Ученые записки Таврического национального университета имени В.И. Вернадского Серия «Физико-математические науки». Том 24 (63). 2011 г. № 2. С. 80-103

УДК 530.14

ПОЛЯРИТОНЫ В НЕЛИНЕЙНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ, МАГНИТНОЙ И БИГИРОТРОПНОЙ СРЕДЕ

Дзедолик И.В., Каракчиева О.С.

Таврический национальный университет имени В.И. Вернадского, Симферополь, Украина E-mail: <u>dzedolik@crimea.edu</u>

Получены спектры поляритонов в нелинейной диэлектрической, магнитной и бигиротропной среде. Учтена линейная поляризация решетки, линейная и нелинейная электронная поляризация ионов среды под действием высокочастотного электромагнитного, а также статических электрического и магнитного полей. Показано, что меняя напряженности внешних статических электрического и магнитного полей, интенсивность электромагнитного поля, можно управлять поляритонным спектром и скоростью распространения поляритонов.

Ключевые слова: нелинейная диэлектрическая среда, магнитная среда, нелинейная бигиротропная среда, поляритонный спектр.

введение

Интерес к исследованию поляритонов не ослабевает начиная с момента их открытия [1-4], и по настоящее время [5-22]. Это связано с использованием свойств поляритонов в магнито- и оптоэлектронике, фотонике, различных областях научных исследований. В зависимости от резонансной частоты и соответствующего отклика среды на внешнее электромагнитное поле поляритоны в среде подразделяют на оптические и магнитные [6, 8, 15].

Поляритоны, возникающие в диэлектрических и магнитных средах, представляют значительный интерес как с фундаментальной, так и с прикладной точек зрения в связи с многочисленными задачами проектирования и создания оптических и магнитооптических устройств в терагерцевом и оптическом диапазонах частот, управляемых с помощью внешних электрического и магнитного полей, таких как фильтры, линии задержки, дефлекторы, логические элементы и др. [16, 17, 20]. В ближнем инфракрасном диапазоне активно проводятся исследования эпитаксиальных пленок феррит-гранатов, которые в этом диапазоне проявляют бигиротропные свойства [23-27]. Пленки ферритгранатов представляют особый интерес в связи с использованием их в настоящее время для изготовления 1-D и 2-D магнитофотонных кристаллов, устройств для поворота плоскости поляризации электромагнитных волн в волоконнооптических разветвителях и переключателях со скоростями переключения порядка наносекунд, магнитофотонных логических элементах [27-30].

Поляритоны и в линейной, и в нелинейной среде являются коллективными возбуждениями – квазичастицами в системе атомов среды, взаимодействующих через электромагнитное поле. Электромагнитное поле воздействует на атомы и

их электронные оболочки, эти осцилляции передаются соседним атомам и т.д. Через поперечные высокочастотные колебания атомы среды взаимодействуют с фотонами и возникают связанные состояния оптических фононов с фотонами, то есть генерируются поляритоны – «смесь фотонов и фононов» [1-11]. Если частота фотона лежит в оптическом диапазоне, то поляритоны будут возникать в областях, в которых диэлектрическая проницаемость данной среды отлична от единицы и обладает дисперсией, а магнитная проницаемость равна единице – это оптические поляритоны. Наиболее эффективная связь таких электромагнитных и поляризационных волн возникает в областях оптических резонансов, которые описываются законом дисперсии тензора диэлектрической проницаемости среды. При этом вводить в рассмотрение понятие магнитной проницаемости среды на оптических частотах нет необходимости [8, 15].

В магнитоупорядоченной среде магнитные моменты электронов и ядер атомов образуют связанную систему. При взаимодействии электромагнитной волны с магнитной средой, то есть при поглощении и переизлучении фотона, изменяется магнитный момент всего тела. При этом происходит рождение элементарных коллективных возбуждений всей системы – магнонов (квантов спиновых волн). Связанные состояния фотонов, фононов и магнонов представляют собой магнитные поляритоны [12-15]. Магнитные поляритоны в магнетике возникают на частотах, соответствующих СВЧ и терагерцевому диапазону, при которых диэлектрическая проницаемость среды близка к единице и не зависит от частоты поля, а магнитная проницаемость отлична от единицы и обладает дисперсией [8-15, 25, 27].

Поляритоны в бигиротропной среде представляют собой квазичастицы, возникающие при взаимосвязи фотонов, фононов и магнонов, когда и диэлектрическая, и магнитная проницаемости среды не равны единице, и зависят от частоты поля [13-15, 25].

