

УДК 621.3.014.4:621.313.33'313.282

## ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ЛИНЕЙНОГО АСИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ С ГЛАДКИМ СТАТОРОМ ИЗ УСЛОВИЯ МАКСИМУМА ПУСКОВОГО УСИЛИЯ

*Стадник И.П., Филиппов Д.М.*

*Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, г. Симферополь  
E-mail: [Intelc@ukr.net](mailto:Intelc@ukr.net)*

С использованием разработанной методики, основанной на методе интегральных уравнений, проведены численные расчеты тягового усилия линейного асинхронного электродвигателя с гладким статором в режиме тормоза. Произведена оптимизация параметров линейного асинхронного электродвигателя с гладким статором из условия максимума пускового усилия.

**Ключевые слова:** линейный асинхронный электродвигатель, пусковое усилие, вихревые токи, интегральные уравнения.

### ВВЕДЕНИЕ

Для эффективного проектирования электротехнических устройств (например, линейных асинхронных электродвигателей (ЛАЭД)) необходимо производить расчет электромагнитного поля в этих устройствах и осуществлять оптимизацию их параметров. При выборе метода расчета указанного поля приходится руководствоваться одним из двух критериев: это быстрота и точность. Быстрота достигается за счет введения дополнительных допущений и пренебрежений физическими процессами, протекающими в рассматриваемых устройствах. Методы, отвечающие этому критерию, получили название методов быстрого проектирования. К таким методам относится, например, метод детализированных схем замещения (МДСЗ) [1, 2].

Наибольшую точность моделирования электромагнитного поля любых электротехнических устройств можно достичь с помощью так называемых полевых методов. К таким методам относятся метод конечных элементов (МКЭ) [3], комбинированный метод конечных и граничных элементов (КМКиГЭ) [4], метод интегральных уравнений (ИУ) [5].

Из всех перечисленных выше методов мы выделяем метод ИУ, поскольку, на наш взгляд он обладает рядом преимуществ. Метод ИУ с одной стороны является гораздо более точным, чем МДСЗ, с другой стороны, более экономичным, чем МКЭ или КМКиГЭ, поскольку, в отличие от них, метод ИУ требует отыскания решения лишь в той области, в которой протекают вторичные токи (вихревые и микротоки).

На рис.1. представлена модель ЛАЭД с гладким статором. Конструкция ЛАЭД представляет собой совокупность пяти массивных ферромагнитных проводников, два из которых являются неподвижными и образуют собой статор. На его

внутренней поверхности сосредоточена трехфазная обмотка в виде двух тонких токовых настилов, плотность тока в которых меняется по закону:

$$j_4 = j_5 = \frac{j_m}{2} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right). \quad (1)$$

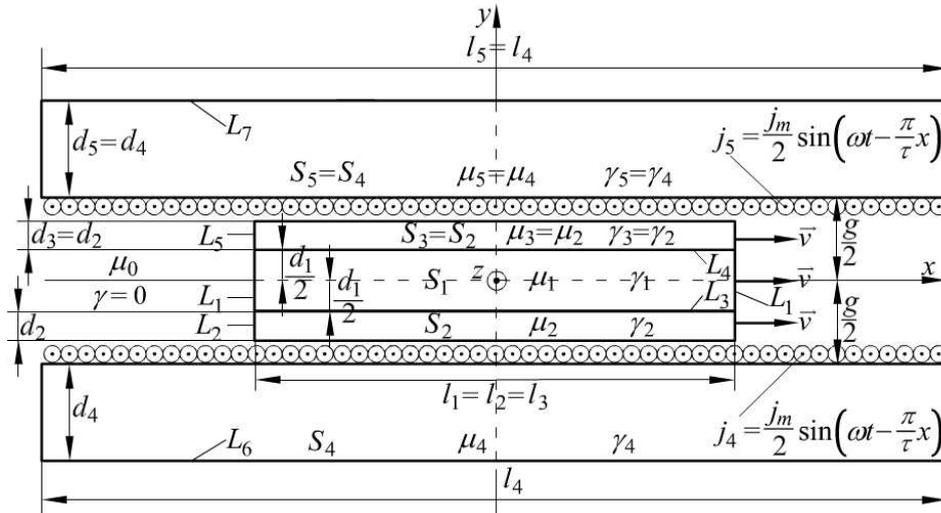


Рис.1. Модель ЛАЭД с гладким статором.

