителей чувствительны к поляризации световых волн [10]. Как известно, если электрическое поле приложено вдоль выбранного направления (например, ось z), показатель преломления n_z не изменится, а показатели преломления в плоскости, перпендикулярной оси z , изменяются на величину Δn , пропорциональную электрическому полю E_z (например, $n_x = n + \Delta n$, $n_y = n - \Delta n$) [18]. Величина линейного электрооптического эффекта определяется выражением $\Delta n = rE_z n^3/2$, где r – электрооптический коэффициент, n – показатель преломления материала в отсутствии поля. Поэтому изменение направления поляризации входного светового пучка будет приводить к изменению требуемого фазового согласования между оптическими полями в связанных волноводах, необходимого для полной перекачки света в соседний волновод.

Выбором специальной системы электродов либо соответствующей ориентации монокристаллической подложки ниобата лития можно создать переключатели и модуляторы, не чувствительные к поляризации [17]. В работе [22] отмечено, что их поляризационная зависимость, может быть снижена только ценой повышения управляющего электрического напряжения, которое в свою очередь ограничивает скорость переключения. Так, например, если переключателю света компании «Eospace» [2], рассчитанному на работу с линейно поляризованным светом, требуется напряжение 5 В, то рабочее напряжение переключателя, рассчитанного на работу в поляризационно-независимом режиме, составляет уже 15 В.

2. МАГНИТООПТИЧЕСКИЕ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛИ И МОДУЛЯТОРЫ

2.1. Принцип действия магнитооптических устройств

Коммутация светового потока в МО переключателях, в отличие от ЭО переключателя на LiNbO_3 , не происходит непосредственно в зоне воздействия управляющего поля. Эту функцию осуществляют дополнительные оптические устройства, примыкающие к магнитоактивному элементу. Последний осуществляет лишь поляризационную модуляцию света при воздействии на него управляющего магнитного поля. Наиболее часто используемыми дополнительными оптическими устройствами являются поляризационно-селективные разветвители [23-25].

Поляризационная модуляция в МО элементе происходит благодаря эффекту Фарадея при приложении к нему переменного магнитного поля с амплитудой H , когда его вектор или его компонента параллельны распространению света в МО элементе. Величину вращения плоскости поляризации света в градусах для приложенного магнитного поля H формально можно записать как $\theta = \chi_M(\theta_F/4\pi M_S)Hl$, где χ_M – магнитооптическая восприимчивость, M_S – намагничивание насыщения, l – длина пути света в среде, θ_F – удельное фарадеевское вращение [11].

В [23, 26], рассмотрен гипотетический вариант полностью волоконно-оптического переключателя, (см. Рис. 2), где в качестве МО вращателя предлагается использовать магнитооптическое монокристаллическое волокно из феррита граната

иттрия (YIG). Сплавные поляризационные разветвители в этой схеме конфигурации 1 x 2 разделяют и объединяют поступающие на их входы световые потоки с ортогонально ориентированными плоскостями поляризации.

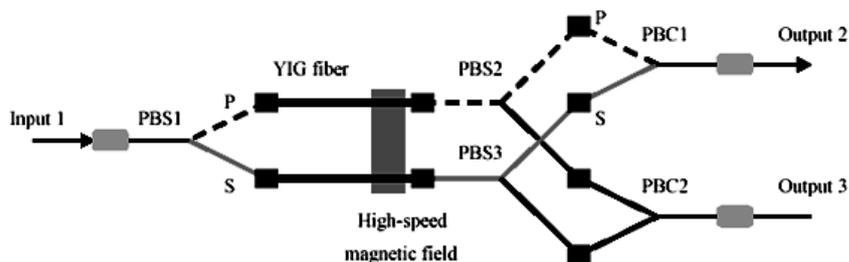


Рис. 2. Оптическая схема переключателя на основе магнитооптических монокристаллических волокон и поляризационных разветвителей (состояние $H=0$).

Поступающий во входной порт 1 (см. Рис. 2) поляризационно-селективного разветвителя (делителя) PBS1 световой сигнал расщепляется в нем на ортогонально поляризованные S и P составляющие. Эти сигналы, проходя через магнитооптические волокна, попадают на входы делителей PBS2 и PBS3, соответственно. Когда магнитное поле выключено, сигналы P и S направляются делителями PBS2 и PBS3 в два порта поляризационного разветвителя (объединителя) PBC1, где они объединяются и выходят через порт 2 оптической схемы переключателя. При включении магнитного поля, в результате поворота на 90° плоскостей поляризации, проходящих через магнитооптические волокна световых сигналов, они направляются делителями PBS2 и PBS3 в два порта объединителя PBC2, где они объединяются и выходят через порт 3 оптической схемы переключателя.

В работе [24] в качестве МО вращателей использованы выращенные на подложке из GGG толщиной 500 мкм эпитаксиальные пленки феррита граната (ЭПФГ) $[Bi_{1,1} Tb_{1,9}][Fe_{4,25} Ga_{0,75}]O_{12}$ толщиной 330 мкм, имеющие лабиринтную доменную структуру. Входные и выходные оптические волокна ориентированы ортогонально к поверхностям пленок.

В работе [27] нами предложена конструкция переключателя, на основе планарно-ориентированных магнитоактивных пленок с торцевым подсоединением одномодовых оптических волокон. Такая схема переключателя (см. Рис. 3) работает аналогично, показанной на Рис. 2. Следует отметить, что в отличие от магнитооптических монокристаллических волокон, технология получения магнитооптических монокристаллических пленок является промышленно освоенной и они доступны для разработчиков переключателей.

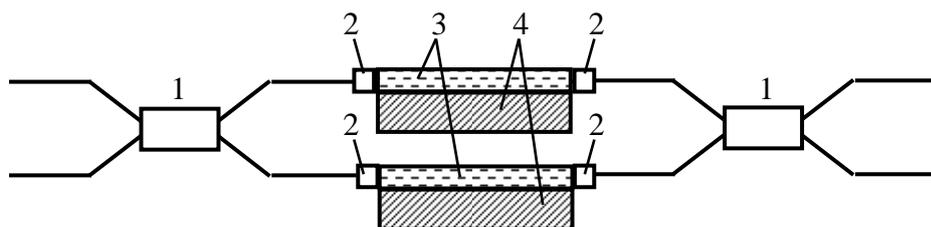


Рис. 3. Схема переключателя 2 x 2 с планарной ориентацией ЭПФГ в оптической цепи, где 1 – одномодовый поляризационно-селективный разветвитель 2x2, 2 – волоконная линза, 3 – МО пленка, 4 – подложка.

Для исполнения переключателя в варианте конфигурации 1 x 2 входной разветвитель 2 x 2 заменяется разветвителем 1 x 2 [24, 28]. Следует отметить, что подобная схема может работать с одним МО элементом в качестве вращателя для обоих плеч. Для исследования указанной конструкции нами в работе [29] был создан оптический модуль, где данная схема была реализована на стадии конструирования узла соединения входных волокон с пленкой.

В ряду магнитооптических материалов существенный интерес представляют ЭПФГ с плоскостной или близкой к ней магнитной анизотропией, имеющие толщину магнитоактивного слоя, согласующегося с диаметром стандартного одномодового волокна (≈ 9 мкм). Анализ литературы показывает, что возможности таких пленок применительно к оптическим переключателям не достаточно изучены. Пленки с анизотропией типа «легкая плоскость» обладают важным преимуществом – малыми полями перемагничивания, что делает их перспективными для создания переключателей с относительно малым энергопотреблением.

1.2. Основные характеристики тонкопленочных магнитооптических устройств

Скорость переключения. Экспериментальные данные по скоростным характеристикам волоконно-оптических устройств, где для модуляции плоскости поляризации использованы МО пленки, представлены в работах [24, 30]. В [24] МО вращатели работали за счет процессов смещения доменов при перемагничивании пленки. Время переключения, измеренное по спаданию оптической мощности сигнала при ширине модулирующего импульса 10 кГц, составило 2 мкс. В качестве источника магнитного поля использовался соленоид. В работе [30] в качестве модулятора опробовано устройство, представляющее собой конструкцию жестко связанных с торцом ЭПФГ оптических волокон [29]. Модуляция глубиной 98 % осуществлялась на частоте 120 кГц. Время нарастания и гашения оптического сигнала на выходе анализатора поляризации составляло 4 мкс. В качестве источника магнитного поля использовались катушки Гельмгольца.

Следует отметить, что приведенные в работах [24, 30] показатели быстродействия не могут характеризовать истинный скоростной потенциал устройств с применением МО элементов, так как быстродействие в этом случае ограничивалось индуктивностью источника магнитного поля. В большей мере этот

потенциал характеризуют показатели быстродействия, приведенные в работах [31, 32], где при частоте перемагничивания 1,8 ГГц наблюдалась модуляция амплитуды линейно поляризованного света на выходе анализатора с интервалом времени между максимумами около 300 пикосекунд. Для достижения высоких скоростей переключения необходимо добиваться минимально возможного значения постоянной времени электрической цепи управления полем перемагничивания МО элемента. В работах [31, 32] для этого использован индуктор в виде микрополосковой передающей линии, по которой пропускали синусоидальный ток амплитудой около 74 мА, создающий в плоскости пленки в направлении распространения света магнитное поле с расчетной напряженностью, примерно, 0,3 мТ. В качестве согласованной на 50 Ом линии передачи использована полоска индия толщиной 100 мкм, нанесенная через 100 нм адгезивный слой титана, на поверхность Bi - ЖИГ пленки. При приложении в плоскости пленки статического магнитного поля напряженностью, например 52 мТ, направление которого перпендикулярно переменному магнитному полю и направлению распространения света, регистрировалось время нарастания импульса светового сигнала 343 пс при времени нарастания импульса тока в передающей микрополосковой линии 320 пс.

Что касается скоростных возможностей самого МО материала, то в качестве возможного (фундаментального) препятствия на пути достижения сверхвысоких скоростей переключения может оказаться явление прецессии вектора намагниченности, которое возникает при перемагничивании МО элемента в импульсных магнитных полях длительностью $\sim 10^{-9}$ секунд. Продолжительность этого процесса связана с временем спиновой прецессии или спин-решеточной релаксации. Хотя практические вопросы, связанные с сверхбыстрым импульсным перемагничиванием ($\tau < 1$ нс) и влиянием на него явления прецессии изучены не достаточно, исходя из результатов работ [31, 32], можно рассчитывать на высокое быстродействие МО переключателей. По крайней мере, можно ожидать результата, не уступающего достигнутому [2] для промышленных образцов ЭО переключателей времени 10 нс. В качестве дополнительного аргумента могут служить расчетные данные из работы [33], где показано, что при сильном эффективном поле плоскостной анизотропии колебания намагниченности почти полностью демпфируются и достижимо время намагничивания $\sim 0,15 - 0,2$ нс, при амплитуде намагничивающего импульса $H_m \sim 20 - 40$ Э.

Вносимые потери. Эта характеристика исследовалась в работе [24], при исследовании конструкции с ортогональным соединением волокон с пленкой. Вносимые потери такого переключателя при общей толщине вращателя поляризации ≈ 880 мкм (пленка 330 мкм + подложка 500 мкм) составили 4,8 дБ. Из-за отсутствия коллимирующей оптики, излишние потери в такой конструкции могли быть вызваны расхождением пучка света при прохождении расстояния (≈ 880 мкм) между волокнами.

Ниже приведен результат выполненного нами оценочного расчета вносимых потерь в переключателе, построенном на принципе торцевого соединения волокон с пленкой (Рис. 3). Значения общих вносимых потерь и составляющих видов потерь для трех вариантов согласования МО пленки с оптическими волокнами приведены в

Таблице 1. Расчеты проведены для случая, когда длина оптического пути в МО пленке l_{EFGF} составляет 0,5 мм при удельном затухании света на длине волны 1310 нм $\alpha_{EFGF} = 0,1$ дБ/мм. Рассмотрены следующие варианты контактной среды при соединении волокон с пленкой: воздух ($n = 1,0$), эпоксидный компаунд ($n = 1,5$) и среда с оптимальным показателем преломления ($n = 1,8$).

В основе полученных результатов лежат также следующие положения. Вносимые потери представленных на рынке волоконно-оптических поляризационно-селективных разветвителей 2 x 2 (например, 2 x 2 Polarization Beam Combiner/Splitter от Opto-Link Corporation Ltd.) категории Grade P имеют типичные значения $\alpha_{PBS} = 0,6$ дБ [34]. Примеры согласования волокон и пленки с помощью соответственно, градиентных волоконных и планарных линз показаны на Рис. 4 - 5. Линза, установленная на конце возбуждающего волокна, расширяет поле моды одновременно коллимируя вводимый в МО пленку пучок света. За счет этого расходимость пучка света существенно уменьшается. Линза, установленная на приемном волокне обратно преобразует поле до размера фундаментальной моды одномодового волокна. Аналогично работают планарные микролинзы.

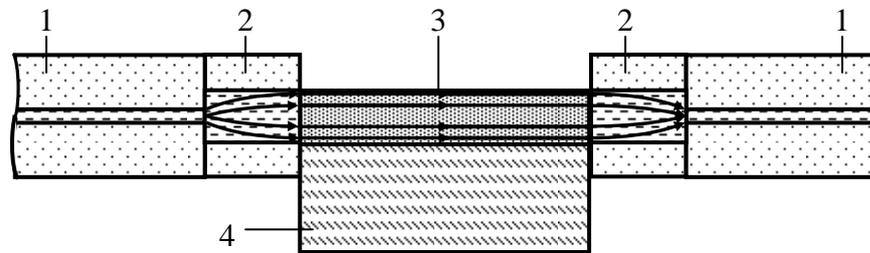


Рис. 4. Согласование одномодовых волокон с торцом МО пленки с помощью коллиматоров, выполненных в виде градиентных волоконных линз, где 1 – одномодовое волокно; 2 – волоконная линза; 3 – МО пленка, толщиной $h = 41,6$ мкм, длиной вдоль направления распространения света $l = 0,5$ мм; 4 – подложка.

По данным [35] волоконная линза на входе расширяет поле моды светового пучка до значения 41,6 мкм. Без учета потерь на френелевское отражение входная линза и линза на выходе вносят в сумме потери 0,2 дБ. Поэтому в расчете принимается, что входное и выходное волокна с градиентными микро линзами имеют вносимые потери $\alpha_{IC} = \alpha_{OC} = 0,1$ дБ.

Планарные микролинзы по данным работы [36] вносят по отдельности дополнительные оптические потери $\approx 0,5$ дБ. В связи с этим принимаем, что дополнительные потери, вносимые входной и выходной планарными микролинзами, соответственно α_{IC} и α_{OC} составляют по 0,5 дБ.

Показатель преломления сердцевинны n_c планарной линзы по данным [37] может варьироваться от 1,4513 до 1,4593. Для среднего значения этого показателя преломления в случае воздушного зазора между линзой и пленкой френелевские

потери при передаче света из планарной линзы в пленку или из пленки в линзу составят $\alpha_{FR} = 0,81$ дБ. При заполнении зазоров эпоксидным клеем Френелевские потери составят $\alpha_{FR} = 0,159$ дБ.

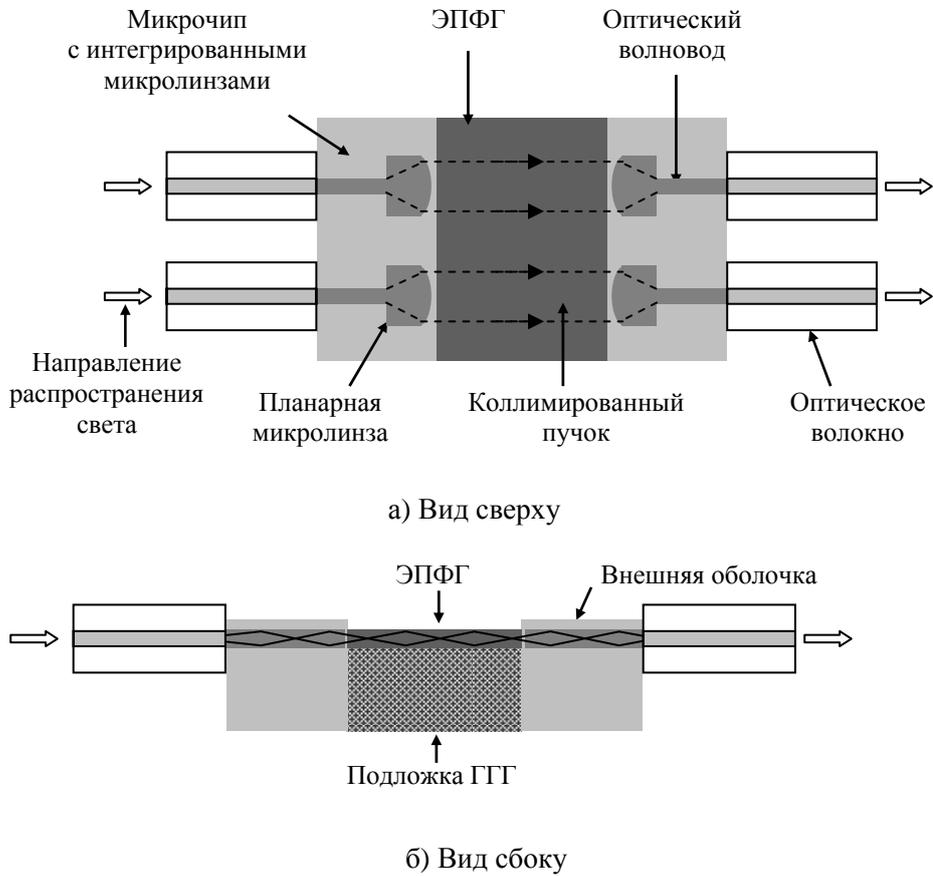


Рис. 5. Подключение оптических волокон к ЭПФГ с помощью планарных линз.

В [37] приводятся данные о значении оптических потерь в планарном волноводе длиной 80 мм с планарными микролинзами на входе и выходе. При передаче света через такую систему оптические потери составляли 3,5 дБ. Если учесть, что суммарные потери в самих линзах ~ 1 дБ, то оптические потери, приходящиеся на поглощение в материале волновода и расширение светового пучка в нем, составляли $2,5/80 \approx 0,032$ дБ/мм. С учетом этого для расчета потерь в МО переключателе с планарными линзами принято допущение, что оптические потери при передаче света между двумя планарными линзами через ЭПФГ длиной 0,5 мм (α_{OL}), за счет расширения пучка света, без учета френелевских потерь и дополнительных потерь в планарных микролинзах, не превысят 0,1 дБ.

Таблица 1

Вносимые потери для трех конструкций планарного магнитооптического переключателя на длине волны света 1310 нм

Вид потерь	Значения оптического затухания для различных случаев согласования ОВ с ЭПФГ					
	без коллиматоров ($h_{ЭПФГ} \approx 9$ мкм)		с коллиматорами в виде волоконных линз ($h_{ЭПФГ} \approx 41$ мкм)		с коллиматорами в виде планарных линз ($h_{ЭПФГ} \approx 9$ мкм)	
Потери во входном поляризационно-селективном разветвителе (α_{PBS1})	0,6 дБ		0,6 дБ		0,6 дБ	
Потери на френелевское отражение при вводе и выводе света из пленки при различных значениях показателя преломления среды n в зазорах ($2 \cdot \alpha_{FR}$)	$n=1,0$	1,64 дБ	$n=1,0$	1,64 дБ	$n=1,0$	1,62 дБ
	$n=1,5$	0,32 дБ	$n=1,5$	0,32 дБ	$n=1,5$	0,32 дБ
	$n=1,8$	0,17 дБ	$n=1,8$	0,17 дБ	$n=1,8$	0,18 дБ
Потери во входном соединителе ОВ с ЭПФГ (α_{IC})	0 дБ		0,1 дБ		0,5 дБ	
Потери, обусловленные несоответствием геометрических размеров входного пучка света и пленки (α_{IL})	0 дБ		0 дБ		0 дБ	
Оптические потери в пленке ($l_{EFGF} \cdot \alpha_{EFGF}$)	$\approx 0,05$ дБ		$\approx 0,05$ дБ		$\approx 0,05$ дБ	
Потери в выходном соединителе ОВ с ЭПФГ (α_{OC})	0		0,1		0,5	
Потери, обусловленные расширением выходного пучка света на выходе пленки (α_{OL})	8 дБ		0,1 дБ		0,1 дБ	
Потери в выходном поляризационно-селективном разветвителе (α_{PBS2})	0,6 дБ		0,6 дБ		0,6 дБ	
Суммарные потери в переключателе при различных значениях показателя преломления среды n в зазорах (α_{MOSW})	$n = 1,0$	10,90 дБ	$n = 1,0$	3,19 дБ	$n = 1,0$	3,97 дБ
	$n = 1,5$	9,57 дБ	$n = 1,5$	1,87 дБ	$n = 1,5$	2,67 дБ
	$n = 1,8$	9,42 дБ	$n = 1,8$	1,72 дБ	$n = 1,8$	2,54 дБ

Таким образом, расчет показывает, что лучший результат по вносимым оптическим потерям получается для варианта конструкции переключателя, применяющего в качестве согласующих элементов градиентные микролинзы. Ожидаемые для этого случая, минимальные вносимые оптические потери переключателя составляют 2,54 дБ.

Потребляемая мощность. В работе [11] приводится выражение удельной мощности на единицу ширины полосы для МО модулятора на основе объемного магнитоактивного элемента. В системе единиц СГС оно записано в виде

$$P/\Delta f = (1/8)(\chi_M - 1)H^2 V_M, \quad (1)$$

где V_M – взаимодействующий со светом объем магнитоактивного элемента.

Для случая, когда фарадеевское вращение на один радиан ($\theta = 57^\circ$) соответствует фазовому сдвигу $\Delta\varphi$ на два радиана между левой и правой круговыми поляризациями оно приобретает вид

$$(P/\Delta f)_2 = 4,1 \cdot 10^4 S^2 [(\chi_M - 1)/\chi_M^2] (4\pi M_S/\theta_F)^2 (\lambda_0/n), \text{ мВт/МГц}, \quad (2)$$

где S – фактор надежности, определяемый отношением поперечного размера оптического канала в активном материале и светового пучка в нем, n – показатель преломления материала.

Таким образом, для объемных МО модуляторов удельная мощность растет только как первая степень λ_0 в отличие от зависимости λ_0^3 для объемного ЭО устройства [11]. Для волноводного устройства, в случае, когда, a не зависит от l (планарный волновод), а b ограничено дифракцией, выражение для удельной мощности приобретает вид [11]

$$(P/\Delta f)_2 = 4,1 \cdot 10^4 S [(\chi_M - 1)/\chi_M^2] (4\pi M_S/\theta_F)^2 a \sqrt{2\lambda_0/nl} \quad (3)$$

В [11] дана примерная оценка нижней границы удельной мощности для волноводного модулятора на основе МО пленки толщиной $h = a = 3,5$ мкм, $\theta_F = 208^\circ \text{см}^{-1}$ и $l = 6$ мм. При параметрах $4\pi M_S = 600$ Гс и $\chi_M \sim 50$, ожидаемая удельная энергия составляет всего лишь $24/\xi$ мкВт/МГц, где ξ – фактор перекрытия приложенного магнитного и оптического полей.

В работе [38] общая потребляемая мощность МО модулятора выражена в виде $P = 0,5 \omega L I^2$, где L – индуктивность провода, I – ток, ω – круговая частота модуляции для данного устройства.

Из практических результатов отметим работу [31], где в модуляторе использовалась пленка состава $(Y_{0,6}Bi_{0,4}LuPr)_3(FeGa)_5O_{12}$, толщиной 4,5 мкм, которая обладала намагниченностью насыщения ($\mu_0 M_S$) равной 9 мТ и протяженностью в направлении распространения света в плоскости 60 мкм. Продемонстрирована перестраиваемая работа МО модулятора в диапазоне частот от 1 МГц до 1,8 ГГц при управляющей микроволновой мощности 34 мВ. При этом амплитуда синусоидального тока сохранялась постоянной на уровне 74 мА, что соответствовало напряженности магнитного поля в центре МО области $\sim 0,3$ мТ. Из приведенных данных следует, что в данном случае удельная потребляемая мощность составляет довольно низкую величину – около 20 мкВт/МГц.

В работе [24] пленку перемагничивали с помощью соленоида, через который пропускался ток 5А, чтобы создавать магнитное поле напряженностью 160 Э. Для исследованного в этой работе переключателя на основе МО пленки так же как и для модулятора из работы [30] показатель $(P/\Delta f)$ не может быть удовлетворительным, поскольку в качестве индуктора магнитного поля использованы относительно большие катушки соленоида, с крайне малыми значениями объемов перекрытия.

Переходное затухание в зависимости от длины волны. Спектральная зависимость коэффициента Фарадея МО материала, используемого в переключателе, в общем случае может приводить к изменениям величины переходного затухания при отклонениях длины волны света от заданного значения. Степень этого изменения будет определяться соответствующим отклонением угла

поворота плоскости поляризации на выходе магнитоактивного элемента, зависящим от спектральной чувствительности коэффициента Фарадея используемого материала. В результате параметр перекрестных помех может быть ухудшен из-за появления или же увеличения доли ортогональной составляющей вектора поляризации на входе поляризационно-селективного разветвителя.

В нашей работе [4] приведены теоретические значения переходного затухания для двух переключателей, предназначенных для работы на длинах волн, соответственно, 1310 нм и 1550 нм. Расчет произведен для случая использования в качестве магнитоактивного элемента переключателя МО пленки состава $(\text{Bi}_{1,73}\text{Lu}_{1,24}\text{Ca}_{0,03})(\text{Fe}_{3,82}\text{Ga}_{1,15}\text{V}_{0,03})\text{O}_{12}$ с использованием снятой для нее спектральной характеристики коэффициента Фарадея в области длин волн 1270 - 1625 нм. При отклонениях длины волны в волоконной сети на величину $\pm 3\%$ (40 нм) переходное затухание переключателя не опускается ниже ~ 22 дБ для $\lambda = 1310$ нм и 27 дБ для $\lambda = 1550$ нм.

Экспериментальное значение переходного затухания, полученное на переключателе, реализованном в работе [24], составило 20 дБ.

Что касается перспектив создания спектрально независимых оптических переключателей или модуляторов на основе МО материала, то обнадеживающими выглядят результаты, представленные в работах [39, 40]. В работе [39] продемонстрирована возможность получения МО материала с практически независимым от длины волны коэффициентом фарадеевского вращения в диапазоне длин волн 1500 - 1625 нм. В работе [40] представлено техническое решение по устройству индуктора магнитного поля, позволяющего устранить влияние спектральной зависимости при работе переключателя одновременно на нескольких длинах волн.

Поляризационные потери. В общем случае работа оптического переключателя на основе эффекта Фарадея зависит от состояния поляризации света на входе в волокно. Одним из условий правильной работы переключателя является строго фиксированная ориентация плоскости поляризации коммутируемого излучения. В случае, если входное волокно является, к примеру, поляризационным с ортогональными осями двулучепреломления, то при несовпадении плоскости поляризации света с одной из осей двулучепреломления, состояние поляризации на входе МО элемента не обязательно окажется плоско поляризованным и соответствующим условию правильной работы МО элемента. Поэтому говорить о соблюдении необходимого для нормальной работы переключателя требования 45 градусного угла поворота плоскости поляризации на выходе МО элемента проблематично. Однако при определенном устройстве оптической схемы переключателя, подобной Рис. 3, этот недостаток может быть устранен. Например, посредством установки на входе поляризационно-селективного разветвителя, входные порты которого выполнены из обычного телекоммуникационного волокна (SMF-28) без деполаризующих свет механических напряжений.

3. ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ПРЕИМУЩЕСТВА МО ТЕХНОЛОГИЙ

1. МО элемент, в том числе в волноводном исполнении, осуществляет вращение плоскости поляризации света, распространяющегося в нем вдоль приложенного внешнего магнитного поля. Важным является изменение направления вращения при изменении направления распространения света на противоположное или при изменении направления намагничивающего поля на противоположное. Линейная в определенном диапазоне намагничивающих полей зависимость угла вращения от напряженности магнитного поля делает МО элемент привлекательным для использования в оптических цепях, работающих с модулированными по поляризации оптическими сигналами. Необычные магнитооптические свойства V_i -замещенных феррит-гранатов позволяют модулировать поляризацию и интенсивность поляризованного света в наносекундном масштабе времени [41].

2. Вторым несомненным преимуществом является возможность реализации переключателя, который не требует подачи энергии для поддержания его в коммутированном состоянии [19]. Таким преимуществом из разработанных на сегодняшний день переключателей обладают, например, устройства, использующие MEMS-технологии. Но они обладают сравнительно небольшой скоростью срабатывания (миллисекунды). Поэтому МО переключатели могут оказаться более подходящими для систем, требующих более быстрого переключения, особенно в тех случаях, когда ограничены возможности по энергопотреблению.

К энергетическим преимуществам также можно отнести потенциально менее энергоемкую систему управления МО переключателя, основанную на использовании пленок с плоскостной магнитной анизотропией, не требующих приложения значительных управляющих полей.

3. Привлекательной стороной МО технологии является возможность создания материала с спектрально независимым фарадеевским вращением в телекоммуникационном диапазоне длин волн (1500 - 1625 нм) [39]. На основе таких материалов могут быть построены спектрально независимые коммутирующие устройства для волоконно-оптических сетей. Кроме того, существует возможность устранения спектральной зависимости МО переключателя с помощью индуктора магнитного поля специальной конфигурации [40].

Проблема не зависящего от длины волны переключения света в настоящее время на практике может быть решена только для небольших скоростей переключения (0,4 - 0,6 миллисекунд) при использовании MEMS-технологий [42] или устройств на основе жидких кристаллов [43].

4. В последнее время активно развивается технология магнитофотонных кристаллов, позволяющих значительно усилить величину удельного Фарадеевского вращения. Магнитофотонные кристаллы при нанесении их на торцы оптических волокон могут быть эффективно использованы для модуляции поляризации и переключения света. Как показывают расчеты [44], для работы на длине волны 1550 нм с вращением Фарадея $\pm 45^\circ$ магнитофотонный кристалл должен иметь 52 слоя общей толщиной 11,29 мкм. Реализация такой структуры на торце, например

многомодового световода, образующего коллиматор на выходе одномодового волокна, позволит создать МО миниатюрное устройство, построенное по схеме подобной представленной на Рис. 3.

5. Важно отметить, что в отличие от волноводных устройств на основе LiNbO_3 , где ключевыми элементами являются каналные волноводы, образованные на поверхности кристалла, оптический переключатель на основе МО пленки работает в одномерном волноводном режиме. Это не требует обеспечения точных величин волноводных параметров, которые достигаются с применением дорогостоящего технологического оборудования в интегральной оптике [11]. Поэтому конструкции на основе МО пленок могут оказаться более технологичными и менее затратными при производстве.

6. Касаясь экономических аспектов сравнения устройств на основе LiNbO_3 и МО пленок, отметим следующее. Одним из главных факторов, предопределивших более успешное развитие устройств на основе LiNbO_3 , являлся более высокий уровень развития технологии и дешевизна производства этого кристалла по сравнению с подложечным материалом $\text{Gd}_3\text{Ga}_5\text{O}_{12}$ (GGG), необходимым для синтеза пленок ферритов гранатов. И на сегодняшний день GGG является более дорогостоящим материалом. Так по данным американской компании «МТИ Corporation» [45] стоимость круглых трехдюймовых пластин LiNbO_3 и GGG толщиной 0,5 мм составляют соответственно 165 и 745 долларов США. Однако если сопоставить расход этих материалов на один переключатель, то разница затрат на основное сырье не выглядит для МО элементов столь проигрышной. Так цена заготовки для создания ЭО элемента (размером 20 мм x 3 мм [8]) и МО элемента (размером 5 мм x 3,5 мм [29]) составляет, соответственно, 2,17 и 2,86 долл. США. Поэтому сырьевой фактор уже нельзя рассматривать, как причину, которая способна сдерживать развитие магнитооптических переключающих устройств для волоконных сетей связи и передачи информации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ волоконно-оптических переключателей, использующих эффект Поккельса в ниобате лития и эффект Фарадея в пленке феррита граната показывает, что по основным показателям, характеризующим работу волоконно-оптических модуляторов и переключателей, устройства на основе пленочных МО материалов не уступают, а в некоторых случаях и превосходят электрооптические аналоги. МО материалы обладают рядом особенностей и свойств, реализация которых в таких устройствах способна повысить их конкурентоспособность, наделяя их дополнительными функциями и расширяя тем самым область применений.

Среди перспективных направлений разработок тонкопленочных коммутационных магнитооптических устройств можно выделить спектрально-независимые модуляторы плоскости поляризации и быстродействующие переключатели света, не требующие затрат энергии для поддержания устройств в коммутированном состоянии.

Список литературы

1. A Gigahertz Surface Magneto-Plasmon Optical Modulator / Kenneth J. Chau, Scott E. Irvine, and Abdulkhakem Y. Elezzabi, // *IEEE J. of Quantum Electronics*, – 2004. – Vol. 40, No 5. – P. 571–579.
2. Custom high-speed lithium niobate electro-optic switches [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.eospace.com/pdf/EOSPACE-custom-optical-switch-2009.pdf, свободный.
3. The fastest and most power-efficient optical switches [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.eiphotonics.com, свободный.
4. Басиладзе Г. Д. Влияние спектральной зависимости коэффициента Фарадея на характеристики излучения, прошедшего планарный магнитоактивный элемент / Басиладзе Г. Д., Бержанский В. Н., Долгов А. И. // *Ученые записки Таврического национального университета имени В. И. Вернадского. Серия «Физико-математические науки»*. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 160–169.
5. Rowell J. M. Photonic materials / Rowell J. M. // *Scientific American*. – 1986. – Vol. 255, No 4. – P. 146–157.
6. Schmidt R. V. Metal-diffused optical waveguides in LiNbO₃ / Schmidt R. V., Kaminow I. P. // *Appl. Phys. Lett.* – 1974. – Vol. 25, No 8. – P. 458–460.
7. A review of lithium niobate modulators for fiber-optic communications systems / Wooten E. L., Kissa K. M., Yi-Yan A. et al. // *IEEE J. Selected Topics in Quantum Electronics*. – 2000. – Vol. 6, No 1. – P. 69–82.
8. Runde D. Mode-selective coupler for wavelength multiplexing using LiNbO₃:Ti optical waveguides / Runde D., Breuer S., Kip D. // *Cent. Eur. J. Phys.* – 2008. – Vol. 6, No 3. – P. 588–592.
9. Волоконно-оптическая техника: Современное состояние и перспективы : сб. ст. / под ред. Дмитриева С. А., Слепова Н. Н. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : АО "ВОТ", 2005. – 576 с.
10. Семенов А. С. Интегральная оптика для систем передачи и обработки информации / Семенов А. С., Смирнов В. Л., Шмалько А. В. – М. : Радио и связь, 1990. – 224 с.
11. Интегральная оптика / ред. Тамир Т.; пер. Сычугов В. А., Шипилов К. Ф. – М. : Мир, 1978. – 344 с.
12. Кондиленко И. И. Интегральные электрооптические модуляторы света / Кондиленко И. И., Коротков П. А., Фелинский Г. С. // *Письма в ЖТФ*. – 1980. – Т. 6, вып. 2. – С. 60–77.
13. Recent progress of LiNbO₃ based electrooptic modulators with non return to zero (NRZ) coding in high speed photonic networks / Abd El-Naser A. Mohamed, Mohamed A. Metawe'e Ahmed, Nabih Zaki Rashed, Amira M. Bendary // *Intern. J. Inform. Commun. Technol. Res.* – 2011. – Vol. 1, No 2. – P. 55–63.
14. Franco M. A. R. Modal analysis of anisotropic diffused-channel waveguide by a scalar finite element method / Franco M. A. R., Passaro A., Neto F. S. // *IEEE Trans. Magn.* – 1998. – Vol. 34, No 5. – P. 2783–2786.
15. Franco M. A. R. Coupling efficiency between optical fiber and Ti:LiNbO₃ channel waveguide / Franco M. A. R., Vasconcellos L. C., Machado J. M. // *Revista Científica Periódica – Telecomunicações*. – 2004. – Vol. 7, No 1. – P. 54–59.
16. Оптика и связь / Козанне А., Флере Ж., Мэтр Г., Руссо М.; пер. с франц. Кочеткова А. Г. и Соколовой Н. Г. под ред. Соколова В. К. – М. : Мир, 1984. – 502 с.
17. Хансперджер Р. Интегральная оптика. Теория и технология / Хансперджер Р.; пер. с англ. под ред. Сыгучева В. А. – М. : Мир, 1985. – 384 с.
18. Фотоника / под ред. Балкански М. и Лалемана П.; пер. с англ. и франц. под ред. Елинсона М. И. – М. : Мир, 1978. – 416 с.
19. Пат. 2244952 РФ, МПК G 02 F 1/09, G 02 B 6/12. Магнитооптический переключающий элемент с вращателем плоскости поляризации на эффекте Фарадея / Дидосян Ю. С. – № 2002109588/28, заявл. 03.09.2000; опубл. 20.01.05, Бюл № 2.
20. Hao-Bing Liu. Moving polymer waveguides and latching actuator for 2 × 2 MEMS optical switch / Hao-Bing Liu, F. Chollet // *J. Microelectromech. Syst.* – 2009. – Vol. 18, No 3. – P. 715–724.
21. Sensors, nanoscience, biomedical engineering, and instruments / ed. Dorf R. C. – Boca Raton, London, New York : CRC Press, 2006. – 388 p.
22. Papadimitriou G. I. Optical switching: switch fabrics, techniques, and architectures / Papadimitriou G. I. // *J. Lightwave Technol.* – 2003. – Vol. 21, No 2. – P. 384–405.
23. High-speed all-fiber magneto-optic switch and its integration / Weng Zihua, Chen Zhimin, Huang Yuanqing et al. // *Proc. SPIE*. – 2005. – Vol. 6021. – P. 725–736.
24. Magneto-optic-based fiber switch for optical communications / Bahuguna R., Mina M., Tioh J.-W., Weber R. J. // *IEEE Trans. Magn.* – 2006. – Vol. 42, No 10. – P. 3099–3101.