Коллективные возбуждения в среде можно описывать как при помощи многочастичного микроскопического, так и макроскопического, основанного на усреднении по физически малому объему, подходов, которые дают, в общем, одинаковые результаты. Интенсивность внешних полей также влияет на восприимчивость среды, то есть необходимо учитывать и нелинейные свойства среды [7, 10, 11, 16, 23, 31, 34, 35]. Спектры поляритонов можно искать как методами квантовой физики многих частиц, так и методами классической физики. В данной работе использован классический макроскопический подход для описания поляритонов в диэлектрической среде, как без магнитной подсистемы, так и с магнитной подсистемой, в присутствии внешних статических электрического и магнитного полей. Внешние электрическое и магнитное поля, приложенное к бигиротропной среде, изменяют ее диэлектрическую и магнитную проницаемость и, таким образом, влияют на спектр поляритонов. С помощью варьирования напряженности внешних полей

можно управлять параметрами, в частности, скоростью поляритонов. В работе произведено сравнение поляритонных спектров в различных случаях.

Целью данной работы является исследование свойств поляритонных спектров в диэлектрической, магнитной и бигиротропной кристаллических средах, а также анализ зависимости спектров от направления и напряженности внешних статических электрического и магнитного полей, и от интенсивности электромагнитного поля в диапазоне от сверхнизких до оптических частот.

1. ТЕНЗОР ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ

Рассмотрим простейшую макроскопическую модель генерации поляритонов в диэлектрике – ионном кристалле, в котором отсутствует магнитная подсистема. В результате кулоновского притяжения и отталкивания ион в элементарной ячейке кристаллической решетки находится в динамическом равновесии, хотя и осциллирует с малой амплитудой, а в целом ячейка электронейтральна. Любое воздействие на ион приводит к возмущению его осцилляций, эти возмущения распространяются на большие расстояния от иона в виде продольных и поляризационных поперечных (механических) волн И поперечных электромагнитных волн. Для волн вплоть до оптических частот, для которых ka << 1, диэлектрическую среду можно представлять как сплошную, так как ионы в соседних ячейках осциллируют практически в одной фазе. Гиротропия среды приводит к генерации «вторичных» электромагнитных волн с поперечными и продольными компонентами, которые отсутствовали бы у электромагнитных волн в негиротропной среде. Генерация вторичных электромагнитных волн и волн поляризации обусловлена откликом среды, в общем случае нелинейным, на воздействие внешнего электромагнитного поля.

Предположим, что в ячейке кристаллической среды расположено два иона – положительный и отрицательный (рис. 1). Тогда можно ввести вектор смещения $\mathbf{R} = \mathbf{r}_{\!_{+}} - \mathbf{r}_{\!_{-}}$, где векторы $\mathbf{r}_{\!_{\pm}}$ описывают смещения положительных и отрицательных решеток ионов.

В макроскопической модели дипольный отклик аморфной среды либо кристалла с кубической решеткой можно учесть, записывая уравнения движения зарядов в виде

$$\frac{d^2\mathbf{R}}{dt^2} + \Gamma \frac{d\mathbf{R}}{dt} + \frac{1}{m^*} \nabla_R U = \frac{e^*}{m^*} \bigg[\mathbf{E} + \mathbf{E}_0 + \frac{1}{c} \frac{d\mathbf{R}}{dt} \times \big(\mathbf{B} + \mathbf{B}_0\big) \bigg], \tag{1}$$

где Γ – коэффициент затухания, $U = (q_1/2)R^2 + (q_2/3R_a)R^3 + (q_3/4R_a^2)R^4 + ... – потенциал «возвращающего поля», <math>q_{1,2,3}$ – феноменологические упругие параметры среды, R_a – амплитуда осцилляций решетки, $m^* = m_1m_2/(m_1 + m_2)$ – приведенная масса, e^* – эффективный заряд элементарной ячейки среды, \mathbf{E}_0 – внешнее статическое электрическое поле, \mathbf{B}_0 – внешнее статическое магнитное поле, \mathbf{E}, \mathbf{B} – высокочастотное электромагнитное поле.



Рис. 1. Элементарная ячейка кристалла с двумя ионами.

Это уравнение, в отличие от работы [34], описывает нелинейность «возвращающего потенциала» и влияние статических электрического, магнитного и высокочастотного магнитного полей.