Между токовыми настилами расположен вторичный элемент (ВЭ), состоящий из трех жестко соединенных проводников. ВЭ совершает прямолинейное и равномерное движение со скоростью  $v$  в направлении оси  $x$ . Размер ЛАЭД в направлении оси  $z$  существенно больше других размеров. Магнитная проницаемость и удельная проводимость каждого ферромагнитного проводника считаются постоянными.

### 1. ИНТЕГРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНО ОБЪЕМНОЙ ПЛОТНОСТИ ТОКОВ ПРОВОДИМОСТИ И ПОВЕРХНОСТНОЙ ПЛОТНОСТИ МИКРОТОКОВ

Для определенности, примем нумерацию ферромагнитных проводников электромагнитной системы ЛАЭД в соответствии с индексами удельных проводимостей  $\gamma_r$  ( $r = 1, 2, \dots, 5$ ), магнитных проницаемостей  $\mu_r$  ( $r = 1, 2, \dots, 5$ ) и поперечных сечений  $S_r$  ( $r = 1, 2, \dots, 5$ ), указанных на рис.1. Также будем использовать обозначение:

$$v_r = \begin{cases} v, & \text{если } r = 1, 2, 3; \\ 0, & \text{если } r = 4, 5. \end{cases} \quad (2)$$

В [5] из закона Ома получено ИУ относительно комплексных амплитуд проекций на ось  $z$  объемной плотности токов проводимости и поверхностной плотности микротоков. Это уравнение имеет вид:

$$\dot{\delta}_r(M) = \frac{\gamma_r}{2\pi} \sum_{k=1}^n \mu_k \int_{S_k} \dot{\delta}_k(N) F(M, N) dS_N + \frac{\gamma_r \mu_0}{2\pi} \int_L \dot{j}(N) F(M, N) dL_N + \dot{G}(M). \quad (3)$$

В формуле (3):  $F(M, N) = K f_r$ ;  $\dot{G}(M) = K \dot{g}_r$ ;  $K \dot{\phi} = \dot{\phi} - \frac{1}{S_k} \int_{S_k} \dot{\phi} dS$ ; ( $\dot{\phi}$  -

некоторая комплекснозначная функция);  $f_r = -i\omega \ln \frac{1}{r_{MN}} + \nu_r \frac{(\vec{r}_{NM}, \vec{e}_x)}{r_{NM}^2}$ ;

$\dot{g}_r = -i\omega \gamma_r \dot{A}_0(M) - \gamma_r \nu_r \frac{\partial \dot{A}_0}{\partial x}(M)$ ;  $r = 1, 2, \dots, n$ ;  $\dot{A}_0(M)$  — комплексная

амплитуда проекции на ось  $z$  векторного потенциала первичного магнитного поля;  $r_{MN}$  — расстояние между точками  $M$  и  $N$ ;  $\dot{\delta}_r(M)$  — комплексная амплитуда проекции на ось  $z$  плотности токов проводимости (вихревых токов) на сечении  $r$ -го проводника  $S_r$ ;  $\dot{j}(N)$  — комплексная амплитуда проекции на ось  $z$  поверхностной плотности микротоков на границе  $L$  между ферромагнетиками.

ИУ (3) устанавливает связь между неизвестными функциями  $\dot{\delta}$  и  $\dot{j}$ . Для отыскания поверхностной плотности тока  $\dot{j}$  воспользуемся методом СЛАУ, разработанным в [6]. Как показано в статье [6] этот метод является наиболее эффективным при отыскании поверхностной плотности микротоков.