25. Пат. 49667 Україна, МПК G 02 F 1/00. Волоконний магнітооптичний перемикач / Басиладзе Г. Д., Долгов О. І., Бержанський В. Н. – № u200910724; заявл. 23.10.09; опубл. 11.05.10; Бюл. № 9.
26. Пат. 170060 Китай, МПК G 02 F 1/09, G 02 F 1/01. Total fiber-optical magneto-optical shutter / Weng Zihua Huang. – № CN20051074523; заявл. 25.05.05; опубл. 23.11.05.
27. Пат. 53936 Україна, МПК G 02 B 6/26, G 02 B 6/34. Волоконний магнітооптичний перемикач / Басиладзе Г. Д., Долгов О. І., Бержанський В. Н. – № u201004040; заявл. 06.04.10; опубл. 25.10.10; Бюл. № 20.
28. Пат. 49666 Україна, МПК G 02 F 1/01. Волоконний магнітооптичний перемикач / Басиладзе Г. Д., Долгов О. І., Бержанський В. Н. – № u200910711; заявл. 23.10.09; опубл. 11.05.10; Бюл. № 9.
29. Басиладзе Г. Д. Волоконно-оптичний модуль переключача каналів на базі епітаксильної плівки ферриту гранату / Басиладзе Г. Д., Бержанський В. Н., Долгов А. І. // Учені записки Таврицького національного університету імені В. І. Вернадського. Серія «Фізико-математичні науки». – 2011. – Т. 24 (63), № 2. – С. 104–113.
30. Basiladze G. D. Modulation of light polarization at its extending along a plane of ferrite garnet epitaxial film / Basiladze G. D., Berzhansky V. N., Dolgov A. I. // Intern. Conf. “Functional Materials” (ICFM-2011), Partenit, Ukraine, Oct. 3-8, 2011 : abstracts. – Simferopol : DIP, 2011. – P. 198.
31. Irvine S. E. A miniature broadband bismuth-substituted yttrium iron garnet magneto-optic modulator / Irvine S. E., Elezzabi A. Y. // J. Phys. D: Appl. Phys. – 2003. – Vol. 36. – P. 2218–2221.
32. Irvine S. E. Wideband magneto-optic modulation in a bismuth-substituted yttrium iron garnet waveguide / Irvine S. E., Elezzabi A. Y. // Opt. Commun. – 2003. – Vol. 220, No 4-6. – P. 325–329.
33. Колотов О. С. Влияние анизотропии типа «легкая плоскость» на длительность переходных процессов в магнитных пленках и пластинах / Колотов О. С., Матюнин А. В., Поляков П. А. // ЖТФ. – 2011. – Т. 81, вып. 1. – С. 82–86.
34. Polarization beam combiner / Splitter [Електронний ресурс]. – Режим доступа: www.optolinkcorp.com/pdf/CS/COM_2x2.pdf, свободный.
35. Novel beam expanders and high-power connectors / Yablon A. D., Yan M. F., DiGiovanni D. J. et al. // National Fiber Optic Engineers Conference (NFOEC), Orlando, FL, Sept. 7–11, 2003 : proc. – 2003. – P. 16.
36. Simple micro-lens with polymer-filled trench in slab waveguide / Tsukamoto K., Sugama A., Wakino Y. et al. // Fujitsu Sci. Tech. J. – 2002. – Vol. 38, No 1. – P. 54–63.
37. Two-dimensional microlens arrays in silica-onsilicon planar lightwave circuit technology / Glebov A. L., Huang L., Aoki S. et al. // J. Microlith. Microfab. Microsyst. – 2003. – Vol. 2. – P. 309–318.
38. Введение в интегральную оптику / под ред Барноски М.; пер. с англ. под ред. Шманова Т. А. – М. Мир, 1977. – 267 с.
39. Faraday rotation spectra analysis of Bi - substituted mixed rare-earth iron garnet crystals in optical communication band / Xu Z. C., Yan M., Miao Li et al. // J. Appl. Phys. – 2007. – Vol. 101, No 5. – 053910.
40. Пат. 70833 Україна, МПК G 02 F 1/09. Магнітооптичний обертач площини поляризації світла / Басиладзе Г. Д., Долгов О. І., Бержанський В. Н. – № u201114805; заявл. 13.12.2011; опубл. 25.06.2012, Бюл. № 12.
41. Physical properties and behaviour of highly bi-substituted magneto-optic garnets for applications in integrated optics and photonics / Nur-E-Alam M., Vasiliev M., Alameh K., Kotov V. // Adv. Opt. Technol. – 2011. – article number 971267, 7 p.
42. Chen R. T. A high-speed low-voltage stress-induced micromachined 2x2 optical switch / Chen R. T., Wu M. C. // IEEE Photon. Technol. Lett. – 1999. – Vol. 11, No 11. – P. 1396–1398.
44. Magnetic photonic crystals: 1-D optimization and applications for the integrated optics devices / Vasiliev M., Alameh K. E., Belotelov V. I. et al. // J. Lightwave Technol. – 2006. – Vol. 24, No 5. – P. 2156–2162.
45. MTP corporation. A superstore for material researches of engineers [Електронний ресурс]. – Режим доступа: www.mtixtl.com/index.aspx, свободный.
43. Wavelength-insensitive optical switch based on twist nematic liquid crystal (TNLC) /Kun-Yi Lee, Wei-Yu Lee, Yen Chang Tzeng. // Proc. SPIE. – 1996. – Vol. 2893. – P. 243–248.

Басиладзе Г. Д. Электро- і магнітооптичні перемикачі для волоконно-оптичних мереж зв'язку / **Басиладзе Г. Д., Бержанський В. Н., Долгов О. І.** // Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 140-159.

На основі літературних даних проаналізований сучасний стан розробок в області волоконно-оптичних перемикачів, що базуються на необ'ємних магнітооптичних елементах. Проведено їхнє порівняння з аналогічними пристроями на основі ніобата літію по показниках, що характеризують роботу перемикачів. Акцентується увага на тім, що властиві магнітооптичним матеріалам відмінні риси створюють передумови для розробки пристроїв, конкурентоспроможних на ринку волоконно-оптичних модуляторів і перемикачів.

Ключові слова: волоконно-оптичний перемикач, магнітооптична плівка, активний елемент перемикача.

Basiladze G. D. Electro- and magneto optical switches for fiber-optical telecommunication networks / Basiladze G. D., Berzhansky V. N., Dolgov A. I. // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2012. – Vol. 25(64), No 1. – P. 140-159.

On the bases of literary data we analyzed the current state of developments in the field of fiber-optic switch, which are not based on magneto optical elements of great volume. We compared them with similar devices bases on lithium niobate according to the indicators characterizing the operation of switches. Attention is paid to the fact the typical magneto optical materials distinctions create preconditions for the development of devices competitive on the market of fiber-optics modulators and switches.

Keywords: fiber-optic switch, magneto optical film, the active element of the switch.

Поступила в редакцію 22.04.2012 г.

УДК 681.7.068 + 537.622

**ВЛИЯНИЕ СПЕКТРАЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТА
ФАРАДЕЯ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ, ПРОШЕДШЕГО
ПЛАНАРНЫЙ МАГНИТОАКТИВНЫЙ ЭЛЕМЕНТ ВОЛОКОННО-
ОПТИЧЕСКОГО ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЯ**

Басиладзе Г.Д., Бержанский В.Н., Долгов А.И.

*Таврический национальный университет имени В.И. Вернадского, Симферополь, Украина
E-mail: domain@crimea.edu*

Экспериментально исследовано фарадеевское вращение в эпитаксиальной пленке феррит-граната (ЭПФГ) состава $(\text{Bi}_{1,73}\text{Lu}_{1,24}\text{Ca}_{0,03})(\text{Fe}_{3,82}\text{Ga}_{1,15}\text{V}_{0,03})\text{O}_{12}$ в зависимости от длины волны в рабочем диапазоне 1270 – 1625 нм. Найдена эмпирическая зависимость удельного фарадеевского вращения для этой пленки от длины волны света и приведены примеры расчета на ее основе рабочей длины магнитоактивного элемента волоконнооптического переключателя и его модуляционных характеристик от колебаний длины волны светового пучка на его входе.

Ключевые слова: эпитаксиальная пленка феррит-граната, спектральная зависимость удельного фарадеевского вращения.

ВВЕДЕНИЕ

Одной из основных характеристик магнитооптических (МО) пленочных материалов, определяющих конструктивные параметры создаваемых на их основе устройств, является удельное фарадеевское вращение (ФВ) в рабочем диапазоне оптических длин волн. Зависимость ФВ пленок от длины волны исследована преимущественно в видимом спектральном диапазоне. Имеется достаточно данных о ФВ для пленок с различным химическим составом, структурой, толщиной магнитоактивного слоя, типом магнитооптической анизотропии, которые позволяют сориентироваться при выборе материала с подходящими МО свойствами для работы в этом диапазоне длин волн [1-4]. Однако для телекоммуникационного диапазона длин волн (1270–1625 нм) такая возможность весьма ограничена. В литературе можно найти данные лишь для нескольких образцов материалов, имеющих разный химический состав [7-9]. В настоящей работе приводятся результаты экспериментального исследования ФВ в МО пленке состава $(\text{Bi}_{1,73}\text{Lu}_{1,24}\text{Ca}_{0,03})(\text{Fe}_{3,82}\text{Ga}_{1,15}\text{V}_{0,03})\text{O}_{12}$, которые использованы для расчета длины L магнитоактивного элемента волоконно-оптического переключателя в направлении распространения света и оценки изменений характеристик излучения на его выходе в зависимости от длины волны света телекоммуникационного диапазона.

1. ЭКСПЕРИМЕНТ

Пленка была выращена методом жидкофазной эпитаксии на подложке из галлий-гадолиниевого граната (ГГГ) толщиной ≈ 500 мкм, имеющей ориентацию (111). Она

обладала плоскостной магнитной анизотропией с полем в направлении осей легкого и трудного намагничивания, соответственно, $H_L \approx 1$ Э и $H_T \approx 30$ Э. Пленка имела толщину $h \approx 12$ мкм. Торцы пленки были плоскопараллельными и оптически отполированными для просвечивания в плоскости пленки так, чтобы свет распространялся вдоль оси ее легкого намагничивания (см. Рис. 1). Длина оптического пути, равная расстоянию между полированными торцами, составляла $L = 3,88$ мм.

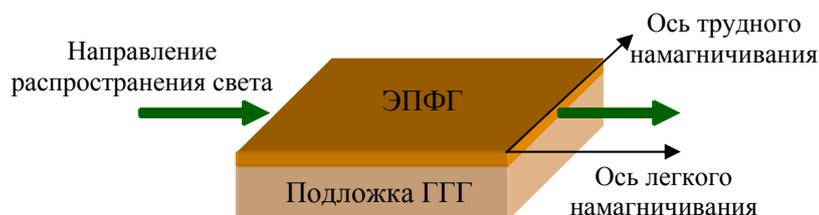


Рис. 1. Схема прохождения света через пленку.

Исследования проводились на пяти оптических длинах волн 1270, 1310, 1490, 1550 и 1625 нм. В качестве источников света применялись полупроводниковые лазерные модули типа ПОМ-14 с волоконными выводами, оконцованными оптическими наконечниками типа FC. На Рис. 2 приведена схема экспериментальной установки для исследования ФВ в пленке. Излучение лазера вводится в пленку через одномодовое оптическое волокно типа SMF-28e, жестко соединенное с ее входным торцом [5]. В свою очередь в волокно свет вводился через волоконный регулятор плоскости поляризации, с помощью которого плоскость поляризации света ориентировали параллельно плоскости пленки. Такая ориентация считалась достигнутой, когда плоскость поляризации света на выходе пленки в отсутствие магнитного поля совпадала с осью максимального пропускания анализатора поляризации при условии совпадения этой оси с плоскостью пленки. Анализатор поляризации был снабжен лимбом, с помощью которого можно было отсчитывать поворот плоскости поляризации света с точностью $0,5^\circ$. Сигнал с анализатора поляризации попадал на германиевый фотоприемник, подключенный к усилителю фототока. Усиленный электрический сигнал, пропорциональный интенсивности света на входе фотоприемника, поступал на вход канала вертикальной развертки самописца. Внешнее магнитное поле создавалось катушками Гельмгольца, между витками которой располагали пленку, ориентированную осью легкого намагничивания вдоль оси катушек. Напряженность магнитного поля можно было плавно изменять от -50 Э до $+50$ Э пропорционально изменению напряжения, подаваемого на катушки, от -5 до $+5$ В. Это же напряжение, параллельно подавалось на вход горизонтальной развертки самописца.

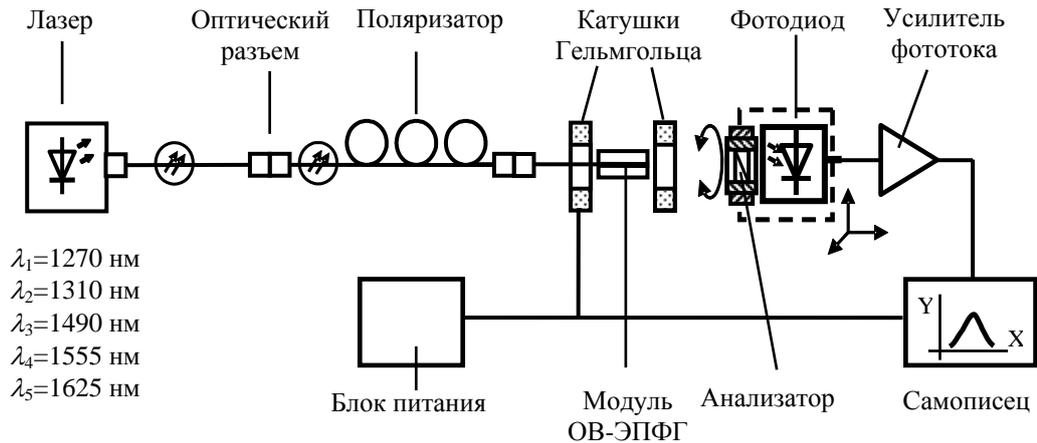


Рис. 2. Схема экспериментальной установки для исследования ФВ в ЭПФГ.

На Рис. 3 а, б, в, г, д приведены кривые изменения интенсивности света при пропускании через пленку излучения источников с длинами волн, соответственно, 1270, 1310, 1490, 1555 и 1620 нм, которые были получены при следующих условиях. При значении магнитного поля -50 Э, анализатор устанавливался в положение соответствующее максимуму интенсивности света. При изменении напряженности магнитного поля происходило изменение интенсивности света на выходе анализатора. Количество минимумов и максимумов интенсивности N (без учета первоначального максимума) соответствует кратности поворотов на 90° плоскости поляризации света при изменении напряженности магнитного поля от -50 до $+50$ Э. При значении магнитного поля $+50$ Э, путем поворота анализатора в сторону ближайшего экстремума интенсивности света, измерялся дополнительный угол поворота плоскости поляризации φ . Таким образом, полный угол поворота плоскости поляризации света в ЭПФГ составлял

$$\theta = N \cdot 90 + \varphi \quad (1)$$

Удельное фарадеевское вращение θ_F вычислялось по формуле:

$$\theta_F = \theta / 2L, \quad (2)$$

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

В Таблице 1, приведены вычисленные по формуле (2) экспериментальные значения удельного ФВ исследованной ЭПФГ для длин волн 1270, 1310, 1490, 1550 и 1625 нм.

На Рис. 4 приведена зависимость удельного ФВ от длины волны в исследованном спектральном диапазоне. Экспериментальные результаты могут быть аппроксимированы следующей эмпирической зависимостью:

$$\theta_F(\lambda) = 38,30 + \frac{28,19}{1 + \left(\frac{\lambda}{247,80}\right)^{5,12}} 10^4, \quad \text{°/см}. \quad (3)$$

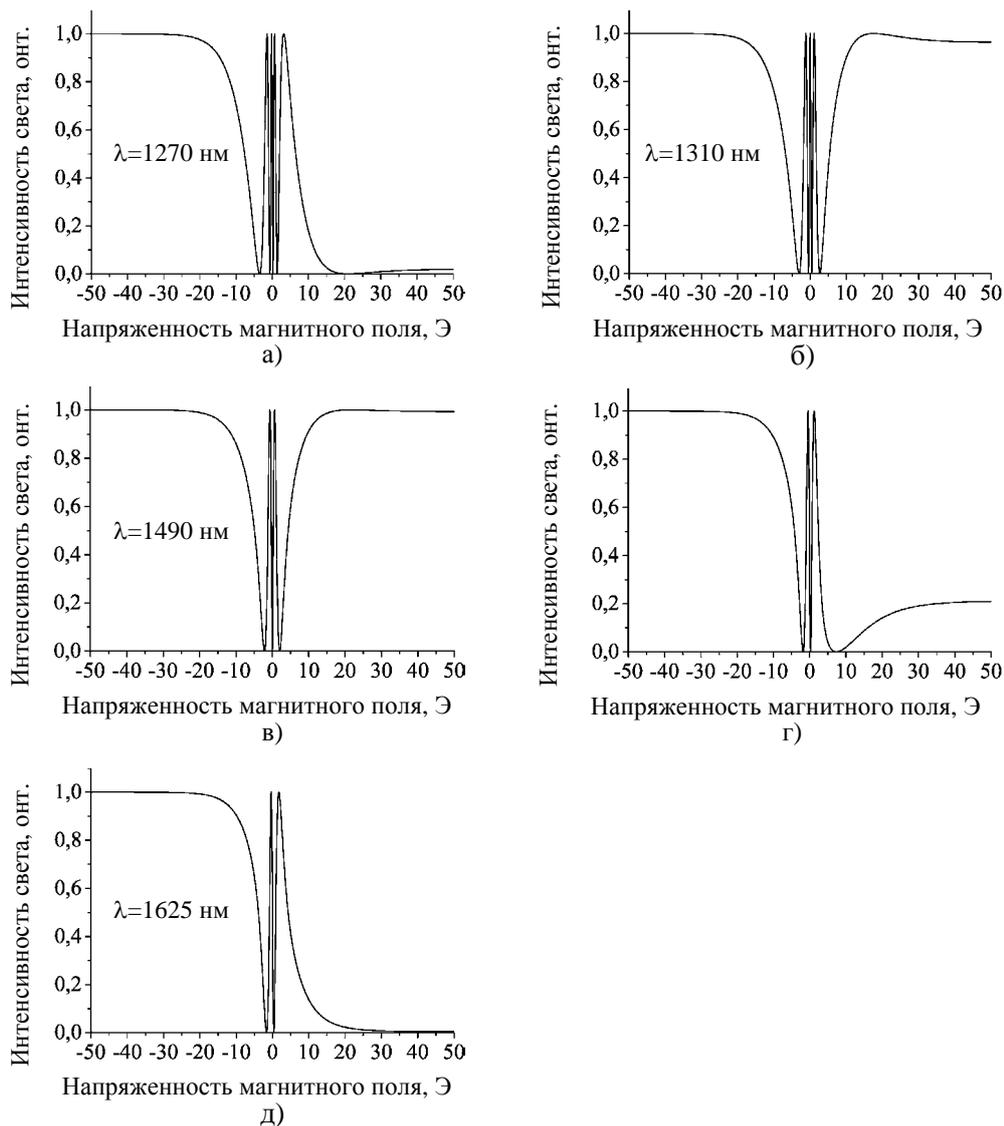


Рис. 3. Кривые изменения интенсивности света при пропускании через ЭПФГ излучения с длинами волн 1270, 1310, 1490, 1555 и 1625 нм.

Таблица 1

Удельное ФВ ЭПФГ состава $(\text{Bi}_{1,73}\text{Lu}_{1,24}\text{Ca}_{0,03})(\text{Fe}_{3,82}\text{Ga}_{1,15}\text{V}_{0,03})\text{O}_{12}$

Длина волны света λ , нм	Удельное фарадеевское вращение θ_F , °/см
1270	104,4
1310	93,4
1490	68,4
1555	60,9
1625	56,8

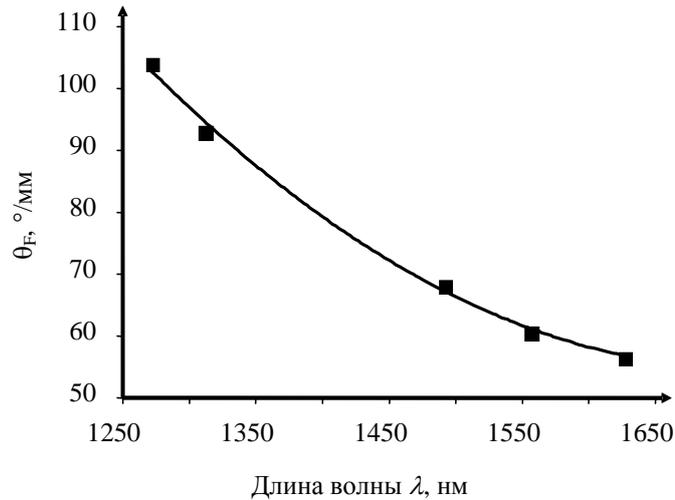


Рис. 4. Зависимость удельного фарадеевского вращения исследуемой пленки от длины волны.

С помощью формулы (3) можно рассчитать оптическую длину пути света для любой из заданных длин волн в этом диапазоне в пленке $L(\lambda)$, которая обеспечит необходимый для работы устройства угол поворота плоскости поляризации ψ при намагничивании полем насыщения. Выражение для этого запишется в виде

$$L(\lambda) = \frac{\psi(\lambda)}{\theta_F(\lambda)}, \text{ см.} \quad (4)$$

В качестве примера в Таблице 2 для каждой из использованных длин волн приведены рассчитанные по формуле (4) длины магнитоактивных элементов, для случая применения в устройствах, где требуется осуществлять модуляцию плоскости поляризации на угол $\psi = \pm 45^\circ$.

Таблица 2

Расчетные значения длин магнитоактивных элементов для работы в составе магнитооптических устройств на соответствующих длинах волн

Длина волны света λ , нм	Длина магнитооптического элемента, обеспечивающая поворот плоскости поляризации света на угол $\psi = \pm 45^\circ$
	$L(\lambda)$, мм
1270	0,43
1310	0,48
1490	0,66
1555	0,74
1625	0,79

Такая модуляция, производимая путем перемагничивания пленки импульсами магнитного поля противоположной полярности, т.е. вдоль и против направления распространения света, продемонстрирована, например, в работе [6].

При практическом использовании МО пленки в качестве МО вращателя в модуляторе амплитуды оптического сигнала или переключателе, возможны отклонения плоскости поляризации модулируемого сигнала от заданной величины ψ на угол $\pm\Delta\psi$, вызванные либо неточностями в подборе длины пленки либо, например, колебаниями λ в оптической сети. Эти отклонения приведут к уменьшению значения коэффициента амплитудной модуляции сигнала $K_{AM}(\lambda)$ для модулятора или переходного затухания для переключателя.

Используя полученное выражение (3), рассчитаем диапазон возможных изменений характеристик устройства в зависимости от колебаний длины волны в интервале $\pm\Delta\lambda$.

Дифференцируя (3) по $d\lambda$ после преобразований получим

$$\frac{d\theta_F(\lambda)}{d\lambda} = -2,61 \cdot 10^{18} \cdot \lambda^{-6} \quad (5)$$

При $\Delta\lambda \ll \lambda$ изменение удельного фарадеевского вращения при изменении длины волны на $\Delta\lambda$ с учетом (5) можно выразить как

$$\Delta\theta_F(\lambda) = -2,61 \cdot 10^{18} \cdot \lambda^{-6} \cdot \Delta\lambda, \text{ } ^\circ/\text{см}. \quad (6)$$

Соответственно, с учетом (4)

$$\Delta\psi(\lambda) = \Delta\theta_F(\lambda) \cdot L(\lambda) = -2,61 \cdot 10^{18} \cdot \lambda^{-6} \cdot \Delta\lambda \cdot L(\lambda), \text{ град}. \quad (7)$$

Для определения зависимости коэффициента амплитудной модуляции K_{AM} МО модулятора от колебаний длины волны применим хорошо известную формулу

$$K_{AM} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (8)$$

где I_{\max} – максимальная интенсивность света на выходе анализатора, которая обеспечивается при угле 0° между плоскостями поляризации падающего света и анализатора, I_{\min} – минимальная интенсивность света на выходе анализатора, которая обеспечивается при угле 90° между плоскостями поляризации падающего света и анализатора.

При изменениях угла плоскости поляризации падающего на анализатор света на величину $\pm\Delta\psi$ интенсивность света I_{\max} будет уменьшаться, а I_{\min} – увеличиваться, что приведет к уменьшению $K_{AM}(\lambda)$.

Изменение интенсивности света, проходящего через анализатор, от угла между плоскостями поляризации падающего света и анализатора определим, используя закон Малюса

$$I = k \cdot I_0 \cdot \cos^2 \beta, \quad (9)$$

где I_0 – интенсивность света на входе анализатора, I – интенсивность света на выходе анализатора, β – угол между плоскостями поляризации падающего света и анализатора, k – коэффициент поглощения анализатора.

Максимальную и минимальную интенсивности света на выходе анализатора с учетом (9) можно выразить как

$$I(\lambda)_{\max} = k \cdot I_0 \cdot \cos^2 \Delta\psi(\lambda), \quad (10)$$

$$I(\lambda)_{\min} = k \cdot I_0 \cdot \cos^2(90 - \Delta\psi(\lambda)) = k \cdot I_0 \cdot \sin^2(\Delta\psi(\lambda)). \quad (11)$$

Подставив (10) и (11) в (9), после преобразований получим

$$K_{AM}(\lambda) = \cos^2(2 \cdot \Delta\psi(\lambda)) = \cos^2(2 \cdot \Delta\theta_F(\lambda) \cdot L(\lambda)), \quad (12)$$

или с учетом (6)

$$K_{AM}(\lambda) = \cos^2(-5,21 \cdot 10^{18} \cdot \lambda^{-6,12} \cdot L(\lambda) \cdot \Delta\lambda) \quad (13)$$

На Рис. 5 в качестве примера представлена расчетная зависимость $K_{AM}(\lambda)$ МО модулятора для рабочих длин волн 1310 и 1550 нм от колебаний длины волны на входе в пределах полосы $\Delta\lambda = \pm 40$ нм.

Как видно из Рис. 5 при отклонениях на величину $\Delta\lambda = \pm 40$ нм от рабочих длин волн 1310 и 1550 нм ухудшение значения $K_{AM}(\lambda)$ составит не более чем на 1,1 % и на 0,3 %, соответственно.

Используя выражение (7), в качестве примера рассчитаем переходное затухание для переключателя, работающего в режиме “ON/OFF”. Угол между плоскостями поляризации излучения на выходе МО элемента переключателя и анализатора должен быть точно равен 0° или 90° . Тогда будет обеспечиваться, соответственно, либо максимальное пропускание света, либо максимальное его гашение.

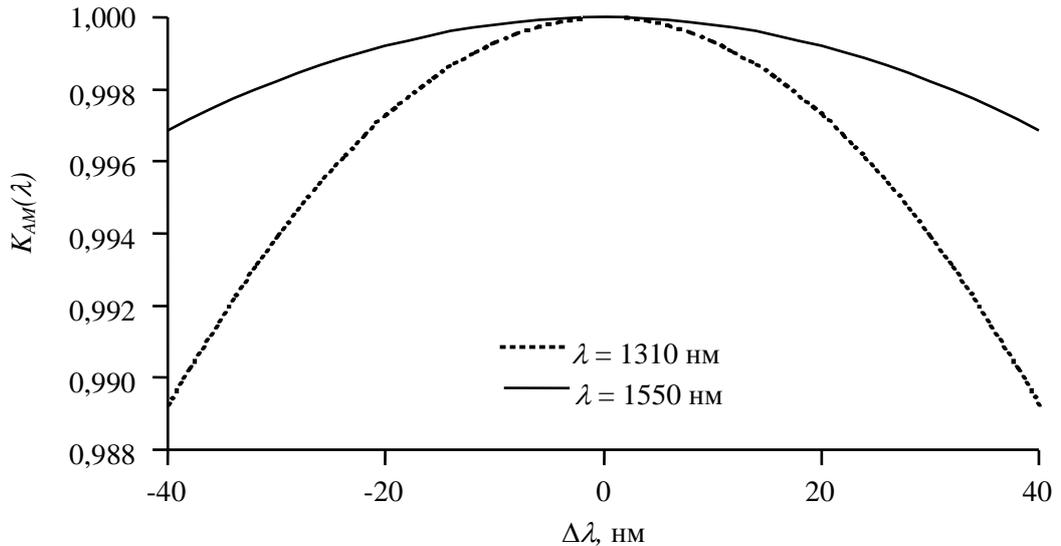


Рис. 5. Зависимость изменения коэффициента амплитудной модуляции модулятора $K_{AM}(\lambda)$ для длин волн 1310 и 1550 нм от изменения длины волны на входе в пределах полосы $\Delta\lambda = \pm 40$ нм.

С учетом (7) и (9) дополнительные оптические потери переключателя с МО элементом длиной $L(\lambda)$, обеспечивающей выполнение условия $-45^\circ \leq \psi \leq 45^\circ$, без учета затухания света в анализаторе, для состояния “ON” составят

$$\alpha(\lambda)_{\text{ON}} = 10 \cdot \lg(\cos^2(-2,61 \cdot 10^{18} \cdot \lambda^6 \cdot \Delta\lambda \cdot L(\lambda))), \text{ дБ} \quad (14)$$

а переходное затухание без учета затухания света в анализаторе, для состояния “OFF” составит

$$\alpha(\lambda)_{\text{OFF}} = 10 \cdot \lg(\sin^2(-2,61 \cdot 10^{18} \cdot \lambda^6 \cdot \Delta\lambda \cdot L(\lambda))), \text{ дБ} \quad (15)$$

На Рис. 6 представлена зависимость дополнительных оптических потерь МО переключателя в состоянии “ON” для длин волн 1310 и 1550 нм, обусловленных колебанием длины волны в оптической сети в спектральной полосе $\Delta\lambda = \pm 40$ нм.

Как видно из Рис. 6, при отклонениях на величину $\Delta\lambda = \pm 40$ нм от рабочих длин волн 1310 и 1550 нм, увеличение дополнительных оптических потерь МО переключателя составит не более чем на 0,023 дБ и на 0,007 дБ, соответственно.

На Рис. 7 представлена зависимость переходного затухания МО переключателя в состоянии “OFF” для длин волн 1310 и 1550 нм обусловленного колебанием длины волны в оптической сети в спектральной полосе $\Delta\lambda = \pm 40$ нм.

Как видно из Рис. 7, при отклонениях на величину $\Delta\lambda = \pm 40$ нм от рабочих длин волн 1310 и 1550 нм, коэффициент переходного затухания МО переключателя не хуже чем 22,5 и 27 дБ, соответственно. Отметим, что коэффициент переходного затухания МО переключателя наиболее чувствителен к колебаниям длины волны света в оптической сети.

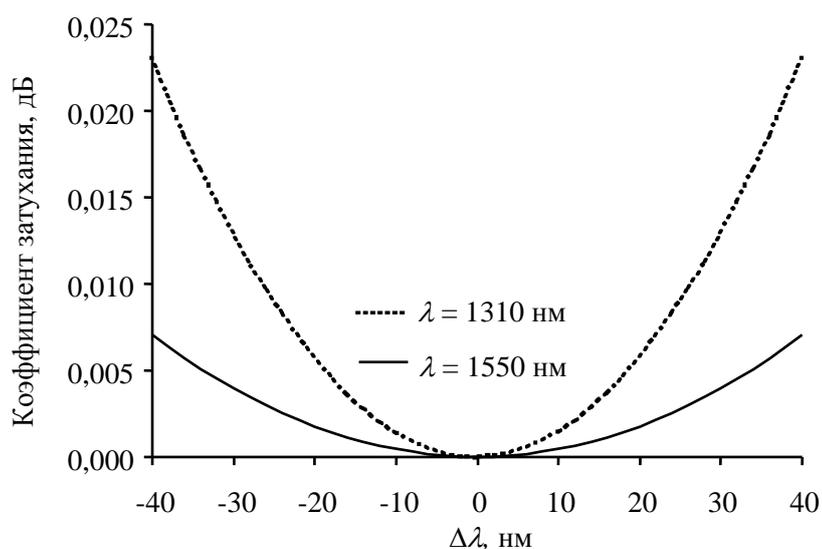


Рис. 6. Зависимость дополнительных оптических потерь МО переключателя в состоянии “ON” для длин волн 1310 и 1550 нм, обусловленных колебанием длины волны в оптической сети.