Осцилляции ионов в общем случае нелинейные, поэтому при малой интенсивности поля падающей электромагнитной волны, в силу соотношений $q_1/2 >> q_2/3R_a >> q_3/4R_a^2 >> ...$ и $|c^{-1}\dot{\mathbf{R}} \times \mathbf{B}| << |\mathbf{E}|$, достаточно учесть осцилляции ионов в линейном приближении (вблизи дна потенциальной ямы), то есть $U = (q_1/2)R^2$. Обозначим собственную частоту поперечных упругих осцилляций решетки (частоту поперечных оптических фононов) $\Omega_{\perp} = \sqrt{q_1/m^*}$. Тогда уравнение (1) представим в виде

$$\frac{d^{2}\mathbf{R}}{dt^{2}} + \Gamma \frac{d\mathbf{R}}{dt} - \frac{d\mathbf{R}}{dt} \times \boldsymbol{\omega}_{B} + \boldsymbol{\Omega}_{\perp}^{2}\mathbf{R} = \frac{e^{*}}{m^{*}} (\mathbf{E} + \mathbf{E}_{0}), \qquad (2)$$

где $\mathbf{\omega}_{B} = e^{*} \mathbf{B}_{0} / m^{*} c$ – ларморовская частота осцилляций зарядов решетки. В общем случае частота оптических фононов Ω_{\perp} расщепляется на 3N - 3 частот, где N - число атомов в элементарной ячейке.

Внешнее статическое электрическое поле \mathbf{E}_0 смещает положение равновесия зарядов из точки R = 0. В стационарном приближении из уравнения (2) находим новое положение равновесия $\mathbf{R}_0 = (e^* / m^*) \Omega_{\perp}^{-2} \mathbf{E}_0$, и переписываем уравнение (2) в форме

$$\Delta \ddot{\mathbf{R}} + \Gamma \,\Delta \dot{\mathbf{R}} - \Delta \dot{\mathbf{R}} \times \boldsymbol{\omega}_{B} + \Omega_{\perp}^{2} \Delta \mathbf{R} = \left(e^{*} / m^{*}\right) \mathbf{E} , \qquad (3)$$

где $\Delta \mathbf{R} = \mathbf{R} - \mathbf{R}_0$. Если электромагнитное поле гармоническое $\sim e^{-i\omega t}$, то из уравнения (3) легко найти компоненты вектора смещения решетки.

Вектор поляризации среды Р должен описывать как поляризацию решетки, так и внутреннюю ионную поляризацию. Нелинейная электронная поляризация в среде, характеризуемая вектором r (рис. 1), происходит при гораздо меньших напряженностях электромагнитного поля, чем нелинейная поляризация решетки. Поэтому в векторе поляризации среды учтем линейную решеточную поляризацию, а также линейную и нелинейную электронную поляризацию ионов

$$\mathbf{P} = e^* N \mathbf{R} + \chi_1(0) \mathbf{E}_0 + \chi_1(\omega) \mathbf{E} + \chi_2(0,0) E_0 \mathbf{E}_0 + \chi_2(0,\omega) E_0 \mathbf{E} + \chi_2(\omega,\omega) E \mathbf{E} + \chi_3(0,0,0) E_0^2 \mathbf{E}_0 + \chi_3(0,0,\omega) E_0^2 \mathbf{E} + \chi_3(0,\omega,\omega) \mathbf{E}_0 E^2 + \chi_3(\omega,\omega,\omega) E^2 \mathbf{E},$$
(4)

где N - число ячеек в единице объема, χ_1 - линейная восприимчивость, χ_2 , χ_3 - нелинейная квадратичная и кубическая диэлектрическая восприимчивость среды, обусловленная электронной поляризацией, $E = (E_j^* E_j)^{1/2}$. Первый член в выражении (4) для вектора поляризации описывает смещение ионов, остальные – внутреннюю поляризацию ионов под действием электромагнитного поля; второй член описывает внутреннюю поляризацию под действием внешнего постоянного электрического поля, третий – линейную высокочастотную поляризацию, четвертый и пятый – электрооптический эффект Поккельса, шестой – квадратичную высокочастотную поляризацию, седьмой, восьмой и девятый – нелинейный эффект Керра под действием полей E_0 и E, десятый – высокочастотный нелинейный эффект Керра.

При отсутствии высокочастотного поля $\mathbf{E} = 0$ вектор поляризации среды в линейном приближении равен $\mathbf{P}_0 = \left[\left(e^{*2} N / m^* \right) \Omega_{\perp}^{-2} + \chi_1 \right] \mathbf{E}_0 = (\varepsilon_0 - 1) \mathbf{E}_0 / 4\pi$. Из этого соотношения находим линейную статическую диэлектрическую проницаемость среды $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\infty} + \omega_{P_i}^2 / \Omega_{\perp}^2$, где $\omega_{P_i}^2 = 4\pi e^{*2} N / m^* - эффективная$ ионная плазменная частота, $\varepsilon_{\infty} = 1 + 4\pi\chi_1$ – высокочастотная диэлектрическая проницаемость, измеренная вдали от резонансной частоты Ω_1 .