## 2. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА СЛАУ ДЛЯ ОТЫСКАНИЯ ПОВЕРХНОСТНОЙ ПЛОТНОСТИ ТОКА $\dot{j}$

Границу  $L$  электромагнитной системы ЛАЭД разобьем на малые отрезки  $N^{(L)}$   
 $L = \bigcup_{i=1} \Delta L_i$ . Каждый такой отрезок охватим замкнутым контуром, и запишем для него закон полного тока в интегральной форме. Будем полагать, что искомая функция  $\dot{j}(Q)$  ( $Q \in L$ ) в пределах каждого отрезка разбиения меняется по линейному закону:

$$\dot{j}_i(Q) = \dot{j}_i(x') = \frac{\dot{j}_i^{(к)} - \dot{j}_i^{(н)}}{\Delta L_i} x' + \frac{\dot{j}_i^{(к)} + \dot{j}_i^{(н)}}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, N^{(L)}, \quad (4)$$

где  $x'$  - координата в локальной системе координат, связанной с отрезком  $\Delta L_i$ ;  $\dot{j}_i^{(н)}$  и  $\dot{j}_i^{(к)}$  значения искомой функции соответственно в начале и конце отрезка  $\Delta L_i$ .

Сечение всех проводников  $S = \bigcup_{r=1}^5 S_r$  разобьем на малые прямоугольные площадки

$S = \bigcup_{i=1}^{N^{(S)}} \Delta S_i$ , в пределах каждого из которых будем считать, что функция  $\dot{\delta}_r(M)$  принимает постоянное значение  $\dot{\delta}_i$  ( $i=1,2,\dots,N^{(S)}$ ). Если число отрезков разбиения равно  $N^{(L)}$ , а число площадок разбиения равно  $N^{(S)}$ , то мы будем иметь  $2N^{(L)}$  линейных алгебраических уравнений относительно  $2N^{(L)} + N^{(S)}$  комплексных неизвестных.

Чтобы замкнуть систему уравнений получим недостающие  $N^{(S)}$  уравнений из ИУ (3). Для этого образуем систему точек  $\{M_i\}$ , центральных для площадок разбиения  $\Delta S_i$  ( $i=1,2,\dots,N^{(S)}$ ). В каждой точке набора  $\{M_i\}$  запишем ИУ (3), полагая, что в его правой части функция  $\dot{j}(N)$  имеет вид (4), а функция  $\dot{\delta}(N)$  является ступенчатой, то есть  $\dot{\delta}(N) = \dot{\delta}_i$ , если  $N \in \Delta S_i$  ( $i=1,2,\dots,N^{(S)}$ ).

Таким образом, получаем следующую СЛАУ:

$$\begin{cases} \sum_{l=1}^{N^{(S)}} A_{il} \dot{\delta}_l + \sum_{l=1}^{N^{(L)}} C_{il} \dot{j}_l^{(h)} + \sum_{l=1}^{N^{(L)}} \tilde{C}_{il} \dot{j}_l^{(k)} = \dot{D}_i, & i=1,2,\dots,N^{(S)}; \\ \sum_{l=1}^{N^{(S)}} A'_{il} \dot{\delta}_l + \sum_{l=1}^{N^{(L)}} C'_{il} \dot{j}_l^{(h)} + \sum_{l=1}^{N^{(L)}} \tilde{C}'_{il} \dot{j}_l^{(k)} = \dot{D}'_i, & i=1,2,\dots,N^{(L)}; \\ \sum_{l=1}^{N^{(S)}} A''_{il} \dot{\delta}_l + \sum_{l=1}^{N^{(L)}} C''_{il} \dot{j}_l^{(h)} + \sum_{l=1}^{N^{(L)}} \tilde{C}''_{il} \dot{j}_l^{(k)} = \dot{D}''_i, & i=1,2,\dots,N^{(L)}. \end{cases} \quad (5)$$

Здесь коэффициенты  $A_{il}$ ,  $C_{il}$ ,  $\tilde{C}_{il}$  и  $\dot{D}_i$  определяются из ИУ (3). Коэффициенты  $A'_{il}$ ,  $C'_{il}$ ,  $\tilde{C}'_{il}$ ,  $\dot{D}'_i$ ,  $A''_{il}$ ,  $C''_{il}$ ,  $\tilde{C}''_{il}$  и  $\dot{D}''_i$  определяются в соответствии с принципом, изложенном в [6].