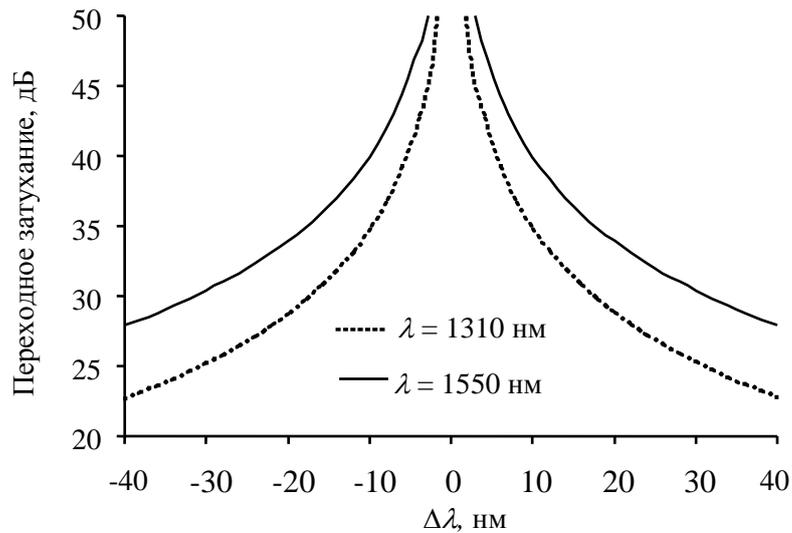


Рис. 7. Зависимость переходного затухания МО переключателя в состоянии “OFF” для длин волн 1310 и 1550 нм, обусловленного колебанием длины волны в оптической сети.

Следует отметить, что полученная кривая зависимости удельного ФВ от длины волны света имеет определенное сходство с приведенными ранее в работах [7, 8] кривыми зависимостей удельного ФВ для объемных МО кристаллов с химическими составами $(\text{Y}\text{Yb}\text{Bi})_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ [8], $(\text{Yb}\text{Bi})_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ и $(\text{Ho}\text{Bi})_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ [7]. При внешнем сходстве наклон кривых для кристаллов разного химического состава разный. Это говорит о возможности уменьшения спектральной зависимости ФВ путем подбора химического состава МО кристалла и концентраций составляющих его элементов, что важно для уменьшения спектральной чувствительности устройств на его основе. Такая возможность экспериментально подтверждена в работе [9], где путем подбора концентраций элементов получен МО кристалл состава $(\text{Tb}_{0,91}\text{Yb}_{1,38}\text{Bi}_{0,71})\text{Fe}_5\text{O}_{12}$, который обладает низким коэффициентом длинноволновой зависимости ФВ ($-0,009$) в диапазоне 1,5 - 1,62 мкм при удельном ФВ $\theta_F = 1617$ %/см на $\lambda = 1,55$ мкм. Приведенные характеристики исследованы при падении света по нормали к плоскости кристалла. Показатели светопропускания не приводятся.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Экспериментально определены коэффициенты фарадеевского вращения для ЭПФГ с химическим составом $(\text{Bi}_{1,73}\text{Lu}_{1,24}\text{Ca}_{0,03})(\text{Fe}_{3,82}\text{Ga}_{1,15}\text{V}_{0,03})\text{O}_{12}$ на длинах волн 1270, 1310, 1490, 1555 и 1625 нм при введении в пленку света через торец с помощью оптического волокна. Построенная по этим данным спектральная зависимость удельного фарадеевского вращения дает возможность рассчитать необходимую длину магнитоактивного элемента для работы на заданной длине волны света телекоммуникационного диапазона (1270 - 1625 нм). Получены расчетные формулы, позволяющие оценить возможные отклонения параметров волоконно-оптических МО переключателей и модуляторов в зависимости от отклонений длины волны света от заданного номинального значения.

Анализ зависимости этих характеристик от колебаний длины волны света на входе магнитоактивного элемента показывает, что эти колебания в первую очередь влияют на величину переходного затухания оптического переключателя.

Список литературы

1. Physical properties and behaviour of highly Bi-substituted magneto-optic garnets for applications in integrated optics and photonics / Nur-E-Alam M., Vasiliev M., Alameh K., Kotov V. // *Adv. Opt. Technol.* – 2011. – Vol. 2011, Article ID 971267, 7 p.
2. Faraday rotation spectra of bismuth-substituted ferrite garnet films with in-plane magnetization / Helseth L. E., Hansen R. W., P'yashenko E. I. et al. // *Phys. Rev. B.* – 2001. – Vol. 64, No 17_174406.
3. Kahl S. Bismuth iron garnet films for magneto-optical photonic crystals : doct. diss. / Kahl S. – Stockholm, 2004. – 133 p.
4. Shaoying Kang. Advanced magneto-optical materials and devices: thesis (Ph. D.) / Shaoying Kang. – Cambridge, Mass., 2007. – 145 p.
5. Волоконно-оптический модуль переключателя каналов на базе эпитаксиальной пленки феррита-граната / Басиладзе Г. Д., Бержанский В. Н., Долгов А. И. // *Ученые записки Таврического национального университета имени В. И. Вернадского. Серия «Физико-математические науки».* – 2011. – Т. 24 (63), № 2. – С. 104–113.
6. Basiladze G. D. Modulation of light polarization at its extending along a plane of ferrite garnet epitaxial film / Basiladze G. D., Berzhansky V. N., Dolgov A. I. // *Intern. Conf. "Functional Materials" (ICFM-2011), Partenit, Ukraine, Oct. 3-8, 2011 : abstracts.* – Simferopol : DIP, 2011. – P. 198.
7. Faraday rotation spectra of bismuth- substituted rare-earth iron garnet crystals in optical communication band / Guang-Yu Zhang, Xue-Wu Xu, Tow-Chong Chong // *J. Appl. Phys.* – 2004. – Vol. 95, No 10, – P. 5267–5270.
8. Zhao W. Magneto-optic properties and sensing performance of garnet YbBi:YIG / Zhao W. // *Sensors and Actuators A: Physical.* – 2001. – Vol. 89, No 3. – P. 250–254.
9. Faraday rotation spectra analysis of Bi- substituted mixed rare-earth iron garnet crystals in optical communication band / Xu Z. C., Yan M., Li Miao et al. // *J. Appl. Phys.* – 2007. – Vol. 101, No 5_053910.

Басиладзе Г. Д. Вплив спектральної залежності коефіцієнта Фарадея на характеристики випромінювання, що пройшло планарний магнітоактивний елемент волоконно-оптичного перемикача / Басиладзе Г. Д., Бержанський В. Н., Долгов О. І. // Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 160-169.

Експериментально досліджене фарадеевське обертання в епітаксіальній плівці ферит-граната (ЕПФГ) складу $(\text{Bi}_{1,73}\text{Lu}_{1,24}\text{Ca}_{0,03})(\text{Fe}_{3,82}\text{Ga}_{1,15}\text{V}_{0,03})\text{O}_{12}$ залежно від довжини хвилі в робочому діапазоні 1270 – 1625 нм. Знайдена емпірична залежність питомого фарадеевського обертання для цієї плівки від довжини хвилі світла і наведені приклади розрахунку на її основі робочої довжини магнітоактивного елемента волоконно-оптичного перемикача і його модуляційних характеристик від коливань довжини хвилі світлового пучка на його вході.

Ключові слова: епітаксіальна плівка ферит-граната, спектральна залежність питомого фарадеевського обертання.

Basiladze G. D. Influence of spectroscopic dependence of Faraday coefficient on characteristics of radiation transmitted the planar magnetoactive element of the fiber-optic switch / Basiladze G. D., Berzhansky V. N., Dolgov A. I. // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2012. – Vol. 25(64), No 1. – P. 160-169.

Was experimentally investigated the Faraday rotation in epitaxial film ferrite-garnet $(\text{Bi}_{1,73}\text{Lu}_{1,24}\text{Ca}_{0,03})(\text{Fe}_{3,82}\text{Ga}_{1,15}\text{V}_{0,03})\text{O}_{12}$ depending on the wavelength of the operating range 1270 – 1625 nm. We found the empirical dependence of the specific Faraday rotation for this film on the wavelength of light and were given examples of calculation on the bases of its working length of fiber optic switch magnetoactive element and its modulation characteristic from the oscillations wavelength of light beam at its input.

Keywords: epitaxial film of the ferrite-garnet, spectral dependence specific Faraday rotation.

Поступила в редакцію 22.04.2012 г.

УДК 537.87

ОПТИМАЛЬНАЯ ВОЛНОВОДНАЯ МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНЫХ КОНСТАНТ ПЛОСКИХ ОБРАЗЦОВ

Пономаренко В.И., Попов В.В.

*Таврический национальный университет имени В.И. Вернадского, Симферополь, Украина
E-mail: slavapop@gmail.com*

В работе анализируется волноводная методика определения диэлектрической и магнитной проницаемостей образцов на предмет минимизации погрешности измерений. Показано, что минимальная погрешность измерений может быть достигнута при некотором оптимальном расстоянии образца от короткозамыкателя, которое зависит от толщины пластины и значения материальных констант. Также получено, что для диэлектрического образца целесообразно проводить восстановление как диэлектрической, так и магнитной проницаемости, без задания последней априори равной магнитной проницаемости вакуума. Предложенная методика применена для измерения диэлектрической проницаемости тефлона.

Ключевые слова: диэлектрическая и магнитная проницаемость, оптимизация волноводных измерений.

ВВЕДЕНИЕ

Измерения диэлектрической и магнитной проницаемостей материалов широко применяются при разработке устройств диапазона сверхвысоких частот (СВЧ), например, поглотителей электромагнитных волн [1-3].

Наиболее часто такие измерения проводятся классическим методом короткого замыкания и холостого хода с образцами в виде пластин, помещаемых в прямоугольный волновод [4-6]. При этом измеряются значения комплексного коэффициента отражения R при двух положениях образца: на короткозамыкателе (положение $KЗ$) и на расстоянии четверти длины волны от него (режим холостого хода $ХХ$). Такой выбор положений образца обосновывается физическими соображениями, заключающимися в том, что в положении $KЗ$ образец находится в пучности магнитного поля и R зависит главным образом от его магнитной проницаемости, тогда как в положении $ХХ$ образец находится в пучности электрического поля и на величину R влияет в основном диэлектрическая проницаемость [6]. Кроме того, расчетные формулы, связывающие материальные константы с R существенно упрощаются по сравнению со случаем отличных от $KЗ$ и $ХХ$ положений образца в волноводе. В случае немагнитного образца в расчетных формулах полагается магнитная проницаемость $\mu = \mu_0$, где μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, что позволяет однозначно восстанавливать диэлектрическую проницаемость ε .

Целью настоящей статьи является анализ метода $KЗ$ и $ХХ$ на предмет точности измерения материальных констант и обоснование оптимальной методики измерений, при которой достигается минимальная погрешность измерения ε и μ при заданной точности ΔR измерения модуля коэффициента отражения и точности $\Delta \varphi$ измерения фазы.

1. РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ

Обозначим (Рис. 1):

a – размер широкой стенки волновода;

d – толщина пластины-образца;

ω – циклическая частота;

Γ_0 – постоянная распространения волны типа H_{10} ;

s_1, s_2 – два значения расстояния от образца до плоскости короткозамыкателя;

R_1, R_2 – соответствующие значения коэффициента отражения на границе образца, удаленной от короткозамыкателя;

$i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица.

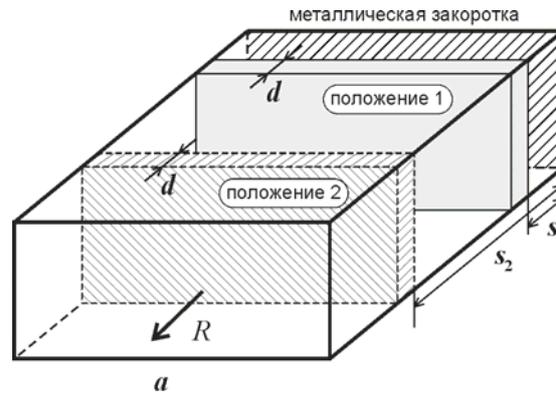


Рис. 1. Магнитоэлектрическая пластина в прямоугольном волноводе с короткозамыкателем.

Представление поле внутри образца и вне его в виде суперпозиции прямых и обратных волн основного типа и наложение граничных условий для компонент поля позволяет аналитически решить прямую задачу вычисления величин R_1, R_2 при известных значениях ε и μ . Из решения прямой задачи находится решение обратной задачи, состоящей в определении материальных констант по значениям R :

$$\mu = -i \frac{\Gamma}{\omega} x, \quad \varepsilon = \frac{\Gamma^2 + (\pi/a)^2}{\omega^2 \mu}, \quad (1)$$

$$\Gamma = \frac{1}{2id_1} \left\{ \ln \left| \frac{1+iy}{1-iy} \right| + i \arg \left(\frac{1+iy}{1-iy} \right) + 2n\pi i \right\}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

$$x^2 = \frac{\alpha_1 \beta_1 (\beta_2 - \alpha_2) - \alpha_2 \beta_2 (\beta_1 - \alpha_1)}{\beta_1 - \alpha_1 - \beta_2 + \alpha_2}, \quad y = \frac{\beta_2 - \alpha_2 - \beta_1 + \alpha_1}{\alpha_2 \beta_2 - \alpha_1 \beta_1},$$

$$\alpha_{1,2} = i \frac{\omega\mu_0}{\Gamma_0} \operatorname{tg}(\Gamma_0 s_{1,2}), \beta_{1,2} = -\frac{\omega\mu_0 R_{1,2}}{\Gamma_0(1-R_{1,2})}.$$

В частном случае $s_1 = 0$, $s_2 = \lambda/4$, что соответствует положениям образца в методе КЗ и ХХ, имеем $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \infty$. При этом формулы (1) упрощаются и приводят к выражениям для материальных констант, совпадающим с приведенными в [6].

Из (1) следует, что для магнитоэлектрической пластины восстановление ее материальных констант по измерениям R при двух положениях образца в волноводе не является однозначным ввиду множественности возможных значений величины Γ . В связи с этим для отбора истинных значений ε и μ необходимо дополнительное измерение значения R_3 коэффициента отражения при расстоянии s_3 от образца до короткозамыкателя, отличном от s_1 и s_2 . В случае же немагнитной пластины, полагая в (1) $\mu = \mu_0$, находим диэлектрическую проницаемость однозначно без дополнительного измерения.

2. СПОСОБ РАСЧЕТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ИЗМЕРЕНИЙ

Задаваясь значениями величин $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$, $\mu = \mu' + i\mu''$, s_1 , s_2 , s_3 , можно вычислить из решения прямой задачи для волновода с образцом точные значения коэффициента отражения: R_1 , R_2 , R_3 .

Для моделирования искусственно внесем в значения коэффициента отражения погрешности ΔR , $\Delta\varphi$:

$R_{\Delta R}^+$ – модуль $|R|$ увеличен на $\Delta R = 0.01$, фаза R оставлена без изменения;

$R_{\Delta R}^-$ – модуль $|R|$ уменьшен на $\Delta R = 0.01$, фаза R оставлена без изменения;

$R_{\Delta\varphi}^+$ – фаза R увеличена на $\Delta\varphi = 1^\circ$, величина модуля $|R|$ оставлена без изменения;

$R_{\Delta\varphi}^-$ – фаза R уменьшена на $\Delta\varphi = 1^\circ$, модуль $|R|$ оставлен без изменения;

$R_{\Delta R, \Delta\varphi}^{++}$ – модуль и фаза R одновременно увеличиваются на ΔR и $\Delta\varphi$ соответственно.

Аналогично задаются величины $R_{\Delta R, \Delta\varphi}^{--}$, $R_{\Delta R, \Delta\varphi}^{+-}$, $R_{\Delta R, \Delta\varphi}^{-+}$.

Учитывая, что 4 измененных значения R_1 комбинируются с любым из 4 измененных значений R_2 , получаем 16 возможных комбинаций (R_1, R_2) . По каждой из этих комбинаций производится, с использованием величины R_3 для обеспечения однозначности, восстановление проницаемостей образца, с применением формул (1):

$$\begin{cases} \varepsilon_n = \varepsilon'_n + i\varepsilon''_n \\ \mu_n = \mu'_n + i\mu''_n \end{cases}, n = 1, 2, \dots, 16 \quad (2)$$

Вычисляются погрешности восстановления проницаемости образца:

$$\begin{cases} \Delta\varepsilon'_n = |\varepsilon'_n - \varepsilon'|, \Delta\varepsilon''_n = |\varepsilon''_n - \varepsilon''| \\ \Delta\mu'_n = |\mu'_n - \mu'|, \Delta\mu''_n = |\mu''_n - \mu''| \end{cases}, n = 1, 2, \dots, 16. \quad (3)$$

Из совокупностей (3) выбираются наибольшие значения $\Delta\varepsilon'$, $\Delta\varepsilon''$, $\Delta\mu'$, $\Delta\mu''$, которые и принимаются в качестве верхних оценок возможной погрешности измерения диэлектрической и магнитной проницаемости образца. В качестве относительных оценок погрешности принимаются величины

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon'_{\text{отн}} &= \frac{\Delta\varepsilon'}{|\varepsilon|} \cdot 100\%, \Delta\varepsilon''_{\text{отн}} = \frac{\Delta\varepsilon''}{|\varepsilon|} \cdot 100\% \\ \Delta\mu'_{\text{отн}} &= \frac{\Delta\mu'}{|\mu|} \cdot 100\%, \Delta\mu''_{\text{отн}} = \frac{\Delta\mu''}{|\mu|} \cdot 100\% \end{aligned} \quad (4)$$

Варьируя расстояния s_1 , s_2 , можно определить их оптимальные значения, которым соответствуют минимальные значения относительной погрешности определения материальных констант.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Современные векторные анализаторы цепей обеспечивает точность измерения модуля R около 1% и точность измерения фазы R , близкую к 1 град [7]. В связи с этим при компьютерном моделировании процесса измерений полагалось $\Delta R = 0.01$ и $\Delta\varphi = \pi/180$ рад.

Результаты, приведенные в Таблицах 1 и 2, относятся к волноводу с размером широкой стенки $a = 23$ мм и частоте $f = 10$ ГГц при значении расстояния $s_1 = 0$. Относительные погрешности приведены в процентах. Через ε , μ обозначены относительные проницаемости образца.

Таблица 1

Влияние расстояния s_2 от образца до короткозамыкателя на погрешность измерения материальных констант образца с $\varepsilon = 20 + 1i$, $\mu = 3 + 2i$, $d = 1$ мм.

Расстояние s_2 , мм	$\Delta\varepsilon'_{\text{отн}}$	$\Delta\varepsilon''_{\text{отн}}$	$\Delta\mu'_{\text{отн}}$	$\Delta\mu''_{\text{отн}}$
9.9 ($\lambda/4$)	4.0	4.0	5.0	5.0
16	3.1	2.7	3.1	3.0

Из Таблицы 1 видно, что погрешности можно существенно уменьшить, если вместо четвертьволнового расстояния s_2 поместить образец на расстоянии $s_2 = 16$ мм, существенно отличающемся от «классического». Аналогичные результаты были получены при моделировании процесса измерения образцов с другими значениями материальных констант. Существенно, что для одного и того же материала образца оптимальное расстояние s_2 зависит от его толщины. Так, для материала, к которому относится Таблица 1, оптимальное расстояние $s_2 = 5$ мм, если толщина образца $d = 0.5$ мм.

Таблица 2

Влияние расстояния s_2 и способа восстановления диэлектрической проницаемости немагнитного образца на погрешность измерений.

Относительная диэлектрическая проницаемость образца	$s_2 = 9.9$ мм ($\lambda/4$)				$s_2 = 5.5$ мм			
	μ измеряется		$\mu = 1$		μ измеряется		$\mu = 1$	
	$\Delta\varepsilon'_{отн}$	$\Delta\varepsilon''_{отн}$	$\Delta\varepsilon'_{отн}$	$\Delta\varepsilon''_{отн}$	$\Delta\varepsilon'_{отн}$	$\Delta\varepsilon''_{отн}$	$\Delta\varepsilon'_{отн}$	$\Delta\varepsilon''_{отн}$
$\varepsilon = 10 + 3i$, $d = 2$ мм	9	9	14	14	5.2	5.2	8.7	8.8
$\varepsilon = 2 + 3i$, $d = 2$ мм	2.7	2.5	5.6	5.7	1	2	4	5
$\varepsilon = 20 + 3i$, $d = 1$ мм	8	6	13	10	5	4	10	7

Таблица 2, относящаяся к образцам с относительной магнитной проницаемостью $\mu = 1$, иллюстрирует как возможность уменьшения погрешности измерения диэлектрической проницаемости за счет выбора расстояния s_2 , так и выбором способа восстановления диэлектрической проницаемости вместе с магнитной проницаемостью, не задавая ее априори равной единице. Так, при $\varepsilon = 2 + 3i$ и расстоянии $s_2 = 5.5$ мм погрешности $\Delta\varepsilon'_{отн}$ и $\Delta\varepsilon''_{отн}$ снижаются соответственно в 4 и 2.5 раза, если проводить измерение диэлектрической проницаемости вместе с магнитной. Аналогичный результат получен и при других значениях комплексной диэлектрической проницаемости немагнитного образца. Объяснение такой зависимости погрешности измерения диэлектрической проницаемости немагнитного образца от способа ее измерения, по нашему мнению, следующее. Если положить в расчетных формулах (1) $\mu = 1$, то погрешность измерения R целиком скажется на точности восстановления диэлектрической проницаемости. Если же восстанавливать с применением формул (1) одновременно

ε и μ , то погрешность измерения R «распределится» между диэлектрической и магнитной проницаемостями.

Как показали многочисленные расчеты, включение в число варьируемых параметров расстояния s_1 не приводит к существенному снижению погрешностей. Таким образом, при моделировании процесса измерений достаточно, зафиксировав расстояние s_1 (не обязательно равным нулю), варьировать лишь расстояние s_2 с целью определения его оптимального значения.

Изложенный метод моделирования был применен при измерении диэлектрической проницаемости тефлона на основе измерения КО на установке, реализующей многорезонансный метод [8-10]. Для относительной диэлектрической проницаемости тефлона получено: $\varepsilon' = 2.07 \pm 0.02$, $\varepsilon'' = 0.00 \pm 0.01$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе компьютерного моделирования показано, что классическая схема измерения материальных констант магнитодиэлектриков в волноводе, при которой плоский образец последовательно располагается на короткозамыкателе и на расстоянии четверти длины волны от него, в общем случае не является оптимальной в плане минимизации погрешностей.

Показано, что оптимальное расстояние образца от короткозамыкателя зависит от его толщины и значения материальных констант. Это расстояние можно определить предложенным в работе способом моделирования после предварительного приближенного измерения материальных констант методом короткого замыкания и холостого хода.

Показано, что схема измерений, при которой вместо положения образца на короткозамыкателе применяется смещенное по отношению к короткозамыкателю положение, не дает существенного уменьшения погрешностей измерения материальных констант.

Показано, что для диэлектрического образца целесообразно проводить восстановление как диэлектрической, так и магнитной проницаемости, без задания последней априори равной магнитной проницаемости вакуума.

Предложенная методика повышения точности измерения материальных констант применена для измерения диэлектрической проницаемости тефлона с относительной погрешностью, не превышающей 0.01.

Список литературы

1. Qin F. A review and analysis of microwave absorption in polymer composites filled with carbonaceous particles / Qin F., Brosseau C. // *Journal of Applied Physics*. – 2012. – Volume 111, Issue 6. – P. 061301 (24 pages).
2. Microwave permeability of Co_2Z composites / Rozanov K. N., Li Z. W., Chen L. F., Koledintseva M. Y. // *Journal of Applied Physics*. – 2005. – Volume 97, Issue 1. – P. 013905 (7 pages).
3. Baker-Jarvis J. High-Frequency Dielectric Measurements / Baker-Jarvis J., Janezic M. D., DeGroot D. C. // *IEEE Instrumentation and Measurement Magazine*. – 2010. – Volume 13, Issue 2. – P. 24-31.

4. Microwave Electronics: Measurement and Materials Characterization / Chen L. F., Ong C. K., Neo C. P., Varadan V. V., Varadan V. K. – UK : John Wiley and Sons Ltd, 2004. – 537 pages.
5. Transmission/Reflection and Short-Circuit Line Methods for Measuring Permittivity and Permeability / Baker-Jarvis J., Janezic M. D., Grosvenor J. H., Geyer R. G. // NIST Technical Note 1355-R, 1993. – 236 pages.
6. Брандт А. А. Исследование диэлектриков на сверхвысоких частотах / Брандт А. А. – М. : Государственное издательство физико-математической литературы, 1963. – 404 с.
7. Williams D. F. An Optimal Vector Network Analyzer Calibration Algorithm / Williams D. F., Wang J. C.-M., Arz U. // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 2003. – Vol. 51, No 12. – P. 2391-2401.
8. Пономаренко В. И. Многорезонансный метод измерения комплексного коэффициента отражения в волноводе / Пономаренко В. И., Попов В. В. // Приборы и техника эксперимента. – 2005. – № 1. – С. 94-100.
9. Пономаренко В. И. Компенсация влияния собственного коэффициента отражения направленного ответвителя в многорезонансном методе измерения коэффициента отражения в волноводе / Пономаренко В. И., Попов В. В. // Приборы и техника эксперимента. – 2005. – № 6. – С. 33-36.
10. Пономаренко В. И. Компенсация экспериментальных погрешностей в многорезонансном методе измерения коэффициента отражения в волноводе / Пономаренко В. И., Попов В. В., Виногородский Д. Ф. // Известия Вузов. Радиоэлектроника. – 2006. – № 8. – С. 66-70.

Пономаренко В. И. Оптимальна хвилеводна методика вимірювання матеріальних констант плоских зразків / Пономаренко В. И., Попов В. В. // Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 170-176.

У роботі аналізується хвилеводна методика визначення діелектричної і магнітної проникності зразків на предмет мінімізації похибки вимірювань. Показано, що мінімальна похибка вимірювань може бути досягнута при деякій оптимальній відстані зразка від короткозамикача, яка залежить від товщини пластини і значення матеріальних констант. Також отримано, що для діелектричного зразка доцільно проводити відновлення діелектричної і магнітної проникності одночасно, без завдання останньої апіорі рівній магнітної проникності вакууму. Запропонована методика застосована для вимірювання діелектричної проникності тefлону.

Ключові слова: діелектрична і магнітна проникність, оптимізація хвилеводних вимірювань.

Ponomarenko V. I. Optimal waveguide method for measuring the material constants of flat samples / Ponomarenko V. I., Popov V. V. // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2012. – Vol. 25(64), No 1. – P. 170-176.

The paper examines the waveguide technique of determination of the permittivity and permeability of samples in order to minimize measurement error. It is shown that the minimum error of the measurement can be achieved with some optimal distance between the specimen and waveguide short, which depends on the thickness of the plate and the values of material constants. It is also shown that for the purely dielectric sample, calculation of the permittivity and permeability should be carried out simultaneously, without specifying the latter a priori equal to the magnetic permeability of vacuum. The proposed method is applied for measurement of the dielectric permittivity of Teflon.

Keywords: permittivity and permeability, optimization of waveguide measurements.

Поступила в редакцію 30.04.2012 г.

УДК 537.9

СОЛИД-ЭХО В ВЕЩЕСТВАХ С НЕВЫДЕЛЕННЫМИ СПИНОВЫМИ ГРУППИРОВКАМИ

Рябушкин Д.С., Сапига А.А., Сапига Ю.А.

*Таврический национальный университет имени В.И. Вернадского, Симферополь, Украина
E-mail: drubushkin@crimea.edu, sapiga_av@mail.ru*

Теоретически и экспериментально исследованы динамика формирования и особенности солид-эха ядерного магнитного резонанса (ЯМР) в веществах без выделенных спиновых группировок. Показано хорошее качественное и количественное согласие результатов для многочастичных систем с диполь-дипольным взаимодействием.

Ключевые слова: магнитный резонанс, метод аппроксимантов, солид-эхо, моменты.

ВВЕДЕНИЕ

Задача вычисления и анализа формы солид-эха представляет интерес, как минимум, по двум причинам. Во-первых, любопытно теоретическое описание самого явления формирования солид-эха, поскольку не существует наглядной классической модели, объясняющей поведение магнитных моментов при воздействии импульсной серии $90_x^\circ - \tau - 90_y^\circ$ (в отличие, например, от эха Хана, допускающего простую интерпретацию явления). Указанное обстоятельство свидетельствует в пользу того, что формирование солид-эха может быть объяснено только в рамках квантовой теории. Во-вторых, солид-эхо представляет собой отклик на простейшую серию из двух импульсов, но при этом сохраняет большинство особенностей, характерных для других, более сложных последовательностей. Корректное теоретическое описание формы двухспиновой отклика может расширить возможности анализа более сложных импульсных воздействий на ядерные системы.

Очевидно, что прямое вычисление формы эха невозможно в силу многочастичности реальных систем. Поэтому приходится допускать некоторое упрощение теоретических рассуждений, оставляя при этом наиболее важные особенности изучаемых спиновых систем. В этом отношении примечателен так называемый метод аппроксимантов, позволяющий получать компактные выражения для систем, состоящих из большого числа спинов [1-3]. В данной работе методом аппроксимантов получены выражения для формы солид-эха в предположении об отсутствии выделенных спиновых группировок. При этом требуется задать в аналитическом виде выражение для спада свободной прецессии (ССП). Хорошо известна проблема аналитического описания СПП [4]. В ряде веществ СПП соответствует плавно спадающей функции, однако в большом количестве объектов и даже в таких простых, как CaF_2 , СПП имеет осциллирующую форму. В настоящее время существуют только феноменологические подходы к описанию формы СПП. В

рамках решения нашей задачи от выбора того или иного подхода при описании ССП зависит выбор объекта для проверки полученных выражений.

Исходя из допущенных при выводе формул ограничений, требовалось выбрать вещество, которое удовлетворяло бы следующим условиям: а) спектр ЯМР при комнатной температуре соответствует жесткой решетке и молекулярная подвижность не усредняет линию ЯМР ($M_2\tau_c^2 > 1$); б) в образце нет выделенных спиновых группировок; в) ССП плавно спадает до нуля и не имеет значительных осцилляций. Многие кристаллогидраты, такие, как гипс, имеют спектр пейковского дублета [4] и осциллирующий ССП, а потому не подходят для проверки полученных выражений. Для опытов были выбраны порошок сегнетовой соли ($\text{KNaC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$) и монолитный образец полиметилметакрилата (ПММА).

1. ТЕОРИЯ

Рассмотрим систему, гамильтониан которой носит диполь-дипольный характер [4]:

$$\hbar H = \frac{\gamma^2 \hbar^2}{2} \cdot \frac{3 \cos^2 \theta - 1}{R^3} \cdot (I_1 \cdot I_2 - 3I_{1z} I_{2z}), \quad (1)$$

где γ – гиромагнитное отношение, θ – угол между внешним постоянным магнитным полем и межъядерным вектором, R – расстояние между спинами, I_1 и I_2 – операторы собственных механических моментов ядер, I_{1z} и I_{2z} – операторы проекций спинов на направление внешнего поля.

Введем супероператор $L = \frac{1}{\hbar} [\dots, H]$ и, используя процедуру Шмидта, построим ортогональный набор операторов вида:

$$\varphi_0 = I_x, \varphi_1 = LI_x, \varphi_2 = L^2 I_x - M_2 I_x, \varphi_3 = L^3 I_x - \frac{M_4}{M_2} LI_x, \quad (2)$$

где M_2, M_4, \dots являются вторым, четвертым и т.д. моментами линии поглощения.

Представим матрицу плотности системы $\rho(\tau)$ в интервале между двумя импульсами в виде разложения по ортогональному набору (2):

$$\rho(\tau) = A_0(\tau)\varphi_0 + A_1(\tau)\varphi_1 + A_2(\tau)\varphi_2 + \dots \quad (3)$$

Подставляя данное выражение в уравнение Лиувилля, находим соотношение для временных функций в (3):

$$i \frac{dA_n}{dt} = -\nu_n^2 A_{n+1} - A_{n-1}, \quad (4)$$

где начальные коэффициенты ν_n^2 связаны с моментами следующими выражениями:

$$\nu_0^2 = M_2, \nu_1^2 = \frac{M_4 - M_2^2}{M_2}, \nu_2^2 = \frac{M_2 M_6 - M_4^2}{M_2 (M_4 - M_2^2)}, \dots \quad (5)$$

Если пренебречь релаксацией системы во время второго радиочастотного импульса, то изменение матрицы плотности образца можно представить как

результат воздействия оператора поворота на 90^0 вокруг оси Y во вращающейся системе координат:

$$\rho(\tau, 0) = A_0(\tau, 0)\varphi_0 - A_1(\tau, 0)\varphi_1 + \dots \quad (6)$$

В последнем выражении нулем обозначен момент начала отсчета времени после окончания второго импульса. Представляя матрицу плотности $\rho(\tau, t)$ в виде (3) и используя (6) в качестве начального условия, с помощью преобразования Лапласа перейдем от системы дифференциальных уравнений к системе алгебраических уравнений. Решив ее и произведя обратное преобразование Лапласа, окончательно находим для солид-эха:

$$V(\tau, t) = G(\tau)G(t)\exp\left(-\frac{\dot{G}(\tau)}{G(\tau)}t\right), \quad (7)$$

где буквой G обозначен спад свободной прецессии (ССП), а точка над СПП означает производную по времени.

Привлекательность полученной формулы состоит в том, что она определяет сигнал эха многочастичной системы в виде компактного выражения и может быть использована для анализа откликов самых разных образцов. Форма солид-эха зависит от аналитического выражения для СПП, которое можно вычислить, исходя из конкретных особенностей образца.

В теории ЯМР вычисление формы СПП наталкивается на ряд принципиальных трудностей. Это связано с тем, что в реальном твердом теле при отсутствии или очень медленных движениях форма линии ЯМР в большинстве случаев не описывается простыми функциями и не является ни Гауссовой, ни Лоренцевой, что обусловлено особенностями распределения дипольных магнитных взаимодействий в кристаллической решетке конкретного вещества. Фурье-образ или СПП от такой линии ЯМР представляет собой затухающую функцию с осцилляциями. Однако в целом ряде веществ СПП представляет собой плавно спадающую функцию без явных осцилляций. Поэтому обычно методологический подход сводится к чисто феноменологическому описанию СПП с помощью той или иной функции.

Для экспериментальной проверки выражения (7) нами было использовано выражение для СПП в виде Гаусс-Марковской функции, которая позволяет учесть молекулярную подвижность:

$$G(t) = \exp\left[-\frac{1}{2}\overline{M_2}t^2 - \Delta M_2\tau_c^2\left(\frac{t}{\tau_c} + \exp\left(-\frac{t}{\tau_c}\right) - 1\right)\right], \quad (8)$$

где $\Delta M_2 = M_2 - \overline{M_2}$ – разница вторых моментов спектра ЯМР в жесткой и быстроподвижной решетках, τ_c – время корреляции.

Выражение (8) в случае очень медленных движений ($\tau_c \rightarrow \infty$) и очень быстрых движений ($\tau_c \rightarrow 0$) переходит в гауссову функцию. Подстановка гауссовой функции в (7) приводит к сигналу эха, которое не затухает от раздвижки между импульсами, что не соответствует экспериментальному поведению солид-эха. Однако в области промежуточных движений подстановка в общем виде выражения (8) приводит к солид-эху, поведение которого можно корректно сравнить с экспериментом.

Для случая медленных движений Гаусс-Марковская функция была представлена в виде:

$$G(t) = \exp \left[-M_2 \tau_c^2 \left(\frac{t}{\tau_c} + e^{\frac{-t}{\tau_c}} - 1 \right) \right]. \quad (9)$$

Здесь ССП зависит только от второго момента жесткой решетки и времени корреляции.

Поскольку функция похожа на гауссову функцию и переходит в неё в предельных случаях, то ССП не имеет осцилляции на крыльях. Это обстоятельство ограничивает выбор объектов для корректного сравнения теоретической и экспериментальной формы эха.