Зависимость линейной высокочастотной диэлектрической проницаемости \mathcal{E}_{∞} от частоты поля ω можно найти, используя уравнение движения внешнего (оптического) электрона в ионе

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} + \Gamma \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \boldsymbol{\omega}_B + \omega_0^2 \mathbf{r} = -\frac{e}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{E}_0), \qquad (5)$$

где ω_0 – резонансная электронная частота, *е*, *m* – заряд и масса электрона. Тогда получаем соотношения для компонентов $r_{x,y,z}$.

Тензор диэлектрической проницаемости среды ε_{ij} определяется соотношением для вектора электрической индукции $D_i = \varepsilon_{ij}E_j = E_i + 4\pi P_i$, i, j = x, y, z, откуда находим компоненты тензора ε_{ij} :

$$\begin{split} \varepsilon_{xx} &= \varepsilon_{123} + \frac{\omega_{Pi}^2}{\Delta_{Bi}} \left(\widetilde{\Omega}^4 - \omega_{Bx}^2 \omega^2 \right) + \frac{\omega_{Pe}^2}{\Delta_{Be}} \left(\widetilde{\omega}^4 - \omega_{Bx}^2 \omega^2 \right), \\ \varepsilon_{xy} &= -\frac{\omega_{Pi}^2}{\Delta_{Bi}} \left(i \widetilde{\Omega}^2 \omega_{Bz} \omega + \omega_{Bx} \omega_{By} \omega^2 \right) + \frac{\omega_{Pe}^2}{\Delta_{Be}} \left(i \widetilde{\omega}^2 \omega_{Bz} \omega - \omega_{Bx} \omega_{By} \omega^2 \right), \\ \varepsilon_{xz} &= \frac{\omega_{Pi}^2}{\Delta_{Bi}} \left(i \widetilde{\Omega}^2 \omega_{By} \omega - \omega_{Bx} \omega_{Bz} \omega^2 \right) - \frac{\omega_{Pe}^2}{\Delta_{Be}} \left(i \widetilde{\omega}^2 \omega_{By} \omega + \omega_{Bx} \omega_{Bz} \omega^2 \right), \\ \varepsilon_{yx} &= \frac{\omega_{Pi}^2}{\Delta_{Bi}} \left(i \widetilde{\Omega}^2 \omega_{Bz} \omega - \omega_{Bx} \omega_{By} \omega^2 \right) - \frac{\omega_{Pe}^2}{\Delta_{Be}} \left(i \widetilde{\omega}^2 \omega_{Bz} \omega + \omega_{Bx} \omega_{By} \omega^2 \right), \\ \varepsilon_{yy} &= \varepsilon_{123} + \frac{\omega_{Pi}^2}{\Delta_{Bi}} \left(\widetilde{\Omega}^4 - \omega_{By}^2 \omega^2 \right) + \frac{\omega_{Pe}^2}{\Delta_{Be}} \left(\widetilde{\omega}^4 - \omega_{By}^2 \omega^2 \right), \\ \varepsilon_{yz} &= -\frac{\omega_{Pi}^2}{\Delta_{Bi}} \left(i \widetilde{\Omega}^2 \omega_{Bx} \omega + \omega_{By} \omega_{Bz} \omega^2 \right) + \frac{\omega_{Pe}^2}{\Delta_{Be}} \left(i \widetilde{\omega}^2 \omega_{Bx} \omega - \omega_{By} \omega_{Bz} \omega^2 \right), \\ \varepsilon_{zx} &= -\frac{\omega_{Pi}^2}{\Delta_{Bi}} \left(i \widetilde{\Omega}^2 \omega_{By} \omega + \omega_{Bx} \omega_{Bz} \omega^2 \right) + \frac{\omega_{Pe}^2}{\Delta_{Be}} \left(i \widetilde{\omega}^2 \omega_{Bx} \omega - \omega_{By} \omega_{Bz} \omega^2 \right), \\ \varepsilon_{zx} &= -\frac{\omega_{Pi}^2}{\Delta_{Bi}} \left(i \widetilde{\Omega}^2 \omega_{By} \omega - \omega_{By} \omega_{Bz} \omega^2 \right) + \frac{\omega_{Pe}^2}{\Delta_{Be}} \left(i \widetilde{\omega}^2 \omega_{Bx} \omega - \omega_{By} \omega_{Bz} \omega^2 \right), \\ \varepsilon_{zy} &= \frac{\omega_{Pi}^2}{\Delta_{Bi}} \left(i \widetilde{\Omega}^2 \omega_{Bx} \omega - \omega_{By} \omega_{Bz} \omega^2 \right) - \frac{\omega_{Pe}^2}{\Delta_{Be}} \left(i \widetilde{\omega}^2 \omega_{By} \omega - \omega_{Bx} \omega_{Bz} \omega^2 \right), \\ \varepsilon_{zz} &= \varepsilon_{123} + \frac{\omega_{Pi}^2}{\Delta_{Bi}} \left(i \widetilde{\Omega}^2 \omega_{Bx} \omega - \omega_{By} \omega_{Bz} \omega^2 \right) - \frac{\omega_{Pe}^2}{\Delta_{Be}} \left(i \widetilde{\omega}^2 \omega_{By} \omega - \omega_{Bx} \omega_{Bz} \omega^2 \right), \\ \varepsilon_{zz} &= \varepsilon_{123} + \frac{\omega_{Pi}^2}{\Delta_{Bi}} \left(\widetilde{\Omega}^4 - \omega_{Bz}^2 \omega^2 \right) + \frac{\omega_{Pe}^2}{\Delta_{Be}} \left(i \widetilde{\omega}^2 \omega_{Bx} \omega + \omega_{By} \omega_{Bz} \omega^2 \right), \\ \varepsilon_{zz} &= \varepsilon_{123} + \frac{\omega_{Pi}^2}{\Delta_{Bi}} \left(\widetilde{\Omega}^4 - \omega_{Bz}^2 \omega^2 \right) + \frac{\omega_{Pe}^2}{\Delta_{Be}} \left(\widetilde{\omega}^4 - \omega_{Bz}^2 \omega^2 \right), \end{aligned}$$