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ЛАЭД

Оптимизацию параметров ЛАЭД осуществим на основе расчета пускового усилия. Целью оптимизации является получение максимального значения рассчитываемого усилия, путем изменения свойств материалов всех ферромагнитных проводников, а также толщин проводников, образующих ВЭ.

Тяговое усилие ЛАЭД рассчитываем по формуле:

$$F_x(t) = -\frac{1}{\mu_0} \sum_{k=1}^3 \mu_k \int_{S_k} \delta_k(P,t) B_y(P,t) dS_P - \int_{L^*} j(P,t) B_y(P,t) dL_P. \quad (6)$$

В формулу (6) вошли мгновенные значения плотностей токов  $\dot{\delta}_k(P)$  и  $\dot{j}(P)$ , а также проекции на ось  $y$  вектора магнитной индукции  $\dot{B}_y(P)$ , создаваемой токами статора и первичными токами;  $L^*$  - общая длина всех границ ВЭ ( $L^* = L_1 + \dots + L_5$ ).

Ниже приведены результаты расчета сил по формуле (6) для момента  $t = 0$ .

Было рассмотрено семь вариантов конструкции ЛАЭД. Эти варианты отличаются друг от друга электрическими и магнитными свойствами ферромагнитных проводников. Параметры электромагнитной системы ЛАЭД для каждого варианта представлены в табл.1. Одинаковыми для всех вариантов являются характеристики тока обмотки:  $j_m = 10^5$  (А/м),  $\omega = 100\pi$  (с<sup>-1</sup>),  $\tau = 25$  мм.

Таблица 1

Фиксированные параметры электромагнитной системы ЛАЭД

№	Электромагнитные параметры						Геометрические параметры				
	$\gamma_4$	$\gamma_2$	$\gamma_1$	$\mu_4$	$\mu_2$	$\mu_1$	$d_4$	$d_2$	$l_4$	$l_2$	$g - d_1$
	$\times 10^7 \cdot 1 / (\text{Ом} \cdot \text{м})$			$\times 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м			мм				
1	0	-	5,99	1000	-	1	25	0	150	100	1,2
2	0,11	-	5,99	1000	-	1	25	0	150	100	1,2
3	0	-	3,77	1000	-	1	25	0	150	100	1,2
4	0,11	-	3,77	1000	-	1	25	0	150	100	1,2
5	0	-	1	1000	-	1000	25	0	150	100	1,2
6	0	5,99	1	1000	1	1000	25	0,345	150	100	1,89
7	0	3,77	1	1000	1	1000	25	0,460	150	100	2,12

На рис.2 представлены зависимости пускового усилия от толщины ВЭ для вариантов с 1 по 5.

На рис.3 представлены зависимости пускового усилия от толщины ВЭ для вариантов 1, 3, 6 и 7.

Из рисунков 2 и 3 видно, что все полученные зависимости имеют четко выраженные максимумы. Значение этих максимумов будем называть оптимальными усилиями, а соответствующие им абсциссы – оптимальными толщинами ВЭ. Благодаря тому, что зависимости, соответствующие первым пяти вариантам построены в общей системе координат, можно увидеть, как влияет уменьшение проводимости ВЭ на величину оптимального усилия и оптимальной толщины.