Подстановка (9) в (7) приводит к выражению:

$$V(\tau, t) = G(\tau) \cdot G(t) \exp \left[M_2 \tau_c \left(1 - e^{\frac{-\tau}{\tau_c}} \right) \cdot t \right]. \quad (10)$$

2. ЭКСПЕРИМЕНТ

Спад свободной прецессии и форма солид-эха регистрировались на импульсном когерентном спектрометре ЯМР на частоте 31 МГц. Импульс $\pi/2 - 2$ мкс. «Мертвое» время – 8 мкс. Все измерения проводились при комнатной температуре.

Непрерывные спектры ЯМР записывались на спектрометре широких линий. Рабочая частота 33 МГц. По спектрам были рассчитаны значения моментов линии, которые в дальнейшем использовались в приведенных выражениях.

Сегнетова соль: $M_2 = (255 \pm 11)$ кГц², полиметилметакрилат: $M_2 = (220 \pm 9)$ кГц².

Спектры выбранных веществ во многом подобны. Это широкая, почти не имеющая тонкой структуры линия. Но по сути, спектры отличаются принципиально. В полимере ПММА магнитные моменты в группах CH₃, CH₂ не имеют таких выделенных позиций как протоны в молекуле воды, а спектр ЯМР имеет вид широкой гладкой линии, а потому может служить примером вещества без выделенных протонных группировок.

Спектр сегнетовой соли состоит из наложения размазанного пейковского дублета и широкой центральной линии (Рис. 3, а). Особенность сегнетовой соли в том, что, несмотря на наличие в ее составе молекул воды, ССП не имеет осцилляций. ССП, являясь Фурье-образом спектра, отображает общую форму спектра, а у сегнетовой соли в результате наложения дублета от молекул воды и широкой линии в центре от четырех протонов, входящих в структуру соли, линия сгладилась. Надо заметить, что в обоих образцах соотношение $M_4/M_2^2 \approx 3$ и усредненная форма спектра может быть грубо описана функции Гаусса. В целом спектр сегнетовой соли похож на типичные спектры кристаллогидратов, у которых по тем или иным причинам маскируются выделенные спиновые группировки. Такая неоднозначность в формировании спектра расширяет пределы оценки применимости данного теоретического подхода и является причиной, по которой основные результаты приведены именно для сегнетовой соли.

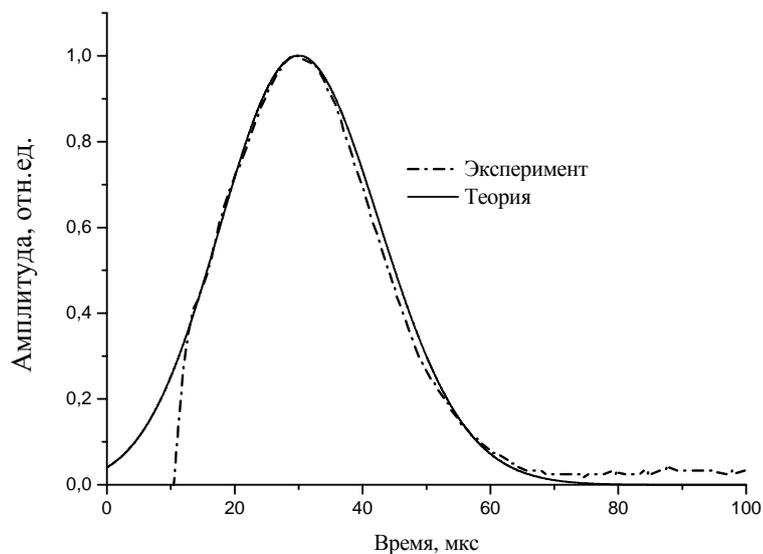


Рис. 1. Сравнение теоретической и экспериментальной формы солид-эха для $\text{NaKCl}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$. Начальный участок эха искажен из-за «мертвого» времени после второго импульса.

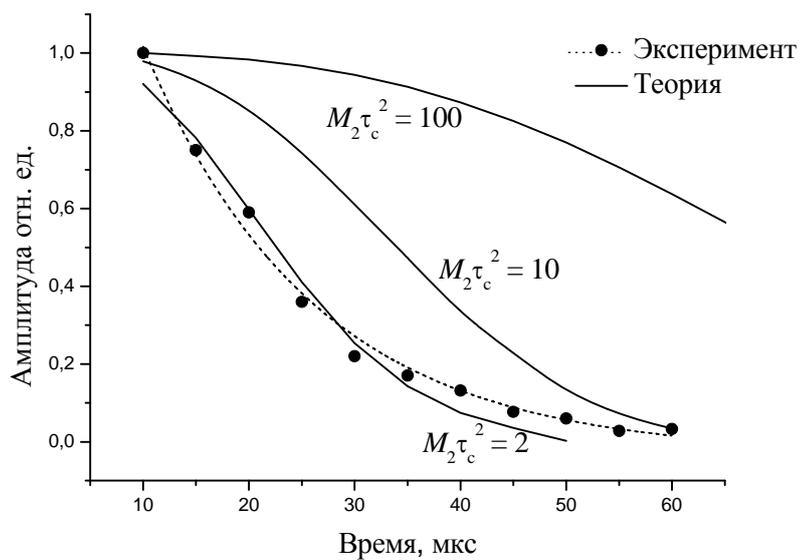


Рис. 2. Затухание амплитуды эха для порошка сегнетовой соли от раздвижки между импульсами.

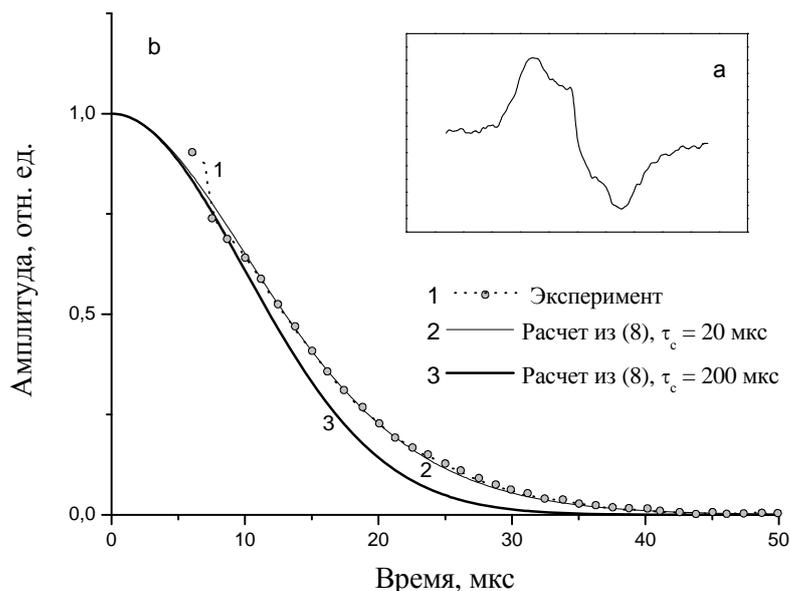


Рис. 3. а) Спектр порошка $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$; б) Сравнение экспериментальной и теоретической формы ССП для порошка $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$.

Для проведения корректного сравнения теоретической формы ССП и солид-эха с экспериментом требуется знание параметров M_2 и τ_c . Если взять величину M_2 из непрерывных спектров, то из сравнения экспериментальных и теоретических зависимостей импульсных откликов можно грубо оценить параметр τ_c .

Форма солид-эха при раздвижке между импульсами 30 мкс, рассчитанная по формуле (10), приведена на Рис. 1. Теоретические зависимости амплитуды солид-эха в зависимости от величины $M_2\tau_c^2$, которая характеризует степень молекулярной подвижности, приведены на Рис. 2. Там же приведена экспериментальная зависимость амплитуды эха от раздвижки между импульсами для сегнетовой соли.

На Рис. 3 представлен экспериментальный спад в порошке сегнетовой соли, который хорошо описывается выражением (8) с параметрами $M_2 = 255 \text{ кГц}^2$ и $\tau_c = 20 \text{ мкс}$.

Влияние подвижности в сегнетовой соли на ССП иллюстрирует сравнение кривых 2 и 3 на Рис. 3. Кривая 3 получена в предположении, условно жесткой решетки, когда $\tau_c = 200 \text{ мкс}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как видно из полученных результатов, ограничение на невыделенность спиновых группировок, которое использовалось при выводе теоретических соотношений, в реальных веществах может трактоваться более широко. В ряде случаев совокупность магнитных моментов, в результате особенностей внутреннего строения или наличия подвижности, создает такую форму линии, которая эквивалентна бесструктурной линии. В этом случае полученные выражения вполне применимы.

На Рис. 2 показано, что в рамках данного формализма при переходе от жесткой решетки к подвижной затухание амплитуды эха ускоряется. Причем в случае совершенно жесткой решетки затухание вообще должно отсутствовать. Однако в

реальном веществе такой ситуации не наблюдается и амплитуда солид-эхо затухает от раздвижки между импульсами. В твердом теле кроме подвижности существуют и другие механизмы, вызывающие затухание солид-эха при отсутствии молекулярной подвижности, которые не учитывались при выводе данных формул. Как видно из выражений (9) - (10), ССП и амплитуда солид-эха зависят от величин M_2 и τ_c . Причем оба эти параметра влияют на конечный результат противоположным образом. Из формальных представлений M_2 отвечает за диполь-дипольную составляющую скорости затухания ССП и амплитуды солид-эха. Тогда как время корреляции описывает вклад в скорость формирования спада и эха при наличии молекулярной подвижности. Критерием границы между жесткой и подвижной решетками считается условие $M_2\tau_c^2 = 1$. При $M_2\tau_c^2 < 1$ солид-эхо не формируется. В сегнетовой соли было получено $M_2\tau_c^2 = 2$, что весьма близко к условной границе и коррелирует с низкой температурой (55°C) начала фазовых преобразований в этом веществе.

Аналогично приведенным результатам для сегнетовой соли теоретические выражения хорошо описывают поведение ССП и солид-эха в полиметилметакрилате. Из сравнения экспериментальных и теоретических кривых получено, что для ПММА $\tau_c = 43$ мкс В этом соединении $M_2\tau_c^2 = 4$.

Проведенное сравнение показало, что выражение (8) описывает основные экспериментальные особенности формы солид-эха для веществ, в которых ССП затухает без осцилляций.

Сильные зависимости от времени корреляции формы солид-эха и затухания от раздвижки могут послужить основой для разработки новых методик определения частот молекулярной подвижности методом ЯМР.

Список литературы

1. Engelsberg M. Approximants of the Nuclear-Spin Autocorrelation Function / Engelsberg M., Lowe I. J. // Phys. Rev. B – 1975. – Vol. 12, No 9. – P. 3547-3552.
2. Sergeev N. A. Shape of Two-Pulse NMR Echoes in Solids / Sergeev N. A., Sapiga A. V. and Ryabushkin D. S. // Phys. Lett. A – 1989. – Vol. 137, No 4-5. – P. 210-212.
3. Сергеев Н. А. Солид-эхо в кристаллогидратах / Сергеев Н. А., Сапи́га А. В., Рябушкин Д. С. // Украинский физический журнал – 1990. – Т. 35, № 3. – С. 434-438.
4. Абрагам А. Ядерный магнетизм / Абрагам А. – М.: ИЛ, 1961. – 551 с.

Рябушкін Д. С. Використання початкових моментів лінії магнітного резонансу для відновлення спектру поглинання в твердих тілах/ Рябушкін Д. С., Сапі́га О. О., Сапі́га Ю. О. // Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 177-183.

Теоретично і експериментально досліджені динаміка формування і особливості солид-відлуння ядерного магнітного резонансу (ЯМР) в речовинах без виділених угруповань спинів. Показано хороша якісна і кількісна згода результатів для багаточастинкових систем з диполь-дипольним взаємодією.

Ключові слова: магнітний резонанс, метод аппроксимантов, солид-эхо, моменти.

Ryabushkin D. S. Using the initial moments of magnetic resonance line for restoration of the absorption spectrum in solids / Ryabushkin D. S., Sapiga A. A., Sapiga Yu. A. // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2012. – Vol. 25(64), No 1. – P. 177-183.

Dynamics of forming and feature of solid-echo of NMR in matters without the selected spin groupments are investigated theoretically and experimentally. It is demonstrated good qualitative and quantitative consent of results for the many-particle systems with dipole-dipole interaction.

Keywords: magnetic resonance, method of approximants, solid-echo, moments.

Поступила в редакцію 21.04.2012 г.

УДК 539.213

**ВИЗНАЧЕННЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО ТА ЧАСОВОГО ІНТЕРВАЛУ
СТАБІЛЬНОСТІ СТРУКТУРИ ТА ВЛАСТИВОСТЕЙ
БАГАТОКОМПОНЕНТНИХ АМОΡФНИХ СПЛАВІВ**

Лисов В.І., Цареградська Т.Л., Турков О.В., Саєнко Г.В.

*Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна
E-mail: tsar_grd@ukr.net*

Визначено температурно-часові інтервали стабільності аморфних сплавів на основі заліза. Проведено дослідження впливу термообробки (термоциклування, ізотермічний відпал, кріообробка) на стабільність аморфних сплавів та показано, що ці впливи значно підвищують температуру початку інтенсивної кристалізації аморфних сплавів. Збільшення термічної стабільності аморфних сплавів пояснюється тим, що проведена термообробка призводить до істотного зменшення фазової рівноваги в гетерогенній системі: аморфна матриця–„вморожені” центри кристалізації, що супроводжується зменшенням розмірів „вморожених” центрів кристалізації та гомогенізацією структури сплаву.

Ключові слова: аморфні сплави, термодинамічна стабільність, кристалізація.

ВСТУП

Температурно-часова стабільність та фізичні властивості аморфних сплавів визначаються їх складом і температурним інтервалом активації фазових перетворень. Вивчення кінетики і механізму структурних перетворень аморфних сплавів дозволяє виробити конкретні рекомендації щодо підвищення їх термічної стабільності, зміні їх фізико-хімічних властивостей в необхідному напрямку. При нагріванні до певної температури аморфні металеві сплави переходять в більш стабільний кристалічний стан, втрачаючи при цьому свої характерні властивості. Тому виникає необхідність в умінні заздалегідь передбачати температурно-часову стабільність сплавів в аморфному стані. Важливим напрямком вивчення аморфних сплавів є дослідження змін структури та фізичних властивостей, що відбуваються в процесі старіння аморфних сплавів. Значна увага, що приділяється останнім часом до термічної обробки сплавів з аморфною структурою пов'язана з можливістю набуття особливих фізичних властивостей в нанокристалічному стані. Початковий метастабільний аморфний стан, що отримується надшвидким гартуванням, не завжди дає оптимальних характеристик. Однією з важливіших з точки зору практичного використання груп нанокристалічних матеріалів є аморфні багатокомпонентні сплави на основі заліза, які отримують за допомогою варіацій хімічного складу. Такі наноструктурні матеріали одержують шляхом кристалізації металевих стекол, а їх структура включає крім нанокристалічної фази аморфну складову. Необхідний розмір нанокристалів та їх частка досягається підбором оптимальних режимів термообробки металевих стекол [1, 2]. Об'єктами досліджень були зразки аморфних сплавів отриманих в Інституті металофізики НАН України методом спінінгування розплаву. Багатокомпонентні сплави отримувались

додаванням до базового бінарного сплаву системи Fe-V модифікуючих домішок (Si, Nb, Mo, Mn, Ni, Co). Метою досліджень було визначення температурного та часового інтервалу стабільності структури та властивостей аморфних сплавів на основі заліза, а також дослідження впливу термообробки (термоциклування, ізотермічного відпалу, кріообробки) на стабільність аморфних сплавів.

1. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕМПЕРАТУРНО-ЧАСОВОЇ СТАБІЛЬНОСТІ АМОРФНИХ СПЛАВІВ

Для зразків бінарних аморфних сплавів системи Fe-V та багатокомпонентних сплавів, що отримувались додаванням до базового бінарного сплаву системи Fe-V модифікуючих домішок (Si, Nb, Mo, Mn, Ni, Co), були проведені експерименти по ізотермічній витримці при кімнатній температурі. Експериментальні дослідження процесу кристалізації аморфних сплавів проводилися за допомогою високочутливої дилатометричної методики [3]. Методика проведених дилатометричних досліджень полягає в наступному. Молярний об'єм більшості сплавів в аморфному і кристалічному станах відрізняється на (1-3) %. При нагріванні аморфного сплаву його об'єм монотонно зростає, досягши певної температури (температури кристалізації) відбувається різке зниження об'єму, що свідчить про початок процесу кристалізації. Таким чином, можна досліджувати процес кристалізації аморфного сплаву, фіксуючи зміну довжини зразка і перераховуючи її в об'ємні зміни. На матеріал з відомим коефіцієнтом теплового розширення закріплюється відрізок аморфної фольги і задається прогин. Вимір довжини досліджуваної в процесі нагрівання фольги безперервно фіксується по зміні стріли прогину, викликаній розширенням фольги відносно матеріалу з відомим коефіцієнтом теплового розширення.

На Рис. 1. представлено температурну залежність відносної зміни об'єму $\Delta V/V(T)$ аморфного сплаву $Fe_{83}V_{17}$ для вихідного та витриманого на протязі 13 років зразків, а на Рис. 2 – температурну залежність $\Delta V/V(T)$ для аморфного сплаву $Fe_{70}Cr_{15}V_{15}$ для вихідного та витриманого на протязі 14 років зразків.

Порівняння температури початку інтенсивної кристалізації T_k початкового та витриманого зразків сплаву $Fe_{83}V_{17}$ (Рис. 1) показало, що вона знижується з $460^{\circ}C$ до $400^{\circ}C$, тобто на $60^{\circ}C$. Сплав має виражені інварні властивості. Коефіцієнт лінійного розширення до $300^{\circ}C$ близький до 0, в інтервалі $(300-400)^{\circ}C$ коефіцієнт лінійного розширення змінився з $\alpha_1=0,1 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ до з $\alpha_2=0,2 \cdot 10^{-6} K^{-1}$.

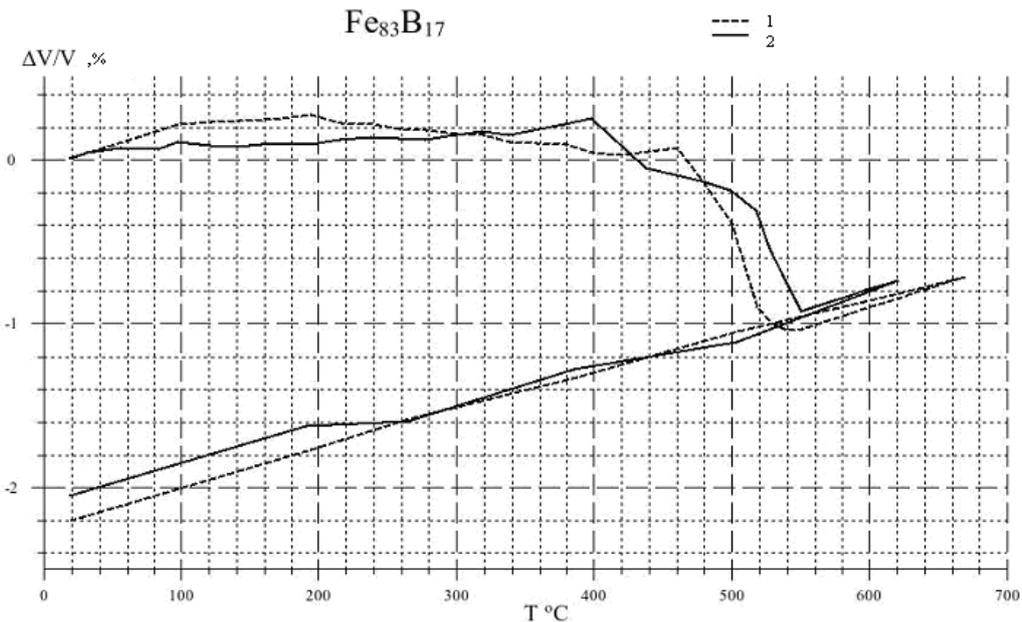


Рис. 1. Температурна залежність відносної зміни об'єму $\Delta V/V(T)$ аморфного сплаву $\text{Fe}_{83}\text{B}_{17}$: крива 1 для вихідного аморфного сплаву; крива 2 для зразка після тривалої (13 років) витримки при кімнатній температурі.

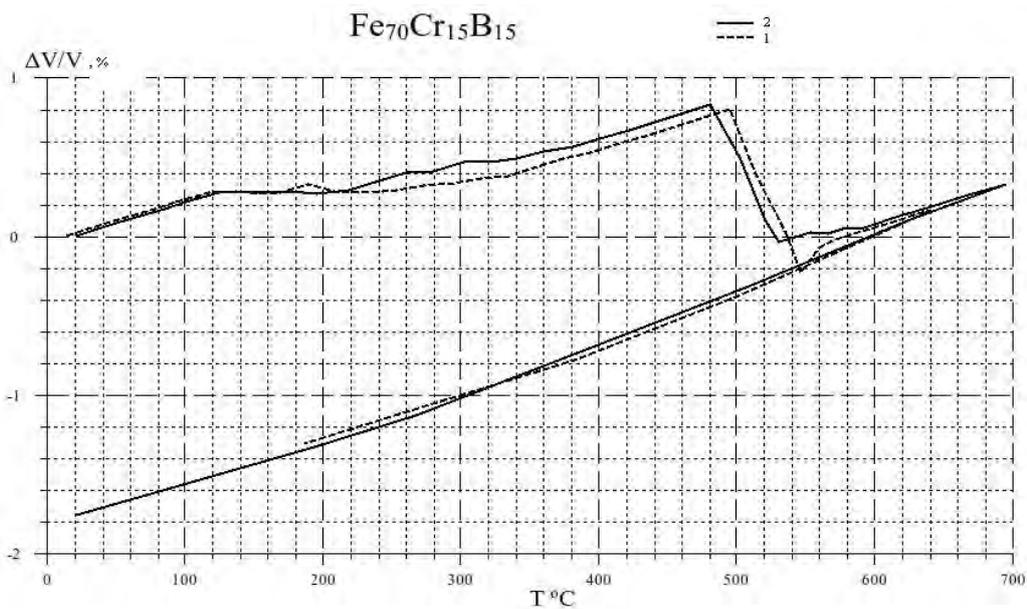


Рис. 2. Температурна залежність відносної зміни об'єму $\Delta V/V(T)$ аморфного сплаву $\text{Fe}_{70}\text{Cr}_{15}\text{B}_{15}$: крива 1 для вихідного аморфного сплаву; крива 2 - для зразка після тривалої (13 років) витримки при кімнатній температурі.

Порівняння температури початку інтенсивної кристалізації T_k вихідного та витриманого зразків сплаву $Fe_{70}Cr_{15}B_{15}$ (Рис. 2) показало, що вона майже не знижується (з $495^{\circ}C$ до $490^{\circ}C$, тобто на $5^{\circ}C$ (в межах похибки вимірювання). Коефіцієнт лінійного розширення теж не змінився і дорівнює для сплаву $Fe_{70}Cr_{15}B_{15}$ $\alpha = 0,55 \cdot 10^{-6} K^{-1}$.

На Рис. 3 представлено температурну залежність відносної зміни об'єму $\Delta V/V(T)$ багатокомпонентного аморфного сплаву $Fe_{77,5}B_{14}Si_2Nb_{0,5}Mo_3Mn_2Ni_1$. Порівняння температури початку інтенсивної кристалізації T_k початкового та витриманого зразків показало, що вона збільшується з $540^{\circ}C$ до $580^{\circ}C$, тобто на $40^{\circ}C$.

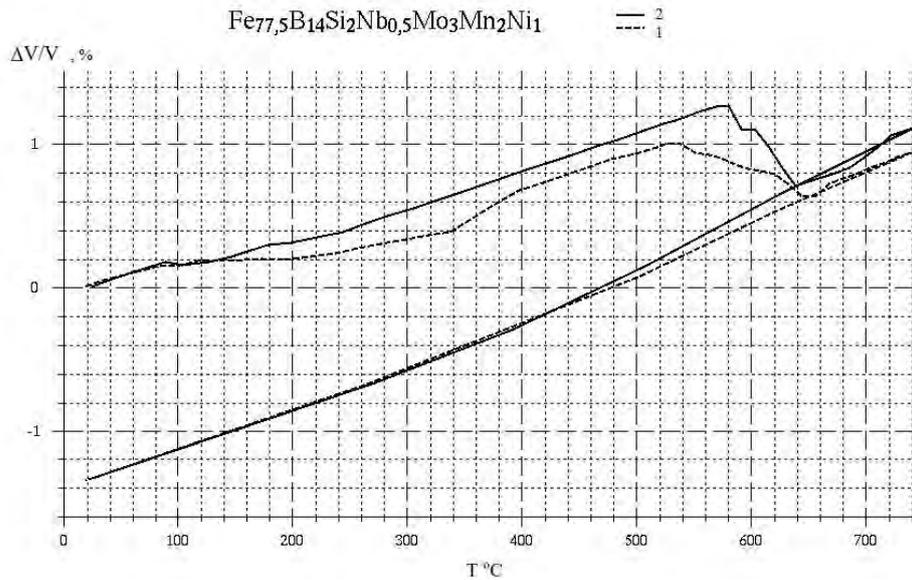


Рис. 3. Температурна залежність відносної зміни об'єму $\Delta V/V(T)$ аморфного сплаву $Fe_{77,5}B_{14}Si_2Nb_{0,5}Mo_3Mn_2Ni_1$ крива 1 – для вихідного аморфного сплаву; крива 2 – для зразка після тривалої (7 років) витримки при кімнатній температурі.

В Таблиці 1 наведено дані по температурам початку інтенсивної кристалізації T_k для вихідних та витриманих при кімнатній температурі протягом тривалого часу аморфних сплавів.

Аналіз проведених досліджень дозволяє зробити висновок про те, що тривала витримка (8-13 років) бінарних аморфних сплавів ($Fe_{85}B_{15}$, $Fe_{83}B_{17}$, $Fe_{75}B_{25}$) при нормальних зовнішніх умовах призводить до зниження їх термічної стабільності: температура початку інтенсивної кристалізації T_k сплавів знижується на $(20-60)^{\circ}C$.

Таблиця 1

Температури початку інтенсивної кристалізації для вихідних та витриманих аморфних сплавів

Склад аморфного сплаву	$T_k, ^\circ\text{C}$ (до витримки)	$T_k^c, ^\circ\text{C}$ (після витримки)	Час, роки
Бінарні сплави			
$\text{Fe}_{85}\text{B}_{15}$	460	425	8
$\text{Fe}_{83}\text{B}_{17}$	460	400	13
$\text{Fe}_{75}\text{B}_{25}$	420	400	13
Багатокомпонентні сплави			
$\text{Fe}_{70}\text{Cr}_{15}\text{B}_{15}$	495	490	14
$\text{Fe}_{77,5}\text{B}_{14}\text{Si}_2\text{Nb}_{0,5}\text{Mo}_3\text{Mn}_2\text{Ni}_1$	540	580	7
$\text{Fe}_{78}\text{B}_{12}\text{Si}_6\text{Ni}_1\text{Mo}_2\text{Nb}_2$	550	590	9

Даний факт можна пояснити значною перебудовою структури аморфних сплавів, яка полягає в розшаруванні аморфної матриці та збільшенні середніх розмірів “вморожених” центрів кристалізації.

Для трикомпонентного аморфного сплаву $\text{Fe}_{70}\text{Cr}_{15}\text{B}_{15}$ температура початку інтенсивної кристалізації T_k за 14 років зменшилась лише на 5°C , а коефіцієнт лінійного розширення не змінився. Отже склад даного сплаву є оптимальним з точки зору температурно-часової стабільності.

Для багатокомпонентних аморфних сплавів $\text{Fe}_{77,5}\text{B}_{14}\text{Si}_2\text{Nb}_{0,5}\text{Mo}_3\text{Mn}_2\text{Ni}_1$ та $\text{Fe}_{78}\text{B}_{12}\text{Si}_6\text{Ni}_1\text{Mo}_2\text{Nb}_2$ температура початку інтенсивної кристалізації T_k збільшується на 40°C після тривалої ізотермічної витримки. На основі цих даних можна зробити висновок про те, що багатокомпонентні аморфні сплави стають більш стабільними після довготривалої витримки при кімнатній температурі. Цей факт можна пояснити тим, що наявність високотемпературних легуючих домішок в сплаві уповільнює процес дифузії, що призводить до блокування росту кристалів, таким чином утворюється більш стабільна структура з меншим розміром нанокристалів.

2. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ТЕРМІЧНОЇ ОБРОБКИ НА ТЕМПЕРАТУРНО-ЧАСОВУ СТАБІЛЬНІСТЬ АМОРФНИХ СПЛАВІВ

Для аморфних сплавів було проведено експерименти по термообробці з метою підвищення термічної стабільності сплавів та розробки шляхів отримання сплавів в наноструктурному стані. Відомо, що при ізотермічних режимах утворюється структура з розміром кристалів (8-12) нм, а неізотермічні режими дають більш дрібний розмір (3-5) нм. Збільшення циклів призводить до росту кристалів, однак висока стабільність структури високолегованих сплавів може повністю заморозити кристалізацію. На відміну від ізотермічних відпалів проведення комбінованих режимів дозволяє зменшити розмір кристалітів в два рази при одній і тій самій частці кристалічної фази [4].

Було запропоновано 3 типи термообробки: 1) термоцикування (3 цикла нагрівання до $T = T_k - 50K$; 2) ізотермічний відпал протягом 1 години при $T = T_k - 50K$, 3) кріообробка, яка полягала в нагріванні до $T = T_k - 50K$ ($t=1$ хвилина) та швидкому охолодженні до температури рідкого азоту -196°C (77 K) з метою стабілізації отриманого наноструктурного стану.

За допомогою високочутливої дилатометричної методики були визначені температури початку інтенсивної кристалізації для вихідних зразків та тих, що пройшли термообробку.

На Рис. 4 та Рис. 5 наведено температурні залежності відносної зміни об'єму $\Delta V/V(T)$ аморфних сплавів $\text{Fe}_{83}\text{B}_{17}$ та $\text{Fe}_{77,5}\text{B}_{16}\text{Si}_2\text{Ni}_{3,5}\text{Mo}_1$ у вихідному стані та після трьох типів термообробки.

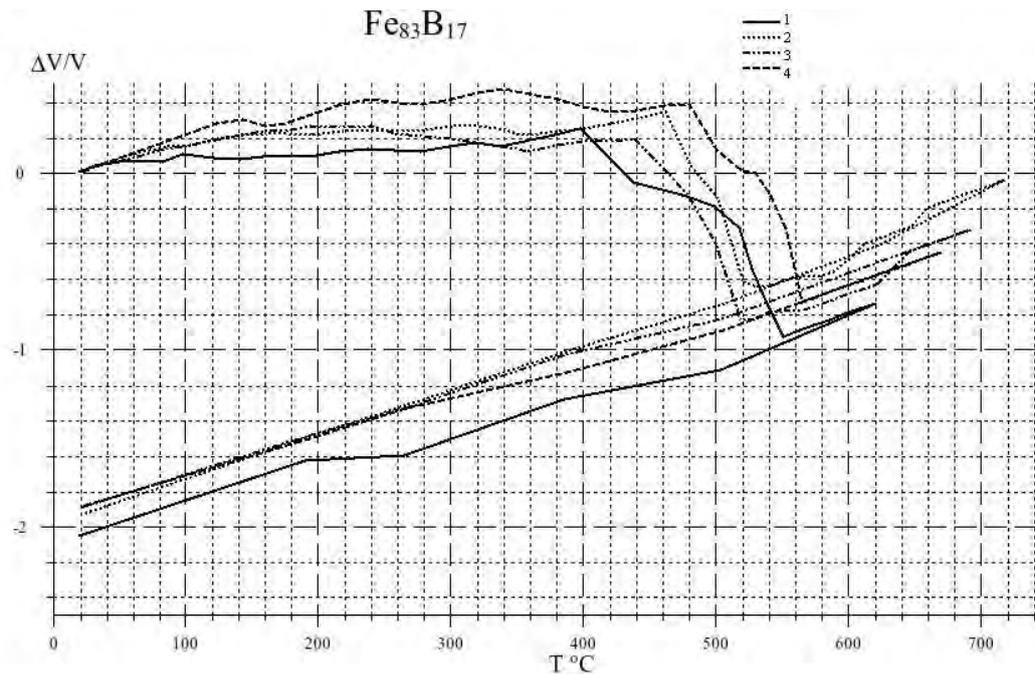


Рис. 4. Температурна залежність відносної зміни об'єму $\Delta V/V(T)$ аморфного сплаву $\text{Fe}_{83}\text{B}_{17}$ в початковому стані (крива 1); після термоцикування: 3 цикла нагрівання до $T = T_k - 50\text{ K} = 350^{\circ}\text{C}$ (крива 2), після ізотермічного відпалу протягом 1 години при $T = T_k - 50\text{ K} = 350^{\circ}\text{C}$ (крива 3) та після попередньої термообробки: нагрівання зразка до $T = T_k - 50\text{ K} = 350^{\circ}\text{C}$ + кріообробка (крива 4).

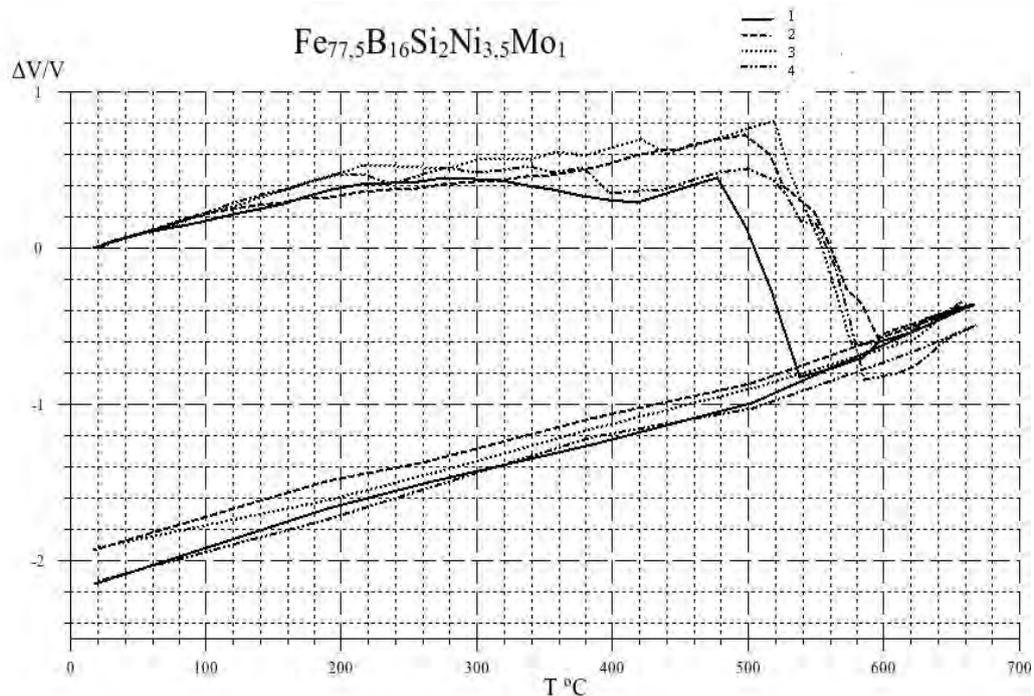


Рис. 5. Температурна залежність відносної зміни об'єму $\Delta V/V(T)$ аморфного сплаву $Fe_{77.5}B_{16}Si_2Ni_{3.5}Mo_1$ в початковому стані (крива 1); після термоцикування: 3 цикла нагрівання до $T = T_k - 50K = 425^{\circ}C$ (крива 2), після ізотермічного відпалу протягом 1 години при $T = T_k - 50K = 425^{\circ}C$ (крива 3) та після попередньої термообробки: нагрівання зразка до $T = T_k - 50K = 425^{\circ}C$ + криообробка (крива 4).