где $\omega_{Pe}^2 = 4\pi e^2 N/m$ – электронная плазменная частота, $\varepsilon_{123} = 1 + 4\pi \chi_2(0,\omega) E_0 + 4\pi \chi_3(0,0,\omega) E_0^2$, $\widetilde{\omega}^2 = \omega_0^2 - \omega^2 - i\Gamma\omega$, $\widetilde{\Omega}^2 = \Omega_{\perp}^2 - \omega^2 - i\Gamma\omega$, $\Delta_{Be} = \widetilde{\omega}^2 \left[\widetilde{\omega}^4 - \left(\omega_{Bx}^2 + \omega_{By}^2 + \omega_{Bz}^2 \right) \omega^2 \right]$, $\Delta_{Bi} = \widetilde{\Omega}^2 \left[\widetilde{\Omega}^4 - \left(\omega_{Bx}^2 + \omega_{By}^2 + \omega_{Bz}^2 \right) \omega^2 \right]$.

2. ТЕНЗОР МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ

Динамику магнитного момента тела M с учетом диссипации будем описывать уравнением Ландау-Лифшица (модифицированным уравнением Блоха) [23-25,33,36]

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma \,\mathbf{M} \times \mathbf{H} - \mathbf{M}_R \,, \tag{7}$$

где $\gamma = ge/2mc$ – магнитомеханическое соотношение для системы магнитных моментов, \mathbf{M}_R – вектор релаксации с компонентами $M_{Rj} = \omega_{Rj} (M_j - \chi_0 H_j)$, ω_{Rj} – частота релаксации вдоль оси j = x, y, z, $\chi_0 = |M_0/H_0|$ – статическая магнитная восприимчивость, M_0 – равновесная намагниченность, \mathbf{H} – напряженность магнитного поля в среде.

Рассмотрим взаимодействие высокочастотного электромагнитного поля с магнетиком, находящимся во внешнем постоянном магнитном поле с напряженностью \mathbf{H}_0 . Для монохроматического поля $H, M \sim exp(-i\omega t)$ в линейном приближении [25] получаем тензор магнитной проницаемости среды μ_{ij} , который определяется соотношением для вектора магнитной индукции $B_i = \mu_{ij}H_j = H_i + 4\pi M_i$. Компоненты тензора μ_{ij} имеют вид:

$$\mu_{jx} = I_{jx} + \frac{4\pi\chi_0}{\Delta_H} \left(\omega_{Rx} \omega_{jx}^2 - \omega_{Hz} \omega_{jy}^2 + \omega_{Hy} \omega_{jz}^2 \right),$$

$$\mu_{jy} = I_{jy} + \frac{4\pi\chi_0}{\Delta_H} \left(\omega_{Hz} \omega_{jx}^2 + \omega_{Ry} \omega_{jy}^2 - \omega_{Hx} \omega_{jz}^2 \right),$$

$$\mu_{jz} = I_{jz} + \frac{4\pi\chi_0}{\Delta_H} \left(-\omega_{Hy} \omega_{jx}^2 + \omega_{Hx} \omega_{jy}^2 + \omega_{Rz} \omega_{jz}^2 \right),$$
(8)