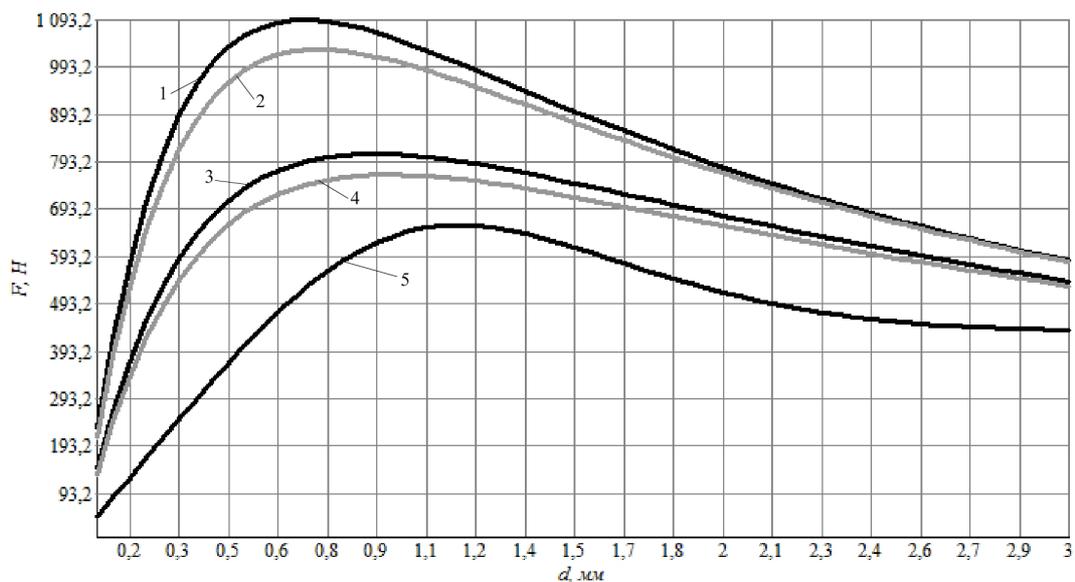


Рис.2. Зависимость пускового усилия ЛАЭД от толщины ВЭ для вариантов 1, 2, 3, 4 и 5.

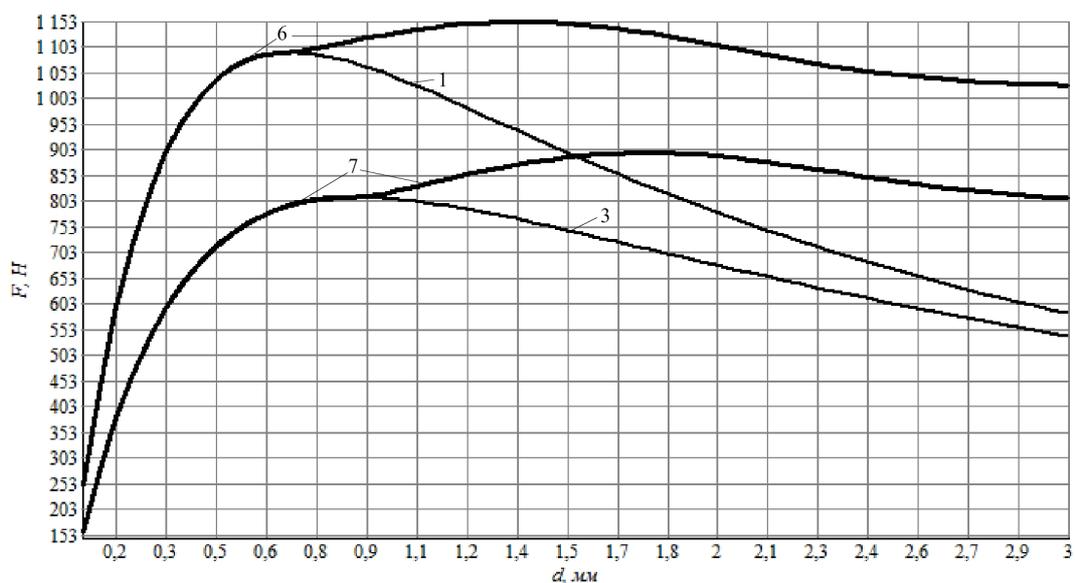


Рис.3. Зависимость пускового усилия ЛАЭД от толщины ВЭ для вариантов 1, 3, 6 и 7.

Также имеет практическое значение оценка влияния на усилие шихтованности статора. Вообще говоря, чем меньше проводимость статора, тем выше усилие. При неизбежном нагреве нешихтованного статора, его проводимость станет меньше

значения, использованного в расчетах, поэтому приведенные зависимости для вариантов 2 и 4 можно считать нижними оценками.

Графики 6 и 7 рисунка 3 построены следующим образом: сначала толщина стальной сердцевины ВЭ бралась равной нулю, а толщина проводящего слоя увеличивалась до оптимального значения соответствующего данному проводнику, после этого увеличивалась толщина стали. Из графиков рис.3 видно как проявляется преимущество трехслойного ВЭ. Помимо чисто механического увеличения жесткости ВЭ за счет введения стальной сердцевины, наблюдается также увеличение оптимальной толщины трехслойного ВЭ, по отношению к однородному. Виден также прирост оптимального усилия.