З Рисуноків 4, 5 видно, що температура початку інтенсивної кристалізації після проведених термообробок збільшується на (20-80) К.

В Таблиці 2 наведено узагальнені дані по температурам початку інтенсивної кристалізації для вихідних зразків та після проведеної термообробки.

Отже, запропоновані режими термообробки дозволяють розширити інтервали термічної стабільності бінарного аморфного сплаву $Fe_{83}B_{17}$ на 80 К, а багатокомпонентних збільшити на (20-40) К. Цей факт можна пояснити тим, що багатокомпонентні сплави є більш стабільними у порівнянні з бінарними, оскільки додавання кремнію та високотемпературних легуючих домішок, таких як молібден та ніобій, до базових бінарних сплавів системи Fe-B, гальмують дифузію бора в сплавах, отже і процес кристалізації.

Дані результати можна пояснити тим, що проведена обробка аморфних сплавів призводить до істотного зміщення фазової рівноваги в гетерогенній системі: аморфна матриця– „вморожені” центри кристалізації.

Таблиця 2

Температури початку інтенсивної кристалізації для вихідних аморфних сплавів та сплавів, що пройшли термообробку

Склад аморфного сплаву	$T_k^0, ^\circ\text{C}$ вихідний	$T_k^1, ^\circ\text{C}$ після термоциклування	$T_k^2, ^\circ\text{C}$ після відпалу	$T_k^3, ^\circ\text{C}$ після кріообробки
$\text{Fe}_{83}\text{B}_{17}$	400	460	440	480
$\text{Fe}_{70}\text{Cr}_{15}\text{B}_{15}$	480	480	540	500
$\text{Fe}_{80}\text{B}_{14}\text{Si}_6$	500	515	530	540
$\text{Fe}_{77,5}\text{B}_{16}\text{Si}_2\text{Ni}_{3,5}\text{Mo}_1$	475	495	520	500

При обробці аморфних сплавів відбувається руйнування і дроблення „вморожених” центрів кристалізації, присутніх в початкових зразках, що підтверджується збільшенням температури початку інтенсивної кристалізації сплавів.

ВИСНОВКИ

- Показано, що тривала витримка бінарних аморфних сплавів системи Fe-B при нормальних зовнішніх умовах призводить до зниження інтервалу термічної стабільності на (20-60) К, що пояснюється значною перебудовою структури аморфних сплавів, яка полягає в розшаруванні аморфної матриці та збільшенні середніх розмірів “вморожених” центрів кристалізації.
- Встановлено, що температура початку інтенсивної кристалізації багатокомпонентних аморфних сплавів збільшується на (40-60) К після тривалої ізотермічної витримки, що пояснюється тим, що легування бінарних сплавів високотемпературними легуючими домішками уповільнює процес дифузії, що призводить до блокування росту нанокристалів, таким чином утворюється більш стабільна структура з меншим розміром нанокристалів.
- Показано, що:
 - термоциклування (3 цикла нагрівання до $T = T_k - 50\text{K}$) збільшує температуру початку інтенсивної кристалізації T_k для досліджених сплавів на (15-50) К;
 - ізотермічний відпал протягом 1 години при $T = T_k - 50\text{K}$ розширює інтервал термічної стабільності досліджених сплавів на (30-60) К.
 - нагрівання до $T = T_k - 50\text{K}$ з наступною кріообробкою, дозволяє розширити інтервали термічної стабільності аморфних сплавів на (20-80) К.

4. Підвищення термічної стабільності аморфних сплавів після запропонованої термообробки можна пояснити тим, що проведена обробка призводить до істотного зміщення фазової рівноваги в гетерогенній системі: аморфна матриця–„вморожені” центри кристалізації, що супроводжується зменшенням розмірів „вморожених” центрів кристалізації та гомогенізацією структури сплаву.

Список літератури

1. Кристалізація і аморфізація металевих систем / Шпак А. П., Лисов В. І., Куницький Ю. А., Цареградська Т. Л. – Київ: Академперіодика, 2002. – 208 с.
2. Глезер А. М. Аморфные та нанокристаллические структуры: сходства, различия, взаимные переходы / Глезер А. М. // Рос. хим. ж. – 2002. – Т. XLVI, № 5. – С. 57-63.
3. Новиков В. Н., Харьков Е. И. Изменение объема при переходе аморфной пленки $Fe_{40}Ni_{40}P_{14}B_6$ (2826) в кристаллическое состояние / Новиков В. Н., Харьков Е. И. // Физика металлов и металловедение. – 1982. – № 54, вып. 6. – С. 1210 - 1211.
4. Никифорова О. В. Влияние легирования на процесс кристаллизации при нагреве быстрозакаленных сплавов с аморфной структурой / Гюлиханов Е. Л., Никифорова О. В., Толочко О. В. // Сборник трудов СПбГПУ «Научно-технические ведомости». – 2008. – Т. 4. – С. 103-107.

Лысов В. И. Определение температурного и временного интервала стабильности структуры и свойств многокомпонентных аморфных сплавов / Лысов В. И., Цареградская Т. Л., Турков О. В., Саенко Г. В. // Ученые записки Таврического национального университета имени В.И. Вернадского. Серия: Физико-математические науки. – 2012. – Т. 25(64), №1. – С. 184-192.

Определены температурно-временные интервалы стабильности аморфных сплавов на основе железа. Проведено исследование влияния термообработки (термоциклирование, изотермический отжиг, криообработка) на стабильность аморфных сплавов и показано, что эти влияния значительно повышают температуру начала интенсивной кристаллизации аморфных сплавов. Увеличение термической стабильности аморфных сплавов объясняется тем, что проведенная обработка приводит к существенному смещению фазового равновесия в гетерогенной системе: аморфная матрица–„вмороженные” центры кристаллизации и сопровождается уменьшением размеров „вмороженных” центров кристаллизации и гомогенизацией структуры сплава.

Ключевые слова: аморфные сплавы, термодинамическая стабильность, кристаллизация.

Lysov V. I. Determination of temperature and temporal interval of stability of structure and properties of multicomponent amorphous alloys / Lysov V. I., Tsaregradskaya T. L., Turkov O. V., Saenko G. V. // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2012. – Vol. 25(64), No 1. – P. 184-192.

The temperature-time intervals of stability of iron-based amorphous alloys were determined. A study of the influence of heat treatment (thermal cycling, isothermal annealing, criotreatment) on the stability of amorphous alloys was conducted. It was shown that these effects significantly increase the temperature of the beginning of intensive crystallization of amorphous alloys. Increase of thermal stability of amorphous alloys is explained by the fact that the treatment causes a shift of phase equilibrium in heterogeneous systems: amorphous matrix-“frozen-in” centers of crystallization, accompanied by shrinkage of the “frozen-in” centers of crystallization and homogenization of the alloy structure.

Keywords: amorphous alloys, thermodynamical stability, crystallization.

Поступила в редакцию 23.04.2012 г.

УДК 539.213

EVOLUTION OF ANTIPHASE ORDERED DOMAIN STRUCTURES IN CONFINED BINARY ALLOYS

Krasnyuk I.B., Melnik T.N., Yurchenko V.M.

Donetsk Institute for Physics and Engineering named after A.A.Galkin of NASU, Donetsk, Ukraine
E-mail: krasnyukigr@rambler.ru

An initial boundary value problem with Dirichlet or Neumann boundary conditions is considered. This problem describes evolution of a nonconserved order parameter in binary alloys near the disordered phase. It is shown that the problem has asymptotically oscillating stationary distributions of the order parameter. This oscillation describes so-called antiphase boundaries (APB) in binary alloys. The corresponding phase diagram is constructed. Particularly, it is shown that the temperature is a bifurcation parameter. The stationary antiphase boundaries with a different number of oscillations between the walls confining the sample arise at cooling in binary alloys on long time scales. Further, it is shown that if there is a small parameter of the system, contrast structures are formed, i.e. step-constant asymptotically stationary distributions of APB.

Keywords: binary alloys, antiphase boundaries.

INTRODUCTION

The paper contains analysis of three main aspects of the problem. The first one is the formation of antiphase domain structures from the disordered state (see [1], Photo. 1, described anneal-ageing of an alloy in disordered state). This process was studied by Matsubara (1990) in Fe_3Al , by Allen and Krzanowsky [1985], Park and Allen [1986] with microscopic observation (see references in [1]). For example, Matsubara [1989] observed the process of DO_3 ordering of Fe_3Al , after quenching from $B2$ state. Here it is assumed that small domains are formed randomly within the disordered ($B2$) matrix. It was supposed in the experiments that the domains change their shapes and sizes at the early stage of isothermal ageing. In contrary, we consider the case of asymptotic behavior as time $t \rightarrow \infty$, because the strict asymptotics has not been considered in the previous cited paper.

To analyze the process, the corresponding evolution equation has been constructed [1]. The Allen-Cahn partial differential equation of the second order was supplemented with periodic boundary conditions and random initial conditions. At every moment $t > 0$, there are oscillating solutions of sinusoidal type (see [1], Fig. 1). This figure describes the evolution of nonconserved order parameter, which models so-called antiphase boundaries (APBs). Thus, we obtain oscillating order parameter distributions of sinusoidal type in the disordered phase at early stage of evolution. But as $t > 0$ is large, we obtain (by computer simulation) the step-constant oscillating structures of relaxation type ([1], Fig.2). In mathematics, such structures are called contrast ones (see, for example, [2]).

In the previous papers, the Allen-Cahn equation with periodic boundary conditions has been studied [1]. Here we consider the Dirichlet and Neumann boundary conditions. In the previous papers, random initial conditions were studied with the help of computer simulation. We consider deterministic initial conditions and use the well-known

mathematical result to study of evolution of non-conserved order parameter in confined binary alloys. We show that the typical asymptotic is sinusoidal near the disordered phase. There are also limit distributions of spike-type, if dimensionless diffusion coefficient is small; and limit distributions exist in the form of stationary contrast structures, if there is the transform $t \mapsto t/\varepsilon$, where $\varepsilon > 0$ is the small parameter that characterizes spatial-temporal "inhomogeneities" in the binary alloy and describes the thickness of antiphase boundary layers (see, for example, [3, 4]). Further, we introduce the function of the inhomogeneities at the disordered phase $a(x, \varepsilon)$, which changes the amplitude $u(x, t) \equiv 0$ of the disordered phase by the transform $u(x, t) \mapsto u(x, t) - a(x, \varepsilon)$. Coordinates of the front of phase transition can be established by the coordinates of the intersection of $u(x, 0, \varepsilon)$ and $a(x, \varepsilon)$ curves.

The bifurcation diagram for initial boundary value problem (IBVP), which determines the properties of antiphase boundaries (APB) in binary alloys, is considered. It is proven that APBs are asymptotically unstable at all temperatures, but "life time" of such metastable oscillating states may be long. It is well-known that in the case of ordered alloys, typical defects are antiphase domains, which are the results of interaction between atoms of sort A and B in the binary lattice. In this paper, we study IBVP for a non-conserved order parameter with the classical Neumann (or Dirichlet) boundary conditions. We define the order parameter $u := \rho_A - \rho_B$ ($\rho_A + \rho_B = 1$) as the difference between the densities of atoms of type A and B , correspondingly. We show that as $\tau_{\text{int}} \rightarrow +\infty$, where τ_{int} is an exchange time between the jumps of atoms A and B in the lattice, there exist asymptotically stationary oscillating distributions of the order parameter.

There are many problems, where formation of APB in binary alloys is included into consideration, but in previous papers, in typical cases, periodic boundary conditions are considered, and, usually, computer simulations are provided. The results are phase diagrams for special values of parameters of the problem (see, for example, [1]). In this paper, the strong phase (or bifurcation) diagram is constructed, which describes all admissible parameters of the boundary problem. Two situations may arise: the oscillating asymptotic stationary distributions of "spinodal type" may appear, and, for a special type of parameters, when a small parameter ε of the problem exists, there are asymptotically oscillating step-constant distributions.

1. FORMULATION OF THE PROBLEM

Let us consider the thermodynamical potential

$$\frac{F(u)}{k_B T} := \int_0^l \left(f(u) + \frac{1}{2} K(T) |\nabla u|^2 \right) dx, \quad (1)$$

where $f(u)$ is the free energy density per unit volume, as given by

$$f(u) := -\frac{1}{2} A(T) u^2 + \frac{1}{4} B(T) u^4, \quad (2)$$

where $A(T)$ changes from negative to positive values at the critical temperature $T=T_g$ for the order-disorder transition; $B(T)$ is positive; $K(T)$ is the positive interfacial energy per unit length; k_B is the Boltzman constant. The temperature T_g is given by the root of equation $A(T) = 0$. Evolution of the order parameter may be described by the Landau-Chalantnikov equation [5]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -M(T) \frac{\delta F}{\delta u}, \quad (3)$$

where $M(T)$ is the positive reaction rate, $\delta F/\delta u$ is the variational derivative. The equilibrium distributions should be given by

$$\frac{\delta F}{\delta u} := \frac{d}{dx} \left(\frac{dF}{du_x} \right) - \frac{\partial F}{\partial u} = 0. \quad (4)$$

From (4), we obtain

$$G[u] := B(T) \left((u_e(T))^2 - u^2 \right) u + M(T) K(T) \nabla^2 u = 0, \quad (5)$$

where $u_e = \left(\frac{A(T)}{B(T)} \right)^{1/2}$. Then equation (3) can be rewritten as

$$\frac{\partial u}{\partial t} = A[u], \quad (6)$$

where $G[u]$ is described by (5). Here, we use the transforms $t \mapsto M(T)t$ and $x \mapsto x/l$.

Further, we consider the Neumann boundary conditions for solutions of (5)

$$u_x(0,t)=0, \quad u_x(l,t)=0, \quad (7)$$

or the Dirichlet boundary conditions

$$u(0,t)=0, \quad u(l,t)=0. \quad (8)$$

From (7), it follows that thermodynamic flux is zero on the walls, which confine binary alloys. According to (8), the binary alloy is in the disordered phase at the walls. Additionally, we consider an initial condition

$$u(x,0) = u_0(x), \quad (0 < x < \pi). \quad (9)$$

If $t \rightarrow \infty$, in Sobolev space $H_0^1(0, \pi)$ of distribution [6], the solutions $u(\cdot, t)$ tend to stationary states $\varphi(x), 0 < x < \pi$, which are solutions of equation:

$$\varphi''(x) + a\varphi(x) - b\varphi(x) = 0, \quad 0 < x < \pi, \quad (10)$$

where $a = B(T)u_e(T)^2$ and $b = B(T)$. From [7], it follows that there is a finite number of stationary states in the interval $0 < x < \pi$, i.e. $(2n+1), n=0,1,\dots$, if $n^2 < a \leq (n+1)^2$ (correspondingly, the transform $n \mapsto n\pi/l$ takes place in the interval $0 < x < l$. If $0 < a \leq 1$, zero or trivial solution is globally asymptotically stable. If $a > 1$, this solution is unstable as well as all other solutions, with the exception of two solutions, which we define as

φ_1^+ , φ_1^- . These asymptotically stable limit distributions have the property $\varphi_1^- < 0 < \varphi_1^+$ for all $0 < x < \pi$. A region of attraction of $\{\varphi_1^-, \varphi_1^+\}$ is open dense set in $H_0^1(0, \pi)$.

It is well-known that there is a neighborhood of zero, in $H_0^1(0, \pi)$, that is positive-invariant for all small enough $|a - 1|$. This region is separated in two open sets by stable manifold of the zero solution for small $a - 1 > 0$. We call this two sets by the attractive regions of $\{\varphi_1^-, \varphi_1^+\}$ (see Fig.1, [6]). If \mathcal{B} is a sufficiently large ball with the center in the zero in $H_0^1(0, \pi)$, and $u(t, \mathcal{B})$ is the set of all points that are reached by solutions u at the moment of time t , then

$$\mathcal{K} = \bigcap_{t \geq 0} u(t, \mathcal{B}) \quad (11)$$

is the maximal invariant set. This set is of finite dimension, compact and connected. The set is a union of unstable manifolds of equilibrium states. We have phase portraits that may be found in [6], Fig. 2.

If $n^2 < a \leq (n+1)^2$, the set \mathcal{K} has the number of dimensions n , that is a closer of an unstable manifold of zero.

2. THE CHAFEE-INFANTE INITIAL BOUNDARY VALUE PROBLEM

In [7], the following boundary problem is considered:

$$u_t(x, t) = u_{xx}(x, t) + \lambda f(u(x, t)), \quad (0 \leq x \leq \pi, 0 < t < +\infty), \quad (12)$$

$$u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad (0 < t < +\infty), \quad (13)$$

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad (0 \leq x \leq \pi). \quad (14)$$

What is the asymptotic solutions of this problem as $t \rightarrow +\infty$? The basic tool to solve this problem is the maximum principle for parabolic partial differential equations. Here, $f: R \mapsto R$ is a given continuous function; $\phi: [0, \pi] \mapsto R$ and $\phi \in C^1$ such that $\phi(0) = \phi(\pi)$.

2.1 The Chafee-Infante boundary problem for binary solid solutions

In (12), we may define a function $f(u)$ to be proportional to the function $E[u]/k_B T$. The parameter λ may be defined as $E_{mix}/k_B T$, where E_{mix} is so-called mixing energy, and λ describes potential energy (normalized on heat energy) of interaction of atom in the central lattice point with all atoms of the first coordinating sphere, which is equal to $Z(P_{AA}\Phi_{AA} + P_{BB}\Phi_{BB} + 2P_{AB}\Phi_{AB})$. The potential energy of the lattice is

$$E := \frac{NZ}{2} (P_{AA}\Phi_{AA} + P_{BB}\Phi_{BB} + 2P_{AB}\Phi_{AB}), \quad (15)$$

where Z is the coordination number; $N=N_A+N_B$, N_A , N_B are numbers of atoms of sort A , B , correspondingly; P_{AA} , P_{BB} , P_{AB} describe ordering in equilibrium systems. Further, Φ_{AA} , Φ_{BB} , and Φ_{AB} are potential energies of pair interactions of two atoms, which are placed on the distance of radius of the first coordination sphere. Here, the first index describes the type of atom placed in the considered lattice point, and the second index denotes the type of atom on the first coordination sphere. If the lattice is stable, we obtain $\Phi_{AA} < 0$, $\Phi_{BB} < 0$, $\Phi_{AB} < 0$, and $\Phi_{AB} = \Phi_{BA}$, so that in disordered solid solution, we have $P_A = c_A$, $P_B = c_B$, where c_A , c_B are the corresponding concentrations of atoms. Then we can obtain that

$$P_{AB} = c_A c_B \left(1 - 2c_A c_B \left(\exp(-E_{mix}/k_B T) - 1 \right) \right), \quad (16)$$

$$P_{AA} = c_A^2 \left(1 + 2c_B^2 \left(\exp(-E_{mix}/k_B T) - 1 \right) \right). \quad (17)$$

Further, there is a formula [8]: $\Delta\varepsilon_{AB} = -ZP_{AB}E_{mix}$, where $\Delta\varepsilon_{AB}$ is the internal energy released when a solid solution is formed. It is well-known that [8]

$$E := \frac{NZ}{2} \left(c_A^2 \Phi_{AA} + c_B^2 \Phi_{BB} + 2P_{AB} \Phi_{AB} \right). \quad (18)$$

From (16), it follows that

$$\varepsilon_{AB} = \frac{Z}{2} \left(c_A^2 \Phi_{AA} + c_B^2 \Phi_{BB} - 2P_{AB} (c_A, c_B, E_{mix}) \right), \quad (19)$$

where P_{AB} is determined by (16).

Without loss of generality, it can be assumed that $E_{mix}/k_B T \ll 1$, where $k_B T$ is of order of heat energy. Then from (16),(17), we obtain that

$$P_{AB} = c_A c_B \left(1 + 2c_A c_B \left(\frac{E_{mix}}{k_B T} - 1 \right) \right), \quad (20)$$

$$P_{AA} = c_A^2 \left(1 - 2c_B^2 \left(\frac{E_{mix}}{k_B T} - 1 \right) \right). \quad (21)$$

Thus $E_{mix}/k_B T$ describes the correlation between neighbors atoms, i.e., the short order. For given E_{mix} , with increasing of the temperature, the corresponding correlations are reduced. It will be proved that the value $\chi = E_{mix}/k_B T$, which characterizes intercalation energy, is the bifurcation parameter. This means that solution of the boundary problem, which models an evolution of the order parameter in confined binary alloys, tends to stationary oscillating limit solutions, as time $t \rightarrow \infty$. A number of oscillation per interval $0 < X < l$ depends on the parameter χ .

If $E_{mix} \neq 0$, but $\chi \ll 1$, we may use the approximation of ideal solid solution, supposing that $\Delta\varepsilon/k_B T$ is sufficiently small. In this case, $\Delta\varepsilon/k_B T \propto \pm c_A (1 - c_A)$, and we must use the sign (+), if $E_{mix} > 0$, and sign(-), if $E_{mix} < 0$. Further, we obtain that

$$E = \frac{NZ}{2} \left(c_A^2 \Phi_{AA} + c_B^2 \Phi_{BB} - 2P_{AB} E_{mix} \right), \quad (22)$$

where

$$P_{AB} = c_A c_B + \frac{2E_{mix}}{k_B T}. \quad (23)$$

Let us suppose $u = c_A - c_B$, where $c_A + c_B = 1$. Then from (22), we have

$$E = \frac{NZ}{2} \left(|u + c_B|^2 \Phi_{AA} + |u + c_A|^2 \Phi_{BB} - 4E_{mix} |u + c_B|^2 |u + c_A|^2 \frac{E_{mix}}{k_B T} \right). \quad (24)$$

Below we consider perturbations of a nonconserved order parameter at a neighborhood of the disordered phase $u=0$, where $c_A = c_B$. It follows from the last equality that we can use $c_A \approx c_B \approx 1/2$, where $1/2$ plays the role of probability. Now we define $u \mapsto u + 1/2$, and rewrite (24) in the form

$$\frac{E[u]}{k_B T} = \frac{NZ}{2} \left(A|u|^2 + B|u|^2 - 4|u|^4 \left(\frac{E_{mix}}{k_B T} \right)^2 \right), \quad (25)$$

where $A = \Phi_{AA}/k_B T$, and $B = \Phi_{BB}/k_B T$. Then

$$\frac{E'[u]}{k_B T} = NZ (A + B) u - 6NZ \chi^2 u^3. \quad (26)$$

The linear approximation at the point $u = 1/2$ results in the determination of energy:

$$\frac{E[u]}{k_B T} = \frac{1}{2} NZ (A + B) - \left(\frac{3}{4} NZ \chi^2 + NZ (A + B) - \frac{9}{4} NZ \right) \chi^2 \left(u - \frac{1}{2} \right) + O \left(u - \frac{1}{2} \right). \quad (27)$$

Transforming $u \mapsto u - 1/2$, from (27), we obtain for the derivative

$$\frac{E'[u]}{k_B T} = \frac{1}{2} NZ (A + B) - \lambda u + O(u) \quad (28)$$

at the point $u = 0$, where $\lambda := \left(\frac{3}{4} NZ \chi^2 + NZ (A + B) - \frac{9}{4} NZ \right) \chi^2$ and

$\kappa := \frac{1}{2} NZ (A + B)$. Let us establish $u \mapsto u + \frac{\kappa}{\lambda}$. Then from (28), we obtain that

$$\frac{E'[u]}{k_B T} = -\lambda u + O(u) \quad (29)$$

at disordered phase.

Further, for a disordered solid solution, entropy S_{AB} can be represented in the form [8]:

$$S_{AB} = S_{id} + S_{mix}, \quad (30)$$

where S_{id} is the entropy of an ideal solid solution, and S_{mix} is the entropy of mixing. It is well known that for ideal solid solutions, the second term in (30) can be neglected. The first term is

$$\frac{S(c_A, c_B)}{k_B T} = \frac{c_A}{N_A} \ln c_A + \frac{c_B}{N_B} \ln c_B, \quad (31)$$

where $N_A + N_B = N$. Assuming that $c_A = c_B = c$, we obtain the curve of phase coexistence:

$$\frac{1}{N} \ln \left(\frac{c}{1-c} \right) + \lambda(1-2c) = 0. \quad (32)$$

3. THE ALLEN-CAHN EQUATION

Further, we consider the Allen-Cahn equation, which represents a gradient flow for the free energy functional

$$\mathcal{E}[u] = \int_0^l \left(\frac{1}{2} |u_x|^2 - F'(u) \right) dx, \quad (33)$$

where $F'(u) = f(u)$ and $0 < x < l$ is the spatial domain, which is occupied by the binary alloys under consideration. Here,

$$f(u) = \lambda u + \ln \left(\frac{u}{1-u} \right), \quad (34)$$

where the first term follows from the linear approximation of ordering energy for an ideal solid solution. The second term, at $u = 1/2$, is

$$\ln \left(\frac{u}{1-u} \right) = -\frac{1}{N} u + O \left(u - \frac{1}{2} \right). \quad (35)$$

Hence, $-F'(u) = \lambda - \frac{1}{N}$. We consider the case $\lambda > 1/N$ when there is phase

decomposition of disordered phase on two ordered phases. Further, $\kappa \sim U r_0^2$, where U is the interface energy between ordered and disordered phases; r_0 is the correlation radius between atoms of solid solution.

A corresponding gradient flow is [3-5]:

$$u_t = -\gamma(u) \frac{\delta \mathcal{E}}{\delta u}, \quad (36)$$

where $\delta \mathcal{E} / \delta u$ is the L^2 functional derivative of \mathcal{E} . The result is

$$u_t = \gamma(u) \left[\kappa(u) u_{xx} - \frac{1}{2} \kappa'(u) u_x^2 - f(u) \right]. \quad (37)$$

The linear version (at $u = 0$, that is, at disordered phase) is

$$u_t = Du_{xx} + au - bu^3, \quad (38)$$

where we use the representation (26) for $f(u)$, so that $a = NZ(A+B)u$ and $b = 6NZ\chi^2 u^3$ ($\chi = \lambda - 1/N$). In the general case, $A + B \propto (1 - T/T_g)$, where T_g is the critical temperature of decomposition of a homogeneous disordered binary solid solution (see [5]). Here, $t \mapsto \gamma t$, $D = \kappa(0)$ where $\kappa(0) = \frac{U}{k_B T} \left(\frac{r_0}{l} \right)^2$.

Then, applying formal results of [7], we obtain following statements: If $t \rightarrow +\infty$, solutions $u(\cdot, t)$ tends to a stationary state φ in the Sobolev space $H_0^1(0, \pi)$ that is a solution of the problem [6]:

$$\varphi_{xx} + \tilde{a}\varphi(x) - \tilde{b}\varphi^3(x) = 0, \quad (39)$$

where $\tilde{a} = NZ(A+B)/D$ and $\tilde{b} = 6NZ\chi^2 u^3/D$. It follows from (39) that

$$u_t = \varphi_{xx} + \lambda(\varphi_e - \varphi^2)\varphi = 0, \quad (40)$$

where $\lambda = b$ and $\varphi_e = \tilde{a}/\tilde{b}$.

The Dirichlet boundary conditions are

$$\varphi(0) = 0, \quad \varphi(l) = 0. \quad (41)$$

Chafee and Infante [7] proved that, if $n^2 < a \leq (n+1)^2$, $n = 0, 1, 2, \dots$, there are $(2n+1)$ stationary points $\varphi_0 = 0$, and φ_k^\pm ($k = 1, \dots, n$), where $(d/dx)\varphi_k^+ > 0$ at $x = 0$, as $n^2 < a \leq (n+1)^2$, $(d/dx)\varphi_k^- < 0$ at $x = 0$, and the function φ_k^\pm has $(k-1)$ zeros on interval $0 < x < \pi$. Further, if $\lambda > 1$, φ_k^\pm are asymptotically stable in linear approximation, but φ_0 and φ_k^\pm ($2 \leq k \leq n$) are together asymptotically unstable.

4. SPIKE-TYPE ASYMPTOTICALLY STATIONARY STABLE STRUCTURES IN CONFINED BINARY MIXTURES

The results of [9] show that periodic APBs have two competing annealing processes: the annihilation of APBs trough formation of peak stationary distributions (Fig.1). This distribution appears as parameter $\varepsilon = K(T)/l^2$ becomes small, whereas $K(T)$ plays the role of "mobility". Indeed, let us study the boundary-value problem

$$u_t = M(T)K(T)u_{xx} + M(T)B(T)(u_e(T)^2 - u^2)u. \quad (42)$$

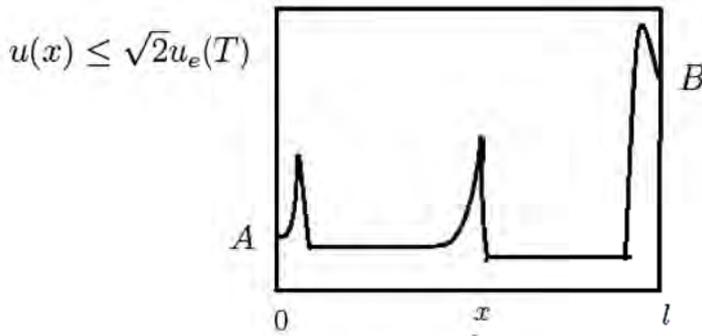


Fig. 1. Peak stationary distributions of the nonconserved order parameter in a binary alloy.

Let us assume $t \mapsto M(T)/l^2$, and $x \mapsto x/l$. Then, from (42), we obtain that

$$u_t = \epsilon u_{xx} + B(T)(u_e(T)^2 - u^2)u \equiv h(u), \quad (43)$$

where $\epsilon = M(T)/l^2$. We suppose $\epsilon l \ll 1$, and consider the Dirichlet boundary condition

$$u(0, \epsilon) = \tilde{A}, \quad u(1, \epsilon) = \tilde{B}, \quad (44)$$

which means that surface atoms are in "partially ordered" phase. This fact may be interpreted as surface segregation of atoms with surface densities $\rho_A(0, t) - \rho_A(B, t) = 0$ and $\rho_A(1s, t) - \rho_A(B, 1) = B$, where A, B are constants. In literature, only the case of $A=B=0$ is considered, where the surface atoms are in the disordered state.

4.1. The degenerated case

At $\epsilon = 0$, the degenerated equation (42), or $h(y)=0$, has three stationary solutions $u_{1,3}(x) \equiv \pm u_e(T)$ and $u_2(x) \equiv 0$. Since $h'(u_2) > 0$, $h'(u_1) = h'(u_3) < 0$, only the solution $u = u_2(x)$ is stable.

Using the integral condition of stability [10] for solutions of boundary problem (42),(44), which has the form

$$\int_0^\xi B(T)(u_e(T)^2 - s^2) s ds > 0 \quad (45)$$

(see also, [5] and [10], p.53). Simple calculations of integral result in the inequality $|\xi| < \sqrt{2} |u_e(T)|$. Hence, from the result of O'Mally [10], the statement follows: if $|\tilde{A}|, |\tilde{B}| < \sqrt{2} |u_e(T)|$; then there are solutions where the limit relation

$$\lim_{\epsilon \rightarrow +\infty} u(x, \epsilon) = 0, \quad x \in [\delta, 1 - \delta] \quad (46)$$

is valid.

In addition to solutions (46) of boundary-layer type, as $\epsilon \rightarrow 0$, the considered boundary problem has oscillating solutions of the peak-type layer when a solution tends,

to zero for all points on interval $[0,1]$ as $\varepsilon \rightarrow 0$, with exception of some number of points of the interval, which are placed at equal distance from one to another (see Fig. 1). In some neighborhood of every point, for sufficiently small $\varepsilon > 0$, this solution has a narrow peak. This peak does not tend to zero as $\varepsilon \rightarrow 0$.

This result follows from [10], at the point $u_2(x) \equiv$ the integral

$$\Psi[u] = \int_A^u B(T) (u_e(T)^2 - s^2) ds \quad (47)$$

has the maximal value, i.e. the potential energy of the system is maximal. We have also $\Psi[u = \sqrt{2}|u_e(T)|] = \Psi[0] = 0$, if $|A| < \sqrt{2}|u_e(T)|$, and the value $u = \sqrt{2}|u_e(T)|$ is not the point of maximum of function $\Psi[u]$. This result means that, for any integer $n \geq 0$, the boundary problem has four solutions $u = u(x, \varepsilon)$, if $|A| < \sqrt{2}|u_e(T)|$ and $|B| < \sqrt{2}|u_e(T)|$, satisfying the limiting relation

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow +\infty} u(x, \varepsilon) = 0, \quad x \in [\delta, 1 - \delta] \quad (48)$$

with $\delta \in (0, 1/2)$, except the points $x_i = i/n$, $i = \overline{1, n-1}$, where the limit relation is satisfied:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow +\infty} u(x, \varepsilon) = \pm \sqrt{2}|u_e(T)|. \quad (49)$$

For $n = 2$, we have one peak, and for $n = 3$ we have two peaks. In the general case, amplitudes may not be equal (see, for example, Fig. 1).

4. THE CONTRAST STRUCTURES

Now we consider the bistable Cahn-Hilliard equation [3, 11]

$$u_t = M^-(T) (K^-(T) u_{xx} - f(u)), \quad 0 < x < l, \quad (50)$$

where the diffusion coefficient $K^-(T)/l^2$ is small. The parameter $M^-(T)/\tau_{diff} = O$ is large, so that $K^-(T)M^-(T) = O(1)$, where $O(1)$ is a bounded value; τ_{diff} is the typical time of diffusion of atoms. As shown in [3], we obtain from this condition that there are solutions in the form of internal layers of thickness $O(k^{-1/2})$. The layers move with the phase velocity

$$V = -M^-(T)K^-(T)R, \quad (51)$$

where R is the mean curvature of a layer.

We rescale the time variable t , so that $t \mapsto t/\varepsilon^2$, where $t \mapsto M^-(T)$; and we transform the spatial variable x , so that $x \mapsto x/\varepsilon^2$, where $x \mapsto x/l$. Then equation (50) can be rewritten as

$$\epsilon^2 u_t = \epsilon^2 K^-(T) u_{xx} + B(T) (u_e(T)^2 - u^2) (u - a(x, \epsilon)), \quad 0 < x < l. \quad (52)$$

Further, we introduce new time variable $t \mapsto K^-(T)t$ and rewrite (52) as

$$\epsilon^2 u_t = \epsilon^2 u_{xx} + (B(T)/K^-(T)) (u_e(T)^2 - u^2) (u - a(x, \epsilon)), \quad 0 < x < l. \quad (53)$$

Here, we introduce the function $a(x, \epsilon)$, which describes the spatial-temporal inhomogeneities in the disordered phase. As $\epsilon = 0$, there are two stationary solutions $u(x, t) = \pm u_e(T)$. The points $\pm u_e(T)$ correspond to two minimums of the free energy. Further, let us introduce the point $a(x, \epsilon)$, which corresponds to the maximum of free energy. This point determines a boundary between the areas of influence of the left stable zone $u = -u_e(T)$ and the right one $u = u_e(T)$.

It is well-known (see, for example, [2,12]) that equation (52) with the homogeneous Neumann boundary condition and with the initial state $u(x, 0) = u_0(x)$, has asymptotically stable solutions presented in Fig.2. The phase boundary is established as the intersection point between the graphics of functions $a(x, \epsilon)$ and $u_0(x)$. It is evidently, how this boundary changes, if $a(x, \epsilon) \equiv 0$. Thus we obtained the distributions of APB that may be called contrast structures [2, 12].