где I_{ii} – единичный тензор, $\omega_{Hi} = \gamma H_{0i}$,

$$\begin{split} \omega_{xx}^{2} &= \omega_{Hx}^{2} + \left(\omega_{Ry} - i\omega\right) \left(\omega_{Rz} - i\omega\right), \ \omega_{yx}^{2} = \omega_{Hx} \omega_{Hy} + \left(\omega_{Rz} - i\omega\right) \omega_{Hz}, \\ \omega_{xy}^{2} &= \omega_{Hx} \omega_{Hy} - \left(\omega_{Rz} - i\omega\right) \omega_{Hz}, \quad \omega_{yy}^{2} = \omega_{Hy}^{2} + \left(\omega_{Rx} - i\omega\right) \left(\omega_{Rz} - i\omega\right), \\ \omega_{xz}^{2} &= \omega_{Hx} \omega_{Hz} + \left(\omega_{Ry} - i\omega\right) \omega_{Hy}, \ \omega_{yz}^{2} = \omega_{Hy} \omega_{Hz} - \left(\omega_{Rx} - i\omega\right) \omega_{Hx}, \\ \omega_{zx}^{2} &= \omega_{Hx} \omega_{Hz} - \left(\omega_{Ry} - i\omega\right) \omega_{Hy}, \ \omega_{zy}^{2} = \omega_{Hy} \omega_{Hz} + \left(\omega_{Rx} - i\omega\right) \omega_{Hx}, \\ \omega_{zz}^{2} &= \omega_{Hz}^{2} + \left(\omega_{Rx} - i\omega\right) \left(\omega_{Ry} - i\omega\right) \omega_{Hx}, \\ \omega_{zz}^{2} &= \omega_{Hz}^{2} + \left(\omega_{Rx} - i\omega\right) \left(\omega_{Ry} - i\omega\right), \\ \Delta_{H} &= \left(\omega_{Rx} - i\omega\right) \left[\left(\omega_{Ry} - i\omega\right) \left(\omega_{Rz} - i\omega\right) + \omega_{Hx}^{2} \right] + \omega_{Hy} \left[\left(\omega_{Ry} - i\omega\right) \omega_{Hy} - \omega_{Hx} \omega_{Hz} \right] + \\ + \omega_{Hz} \left[\left(\omega_{Rz} - i\omega\right) \omega_{Hz} - \omega_{Hx} \omega_{Hy} \right]. \end{split}$$

3. ОПТИЧЕСКИЕ И МАГНИТНЫЕ ПОЛЯРИТОНЫ

Динамика поляритонов описывается системой уравнений движения ионов кристаллической решетки, электронов, магнитного момента тела и электромагнитного поля. В общем случае частоты оптических и магнитных поляритонов существенно различаются, но для бигиротропных сред существуют диапазоны перекрытия резонансных областей [6,8,15]. Запишем систему уравнений

для высокочастотного монохроматического электромагнитного поля в магнитогиротропной нелинейной непроводящей среде в виде

$$(\nabla \times \mathbf{H})_{i} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_{ij} E_{j} + 4\pi \chi_{2}(\omega, \omega) E E_{i} + 4\pi \chi_{3}(\omega, \omega, \omega) E^{2} E_{i}),$$

$$(\nabla \times \mathbf{E})_{i} = \frac{1}{c} \mu_{ij} \frac{\partial H_{j}}{\partial t}.$$

$$(9)$$

Тензоры ε_{ij} и μ_{ij} получены в результате решения уравнений движения дипольных электрического и магнитного моментов в среде под влиянием электромагнитного поля. Система уравнений (9) с тензорами диэлектрической ε_{ij} (6) и магнитной проницаемостей μ_{ij} (8) описывает динамику поляритонов в присутствии внешних электрического \mathbf{E}_0 и магнитного \mathbf{H}_0 полей.

3.1. Диэлектрическая среда

Найдем спектры оптических поляритонов в диэлектрической среде с решеткой, в которой имеются центры локальной симметрии, то есть для которой следует положить $\chi_2 \rightarrow 0$ [33]. Если среда прозрачная $\Gamma \rightarrow 0$, то для монохроматического поля $\sim e^{-i\omega t + ikz}$ можно предположить, что $E^2 = E^*E = E_a^2 = const$, тогда диэлектрическая проницаемость среды $\varepsilon_{123} \rightarrow \varepsilon_a = 1 + 4\pi \chi_3(0,0,\omega) E_0^2 + 4\pi \chi_3(\omega,\omega,\omega) E_a^2$ будет зависеть от интенсивности статического электрического и электромагнитного полей.