### **ВЫВОДЫ**

1. Построена математическая модель ЛАЭД на основании метода ИУ.
2. Для отыскания функции распределения поверхностной плотности микротоков был применен метод СЛАУ, который предполагает использование закона полного тока, записанного в интегральной форме.
3. Произведен расчет пускового усилия ЛАЭД с гладким статором. Проведена оптимизация электромагнитных параметров и геометрических размеров указанного двигателя из условия максимума пускового усилия.
4. Разработанные математическая и численная модели ЛАЭД могут быть использованы при расчете рабочих, механических и иных характеристик двигателя.
5. Результаты оптимизации ЛАЭД могут быть использованы при исследовании асинхронных двигателей вращательного типа.

### **Список литературы**

1. Сарапулов Ф. Н. Математические модели линейных индукционных машин на основе схем замещения : учебное пособие / Ф. Н. Сарапулов, С. Ф. Сарапулов, П. Шымчак. - Екатеринбург : Изд-во УГТУ-УПИ, 2001. - 236 с.
2. Сарапулов Ф. Н. Особенности моделирования линейных асинхронных двигателей с различными обмотками индуктора на основе детализированных схем замещения / Ф.Н. Сарапулов, С.В. Иваницкий, В. В. Гоман // Известия вузов. Электромеханика. – 2009. - №5. – С. 18 – 23.
3. Сидоров О. Ю. Особенности исследования линейного асинхронного двигателя методом конечных элементов / О. Ю. Сидоров, Ф. Н. Сарапулов // Известия вузов. Электромеханика. – 2010. - №1. – С. 17 – 20.
4. Ткачев А. Н. Расчет тяговых характеристик одностороннего линейного асинхронного двигателя комбинированным методом / А. Н. Ткачев, Д. Ю. Тихонов // Вестник ВЭлНИИ. – 2005. - №1. - С. 30 - 42.
5. Стадник И. П. Метод интегральных уравнений расчета вихревых токов в движущихся протяженных ферромагнитных проводниках с иллюстрацией на линейном асинхронном электродвигателе / И. П. Стадник, Д. М. Филиппов // Техническая электродинамика. - 2010. - №3 – С. 14 - 20.
6. Стадник И. П. Метод СЛАУ расчета статических плоскопараллельных полей в кусочно-однородных средах (вторичные источники: простой слой токов; кусочно-линейная аппроксимация) / И. П. Стадник, Д. М. Филиппов // Техническая электродинамика. – 2008. - №5. - С. 18 - 25.

**Стадник І.П. Оптимізація параметрів лінійного асинхронного двигуна з гладким статором з умови максимуму пускового зусилля / І.П. Стадник, Д.М. Філіппов // Вчені записки Таврійського національного університету ім. В. І. Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2010. – Т. 23(62), № 1. Ч. I. – С. 131-138.**

З використанням розробленої методики, заснованої на методі інтегральних рівнянь, проведені чисельні розрахунки тягового зусилля лінійного асинхронного двигуна з гладким статором в режимі гальма. Проведена оптимізація параметрів лінійного асинхронного двигуна з гладким статором з умови максимуму пускового зусилля.

**Ключові слова:** лінійний асинхронний двигун, початкове пускове зусилля, вихрові струми, інтегральні рівняння.

**Stadnyk I.P. Optimization of parameters of a linear induction motor with a smooth stator of the maximum condition of the start-up traction / I.P. Stadnyk, D.M. Filippov // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2010. – Vol. 23(62), No. 1. P. I. – P. 131-138.**

With the developed methodology, based on the method of integral equations, numerical calculations traction linear induction motor with a smooth stator mode brakes. Optimization of parameters of a linear induction motor with a smooth stator from the condition of the maximum start-up traction.

**Keywords:** linear induction motor, the initial starter force, eddy currents, the integral equation.

*Поступила в редакцію 11.04.2010*