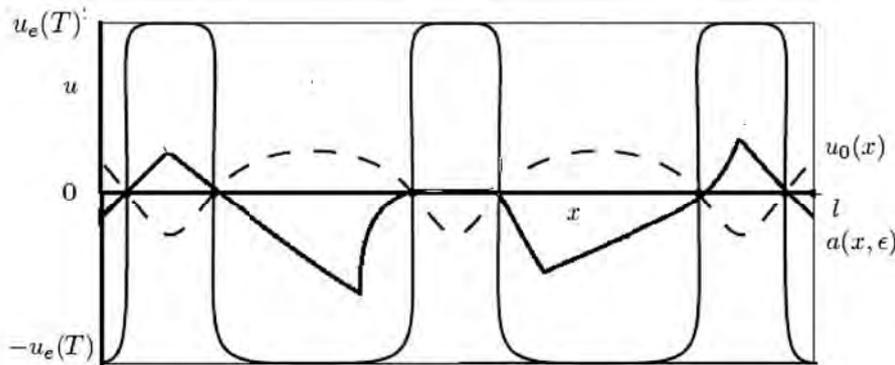


Fig. 2. Contrast asymptotically stationary structures in binary alloys.

CONCLUSIONS

We investigated the dynamics of formation of asymptotic stationary domains at isothermal ageing in binary alloys. This dynamics may be observed by a microscope as a dark field image (see [1]). The first considered case is the evolution of APBs, or antiphase ordered domains, in an alloy with so-called contrast structures, which are step-constant oscillating stationary structures described by the nonconserved order parameter with

Neumann's boundary conditions. These structures, as shown in [1], are observed in substitution binary alloys. The obtained theoretical results are compared with the scenario of formation of APBs in Fe_3Al at ordering $B2$ to DO_3 . The second case is the classical APD of sinusoidal type. The third case is the phase separation, which results in formation of so-called peak-type structures that can be reduced, if the dimensionless diffusion of atoms is small. The APBs of sinusoidal type have been observed for small oscillations of the order parameter at the disordered phase. But the contrast structures and peak-type structures are obtained for finite amplitudes of order parameters.

References

1. Shiiyama K. Evolution of Antiphase Ordered Domain Structure and Phase Separation Activated by Ordering / Shiiyama K., Ninomiya H., Eguchy T. // Research of Pattern Formation. – KTK Scientific Publisher, 1994. – P. 41-430.
2. Nefedov N. Multi-dimensional stationary internal layers for inhomogeneous reaction-diffusion equations with balanced nonlinearities / Nefedov N., Sakamoto K. // Hiroshima Mathematical Journal. – 2008. – Vol. 33, No 3. – P. 391-432.
3. Fife P. C. Motion by Curvature in Generalized Cahn-Allen Models / Fife P. C., Lacey A. A. // J. Stat. Phys. – 1994. – Vol. 77, No 1/2. – P. 173-181.
4. Taylor J. E. Linking Anisotropic Sharp and Diffuse Surface Motion Laws via Gradient Flows / Taylor J. E., Cahn J. W. // J. Stat. Phys. – 1994. – Vol. 77, No 1/2. – P. 183-197.
5. Krasnyuk I. B. Order Parameter Oscillations in a Bounded Solid Solution and Their Bifurcations upon Cooling / Krasnyuk I. B. // Physics of Solid State. – 2005. – Vol. 47, No 9. – P. 1740-1747.
6. Henry D. Geometric Theory of Semilinear Parabolic Equations / Henry D. // Lecture Notes in Mathematics. – Berlin: Springer, 1981. – P. 840.
7. Chafee N. Bifurcation and stability for a nonlinear parabolic partial differential equations / Chafee N., Infante E. F. // Bull. Amer. Math., Soc. – 1974. – Vol. 80, No 1. – P. 49-52.
8. Гуров К. П. Взаимная диффузия в многофазных металлических системах / Гуров К. П., Карташкин Б. А., Угасте Ю. Э. – М. : Наука, 1981. – 352 с.
9. Annihilation Process of Periodic Antiphase Boundaries in Cu_3Pt Studied with time dependent Ginzburg Landau Model / Kuwano N., Matsumoto A., Kajiwara K. et al. // Material Transaction JIM. – 1993. – Vol. 34, No 12. – P. 1113-1168.
10. O'Mally R. E. Jr. Phase-plane solutions to some singular perturbations problems / O'Mally R. E. Jr. // J. Math. Anal. Appl. – 1976. – Vol. 53. – P. 449-466.
11. Allen S. A microscopic theory for antiphase boundary motion and its application to antiphase domain coarsening / Allen S., Cahn J. W. // Acta Metal. – 1979. – Vol. 27. – P. 1085-1095.
12. Nefedov N. On moving spike-type internal layer in nonlinear singularity perturbation problems / Nefedov N. // J. Math. Anal. Appl. – 1998. – Vol. 221. – P. 1-12.

Краснюк И. Б. Эволюция антифазных упорядоченных доменных структур в ограниченных бинарных сплавах / Краснюк И. Б., Мельник Т. Н., Юрченко В. М. // Ученые записки Таврического национального университета имени В.И. Вернадского. Серия: Физико-математические науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 193-205.

Рассмотрена начально-краевая задача с граничными условиями Дирихле и Неймана. Эта задача описывает эволюцию несохраняющегося параметра порядка в бинарных сплавах вблизи неупорядоченной фазы. Показано, что задача имеет асимптотически осциллирующие стационарные распределения параметра порядка. Эта осцилляция описывает так называемые антифазные границы (АФГ) в бинарных сплавах. Построена соответствующая фазовая диаграмма. В частности, показано, что температура является бифуркационным параметром, поэтому при охлаждении в ограниченных бинарных сплавах на больших временах появляются стационарные антифазные границы с различным числом осцилляций между стенками, ограничивающими образец. Далее показано, что если в системе

имеется малый параметр, то наличествуют и контрастные структуры – ступенчатые асимптотически стационарные распределения АФГ.

Ключевые слова: бинарные сплавы, антифазные границы.

Краснюк І. Б. Еволюція антифазних впорядкованих доменних структур в обмежених бінарних сплавах / Краснюк І. Б., Мельник Т. М., Юрченко В. М. // Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 193-205.

Розглянуто початково-крайову задачу з граничними умовами Діріхле та Неймана, яка описує еволюцію параметру порядку, що не зберігається, в бінарних сплавах поблизу неупорядкованої фази. Показано, що задача має асимптотично осцилюючі стаціонарні розподілення параметру порядку. Ця осциляція описує так звані антифазні межі (АФМ) в бінарних сплавах. Побудовано відповідну бифуркаційну діаграму. Зокрема, показано, що температура є бифуркаційним параметром, тому під час охолодження в обмежених бінарних сплавах за великого часу з'являються стаціонарні антифазні межі з різним числом осциляцій між стінками. Далі показано, що якщо в системі є малий параметр, то є присутніми і контрастні структури – асимптотично кусочно-постійні стаціонарні розподілення АФМ.

Ключові слова: бінарні сплави, антифазні межі.

Поступила в редакцію 14.05.2012 г.

УДК 539.2

ВЛИЯНИЕ КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ПОВЕРХНОСТИ НА ПОВЕРХНОСТЫЙ МАГНЕТИЗМ ГЕМАТИТА

Болотин Д.Д., Максимова Е.М., Наухацкий И.А., Стругацкий М.Б.

*Таврический национальный университет имени В.И. Вернадского, Симферополь, Украина
E-mail: strugatsky@crimea.edu*

Для монокристаллов гематита, $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$, исследовано влияние реконструкции поверхности и кристаллографической ориентации грани на величину и знак энергии поверхностной анизотропии. При этом рассмотрено два возможных типа окончания грани. Показано, что учет реконструкции поверхности позволяет описать эксперимент. Зависимость энергии поверхностной анизотропии от угла, определяющего ориентацию грани, носит осциллирующий характер.

Ключевые слова: поверхностный магнетизм, слабые ферромагнетики, гематит.

ВВЕДЕНИЕ

Поверхность кристалла, являясь естественным дефектом структуры, изменяет магнитные свойства в тонком приповерхностном слое магнетика. Нарушение симметрии окружения приповерхностных магнитных ионов приводит к существованию особой поверхностной магнитной анизотропии, энергия которой представляет собой разность между энергиями магнитных ионов на поверхности и в глубине кристалла. Однако в обычных ферромагнетиках проявление поверхностной анизотропии подавляется размагничивающими полями и значительной кристаллографической анизотропией в объеме. Оба эти фактора не существенны в легкоплоскостных слабых ферромагнетиках типа бората железа, FeBO_3 , и гематита, $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$. Поверхностная анизотропия в таких кристаллах не будет подавляться ввиду малости размагничивающих полей, пропорциональных слабой намагниченности, и практического отсутствия кристаллографической анизотропии в базисной плоскости. Поэтому такие кристаллы представляют собой идеальный модельный объект для наблюдения поверхностной анизотропии [1-5]. В наших работах [1, 3] изучалось влияние реконструкции поверхности и кристаллографической ориентации грани на эффекты поверхностного магнетизма в борате железа. Настоящая работа посвящена подобным исследованиям в гематите, имеющем сходную с боратом железа кристалломагнитную структуру.

1. РЕКОНСТРУКЦИЯ ПОВЕРХНОСТИ ГЕМАТИТА

Грани естественного роста гематита $(01\bar{1}2)$, на которых наблюдался поверхностный магнетизм [1], параллельны оси второго порядка кристалла и ортогональны плоскости симметрии. Для таких граней энергия поверхностной

анизотропии, определяемая как разность энергий магнитных ионов на поверхности и в глубине кристалла, может быть сведена к виду

$$\sigma = a_s \sin^2 \theta \sin^2 \varphi + b_s \cos^2 \theta + \sin \theta \cos \theta (c_s \cos \varphi + d_s \sin \varphi). \quad (1)$$

Здесь θ и φ – полярный и азимутальный углы антиферромагнитного вектора, отсчитываемые от осей третьего и второго порядков кристалла, соответственно.

В соответствии со своим определением энергия (1) не содержит вклада, связанного с энергией легкоплоскостной анизотропии в объеме кристалла. Учет этой анизотропии должен привести к существованию приповерхностного переходного слоя типа доменной границы, в котором магнитные моменты разворачиваются от равновесной ориентации на поверхности к ориентации, параллельной базисной плоскости в объеме кристалла. При этом плавность разворота определяется величиной обменного взаимодействия. Таким образом, переходный слой обладает энергией, которая вместе с энергией поверхностной анизотропии определяет равновесные углы спинов на поверхности грани. В случае пренебрежения очень слабой базисной анизотропией в глубине кристалла переходный слой связан с изменением только угла θ . Поверхностная плотность энергии переходного слоя определяется так [3]:

$$\gamma_\theta = \frac{1}{2} \int_0^\infty \left\{ A \left(\frac{d\theta'}{dS} \right)^2 + a \cos^2 \theta' \right\} dS = \sqrt{aA} (1 - \sin \theta), \quad (2)$$

где A – параметр неоднородного обмена; a – константа одноосной кристаллографической анизотропии в объеме; θ' и θ – полярные углы антиферромагнитного вектора в объеме и на поверхности кристалла, соответственно.

Характерная энергия переходного слоя для гематита $\sqrt{a \cdot A} \approx 1,1$ эрг/см² значительно превосходит константы поверхностной анизотропии $a_s, b_s, c_s, d_s \sim 0,1$ эрг/см² [1] (для бората железа различие между энергией переходного слоя и константами поверхностной анизотропии еще больше, см. [5]). Поскольку выход магнитных моментов приповерхностных ионов Fe³⁺ из базисной плоскости ведет к возрастанию «большой» энергии γ_θ и уменьшению «малой» σ , неколлинеарность магнитных моментов в переходном слое является энергетически невыгодной: магнитные моменты оказываются практически в базисной плоскости: $\theta'(S) \approx \theta \approx \pi/2$. Поверхностная анизотропия и обменное взаимодействие закрепляют спины в приповерхностном слое вдоль некоторого направления в базисной плоскости, задаваемого ориентацией поверхностных спинов φ . В этом случае выражение для энергии поверхностной анизотропии (1) существенно упрощается. Константа a_s полностью определяет эту энергию [4, 5]:

$$\sigma = a_s \cos^2 \varphi \quad (3)$$

В Таблице 1 представлены результаты расчета в магнитодипольном приближении констант одноосной поверхностной анизотропии $a_s(t)$ для небазисной грани (01 $\bar{1}$ 2) гематита при комнатной температуре [1]. Два значения величины a_s соответствуют двум возможным типам окончания грани [1] (см. Рис. 2). Здесь же

для сравнения приведены результаты для грани $(10\bar{1}4)$ бората железа, полученные в [2] также при комнатной температуре (см. Табл. 1). Отметим, что константы a_s для гематита значительно превосходят константы для бората железа, что, по-видимому, связано с меньшим средним расстоянием между магнитными ионами в гематите [4].

Таблица 1

Константы поверхностной анизотропии для бората железа и гематита

эрг/см ²	a_s (t)	a_s (e)
$\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ ($01\bar{1}2$)	-0,173	-
	0,093	0,185
FeBO_3 ($10\bar{1}4$)	0,014	0,031

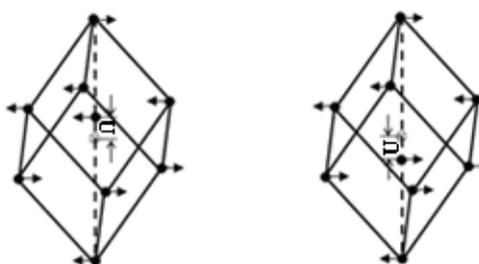


Рис. 2. Наименьший ромбоэдр с гранями $(01\bar{1}2)$ для гематита. U – смещение иона Fe^{3+} из центра.

В Таблице 1 показаны также экспериментальные значения констант $a_s(e)$, полученные при $T = 300$ К из измерений полей намагничивания поверхности (критических полей) H_c [1,2]:

$$a_s = \sqrt{AM \cdot H_c} / 2, \quad (4)$$

где M – спонтанная намагниченность.

Наблюдаемое расхождение между теорией и экспериментом может быть связано с реконструкцией поверхности [3], которая имеет место в реальных кристаллах. В приповерхностной области изменяются не только магнитные, но и упругие взаимодействия, что ведет к смещению поверхностных атомов из их кристаллографических позиций (Рис. 3). Константа поверхностной анизотропии a_s сильно зависит от параметра решетки, а в приповерхностной области: $a_s \sim a^{-5}$. Поэтому реконструкция поверхности должна существенно влиять на поверхностный магнетизм.



Рис. 3. Простейшие модели реконструкции поверхности (условно плоскость рисунка совпадает с базисной плоскостью кристалла).

На Рис. 4 представлены результаты расчетов зависимостей констант a_s от относительного смещения поверхностного слоя ионов Fe^{3+} для грани $(01\bar{1}2)$ гематита. Построены две кривые в соответствии с двумя типами окончания грани (см. выше). На одной из кривых указана экспериментальная точка. При этом второй тип окончания грани, видимо, не реализуется. Видно, что экспериментальное значение константы a_s достигается при деформациях сжатия $\approx 7\%$.

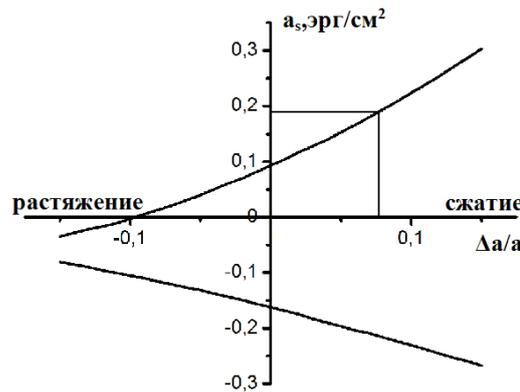


Рис. 4. Зависимости констант a_s от относительного смещения поверхностного слоя ионов Fe^{3+} для двух типов окончания грани $(01\bar{1}2)$ гематита. На одной из кривых указана экспериментальная точка.

Отметим, что знак константы a_s определяет ориентацию легкой оси антиферромагнитного вектора в базисной плоскости кристалла. Случай $a_s > 0$ соответствует ориентации легкой оси вдоль оси второго порядка, лежащей в плоскости грани $(01\bar{1}2)$; если $a_s < 0$, легкая ось ориентируется в ортогональном направлении – в плоскости симметрии. Как видно из Рис. 4, ориентация легкой оси не изменяется в значительном диапазоне деформаций.

2. ЗАВИСИМОСТЬ ПОВЕРХНОСТНОЙ АНИЗОТРОПИИ ОТ ТИПА ГРАНИ

Симметрия и величина энергии одноосной поверхностной анизотропии кристалла определяются типом поверхности, так как эта энергия в соответствии со своим определением зависит от характера и симметрии расположения атомов в приповерхностной области (см. [2, 5]). В частности, из симметричных соображений, можно заключить, что в случае базисной грани (0001) ромбоэдрического магнетика поверхностная анизотропия с легкой осью в плоскости грани должна отсутствовать. Для кристалла гематита экспериментально и теоретически поверхностный магнетизм исследовался на естественных небазисных гранях $(01\bar{1}2)$ [1]. Представляет интерес систематическое изучение зависимости поверхностной анизотропии от кристаллографической ориентации граней кристалла гематита, включая гипотетические, которые в процессе роста не формируются. Такие грани можно получать искусственно, путем соответствующих срезов. Рассмотрим семейство граней, параллельных оси второго порядка кристалла. Для таких граней с учетом невыхода магнитных векторов из базисной плоскости сохраняется соотношение (3). Мы рассчитали в магнитодипольном приближении константы a_s для семейства граней, параллельных оси второго порядка, различающихся углом α , образуемым гранью с базисной плоскостью. Рис. 5 представляет зависимости $a_s(\alpha)$ при повороте грани вокруг оси второго порядка от ориентации (0001) к $(01\bar{1}2)$.

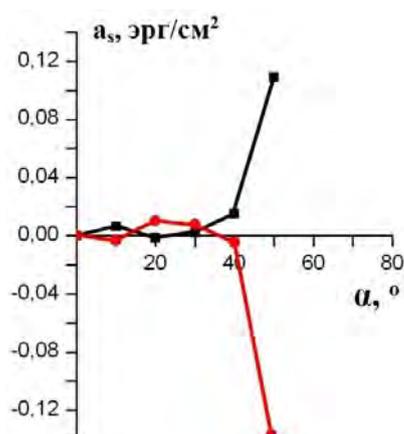


Рис. 5. Зависимость константы поверхностной анизотропии от кристаллографической ориентации грани для $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$.

Кривые $a_s(\alpha)$ имеют ряд экстремумов. Существуют точки ориентационных фазовых переходов по углу α , при прохождении через которые меняется знак энергии поверхностной анизотропии и ориентация легких осей. В рассматриваемом диапазоне изменения угла α максимальное значение энергии поверхностной анизотропии достигается в случае естественной грани $(01\bar{1}2)$. Для базисной грани $a_s = 0$, что находится в соответствии с симметрией (см. выше).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для естественной грани $(01\bar{1}2)$ гематита исследовано влияние на энергию поверхностной анизотропии реконструкции поверхности. Смещение поверхностного слоя магнитных ионов на несколько процентов позволяет описать эксперимент. При этом симметрия анизотропии не изменяется. Установлена ориентационная зависимость величины энергии поверхностной анизотропии в кристаллах гематита для семейства плоскостей, параллельных оси второго порядка. Эта зависимость носит осцилляционный характер. Для рассматриваемого семейства плоскостей максимальная поверхностная энергия соответствует грани $(01\bar{1}2)$.

Список литературы

1. Кринчик Г. С. Поверхностный магнетизм гематита / Кринчик Г. С., Zubov V. E. // ЖЭТФ. – 1975. – Т. 69, № 2(8). – С. 707 - 721.
2. Zubov V. E. Near-Surface Magnetic Structures in Iron Borate / Zubov V. E., Krinchik G. S., Seleznyov V. N., Strugatsky M. B. // JMMM. – 1990. – Vol. 86. – P. 105 - 114.
3. Maksimova E. M. Surface magnetism of real iron borate monocrystal / Maksimova E. M., Nauhatsky I. A., Strugatsky M. B., Zubov V. E. // JMMM. – 2010. – Vol. 322. – P. 477-480.
4. Болотин Д. Д. Сравнительный анализ кристалломагнитной структуры бората железа и гематита / Болотин Д. Д., Максимова Е. М., Стругацкий М. Б. // Ученые записки Таврического национального университета имени В. И. Вернадского. Серия: Физико-математические науки. – 2010. – Т. 23(62), № 3. – С. 149 - 155.
5. Максимова Е. М. Зависимость энергии поверхностной анизотропии бората железа FeBO_3 от кристаллографической ориентации грани / Максимова Е. М., Наухацкий И. А., Стругацкий М. Б., Ягулов С. В., Zubov V. E. // Ученые записки Таврического национального университета имени В. И. Вернадского. Серия: Физико-математические науки. – 2011. – Т. 24(63), № 2. – С. 163 - 168.

Болотін Д. Д. Вплив кристалічної структури поверхні на поверхневий магнетизм гематиту / Болотін Д. Д., Максимова О. М., Наухацький І. А., Стругацький М. Б. // Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 206-211.

Для монокристалів гематиту, $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$, досліджено вплив реконструкції поверхні і кристаллографічної орієнтації грані на величину і знак енергії поверхневої анізотропії. При цьому розглянуто два можливі типи закінчення грані. Показано, що врахування реконструкції поверхні дозволяє описати експеримент. Залежність енергії поверхневої анізотропії від кута, що визначає орієнтацію грані, має осциляційний характер.

Ключові слова: поверхневий магнетизм, слабкі ферромагнетики, гематит.

Bolotin D. D. Effect of surface crystal structure on surfacemagnetism of hematite / Bolotin D. D., Maksimova E. M., Nauhatsky I. A., Strugatsky M. B. // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2012. – Vol. 25(64), No 1. – P. 206-211.

For hematite $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ monocrystals it was investigated the effect of surface reconstruction and the crystallographic orientation of the face on the magnitude and sign of surface anisotropy energy. Two possible types of face ends were considered. It was shown that accounting for the reconstruction of the surface allows us to describe the experiment. Dependence of surface anisotropy energy on the angle that determines the orientation of the face is of oscillatory form.

Keywords: surface magnetism, weak ferromagnets, hematite.

Поступила в редакцію 26.04.2012 г.

УДК 547.918: 547.859:543.42:577.32

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОДИНАМИКИ МОЛЕКУЛЯРНОГО КОМПЛЕКСООБРАЗОВАНИЯ САПОНИНОВ ПЛЮЩА МЕТОДОМ СПЕКТРОФОТОМЕТРИИ

Яковишин Л.А.¹, Рубинсон М.А.¹, Гришкова В.И.²

¹Севастопольский национальный технический университет, Севастополь, Украина

²Таврический национальный университет имени В.И. Вернадского, Симферополь, Украина

E-mail: chemsevtu@rambler.ru

Впервые методом спектрофотометрии исследовано равновесие в водных растворах сапонинов плюща 3-*O*- α -*L*-рамнопиранозил-(1 \rightarrow 2)-*O*- α -*L*-арабинопиранозид хедерагенина (α -хедерина) и 3-*O*- α -*L*-рамнопиранозил-(1 \rightarrow 2)-*O*- α -*L*-арабинопиранозил-28-*O*- α -*L*-рамнопиранозил-(1 \rightarrow 4)-*O*- β -*D*-глюкопиранозил-(1 \rightarrow 6)-*O*- β -*D*-глюкопиранозид хедерагенина (хедерасапонина С) с цитратом силденафила. Рассчитаны термодинамические параметры процесса комплексообразования (константы устойчивости и нестойкости комплексов, свободная энергия Гиббса).

Ключевые слова: тритерпеновые гликозиды, α -хедерин, хедерасапонин С, цитрат силденафила, молекулярный комплекс, спектрофотометрия, изомольная серия.

ВВЕДЕНИЕ

Одной из актуальных задач современной молекулярной биофизики является исследование взаимодействия между различными биомолекулами с образованием межмолекулярных комплексов. В настоящее время широко изучается молекулярное комплексообразование растительных тритерпеновых гликозидов с различными биологически активными соединениями. Молекулярные комплексы гликозидов можно использовать для снижения терапевтических доз, улучшения растворимости, повышения биодоступности и расширения спектра биологической активности лекарственных веществ [1–3].

Наиболее подробно изучены комплексы глицирризиновой кислоты, преобладающего гликозида солодки [1–3]. Недавно начато изучение молекулярных комплексов главных тритерпеновых гликозидов плюща (Рис. 1) α -хедерина (3-*O*- α -*L*-рамнопиранозил-(1 \rightarrow 2)-*O*- α -*L*-арабинопиранозид хедерагенина, Hed) и хедерасапонина С (3-*O*- α -*L*-рамнопиранозил-(1 \rightarrow 2)-*O*- α -*L*-арабинопиранозил-28-*O*- α -*L*-рамнопиранозил-(1 \rightarrow 4)-*O*- β -*D*-глюкопиранозил-(1 \rightarrow 6)-*O*- β -*D*-глюкопиранозид хедерагенина, HedC) [4]. Гликозиды Hed и HedC входят в состав лекарственных препаратов на основе листьев плюща обыкновенного *Hedera helix* L., используемых для лечения кашля [5].

Были получены молекулярные комплексы моноаммонийной соли глицирризиновой кислоты (глицирама) и гликозидов Hed и HedC с цитратом силденафила (SC, Рис. 1) [4, 6]. Препараты на основе SC широко используются для лечения эректильной дисфункции (виагра, дженагра, эректил, интагра IC и др.) и

артериальной легочной гипертензии (revatio) [7, 8]. Рассмотрено влияние комплексов гликозидов Hed и HedC с SC на электрическую активность нейронов моллюска *Helix albescens* [9]. При этом термодинамические параметры комплексообразования гликозидов плюща с SC установлены не были.

1. МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Гликозиды Hed и HedC выделяли из листьев плющей *Hedera taurica* Carr. и *Hedera canariensis* Willd. (Araliaceae Juss.) и подтверждали их строение по методикам, приведенным в работах [10, 11]. Использовали образец SC фирмы Shilpa Medicare Limited (Индия).

УФ-спектры получены при температуре 20 °С на спектрофотометре Unico UV-Vis 4802 (США) в кварцевых кюветах ($l=1$ см). Для составления изомолярной серии использовали 10^{-4} М водные растворы гликозидов и SC. Полученные смеси выдерживали при температуре 20 °С в течение 40 мин при постоянном перемешивании. Изомолярные кривые приведены на Рис. 2 и 3.

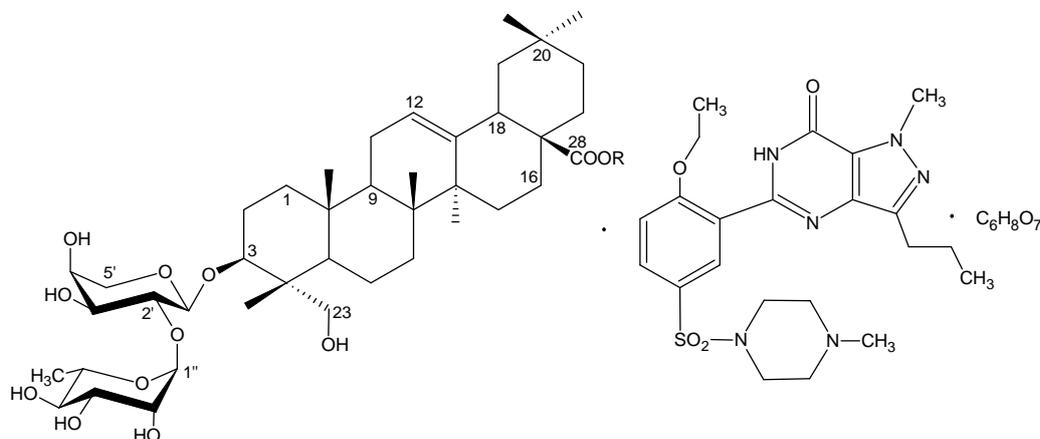


Рис. 1. Строение компонентов молекулярных комплексов тритерпеновых гликозидов (Hed: R=H; HedC: R= $\leftarrow\beta\text{Glc}_p$ -(6 \leftarrow 1)- βGlc_p -(4 \leftarrow 1)- αRha_p) и SC.

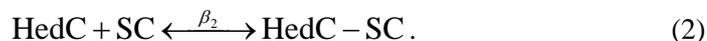
2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Спектрофотометрия является универсальным методом для анализа молекулярного комплексообразования. Поэтому ее часто используют для подтверждения межмолекулярных взаимодействий и получения термодинамических характеристик комплексообразования [12, 13].

Состав комплексов определен методом изомолярных серий (методом Остромысленского–Жоба) [13]. На Рис. 2 показана изомолярная кривая, полученная для смеси гликозида Hed и SC. При этом для компонентов установлено молярное отношение ≈ 1.0 , что соответствует комплексу состава 1:1. С помощью изомолярной

кривой, составленной для смесей гликозида HedC и SC, также найдено молярное отношение ≈ 1.0 (Рис. 3).

Таким образом, равновесия между гликозидами и SC в растворе могут быть промоделированы схемами



$$\beta_1 = \frac{[\text{Hed} - \text{SC}]}{[\text{Hed}][\text{SC}]}, \quad (3)$$

$$\beta_2 = \frac{[\text{HedC} - \text{SC}]}{[\text{HedC}][\text{SC}]}, \quad (4)$$

где β_1 и β_2 – константы равновесия, являющиеся константами устойчивости соответствующих комплексов.

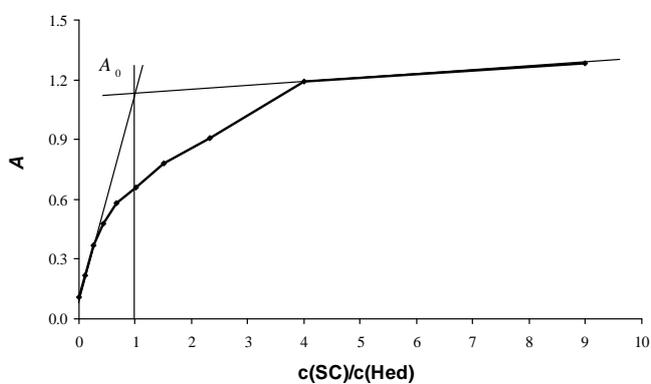


Рис. 2. Зависимость оптической плотности a от соотношения компонентов изомолярной серии при $\lambda = 280$ нм: $c(\text{Sc}) = 10^{-4}$ м, $c(\text{Hed}) = 10^{-4}$ м.

На основе изомолярных кривых по методу Бабко [14, 15] рассчитали константы нестойкости комплексов K ($\beta = 1/K$), используя закон разбавления Оствальда

$$K = \frac{\alpha^2 c}{1 - \alpha}, \quad (5)$$

где c – концентрация вещества, моль/л, а α – степень диссоциации комплекса, которую находили по формуле 6.

$$\alpha = \frac{A_0 - A_1}{A_0}, \quad (6)$$

где A_0 – оптическая плотность, соответствующая комплексу при полном отсутствии диссоциации, а A_1 – оптическая плотность, соответствующая значению на фактической кривой.

Используя значения константы нестойкости K , рассчитали константу устойчивости комплексов β ($\beta = 1/K$) и свободную энергию Гиббса (при $T = 293$ К) по формуле 7 (Табл. 1).

$$\Delta G_{293} = -2,3RT \lg \beta . \quad (7)$$

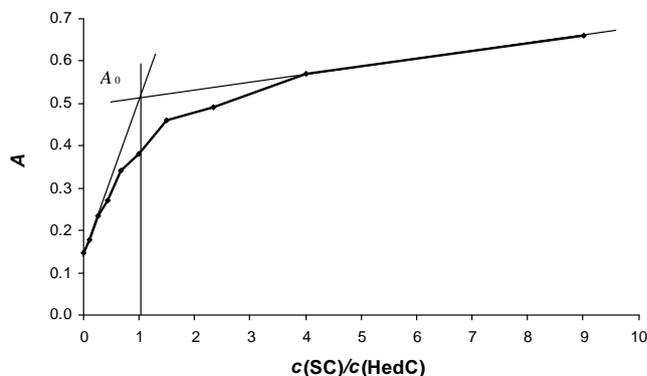


Рис. 3. Зависимость оптической плотности a от соотношения компонентов изомолярной серии при $\lambda = 291$ нм: $c(\text{Sc}) = 10^{-4}$ м, $c(\text{HedC}) = 10^{-4}$ м.

Таблица 1

Термодинамические параметры комплексообразования гликозидов Hed и HedC с SC в водных растворах при 20 °С

Комплекс	K , моль/л	β , л/моль	$\lg \beta$	ΔG , кДж/моль
Hed-SC	$3,04 \cdot 10^{-5}$	32895	4,51	-25,31
HedC-SC	$0,76 \cdot 10^{-5}$	131578	5,12	-28,72

ВЫВОДЫ

1. Впервые спектрофотометрически рассмотрено равновесие в водных растворах сапонинов плюща и SC.

2. Рассчитаны термодинамические параметры комплексообразования гликозидов плюща с SC.

Список литературы

1. Солодка: Биоразнообразие, химия, применение в медицине / [Толстикова Т. Г., Балтина Л. А., Гранкина В. П. и др.]. – Новосибирск: Гео, 2007. – 311 с.
2. Tolstikova T. G. The complexes of drugs with carbohydrate-containing plant metabolites as pharmacologically promising agents / Tolstikova T. G., Khvostov M. V., Bryzgalov A. O. // Mini Rev. Med. Chem. – 2009. – Vol. 9, No 11. – P. 1317–1328.
3. Толстикова Т. Г. На пути к низкодозным лекарствам / Толстикова Т. Г., Толстикова А. Г., Толстикова Г. А. // Вестник РАН. – 2007. – Т. 77, № 10. – С. 867-874.

4. Molecular complexation of ivy saponins with some drugs and biologically active substances / Yakovishin L. A., Grishkovets V. I., Schroeder G., Borisenko N. I. // Functionalized molecules – synthesis, properties and application; ed. V. I. Rybachenko. – Donetsk: Schidnyj vydavnyczyj dim, 2010. – Chapter 4. – P. 85–103.
5. Зузук Б. М. Плющ вьющийся *Hedera helix* L. / Зузук Б. М., Куцик Р. В., Зузук Л. И. // Провизор. – 2003. – № 12. – С. 13–14.
6. Молекулярный комплекс моноаммонийной соли глицирризиновой кислоты (глицирама) с цитратом силденафила / Яковишин Л. А., Белаш Д. Ю., Яровой И. Р., Гришковец В. И. // Журн. орг. та фарм. хімії. – 2011. – Т. 9, вип. 3. – С. 60–63.
7. Drewes S. E. Recent findings on natural products with erectile-dysfunction activity / Drewes S. E., George J., Khan F. // Phytochemistry. – 2003. – Vol. 62. – P. 1019–1025.
8. Guidelines for the diagnosis and treatment of pulmonary hypertension. The task force for the diagnosis and treatment of pulmonary hypertension of the european society of cardiology (ESC) and the european respiratory society (ERS), endorsed by the international society of heart and lung transplantation (ISHLT) / Galie N., Hoepfer M. M., Humbert M. [et al.] // Eur. Heart J. – 2009. – Vol. 30. – P. 2493–2537.
9. Влияние виагры и ее комплексов с тритерпеновыми гликозидами на электрическую активность нейронов моллюска *Helix albescens* / Колотилова О. И., Яковишин Л. А., Коренюк И. И. [и др.] // Ученые записки Таврического национального университета им. В. И. Вернадского. Серия «Биология, химия». – 2010. – Т. 23 (62), № 2. – С. 96–103.
10. Тритерпеновые гликозиды *Hedera taurica* I. Строение таурозида E из листьев *Hedera taurica* / Шашков А. С., Гришковец В. И., Лолойко А. А. [и др.] // Химия природ. соедин. – 1987. – № 3. – С. 363–366.
11. Тритерпеновые гликозиды *Hedera canariensis* I. Строение гликозидов L-A, L-B₁, L-B₂, L-C, L-D, L-E₁, L-G₁, L-G₂, L-G₃, L-G₄, L-H₁, L-H₂ и L-I₁ из листьев *Hedera canariensis* / Гришковец В. И., Сидоров Д. Ю., Яковишин Л. А. [и др.] // Химия природ. соедин. – 1996. – № 3. – С. 377–383.
12. Хобза П. Межмолекулярные комплексы / Хобза П., Заградник Р. – М. : Мир, 1989. – 376 с.
13. Булатов М. И. Практическое руководство по фотометрическим методам анализа / Булатов М. И., Калинин И. П. – [5-е изд.]. – Л.: Химия, 1986. – 432 с.
14. Бабко А. К. Физико-химический анализ комплексных соединений в растворах / Бабко А. К. – К. : Изд-во АН УССР, 1955. – 328 с.
15. Антипова И. А. Состав и стабильность комплексов мальтола с ионом Al(III) / Антипова И. А., Муха С. А., Медведева С. А. // Химия в интер. устойч. разв. – 2005. – Т. 13. – С. 379–383.