В среде без магнитной подсистемы магнитная проницаемость $\mu = 1$, и система полевых уравнений (9) после исключения вектора **H** принимает вид

$$\nabla^2 E_i - \nabla_i \left(\nabla_j E_j \right) + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{ij} E_j = 0.$$
 (10)

Из системы уравнений (10) можно найти спектры оптических поляритонов при различных конфигурациях внешнего постоянного магнитного поля и высокочастотного электромагнитного поля. Подставляя решение в виде плоской волны $E_i \sim e^{-i\omega t + ikz}$ в (10), получаем систему уравнений для компонент электрического поля

$$\left(\frac{\omega^{2}}{c^{2}}\varepsilon_{xx}-k^{2}\right)E_{x}+\frac{\omega^{2}}{c^{2}}\varepsilon_{xy}E_{y}+\frac{\omega^{2}}{c^{2}}\varepsilon_{xz}E_{z}=0,$$

$$\frac{\omega^{2}}{c^{2}}\varepsilon_{yx}E_{x}+\left(\frac{\omega^{2}}{c^{2}}\varepsilon_{yy}-k^{2}\right)E_{y}+\frac{\omega^{2}}{c^{2}}\varepsilon_{yz}E_{z}=0,$$

$$\varepsilon_{zx}E_{x}+\varepsilon_{zy}E_{y}+\varepsilon_{zz}E_{z}=0.$$
(11)

Дисперсионное уравнение для немагнитной среды, полученное приравниванием определителя системы уравнений (11) к нулю, имеет вид

$$\left(\frac{\omega^{2}}{c^{2}}\varepsilon_{xx}-k^{2}\right)\left(\frac{\omega^{2}}{c^{2}}\varepsilon_{yy}-k^{2}\right)\varepsilon_{zz}-\frac{\omega^{4}}{c^{4}}\left(\varepsilon_{xy}\varepsilon_{yx}\varepsilon_{zz}-\varepsilon_{xy}\varepsilon_{yz}\varepsilon_{zx}-\varepsilon_{xz}\varepsilon_{yx}\varepsilon_{zy}\right)- \\
-\frac{\omega^{2}}{c^{2}}\left[\left(\frac{\omega^{2}}{c^{2}}\varepsilon_{xx}-k^{2}\right)\varepsilon_{yz}\varepsilon_{zy}+\left(\frac{\omega^{2}}{c^{2}}\varepsilon_{yy}-k^{2}\right)\varepsilon_{xz}\varepsilon_{zx}\right]=0.$$
(12)

3.1.1. Нулевое внешнее магнитное поле

При отсутствии внешнего магнитного поля $B_0 = 0$ ненулевые значения имеют только диагональные компоненты тензора диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = \widetilde{\varepsilon} = \varepsilon_a + \frac{\omega_{Pi}^2}{\widetilde{\Omega}^2} + \frac{\omega_{Pe}^2}{\widetilde{\omega}^2}, \quad \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yx} = \varepsilon_{zx} = \varepsilon_{zy} = 0$, $\varepsilon_a = 1 + I$, где $I = 4\pi\chi_3(0,0,\omega)E_0^2 + 4\pi\chi_3(\omega,\omega,\omega)E_a^2$ - параметр интенсивности поля. В этом случае из уравнения (12) при $B_0 = 0$ получаем дисперсионное уравнение для оптических поляритонов

$$\frac{\omega^2}{c^2}\widetilde{\varepsilon} - k^2 = 0.$$
⁽¹³⁾

Вид поляритонного спектра при $B_0 = 0$ представлен на рис. 2.

На рис. 3 представлена зависимость разности нормированных частот $\Delta \overline{\omega} = \overline{\omega}_{3NL} - \overline{\omega}_{3L} = \left[\omega_0^2 + \omega_{pe}^2 / (1+I) \right]^{1/2} \Omega_{\perp}^{-1} - \left[\omega_0^2 + \omega_{pe}^2 \right]^{1/2} \Omega_{\perp}^{-1}$ верхней ветви 3 (рис. 2) спектра при k = 0 от интенсивности поля I.

Из анализа полученных спектров (рис. 2,3) следует, что верхние ветви 2, 3 поляритонного спектра при увеличении интенсивности поля смещаются вниз по частоте, а нижняя ветвь 1 практически не изменяется. То есть в нелинейной среде ширина щели в спектре поляритонов зависит от интенсивности электромагнитного поля I: при увеличении интенсивности поля в случае $\chi_3 > 0$ щель в спектре сужается, в противном случае – увеличивается. Этот эффект обусловлен увеличением (уменьшением) диэлектрической проницаемости среды при повышении интенсивности поля. Начальный участок при $k \to 0$ положительной ветви 2 $\overline{\omega}_+$ поляритонного спектра имеет малый угол наклона к горизонтальной оси, так как на таких частотах основную долю энергии переносят фононы. Начальный участок отрицательной ветви 1 $\overline{\omega}_-$ на низких частотах имеет большой угол наклона, что соответствует большей энергии фотонного поля в потоке поляритонов. При повышении частоты угол наклона угол отрицательной ветви 1 $\overline{\omega}_-$ уменьшается, а положительной ветви 2 $\overline{\omega}_+$ увеличивается, а положительной ветви 2 $\overline{\omega}_+$ увеличивается.