Яковішин Л. О. Дослідження термодинаміки молекулярного комплексоутворення сапонінів плюща методом спектрофотометрії / Яковішин Л. О., Рубінсон М. А., Гришковець В. І. // Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 212-216.

Уперше методом спектрофотометрії досліджено рівновагу у водних розчинах сапонінів плюща 3-*O*- α -*L*-рамнопіранозил-(1 \rightarrow 2)-*O*- α -*L*-арабінопіранозиду хедерагеніну (α -хедерину) та 3-*O*- α -*L*-рамнопіранозил-(1 \rightarrow 2)-*O*- α -*L*-арабінопіранозил-28-*O*- α -*L*-рамнопіранозил-(1 \rightarrow 4)-*O*- β -*D*-глюкопіранозил-(1 \rightarrow 6)-*O*- β -*D*-глюкопіранозиду хедерагеніну (хедерасопоніну С) з цитратом силденафілу. Розраховано термодинамічні параметри процесу комплексоутворення (константи стійкості і нестійкості комплексів та вільна енергія Гіббса).

Ключові слова: тритерпенові глікозиди, α -хедерин, хедерасопонін С, цитрат силденафілу, молекулярний комплекс, спектрофотометрія, ізомоларна серія.

Yakovishin L. A. Research of thermodynamics of the molecular complexation of ivy saponins by spectrophotometry method / Yakovishin L. A., Rubinson M. A., Grishkovets V. I. // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2012. – Vol. 25(64), No 1. – P. 212-216.

Using a method of spectrophotometry, the equilibrium in aqueous solutions of ivy saponins hederagenin 3-*O*- α -*L*-rhamnopyranosyl-(1 \rightarrow 2)-*O*- α -*L*-arabinopyranoside (α -hederin) and hederagenin 3-*O*- α -*L*-rhamnopyranosyl-(1 \rightarrow 2)-*O*- α -*L*-arabinopyranosyl-28-*O*- α -*L*-rhamnopyranosyl-(1 \rightarrow 4)-*O*- β -*D*-glucopyranosyl-(1 \rightarrow 6)-*O*- β -*D*-glucopyranoside (hederasaponin C) with sildenafil citrate was investigated for the first time. Thermodynamic parameters of complexation process are calculated (stability and nonstability constants, Gibbs's free energy).

Keywords: triterpene glycosides, α -hederin, hederasaponin C, sildenafil citrate, molecular complex, spectrophotometry, isomolar series.

Поступила в редакцію 22.04.2012 г.

УДК 539.26

РЕНТГЕНОСТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ КОСТНОЙ ТКАНИ, ЛЕГИРОВАННОЙ СВИНЦОМ

Максимова Е.М.¹, Наухацкий И.А.¹, Стругацкий М.Б.¹, Мостовой С.О.²

¹*Таврический национальный университет имени В.И. Вернадского, Симферополь, Украина*

²*Крымский государственный медицинский университет имени С.И. Георгиевского,
Симферополь, Украина*

E-mail: solidstat@crimea.edu

Проведены рентгеноструктурные исследования регенерации при переломах нижней челюсти крыс на фоне хронической свинцовой интоксикации и проводимой антиотоксической терапии.

Ключевые слова: рентгеноструктурный анализ, нижнечелюстной регенерат, свинцовая интоксикация, препарат «Магне-В6», препарат «Тетацин-кальций».

ВВЕДЕНИЕ

Возросший в последние годы интерес к кальций-фосфатным материалам и, в частности, к апатитам кальция обусловлен их уникальными свойствами и широким спектром возможных и уже реализованных применений, как в приборостроении, так и в медицине. Основным неорганическим минеральным компонентом костной ткани является гидрок시아патит кальция $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6(\text{OH})_2$ [1].

Нестехиометрический гидрок시아патит имеет гексагональную структуру Rb_3/m . Апатиты биологических тканей, как и продукты лабораторного синтеза, подвержены изменчивости структурных и кристаллохимических параметров. Диапазоном изменчивости параметров структуры биоапатита можно считать $a = 9,48 \div 9,35 \text{ \AA}$ и $c = 6,88 \div 6,84 \text{ \AA}$ [2].

Биоапатит кости может также иметь отклонение стехиометрического отношения кальция к фосфору от соответствующей теоретической величины, равной 1,67. По данным разных исследователей, эта величина может изменяться в пределах от 1,37 до 1,77 и более. В прошлом исследовании нами было изучено действие антидотов при свинцовом отравлении на процессы кристаллизации [3].

Целью данной работы являлось исследование влияния корректирующих препаратов на параметры кристаллической ячейки в зоне костного регенерата нижнечелюстной кости.

1. СХЕМА ЭКСПЕРИМЕНТА

В Крымском государственном медицинском университете им. С.И. Георгиевского были проведены экспериментальные исследования на 192 белых беспородных крысах-самцах с массой тела 150-200 г. Крысы были разделены на 2 группы: 1-я группа – животные, не подверженные затравке ацетатом свинца, которым создавали модель перелома нижней челюсти;

2-я группа – животные, которым экспериментально производили модель свинцового отравления, после чего также моделировали перелом нижней челюсти.

Разделение животных на группы в послеоперационном периоде с проведением антитоксической коррекции препаратами «Магне-В6» и «Тетацин-кальций» приведены в Табл. 1.

Таблица 1

Схема эксперимента

Группа	Серия	Препараты, способ введения и доза			
		Аq. destill. перорально 1,5 мл. 3 раза в сутки	Физ. р-р. Внутривенно 1,5 мл 2 раза в сутки	«Магне – В6» перорально 0,3 мл/кг 3 раза в сутки	«Тетацин кальций» в нутривенно 20 мл/кг 2 раза в сутки
1. Животные без интоксикации которым для создания равноценных условий опыта на протяжении 2,5 месяцев внутрижелудочно вводили дистиллированную воду (контрольная группа)	1	+	+		
	2		+	+	
	3	+			+
	4			+	+
2. Животные подвергнутые интоксикации ацетатом свинца, которым на протяжении 2,5 месяцев внутрижелудочно вводили ацетат свинца в дозе 100 мг/кг	5	+	+		
	6		+	+	
	7	+			+
	8			+	+

2. МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ

Рентгеноструктурное исследование костного порошка проводили на аппарате ДРОН-3 с медной трубкой ($\lambda = 0,1542$ нм); напряжение и сила анодного тока составляли соответственно 30 кВ и 20 А. Дифрагированные рентгеновские лучи регистрировались в угловом диапазоне от 15° до 50° со скоростью записи 1° в минуту.

Для устранения возможных аппаратных ошибок предварительно проводилась съемка с внешним стандартом. В качестве эталона была выбрана медь.

Параметры кристаллической решетки биогидроксиапатита рассчитывались по «квадратичной» формуле для кристаллов гексагональной сингонии:

$$1/d^2 = 4 \cdot (h^2 + h \cdot k + k^2) / (3 \cdot a^2) + 1/c^2,$$

где d – межплоскостное расстояние; h, k, l – индексы интерференции; a, c – постоянные решетки;

Для уточнения кристаллических параметров применялся метод графической экстраполяции [4]. В качестве экстраполяционной функции использовалась функция $f(\cos^2\theta)$.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

К 30-м суткам опыта мы имеем четкую дифракционную картину регенерата нижней челюсти животных контрольной группы, Рис. 1.

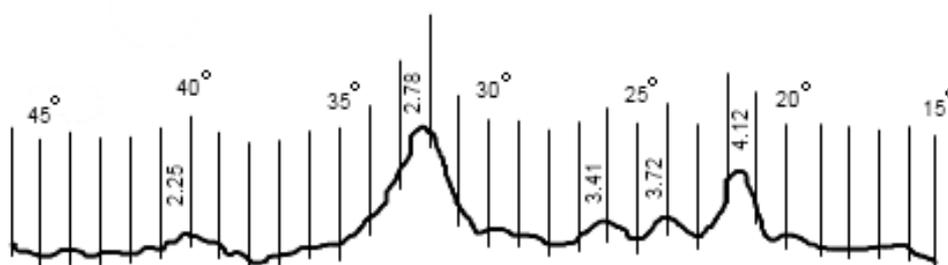


Рис. 1. Дифрактограмма образца контрольной группы животных.

Сопоставление экспериментальных значений межплоскостных расстояний и относительных интенсивностей дифракционных максимумов с набором табличных значений по международной дифракционной картотеке, позволило установить, что основной кристаллической фазой исследуемых образцов является гидроксиапатит с гексагональной структурой. Были определены величины параметров элементарной ячейки: $a = 9,391 \pm 0,001 \text{ \AA}$ и $c = 6,727 \pm 0,002 \text{ \AA}$.

На дифрактограммах группы животных, подверженных интоксикации и не получавших корректирующей терапии на 7-е сутки опыта в малоугловой области наблюдалось значительное уширение пиков.

Это уширение может быть обусловлено формированием в минерале кости аморфного фосфата кальция ($\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$), как предшественника кристаллического гидроксиапатита и основной минеральной компоненты молодой кости [1].

На 30-е сутки опыта дифракционная картина в целом повторяет дифракционную картину «чистого» гидроксиапатита. Однако пики смещены в малоугловую область, что свидетельствует об увеличении параметров кристаллической решетки, Рис. 2.

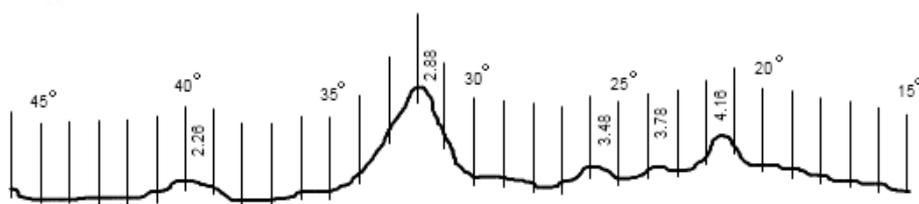


Рис. 2. Дифрактограмма образца группы животных, подверженной отравлению свинцом. Без проведения терапии.

Величины параметров элементарной решетки регенерата легированной кости животных следующие: $a = 9,449 \pm 0,001 \text{ \AA}$, $c = 6,897 \pm 0,001 \text{ \AA}$. Что, очевидно, подтверждает возможность внедрения свинца в формирующиеся кристаллы гидроксиапатита.

Результаты рентгеноструктурного анализа костных образцов серии животных, подверженных интоксикации и получавших в послеоперационном периоде препарат «Магне-В6», Рис. 3, говорят о сходстве структур по общим показателям с группой, не подверженной отравлению свинцом: $a = 9,395 \pm 0,002 \text{ \AA}$ и $c = 6,858 \pm 0,001 \text{ \AA}$.

Полученные результаты подтверждают наличие у магния конкурентно антидотных свойств, не позволяющих свинцу внедряться в кристаллическую структуру.

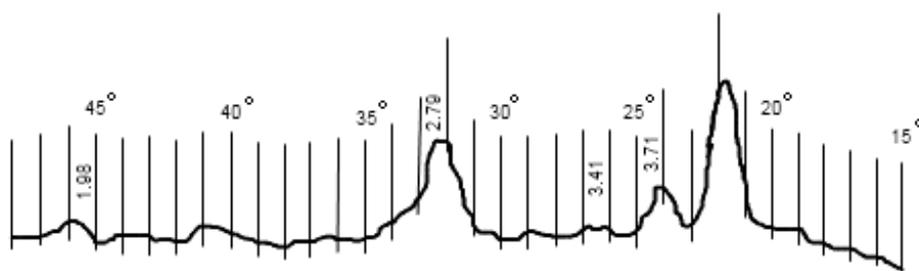


Рис. 3. Дифрактограмма образца группы животных, подверженной отравлению свинцом. Проведена терапия препаратом «Магне-В6».

Дифрактограммы образцов животных, подверженных интоксикации и получавших препарат «Тетацин-кальций», Рис. 4, практически совпадают с соответствующими дифрактограммами, относящимися к контрольной группе 1-й серии животных.

Такой результат, видимо, свидетельствует о взаимодействии препарата с солями свинца, что не позволяет свинцу оказывать влияние на процессы кристаллизации. Параметры кристаллической решетки: $a = 9,393 \pm 0,001 \text{ \AA}$ и $c = 6,856 \pm 0,001 \text{ \AA}$.

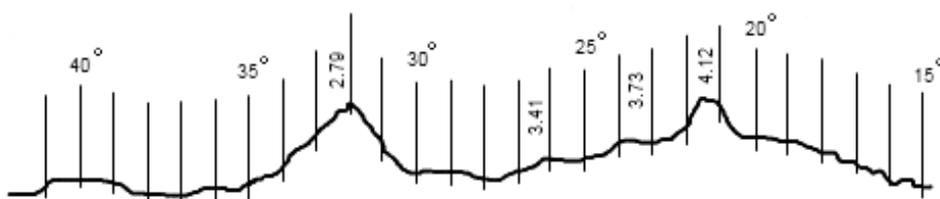


Рис. 4. Дифрактограмма образца группы животных, подверженной отравлению свинцом. Проведена терапия препаратом «Тетацин–кальций».

Анализ дифрактограмм животных, подверженных отравлению свинцом и получавших в послеоперационный период комбинацию препаратов «Тетацин–кальций» и «Магне–В6» показывает следующие величины параметров костного гидроксиапатита: $a = 9,397 \pm 0,001 \text{ \AA}$ и $c = 6,864 \pm 0,001 \text{ \AA}$, Рис. 5.

В целом изменения параметров кристаллов регенерата схожи с изменениями, вызванными введением препаратов «Магне–В6» или «Тетацин–кальций» поочередно.

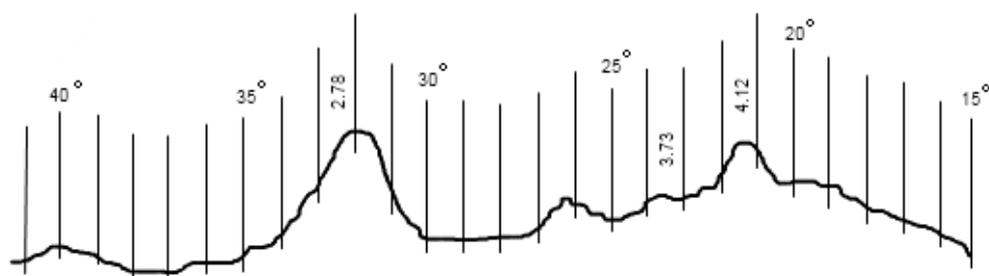


Рис. 5. Дифрактограмма образца группы животных, подверженной отравлению свинцом. Проведена комбинационная терапия препаратами «Магне–В6» и «Тетацин–кальций».

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Изучение стадий посттравматической регенерации костной ткани при неблагоприятных факторах дает представление о функциональной лабильности скелета, особенностях его развития и эффективности проведенной терапии.

2. Основной кристаллической фазой регенерата нижнечелюстной кости является гидроксиапатит с характерными параметрами элементарной кристаллической ячейки.

3. При отравлении свинцом отмечается увеличение параметров решетки гидроксиапатита.

4. Раздельное использование препаратов «Магне-В6» и «Тетацин-кальций» так и их комбинация препятствует внедрению свинца в решетку гидроксиапатита и не нарушает процессы кристаллообразования.

Список литературы

1. Данильченко С. Н. Структура и свойства апатитов кальция с точки зрения биоминералогии и биоматериаловедения (обзор) / Вестник СумДУ. Серия Физика, математика, механика. – 2007. – № 2. – С. 33-59.
2. Кораго А. А. Введение в биоминералогия / Кораго А. А. – СПб : Недра, 1992. – 280 с
3. Кристаллическая фаза в составе регенерата нижней челюсти на фоне хронической свинцовой интоксикации и проводимой антиоксической терапии / Мостовой С. О., Пикалюк В. С., Максимова Е. М., Наухацкий И. А. // Морфология. – 2009. – № 1. – С. 50 - 56.
4. Герасимов В. Н. Руководство по рентгеновскому исследованию минералов / Герасимов В. Н. // Под ред. Франк В. А. – Каменецкого. Л, "Недра", 1975. – 399 с.

Максимова О. М. Рентгеноструктурний аналіз кісткової тканини, легованої свинцем / Максимова О. М., Наухацький І. А., Стругацький М. Б., Мостовий С. О. // Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 217-222.

Проведено рентгеноструктурне дослідження регенерації при переломах нижньої щелепи щурів на фоні хронічної свинцевої інтоксикації і проведеної антиоксичної терапії.

Ключові слова: рентгеноструктурний аналіз, нижньощелепний регенерат, свинцева інтоксикація, препарат «Магне-В6», препарат «Тетацин- кальція».

Maksimova E. M. X-rays diffraction analysis of Pb-doped bone / Maksimova E. M., Nauhatsky I. A., Strugatsky M. B., Mostovoy S. O. // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2012. – Vol. 25(64), No 1. – P. 217-222.

X-rays diffraction of regeneration of the rates' mandible on a background of the plumbum poisoning and of the antitoxic correction were studied.

Key words: X-ray analysis, mandibular regenerate, plumbum poisoning, medication "Magne-B6," medication "Tetatsin-calcium".

Поступила в редакцію 05.04.2012 г.

УДК 537.6

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ КАРРА-ПАРСЕЛЛА СО СЛУЧАЙНОЙ ФАЗОЙ ДЛЯ ЯМР В МАГНЕТИКАХ

Полулях С.Н.

*Таврический национальный университет имени В.И. Вернадского, Симферополь, Украина
E-mail: roton@crimea.edu*

Проведен численный анализ последовательности Карра - Парселла со случайной фазой колебаний переменного магнитного поля во время действия возбуждающих импульсов. Получено подавление амплитудных искажений сигналов эхо, возникающих вследствие малой, по сравнению с шириной спектральной линии, амплитуды переменного магнитного поля. Обсуждается возможность применения последовательности Карра - Парселла для ЯМР в магнетиках при некогерентном формировании возбуждающих импульсов.

Ключевые слова: ядерный магнитный резонанс, последовательность Карра - Парселла, магнитные материалы.

ВВЕДЕНИЕ

Метод ядерного магнитного резонанса (ЯМР) находит широкое применение в физике, химии, биологии и медицине благодаря возможности получать информацию на микроскопическом уровне [1, 2]. Для проведения ЯМР эксперимента парамагнитная ядерная спиновая система помещается в постоянное магнитное (МП) поле индукцией B . Величина этого поля определяет частоту магнитного резонанса ω_0 [1, 2]:

$$\omega_0 = \gamma \cdot B. \quad (1)$$

Здесь γ – гиромагнитное отношение ядра. В условиях равновесия ядерная намагниченность направлена вдоль поля. С помощью переменного МП, частота которого равна или близка к частоте магнитного резонанса (1), можно отклонить намагниченность от направления поля, переведя тем самым ядерную спиновую систему в контролируемое неравновесное состояние. Переменное МП должно быть направлено перпендикулярно постоянному. Ядерная магнитная релаксация состоит в самопроизвольном установлении равновесного направления ядерной намагниченности вдоль постоянного МП. Для парамагнитной спиновой системы различают продольную и поперечную, по отношению к постоянному МП, релаксацию [1, 2].

Для измерения скорости поперечной релаксации в спиновых системах с неоднородным уширением спектральной линии используется, в частности, многоимпульсная последовательность Карра - Парселла (КП) [1 - 4]. Первый радиочастотный импульс последовательности обеспечивает отклонение ядерной намагниченности на угол $\pi/2$. Последующие π импульсы приводят к формированию сигналов спинового эха. Амплитуда V_k k -го сигнала эхо, формирующегося в момент времени $t = 2k\tau$, описывается выражением [2]

$$V(2k\tau) = V(0) \cdot \exp(-2k\tau/T_2), \quad (2)$$

где τ – длительность временного интервала между первым и вторым импульсами последовательности, T_2 – время поперечной релаксации. В том случае, когда имеет место диффузия частиц, содержащих ядерные спины, в пространственно неоднородном МП в выражении (2) появляется дополнительный множитель, пропорциональный $\exp(-D\tau^3)$, где коэффициент D определяется градиентом магнитного поля и скоростью диффузии. Однако, этот вклад в затухание эхо может быть подавлен, если временной интервал между возбуждающими импульсами τ будет меньше, чем время корреляции для процессов диффузии [1, 2]. Собственно возможность подавления вклада процессов медленной диффузии в скорость затухания сигналов спинового эхо является одним из важных достоинств последовательности КП. Другим важным достоинством является возможность измерения времени релаксации с помощью одной импульсной последовательности, что используется, например, в химии и ЯМР томографии [2, 5].

Недостатком последовательности КП является ее сильная чувствительность к точности настройки параметров возбуждающих импульсов [2]. Если амплитуда переменного МП во время действия импульсов недостаточно велика по сравнению с шириной спектральной линии, длительности импульсов отличаются от расчетных или частота колебаний переменного магнитного поля сильно отличается от резонансной, то амплитуда k -го сигнала эхо (2) зависит не только от релаксационных параметров системы, но и от параметров возбуждающих импульсов (частота, длительность, амплитуда). Компенсация неточности настройки параметров возбуждающих импульсов обеспечивается в модифицированной последовательности Карра - Парселла - Мейбума - Гилла (КПМГ) [2, 4]. В последовательности КПМГ фаза колебаний переменного МП во время действия первого π импульса сдвинута на 90° по отношению к $\pi/2$ импульсу. Для двух соседних π импульсов фазы колебаний переменного МП отличаются на 180° . Несмотря на то, что модификация Мейбума - Гилла была предложена достаточно давно [4], проблема модификации импульсной последовательности КП с целью компенсации неточности настройки параметров возбуждающих импульсов по-прежнему является актуальной, о чем, например, свидетельствуют работы [5 - 7].

Возможность управлять фазой колебаний переменного МП обеспечивают импульсные когерентные ЯМР спектрометры. ЯМР эксперимент в магнитоупорядоченных веществах (МУВ), как правило, проводится с помощью некогерентного спектрометра с ударным формированием возбуждающих импульсов. В этом случае для колебаний переменного МП во время действия соседних возбуждающих импульсов фазовый сдвиг можно полагать случайной величиной. Целью настоящей работы является теоретический анализ амплитуды сигналов эхо в последовательности КП при случайной фазе колебаний переменного МП в возбуждающих импульсах (последовательность КПСФ).

Важная особенностью ЯМР в МУВ состоит в том, что в роли постоянного МП B , определяющего резонансную частоту (2), выступает сверхтонкое МП,

определяемое обменно-упорядоченной электронной намагниченностью [8]. Неоднородность сверхтонкого МП определяет естественное неоднородное уширение спектральной линии ЯМР. Таким образом, частота ЯМР и величина неоднородного уширения спектральной линии являются свойствами исследуемого образца МУВ. В настоящей работе приводятся результаты численных расчетов амплитуды сигналов эхо в последовательности КПСФ при различном соотношении между амплитудой переменного магнитного поля и шириной спектральной линии.

1. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Численное моделирование динамики ядерной намагниченности проводилось с помощью уравнений Блоха [1, 2]

$$\begin{cases} \frac{dm_x}{dt} = m_x \cdot \Delta\omega - m_z \cdot \omega_1 \cdot \sin\psi, \\ \frac{dm_y}{dt} = m_x \cdot \Delta\omega - m_z \cdot \omega_1 \cdot \cos\psi, \\ \frac{dm_z}{dt} = m_x \cdot \omega_1 \cdot \sin\psi - m_y \cdot \omega_1 \cdot \cos\psi. \end{cases} \quad (3)$$

Уравнения (3) записаны во вращающейся системе координат (ВСК), частота вращения которой вокруг постоянного поля B определяется частотой колебаний переменного МП [2]. Здесь $m_{x,y,z}$ – компоненты вектора ядерной намагниченности в ВСК; $\Delta\omega$ – расстройка между резонансной частотой и частотой колебаний переменного МП; угол ψ задает фазовый сдвиг для колебаний переменного МП во время действия импульса; $\omega_1 = 2\pi \cdot \gamma \cdot b_1$ – амплитуда переменного МП, выраженная в единицах частоты (b_1 – амплитуда переменного МП в единицах поля). С целью выявить исключительно влияние неточности настройки параметров возбуждающих импульсов релаксационные вклады в (3) не учитывались.

Уравнения (3) справедливы для изохроматической группы ядерных спинов с фиксированной расстройкой $\Delta\omega$. Эти уравнения описывают прецессию вектора намагниченности вокруг эффективного МП $\omega_{eff} = (\omega_1 \cdot \cos\psi, \omega_1 \cdot \sin\psi, \Delta\omega)$. При численном решении весь временной интервал разбивался на интервалы, в течение каждого из которых МП не зависело от времени. Намагниченность на момент окончания интервала длительностью Δt рассчитывалась как поворот начальной, для данного интервала, вектора намагниченности на угол $\sqrt{\omega_1^2 + \Delta\omega^2} \Delta t$ вокруг эффективного МП ω_{eff} . Полученное значение использовалось в качестве начального для следующего интервала. В начальный момент времени полагалось $m_{x,y}(0) = 0, m_z(0) = 1$.

В случае неоднородно уширенной спектральной линии ЯМР компоненты ядерной намагниченности $M_{x,y,z}(t)$ в момент времени t вычислялись путем интегрирования решений уравнений (3) $m_{x,y,z}(t, \Delta\omega)$ с помощью выражения:

$$M_{x,y,z}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} m_{x,y,z}(t, \Delta\omega) \cdot G(\Delta\omega) \cdot d\Delta\omega. \quad (4)$$

Здесь $G(\Delta\omega)$ – функция формы линии. При проведении расчетов в качестве функции $G(\Delta\omega)$ использовалась функция Гаусса с дисперсией σ . Для ядерной намагниченности рассчитывался модуль поперечной компоненты $M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$, что соответствует амплитудному детектированию сигнала при использовании некогерентного спектрометра ЯМР.

Для моделирования последовательности КПСФ предполагалось, что во время действия первого $\pi/2$ импульса последовательности $\psi = 0$. Для каждого следующего импульса фаза ψ выбиралась как случайная величина с равномерным распределением в диапазоне $[0, 2\pi]$. При фиксированных расстройке, длительностях и амплитудах возбуждающих импульсов вычислялись сигналы ядерной индукции для N последовательностей с различными реализациями случайного распределения фазы. Вычисленные значения модуля поперечной компоненты ядерной индукции суммировались, суммарное значение делилось на N , что обеспечивало процедуру усреднения. Заметим, что подобная процедура накопления сигнала используется при проведении ЯМР экспериментов в МУВ.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В качестве примера на Рис. 1 и Рис. 2 сплошными линиями приведены результаты компьютерного моделирования модуля поперечной компоненты намагниченности в возбуждающих последовательностях КПСФ, КПМГ и КП при различных соотношениях амплитуды переменного МП ω_1 и ширины линии σ . Для последовательности КПСФ усреднение проводилось по $N = 64$ реализациям случайного распределения фазы. Пунктирными линиями на Рис. 1 и Рис. 2 показано временное положение возбуждающих импульсов. Время t отсчитывалось в единицах обратной ширины линии.

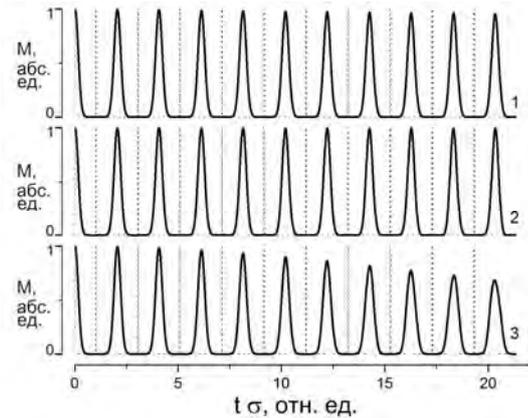


Рис. 1. Расчетная зависимость модуля поперечной компоненты M ядерной намагниченности от времени t для последовательностей КПСФ (1), КПМГ (2) и КП (3) при $\omega_1 = 15 \cdot \sigma$.

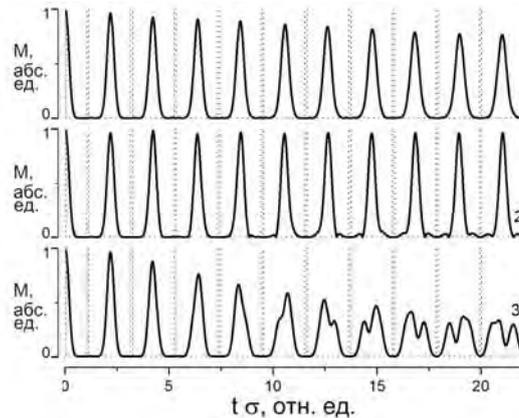


Рис. 2. Расчетная зависимость модуля поперечной компоненты M ядерной намагниченности от времени t для последовательностей КПСФ (1), КПМГ (2) и КП (3) при $\omega_1 = 5 \cdot \sigma$.

Для последовательности с идеальной настройкой параметров возбуждающих импульсов в отсутствие релаксации теоретически ожидается правильная колоколообразная форма каждого сигнала эхо и амплитуды всех сигналов эхо должны быть одинаковыми. В результате расчетов получено, что для простой последовательности КП при $\omega_1 = 15 \cdot \sigma$ (Рис. 1, зависимость 3) наблюдается уменьшение расчетной амплитуды эхо с ростом момента формирования. Это затухание обусловлено неточностью настройки параметров возбуждающих импульсов. Для последовательностей КПМГ и КПСФ условие $\omega_1 = 15 \cdot \sigma$ является удовлетворительным.

Дальнейшее уменьшение амплитуды переменного МП до $\omega_1 = 5 \cdot \sigma$ (Рис. 2) приводит не только к затуханию амплитуды сигналов эхо в последовательности КП, но и к искажению формы сигнала (Рис. 2, зависимость 3). Формирование "двугорбых" и более сложных сигналов двухимпульсного эхо действительно имеет место при неоднородном возбуждении спектральной линии $\omega_1 < \sigma$ и больших длительностях импульсов t_p ($t_p \cdot \omega_1 > 2\pi$) [9]. В случае последовательности КП искажение формы эхо реализуется при больших значениях амплитуды переменного МП за счет эффективного накопления угла поворота в возбуждающих импульсах. Условие $\omega_1 = 5 \cdot \sigma$ также не является удовлетворительным и для последовательности КПСФ. Амплитуда сигналов эхо затухает с ростом момента формирования (Рис. 2, зависимость 1). Для последовательности КПМГ (Рис. 2, зависимость 2) затухание амплитуды сигналов практически отсутствует, однако в форме сигналов эхо наблюдаются искажения с ростом момента формирования.

В качестве параметра, описывающего амплитудные искажения расчетных сигналов эхо введем величину

$$\xi = \frac{2}{n-1} \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n (V_k - V_j)^2}{\sum_{k=1}^n V_k}}, \quad (5)$$

где V_k – амплитуда k -го сигнала эхо, n – число сигналов эхо в последовательности, равное числу π – импульсов. Очевидно, что в отсутствие искажений параметр ξ должен равняться нулю. Увеличение разброса в значениях амплитуды сигналов эхо одной и той же последовательности должно приводить к росту значения параметра ξ . Расчетные значения параметра амплитудных искажений ξ как функция отношения амплитуды переменного МП ω_1 к ширине спектральной линии σ для различных последовательностей приведены на Рис. 3. Пунктирные линии на Рис. 3 проведены для удобства восприятия.

Из данных, приведенных на Рис. 3, видно, что амплитудные искажения в последовательности КПМГ действительно существенно меньше, чем в простой последовательности КП. Для последовательности со случайной фазой амплитудные искажения также меньше, чем для простой последовательности КП. Однако, удовлетворительное качество последовательности КПСФ достигается при существенно больших, по сравнению с последовательностью КПМГ, значениях амплитуд переменного МП ω_1 .

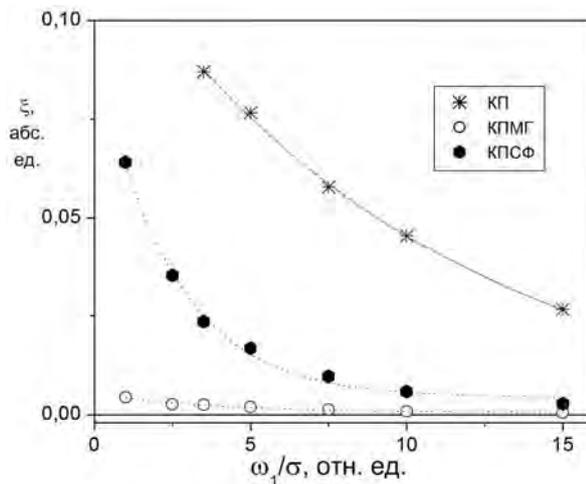


Рис. 3. Расчетная зависимость параметра амплитудных искажений ξ сигналов эхо как функция отношения амплитуды переменного МП ω_1 к ширине спектральной линии σ для последовательностей КП, КПМГ и КПСФ.

Из данных Рис. 3 следует, что для применения последовательности КП для исследования ЯМР в МУВ с помощью некогерентного прибора должно, как минимум, выполняться условие $\omega_1 > 15\sigma$. Откуда для длительности $\pi/2$ импульса получаем оценку $t_p < \sigma/60$. Например, для ЯМР ядер железа ^{57}Fe в магнетиках частота ЯМР лежит в диапазоне $30 \div 70$ МГц, а узкими считаются линии с шириной σ порядка 0.1 МГц [8]. В этом случае длительность $\pi/2$ импульса должна быть $t_p < 0.2$ мкс. Формирование таких коротких радиочастотных импульсов в частотном диапазоне $30 \div 70$ МГц представляет собой технически непростую задачу.

Кроме того, специально проведенные дополнительные расчеты показали, что при фиксированной амплитуде переменного МП ω_1 увеличение числа импульсов в последовательности приводит к появлению амплитудных искажений сигналов эхо с большими моментами формирования. Эти искажения подавляются за счет увеличения ω_1 . Однако, вопрос о возможности применения последовательности КПСФ для ЯМР в МУВ требует экспериментальной проверки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, проведенные численные расчеты показали, что случайное чередование фазы колебаний переменного магнитного поля в возбуждающих импульсах последовательности Карра - Парселла приводит к уменьшению амплитудных искажений сигналов эхо, возникающих вследствие малой, по сравнению с шириной спектральной линии ЯМР, амплитуды переменного магнитного поля. Однако, расчетные значения амплитуды, при которых амплитудные искажения малы или отсутствуют, как минимум на порядок больше, чем для последовательности Карра - Парселла - Мейбума - Гилла.

Список литературы

1. Эрнст Р. ЯМР в одном и двух измерениях / Эрнст Р., Боденхаузен Дж., Вокаун А. – М.: МИР, 1990. – 711 с.
2. Slichter C. P. Principles of Magnetic Resonance (3rd ed.) / Slichter C. P. // Series : Springer Series in Solid-State Sciences. – Vol. 1. – Springer, 1990. – 657 p.
3. CARR H. Y. Effects of diffusion on free precession in nuclear magnetic resonance experiments / CARR H. Y., PURCELL E. M. // Phys. Rev. – 1954. – Vol. 94. – P. 630.
4. MEIBOOM S. Modified spin-echo method for measuring nuclear relaxation times / MEIBOOM S., GILL D. // Rev. Sci. Instrum. – 1958. – Vol. 29. – P. 688
5. Andrade F. Use of Carr–Purcell pulse sequence with low refocusing flip angle to measure T1 and T2 in a single experiment / Andrade F., Netto A. M., Colnagoc L. A. // J. Magn. Reson. – 2012. – Vol. 214. – P. 184.
6. Engström M. Diffusion weighted vertical gradient and spin echo / Engström M., Bammer R., Skare S. // Magn. Reson. Med. – 2012. – doi: 10.1002/mrm.24506

7. Harris K. J. Broadband adiabatic inversion pulses for cross polarization in wide-line solid-state NMR spectroscopy / Harris K. J., Lupulescu A., Lucier B. E., Frydman L., Schurko R. W. // J. Magn. Reson. – 2012. – doi: 10.1016/j.jmr.2012.08.015
8. Куркин М. И. ЯМР в магнитоупорядоченных веществах и его применения / Куркин М. И., Туров Е. А. – М. : Наука, 1990. – 248 с.
9. Mims W. B. Spin echoes from broad resonance lines with high turning angles / Mims W. B. // Phys. Rev. – 1966. – Vol. 141, No 2. – P. 499-502.

Полулях С. М. Послідовність Карра - Парселла із випадковою фазою для ЯМР в магнетиках / Полулях С. М. // Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 223-230.

Проведено комп'ютерне моделювання послідовності Карра - Парселла із випадковою фазою коливань змінного магнітного поля під час дії збуджуючих імпульсів. Отримано зниження амплітудних спотворень сигналів спінової луни, які виникають внаслідок малої, по відношенню до ширини спектральної лінії, амплітуди змінного магнітного поля. Обговорюється можливість застосування послідовності Карра - Парселла до ЯМР в магнетиках за умов некогерентного формування збуджуючих імпульсів.

Ключові слова: ядерний магнітний резонанс, послідовність Карра - Парселла, магнітні матеріали.

Polulyakh S. N. Random phase Carr - Purcell sequence for NMR in magnetic materials / Polulyakh S. N. // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2012. – Vol. 25(64), No 1. – P. 223-230.

Computer simulation is performed for Carr - Purcell sequence with random phase oscillation of a. c. magnetic field in exciting pulses. The reduction of disturbances in spin-echo amplitude due to small a. c. field amplitude, in comparison with the inhomogeneous line width, is established. The possibilities to apply Carr - Purcell sequence to study NMR in magnetic materials using non-coherent pulses generation is discussed.

Keywords: nuclear magnetic resonance, Carr - Purcell sequence, magnetic materials.

Поступила в редакцію 08.05.2012 г.

УДК 378.12 (092)(035)

**ВЕЛИКОЛЕПНЫЙ ОРГАНИЗАТОР И ВОСПИТАТЕЛЬ
(К 100-летию со дня рождения Рубена Григорьевича Бадаляна)
(1912-1982)**

Шостка В.И.

*Таврический национальный университет имени В.И. Вернадского, Симферополь, Украина
E-mail: vshostka@yandex.ru*

В статье рассказывается о первом декане физического факультета Таврического национального университета имени В.И. Вернадского (Симферопольского государственного университета имени М.В. Фрунзе) в связи со 100-летием со дня рождения. Показан его жизненный и научно-педагогический путь, его вклад в формирование физического факультета университета и подготовку высококвалифицированных кадров.

Ключевые слова: физический факультет, декан.

Бад... Бадалян... Рубен Григорьевич – человек, ученый, великолепный организатор и воспитатель, Педагог с Большой буквы. Целая эпоха связана с этим замечательным человеком: более 20 лет он был заведующим кафедрой общей физики и деканом физико-математического факультета Крымского педагогического института имени М.В. Фрунзе.



Рубен Григорьевич Бадалян, 70-е годы XX века

Не одно поколение студентов стало высококвалифицированными специалистами под его руководством. Многие его выпускники работали и работают на физическом, математическом факультетах и сегодня.

Родился Рубен Бадалян 30 января 1912 года в селе Чиракус Гадрутского района Нагорно-Карабахской автономной республики Азербайджана в семье Григория Мелкумовича и Гаяне Агабековны Бадалянов. Мама его была поваром, а отец – прекрасным музыкантом. Он играл на национальных армянских музыкальных инструментах. Отец его рано примкнул к революционному движению и за антиправительственную пропаганду был сослан в Сибирь.

Вернувшись нелегально из ссылки, в годы гражданской войны Григорий Мелкумович принимал активное участие в партизанском движении в Карабахе. Однако ему не суждено было воспитывать детей, их у него было трое. Он был убит дашнаками в 1920 году [1, 2].

Рубену в то время было чуть больше 7 лет, а его младшим сестрам 4 и 1,5 года соответственно. Мама, Гаяне Агабековна, вынуждена была перебраться с детьми к брату в Степанакерт. Здесь Рубен начал работать чернорабочим, как старший в семье, помогал маме, которая работала поваром в столовой. Здесь же он пошел в школу, а затем в сельскохозяйственный техникум. Учился он хорошо. Поэтому неудивительно, что по окончании техникума в 1932 году он поступил в Московский госуниверситет имени М.В. Ломоносова на факультет механики. Мама не могла помогать сыну, ведь у нее на шее были еще две девочки. Поэтому все каникулы он подрабатывал, чаще всего на строительстве канала Москва – Волга, где, во-первых, хорошо кормили, а во-вторых неплохо и платили [1-3].

Незаурядные способности Рубена Григорьевича позволили ему не только успешно закончить университет, но и по окончании его получить должность заведующего учебной частью и преподавателя физики и математики Кабардино-Балкарского педагогического института, куда он был распределен на работу в 1937 году. В Кабардино-Балкарии Бадалян проработал до 1939 года, а в сентябре 1939 года он переезжает в Астрахань, где его избирают деканом физико-математического факультета Калмыцкого государственного педагогического института. Здесь Рубен Григорьевич встретился со своей будущей супругой – 19-летней студенткой филологического факультета Шурочкой Соловьевой. (Александра Алексеевна более 50 лет проработала в нашем вузе, является почетным профессором Таврического национального университета, заслуженным работником народного образования Украины, заведовала кафедрой методики преподавания филологических дисциплин более 17 лет) [4].



Бадалян Р.Б., 1942 г.

С ней Рубен Григорьевич создал «дружную и счастливую армяно-русскую семейную пару», – как она сама любила говорить. Александра училась, Рубен

работал, – казалось, что так будет вечно... Но в жизнь молодоженов ворвалась беда...

Началась война. В июле 1941 года Рубен Григорьевич добровольно уходит на фронт. Его назначают командиром взвода 42-го стрелкового полка Северокавказского военного округа. Он участвует в боях, 10 октября 1942 года был тяжело ранен в правое предплечье с повреждением лучевого нерва, был признан ограниченно годным к строевой службе, долго лечился, в ноябре 1943 года был зачислен в 26-й офицерский полк резерва, где проходил дальнейшую службу... Начав войну лейтенантом, Бадалян закончил ее в 1945 году майором. После демобилизации в феврале 1946 начал свою трудовую деятельность в Крымском педагогическом институте имени М.В. Фрунзе, который в то время возглавлял Иннокентий Иванович Попов, дружба с семьей которого продолжалась более 30-ти лет... Требовался поистине титанический труд преподавателей, сотрудников и студентов, чтобы восстановить и подготовить минимальное количество площадей разрушенного в войну вуза для занятий... Несмотря на трудные условия занятия проводились ежедневно в две смены. На протяжении нескольких лет летом, в отпускной период, преподаватели и студенты работали на стройках. Все, что можно было восстановить, было восстановлено. Уже в 1947 году в строй вступило здание физического отделения физико-математического факультета по ул. Студенческой, 12. Очень важная роль в возрождении института принадлежала фронтовикам, преподавателям и студентам, среди которых выделялся своим неумным характером Рубен Григорьевич Бадалян. Личным примером он вдохновлял студентов, показывая образцы сочетания напряженных занятий с работой по восстановлению института.

Кафедра общей физики, которую возглавлял Николай Агафонович Лебедев находилась в просторном помещении на ул. Студенческой, 12, в правом крыле второго этажа была оборудована лаборатория по механике и теплоте. На первом этаже была мастерская. Студентам преподавали столярное дело, обработку дерева, стеклотрувное дело, прививали слесарные и другие ремесленные навыки. Кроме того, эта мастерская обслуживала научную лабораторию, а также лаборатории физического практикума. Оборудованы были большая лекционная и демонстраторская комнаты.

Рубен Григорьевич был требовательным не только к студентам, но и к себе. Он совершенствовался как преподаватель. В декабре 1953 года защитил кандидатскую диссертацию в Киевском госуниверситете имени Т.Г. Шевченко на тему: «Об интегрировании одного нелинейного уравнения колебательного движения». В июне 1955 года ему было присвоено звание доцента по кафедре общей физики. В 1956 году он стал деканом физико-математического факультета Крымского пединститута. Бадалян был очень требовательным в отношении работы преподавателей и студентов, страшно не любил «сачков и волынщиков». Рубен Григорьевич был очень вспыльчивым человеком, но всегда очень быстро отходил... Он был веселым и очень остроумным, «юморным», как его называли студенты. Его любили студенты не только физического факультета, но и других. Потому что он к ним очень хорошо и тепло относился, всегда старался помочь [3, 6].

Рубен Григорьевич в течении 25 лет был членом Ученого Совета сначала института, а затем и университета, неоднократно избирался членом парткома и профкома. Он был организатором и руководителем сельскохозяйственных работ студентов, которые практиковались в то время [7].

Выполняя большую общественную и организаторскую работу, Рубен Григорьевич занимался и воспитательной работой. Он часто бывал в общежитиях, интересовался бытом студентов, ходил с ними в наряды ДНД (добровольных народных дружин). У него всегда можно было взять займы два-три рубля до стипендии. Для этого у него в верхнем кармане пиджака всегда имела «мелочь». Физический факультет участвовал во всех университетских мероприятиях: «Студенческая весна», «Студенческая осень», театры миниатюр «Колобок» и СТЭМ, КВН не обходились без физиков. Валерий Александрович Шиндель (Толстов) и Геннадий Петрович Козик помогали студентам-физикам в создании студенческих фильмов: «Закон Ома», «Педирактика», в выпуске еженедельного журнала «Глобус». Рубен Григорьевич был одним из организаторов и инициаторов «Дней физика» и «Дней математика» в университете.

Будучи широко образованным и интеллигентным человеком, Бадалян любил классическую литературу, много читал. Он любил музыку, наверное это передалось от отца. В течение многих лет вместе с Александрой Алексеевной, с которой они счастливо прожили 43 года, они посещали концерты оркестра под управлением Николая Гуляницкого, часто бывали и в Крымском драматическом русском театре. Рубен Григорьевич любил общение с людьми, особенно со своими друзьями-коллегами, среди которых необходимо упомянуть семьи профессоров Делямуре, Секиринских, Мигириных, Скрьдловых, Поповых, доцентов Киселева, Альбина и других. «До сих пор вспоминаю и удивляюсь, - вспоминала Александра Алексеевна Соловьева, - какими они были оптимистами, как любили жизнь. Большим коллективом отмечали Новый год, дни рождения, совершали поездки по заповедным местам Крыма...» [9]. Они вместе смотрели новые пьесы в театре им.А.М. Горького, не пропускали художественных выставок. В 1952 году у Рубена Григорьевича появился подержанный «Москвич-401», с этого момента любая свободная минута была посвящена изучению «жемчужного Крыма», а также других уголков нашей Родины. Вместе с друзьями семья Бадалянов часто выезжала на пикники в лес, где собирали грибы, кизил, боярышник...

Будучи заядлым охотником и путешественником, Рубен Григорьевич был страстным, но одновременно и дисциплинированным автолюбителем, чего не скажешь об Александре Алексеевне. А сколько легенд и анекдотов ходило о «Москвиче» Бадаляна! [3, 6, 9]

Семья Рубена Григорьевича всегда отличалась гостеприимством, в ней всегда было тепло и уютно.

Рубен Григорьевич очень любил свою семью, без Александры Алексеевны он никуда не ходил и не ездил. Он очень любил детей. Они всегда окружали его во время многочисленных выездов на природу. Он совершенно не переносил хамства. Столкнувшись с каким-либо его проявлением, Рубен Григорьевич долго не мог успокоиться, мог «топать ногами и ворчать», уж очень сильно он переживал.



На Первомайской демонстрации



Соловьева А.А. и Бадалян Р.Г. на отдыхе



Мигирин В.Н. и Бадалян Р.Г. со студентами



*Метляев Г.Н., Дрокин А.И., Долгошеев А.Т. и Бадалян Р.Г.
на заседании Ученого совета физического факультета*

Если говорить о нем как о педагоге, то можно сказать о том, что лекции его отличались четкостью и ясностью. Всегда на его лице была улыбка, доброжелательность. Но он очень не любил, когда студенты опаздывали. Он начинал лекцию, и если кто-нибудь из студентов опаздывал, то Рубен Григорьевич прерывал лекцию, улыбаясь подходил к студенту и с присущим ему юмором говорил: «Здравствуйте-здравствуйте! Извините, что я без вас начал лекцию. Мне очень неловко, что я вас не дождался». Этот прием очень сильно действовал на студентов. В следующий раз уже никто не опаздывал. Умный, обаятельный человек.

Его очень любили студенты за все его качества, хотя и боялись, так как он был достаточно жестким и требовательным. Со студентами, которые плохо учились и не хотели работать, он безжалостно расставался. Если у студента было две и более задолженности, он сразу же издавал приказ на отчисление, который вывешивала на доске объявлений его бессменный секретарь Людмила Алексеевна. И несмотря на это, при всем своем грозном виде Рубен Григорьевич был очень добрым человеком.

Бадалян опубликовал более 30 научных и научно-методических работ по физике и истории развития науки, среди которых следует отметить такие: «Лекции по курсу общей физики ч.1 Механика», «О достижениях в освоении космического пространства», «Первые научные исследования И.В. Курчатова», «Физические основы механики в свете истории развития физики» и другие [3, 5].

В послужном списке Рубена Григорьевича Бадаляна свыше 150 грамот и благодарностей Министерства образования, городских и областных советских и партийных органов управления. Он награжден за трудовую и боевую доблесть многими медалями нашей страны, в числе которых – «За оборону Кавказа», «За победу над Германией», «За доблестный труд», «Отличник просвещения УССР», медаль им. А.С. Макаренко, и другие [2, 9].

Из 36 лет работы в вузе Рубен Григорьевич более 20 лет возглавлял физико-математический факультет, кафедру общей физики, а с 1972 года по 1977 – физический факультет. Это при нем были созданы кафедра астрономии и методики преподавания физики, кафедра геофизики, позднее переименованная в кафедру физики твердого тела, кафедра экспериментальной физики и кафедра математической физики. Это при нем физический и математический факультеты пополнились такими учеными, как Александр Степанович Хлыстов, Александр Иванович Дрокин, Эрио Викторович Колесников, Эдуард Иванович Терез и др.. Создавались условия для научного и профессионального роста молодых преподавателей, аспирантов, работавших над диссертациями.

В 1975 году Рубен Григорьевич передал кафедру кандидату технических наук, доценту Леониду Михайловичу Кучиняну. В этот же период кафедры факультета активно начали заниматься научно-исследовательскими хозяйственными работами, которые позволили значительно улучшить материально-техническую базу факультета. Деньги, заработанные в тот период кафедрами, позволили построить сначала корпус «Б», а затем и корпус «В» Таврического университета.

На физическом факультете были открыты лаборатория роста кристаллов, руководителем которой был Василий Николаевич Селезнев, сформировались научные школы по квантовой электронике, магнитным материалам и магнитным

явлениям, астрофизике и другим направлениям, начало свою деятельность конструкторское бюро «Домен».

Хочется еще раз отметить его доброту, человечность, огромный талант педагога и воспитателя, организатора и первого декана физического факультета [3, 8, 9].

Рубен Григорьевич Бадальян – человек, который золотыми буквами вписан в историю физического факультета, который остался в сердцах студентов и памяти Таврического университета как талантливый и великолепный организатор, педагог и воспитатель, друг и наставник...

Список литературы

1. Всемирная серия. Народы и времена. Украина. Крым. Армяне / автор и составитель Бадальян Б. С. – Симферополь : Таврия-ДОЛЯ, 2007. – 120 с.
2. Преподаватели – армяне. К 90-летию Таврического национального университета // Голубь масиса. – № 4. – 2008. – С. 28-29.
3. Шостка В. И. Первый декан физического факультета (к 95-летию со дня рождения Рубена Григорьевича Бадальяна) / Шостка В. И. // Физики и лирики. – Симферополь : Петит, 2008. – С. 120-126.
4. Корн Ю. А. Честь имею! (Интервью в газете «Таврический ун-т») / Корн Ю. А. // Таврический ун-т. – № 1-2 (947). – 2007. – С. 3-4.
5. Загородских Ф. С. История Крымского педагогического института им. М.В. Фрунзе / Загородских Ф. С., Зайцев В. Л., Секиринский С. А. – Симферополь : Крымиздат, 1960. – 125 с.
6. Шостка В. И. Источник знаний и просвещения. Люди, события, факты / Шостка В. И. – Симферополь: Петит, 2008. – 116 с.
7. История Таврического университета (1918-2003) / под общей ред. Багрова Н. В. – К. : Лыбидь, 2003. – 248 с.
8. Шостка В. И. Первый декан физического факультета (к 95-летию со дня рождения Рубена Григорьевича Бадальяна) / Шостка В. И. // Таврический ун-т. – № 1-2 (947). – январь-февраль 2007. – с. 3.
9. Шостка В. И. Педагог с большой буквы (к 90-летию со дня рождения Александры Алексеевны Соловьевой) / Шостка В. И. – Симферополь : Петит, 2010. – 94 с.

* Фотографии из архивов автора и племянника Бадальяна Р.Г. Аветисяна Р.С.

Шостка В. І. Чудовий організатор і вихователь (до 100-річчя зі дня народження Бадал'яна Р.Г.) (1912-1982) / Шостка В. І. // Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 231-238.

В роботі розповідається про першого декана фізичного факультету Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського (Сімферопольського державного університету імені М.В. Фрунзе) в зв'язку зі 100-річчям зі дня народження. Показано його життєвий шлях та науково-педагогічний шлях, його внесок в формування фізичного факультета університету та підготовку висококваліфікованих кадрів.

Ключові слова: фізичний факультет, декан.

Shostka V. I. The magnificent organizer and teacher (to the centenary from the date of birth of Badalyan R. G.) / Shostka V. I. // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2012. – Vol. 25(64), No 1. – P. 231-238.

In this paper is told about first dean of physical department of Taurida National V. Vernadsky University (Simferopol State University) in connection with centenary from the date of birth of R.G. Badalyan. In this work are shown scientific and educational courses of life, his contribution to the formation of physical department of University and preparation of highly qualified personnel.

Keywords: physical department, dean.

Поступила в редакцію 09.05.2012 г.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

- Алексеев
Алексей Николаевич** кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник НИЧ Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
e-mail: aalexua@ukr.net
- Алексеев
Константин Николаевич** доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
e-mail: c.alexeyev@yandex.ua
- Ахрамович
Леонид Николаевич** кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теоретической физики Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
e-mail: aXleo@yandex.ru
- Баршак
Елена Владимировна** аспирант кафедры теоретической физики Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
- Басиладзе
Георгий Диомидович** зам. зав. отделом функциональных материалов и волоконной оптики НИЧ Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
e-mail: domain@crimea.edu
- Бержанский
Владимир Наумович** доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой экспериментальной физики Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
e-mail: roton@crimea.edu
- Болотин
Дмитрий Дмитриевич** аспирант кафедры физики твердого тела Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
e-mail: dbolotin@mail.ru
- Гадиев
Дамир Ринатович** выпускник (магистр) кафедры теоретической физики физического факультета Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
e-mail: damir.gadiev@gmail.com

- Гопман
Алексей Борисович** старший преподаватель кафедры теоретической физики Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
e-mail: gopman@tnu.crimea.ua
- Гореликов
Геннадий Андреевич** студент кафедры теоретической физики Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
e-mail: gorelikov.gennadii@rambler.ru
- Гришковец
Владимир Иванович** доктор химических наук, профессор, зав. кафедрой физической и аналитической химии Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
- Дзедолик
Игорь Викторович** доктор физико-математических наук, профессор кафедры экспериментальной физики Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
e-mail: dzedolik@crimea.edu
- Долгов
Александр Иванович** научный сотрудник отдела функциональных материалов и волоконной оптики НИЧ Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
e-mail: domain@crimea.edu
- Зиновьев
Алексей Олегович** студент кафедры общей физики Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
e-mail: alex263563@mail.ru
- Каракчиева
Ольга Сергеевна** аспирант кафедры экспериментальной физики Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
e-mail: olga.karakchieva@mail.ru
- Карпенко
Артур Сергеевич** аспирант кафедры теоретической физики Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
e-mail: ansergar@gmail.com
- Клевец
Филипп Николаевич** кандидат физико-математических наук, Institut für Physik, Universität Augsburg, Universitätsstraße 1, 86159 Augsburg, Germany
e-mail: phil_klevets@mail.ru ; phklevets@gmail.com

- Коноваленко Виктор Леонидович** студент кафедры общей физики Таврического национального университета имени В.И. Вернадского 95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
e-mail: konovalbest@mail.ru
- Космачёв Олег Александрович** кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теоретической физики Таврического национального университета имени В.И. Вернадского 95007, Симферополь, проспект акад.Вернадского, 4
e-mail: lkosma@tnu.crimea.edu
- Краснюк Игорь Борисович** кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Донецкого физико-технического института им. А.А. Галкина НАН Украины 83114, Донецк, ул. Р. Люксембург, 72
e-mail: krasnjukigr@rambler.ru
- Лагунов Игорь Михайлович** старший преподаватель кафедры экспериментальной физики Таврического национального университета имени В.И. Вернадского 95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
e-mail: lagunov.igor@gmail.com
- Лапаева Светлана Николаевна** доцент кафедры общей физики Таврического национального университета имени В.И. Вернадского 95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
- Леяков Александр Петрович** кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теоретической физики Таврического национального университета имени В.И. Вернадского 95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
e-mail: leryakov@crimea.edu
- Лисов Володимир Іванович** доктор фізико-математичних наук, професор, кафедра загальної фізики, фізичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка 02107, Київ, ул. Боггоутівська, 3/5, кв.235
- Максимова Елена Михайловна** кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики твердого тела Таврического национального университета имени В.И. Вернадского 95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
e-mail: lenamax112@rambler.ru
- Мелешко Александр Геннадиевич** студент кафедры теоретической физики Таврического национального университета имени В.И. Вернадского 95007, Симферополь, проспект акад.Вернадского, 4

- Мельник
Татьяна Николаевна** кандидат физико-математических наук, научный сотрудник Донецкого физико-технического института им. А.А. Галкина НАН Украины
83114, Донецк, ул. Р. Люксембург, 72
e-mail: melnik@depm.fti.ac.donetsk.ua
- Мостовой
Семен Олегович** кандидат медицинских наук, доцент кафедры нормальной анатомии КГМУ
- Наухацкий
Игорь Анатольевич** специалист кафедры физики твердого тела Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
e-mail: ogima@rambler.ru
- Полулях
Сергей Николаевич** доктор физико-математических наук; профессор кафедры экспериментальной физики Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
e-mail: roton@crimea.edu
- Пономаренко
Владимир Иванович** доктор физико-математических наук; профессор кафедры экспериментальной физики Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
e-mail: vponom@gmail.com
- Попов
Вячеслав Валериевич** ассистент кафедры экспериментальной физики Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
e-mail: slavapop@gmail.com
- Пушкарев
Александр Борисович** кандидат физико-математических наук, с.н.с. НИИ «Крымская астрофизическая обсерватория»
98409, пгт Научный
e-mail: pushkarev.alexander@gmail.com
- Рубинсон
Мария Анатольевна** ассистент кафедры физики Севастопольского национального технического университета
99053, Севастополь, ул. Университетская, 33
- Рыбась
Александр Федорович** кандидат физико-математических наук, старший преподаватель кафедры общей физики Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
e-mail: alex.rubass@gmail.com

- Рябушкин
Дмитрий Сергеевич** кандидат физико-математических наук, доцент кафедры экспериментальной физики Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
e-mail: druabushkin@crimea.edu
- Саенко
Галина Володимирівна** аспірантка кафедри загальної фізики фізичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка
03187, Киев, ул. Теремковская 5, кв. 23
e-mail: saenko@mail.univ.kiev.ua
- Сапига
Алексей Алексеевич** аспирант кафедры физики твердого тела Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
e-mail: lab2@crimea.edu ; sapiga_av@mail.ru
- Сапига
Юрий Алексеевич** специалист, студент кафедры физики твердого тела Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад.Вернадского, 4
e-mail: sapiga_av@mail.ru
- Соколенко
Богдан Валентинович** аспирант кафедры общей физики Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
- Стругацкий
Марк Борисович** доктор физико-математических наук, зав. кафедрой физики твердого тела Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
e-mail: strugatsky@crimea.edu
- Турков
Олег Володимирович** провідний інженер кафедри загальної фізики фізичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка
02096, Київ, ул. О. Дундича, 2, кв. 60
e-mail: turkov@mail.univ.kiev.ua
- Фадеева
Татьяна Андреевна** доктор физико-математических наук, профессор кафедры общей физики Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
e-mail: tatyana.fadeyeva@gmail.com
- Фридман
Юрий Анатольевич** доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедры теоретической физики Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад. Вернадского, 4
e-mail: frid@crimea.edu

**Цареградська
Тетяна Леонідівна**

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри загальної фізики фізичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка
04205, Київ, пр. Оболонський, 18-в, кв. 21
e-mail: tsar_grd@ukr.net

**Черненко
Варвара Петрівна**

кандидат фізико-математичних наук; доцент кафедри інформатики і вищої математики Кременчуцького національного університету імені М. Остроградського
39070, Полтавська обл., смт. Градизьк, вул. Першотравнева, 17
e-mail: cher_var@mail.ru

**Шостка
Владимир Иванович**

кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
95007, Симферополь, проспект акад.Вернадского, 4
e-mail: vshostka@yandex.ru

**Юрченко
Владимир Михайлович**

доктор физико-математических наук, зав. отделом, профессор; Донецкий физико-технический институт имени А.А. Галкина НАН Украины
83114, Донецк, ул. Р. Люксембург, 72
e-mail: yurch@yurch.fti.ac.donetsk.ua

**Яворский
Максим Александрович**

кандидат физико-математических наук, Пост-докторант в Univ. Bordeaux, LOMA, UMR 5798, F-33400 Talence, France
e-mail: maxyavorsky@yahoo.com

**Яковишин
Леонид Александрович**

кандидат химических наук, доцент кафедры физики Севастопольского национального технического университета
99053, Севастополь, ул. Университетская, 33
e-mail: chemsevntu@rambler.ru

СОДЕРЖАНИЕ

1. Лемяков О.П., Карпенко А.С. Розв'язок рівнянь Ейнштейна для «розмазаної» нуль-струни, що радіально колапсує в площині $z = 0$	3
2. Пушкарев А.Б. Релятивистские ударные волны в компактном выбросе объекта типа BL LACERTAE 1823+568	17
3. Ахрамович Л.Н., Гадиев Д.Р., Гонман А.Б. Локализация электронов в одномерной квантовой нити	26
4. Фридман Ю.А., Гореликов Г.А. Динамические свойства сильно анизотропного ферромагнетика с учетом механических граничных условий	34
5. Фридман Ю.А., Клевец Ф.Н., Гореликов Г.А., Мелешко А.Г. Влияние большой наклонной анизотропии на фазовые состояния двумерного ферромагнетика	49
6. Космачев О.А. Нематические фазы в магнетике с $S=2$	59
7. Черненко В.П. Рівняння руху спадково-пружного стрижня в околі квазіфронту	71
8. Alexeyev S.N. Coupled modes theory for perturbed spun optical fibres	75
9. Фадеева Т.А. Тонкая структура внеосевого сингулярного пучка в одноосном кристалле	67
10. Alexeyev A.N. Generation of the high-order Bessel vortex-beam in monochromatic and polychromatic light via the axicon-uniaxial crystal system	87
11. Яворский М.А. Отражательная и пропускательная способность плоской диэлектрической границы для ТЕ- и ТМ-поляризованных Бесселевых пучков	95
12. Алексеев К.Н., Баршак Е.В., Яворский М.А. Структура фундаментальной моды скрученных анизотропных волокон	101
13. Рыбась А.Ф. Тонкая структура оптических вихрей в наклонных линейно-поляризованных пучках Лагерра-Гаусса низшего порядка в одноосном кристалле	109
14. Соколенко Б.В., Рыбась А.Ф., Коноваленко В.Л., Зиновьев А.О. Конверсия знака топологического заряда эллиптического вихря, прошедшего одноосный кристалл ортогонально к его оптической оси	123

15. Дзедолик И.В., Каракчиева О.С., Лагунов И.М., Лапаева С.Н. Зависимость скорости поляритонов в бигиротропной среде от направления внешнего магнитного поля	133
16. Басиладзе Г.Д., Бержанский В.Н, Долгов А.И. Электро - и магнитооптические переключатели для волоконно-оптических сетей связи	140
17. Басиладзе Г.Д, Бержанский В.Н, Долгов А.И. Влияние спектральной зависимости коэффициента Фарадея на характеристики излучения, прошедшего планарный магнитоактивный элемент волоконно-оптического переключателя	160
18. Пономаренко В.И., Попов В.В. Оптимальная волноводная методика измерения материальных констант плоских образцов	170
19. Рябушкин Д.С., Сапига А.А., Сапига Ю.А. Солид-эхо в веществах с невыделенными спиновыми группировкам	177
20. Лисов В.І., Цареградська Т.Л., Турков О.В., Саєнко Г.В. Визначення температурного та часового інтервалу стабільності структури та властивостей багатокomпонентних аморфних сплавів	184
21. Krasnyuk I.V., Melnik T.N., Yurchenko V.M. Evolution of Antiphase Ordered Domain Structures in Confined Binary Alloys	193
22. Болотин Д.Д., Максимова Е.М., Наухацкий И.А., Стругацкий М.Б. Влияние кристаллической структуры поверхности на поверхностный магнетизм гематита.....	206
23. Яковишин Л.А., Рубинсон М.А., Гришковец В.И. Исследование термодинамики молекулярного комплексообразования сапонинов плюща методом спектрофотометрии	212
24. Максимова Е.М., Наухацкий И.А., Стругацкий М.Б., Мостовой С.О. Рентгеноструктурный анализ костной ткани, легированной свинцом	217
25. Полулях С.Н. Последовательность Карра-Парселла со случайной фазой для ЯМР в магнетиках	223
26. Шостка В.И. Великолепный организатор и воспитатель (к 100-летию со дня рождения Рубена Григорьевича Бадаляна).....	238
Сведения об авторах.....	239
Содержание	245
Table of Contents	247

Table of Contents

1. Lelyakov O.P., Karpenko A.S.	
A solution of the Einstein equations for a ‘thick’ null-string collapsing on radius in the plane $z = 0$	3
2. Pushkarev A.B.	
Relativistic shocks in compact jet of BL Lacertae object 1823+568.....	17
3. Akhramovich L.N., Gadiev D.R., Gopman A.B.	
Electron localization in one-dimensional quantum wires	26
4. Fridman Yu.A., Gorelikov G.A.	
Dynamic properties of strongly anisotropic easy-plane ferromagnet with mechanical boundary conditions	34
5. Fridman Yu.A., Klevets Ph.N., Gorelikov G.A., Meleshko A.G.	
The influence of large inclined anisotropy on phases states in 2-D ferromagnet	49
6. Kosmachev O.A.	
Nematic phases in Spin-2 magnetic.....	59
7. Chernenko V.P.	
The movement equation of viscoelastic rod in vicinity of quasifront	71
8. Alexeyev C.N.	
Coupled modes theory for perturbed spun optical fibres.....	75
9. Fadeyeva T.A.	
A fine structure of the off-axis singular beam in a uniaxial crystal.....	67
10. Alexeyev A.N.	
Generation of the high-order Bessel vortex-beam in monochromatic and polychromatic light via the axicon-uniaxial crystal system.....	87
11. Yavorsky M.A.	
Reflectance and transmittance of a plane dielectric interface for TE- and TM-polarized Bessel beams	95
12. Alexeyev C.N., Barshak E.V., Yavorsky M.A.	
The structure of the fundamental mode of twisted anisotropic fibres	101
13. Rubass A.F.	
Fine structure of optical vortices in the tilted linearly-polarized low-order Laguerre-Gaussian beams in a uniaxial crystal	109
14. Sokolenko B.V., Rubass A.F., Konovalenko V.L., Zinovyev A.O.	
Conversion of topological charge sign an elliptical vortex, which was uniaxial crystal orthogonal to its optical axis.....	123

15. Dzedolik I.V., Karakchieva O.S., Lagunov I.M., Lapaeva C.N. Dependence of polariton velocity in bigyrotropic medium from the direction of external magnetic field.....	133
16. Basiladze G.D., Berzhansky V.N., Dolgov A.I. Electro- and magneto-optical switches for fiber-optical telecommunication networks	140
17. Basiladze G.D., Berzhansky V.N., Dolgov A.I. Influence of spectroscopic dependence of Faraday coefficient on characteristics of radiation transmitted the planar magnetoactive element of the fiber-optic switch	160
18. Ponomarenko V.I., Popov V.V. Optimal waveguide method for measuring the material constants of flat samples	170
19. Ryabushkin D.S., Sapiga A.A., Sapiga Yu.A. Using the initial moments of magnetic resonance line for restoration of the absorption spectrum in solids.....	177
20. Lysov V.I., Tsaregradskaya T.L., Turkov O.V., Saenko G.V. Determination of temperature and temporal interval of stability of structure and properties of multicomponent amorphous alloys	184
21. Krasnyuk I.B., Melnik T.N., Yurchenko V.M. Evolution of Antiphase Ordered Domain Structures in Confined Binary Alloys	193
22. Bolotin D.D., Maksimova E.M., Nauhatsky I.A., Strugatsky M.B. Effect of surface crystal structure on surfacemagnetism of hematite.....	206
23. Yakovishin L.A., Rubinson M.A., Grishkovets V.I. Research of thermodynamics of the molecular complexation of ivy saponins by spectrophotometry method.....	212
24. Maksimova E.M., Nauhatsky I.A., Strugatsky M.B., Mostovoy S.O. X-rays diffraction analysis of Pb-doped bone	217
25. Polulyakh S.N. Random phase Carr - Purcell sequence for NMR in magnetic materials.....	223
26. Shostka V.I. The magnificent organizer and teacher (to the centenary from the date of birth of Badalyan R. G.).....	231
Information About Authors	239
Table of Contents	245