Рис. 2. Поляритонный спектр в нелинейной диэлектрической среде при $B_0 = 0$. График представляет спектр поляритонов при I = 0 (ветви 1,2,3), и при I = 1 (ветви 1',2',3'). Кривые 1,1' – «отрицательные» ветви поляритонного спектра $\overline{\omega}_{-}$, кривые 2,2' – «положительные» ветви поляритонного спектра $\overline{\omega}_{+}$, кривые 3,3' - ветви высокочастотных поляритонов. Пунктирной прямой отмечена нормированная частота поперечных фононов $\overline{\Omega}_{\perp} = 1$; частоты и волновой вектор представлены в безразмерных единицах, $\overline{\omega} = \omega / \Omega_{+}$, $\overline{k} = ck / \Omega_{+}$.



Рис. 3. Изменение частоты ветви 3 поляритонного спектра в зависимости от интенсивности поля при k = 0.

3.1.2. Внешнее магнитное поле перпендикулярно волновому вектору

В среде с кубической решеткой внешнее магнитное поле и равновесная намагниченность среды параллельны $\mathbf{M}_0 || \mathbf{H}_0$, а вектор индукции магнитного поля параллелен вектору напряженности магнитного поля $\mathbf{B}_0 = (1 + 4\pi\chi_0)\mathbf{H}_0$ для изотропного кристалла. Рассмотрим случай, когда внешнее магнитное поле перпендикулярно волновому вектору $\mathbf{H}_0 \perp \mathbf{k}$. Полагаем, что внешнее магнитное поле направлено по оси x, $B_{0x} = (1 + 4\pi\chi_0)H_{0x}$, а волновой вектор – по оси z, $k_z = k$. В этом случае тензор диэлектрической проницаемости ε_{ij} имеет компоненты

$$\begin{split} \varepsilon_{xx} &= \widetilde{\varepsilon} = \varepsilon_a + \frac{\omega_{P_i}^2}{\widetilde{\Omega}^2} + \frac{\omega_{P_e}^2}{\widetilde{\omega}^2}, \quad \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon_d = \varepsilon_a + \frac{\omega_{P_i}^2 \widetilde{\Omega}^2}{\widetilde{\Omega}^4 - \omega_{Bx}^2 \omega^2} + \frac{\omega_{P_e}^2 \widetilde{\omega}^2}{\widetilde{\omega}^4 - \omega_{Bx}^2 \omega^2}, \\ \varepsilon_{yz} &= -\varepsilon_{zy} = -i\varepsilon_{nd}, \quad \varepsilon_{nd} = \frac{\omega_{P_i}^2 \omega_{Bx} \omega}{\widetilde{\Omega}^4 - \omega_{Bx}^2 \omega^2} + \frac{\omega_{P_e}^2 \omega_{Bx} \omega}{\widetilde{\omega}^4 - \omega_{Bx}^2 \omega^2}, \quad \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \varepsilon_{zx} = \varepsilon_{zx} = 0. \end{split}$$

Из уравнения (19) при $B_{0x} \neq 0$, $B_{0y} = 0$, $B_{0z} = 0$ получаем два дисперсионных уравнения

$$\frac{\omega^2}{c^2}\widetilde{\varepsilon} - k^2 = 0, \quad \frac{\omega^2}{c^2} \left(\varepsilon_d^2 - \varepsilon_{nd}^2\right) - k^2 \varepsilon_d = 0.$$
(14)

Первое уравнение (14) имеет два положительных корня ω_{\pm} , а второе уравнение – 10 комплексных корней, из которых 5 корней $\omega_{1,2,3,4,5}$ – с положительной действительной частью. Мнимые части корней характеризуют время жизни поляритонов. Спектр поляритонов, найденный из первого уравнения (14), совпадает со спектром уравнения (13) и не зависит от B_{0x} . Вид действительных частей положительных ветвей поляритонного спектра второго уравнения (14) при $B_{0x} \neq 0, B_{0y} = 0, B_{0z} = 0$ представлен на рис. 4.

Внешнее магнитное поле B_{0x} увеличивает число ветвей поляритонного спектра по сравнению со случаем $B_0 = 0$ в диэлектрической среде. Это связано с тем, что в тензоре диэлектрической проницаемости присутствуют недиагональные компоненты, которые возникают из-за гиротропии среды в присутствии магнитного поля. При этом генерируются вторичные волны – дополнительные ветви поляритонного спектра. Из анализа поляритонного спектра, приведенного на рис. 4, также следует вывод о зависимости ширины щели в спектре от интенсивности электромагнитного поля.



Рис. 4. Поляритонный спектр в нелинейной диэлектрической среде при $B_{0x} \neq 0, B_{0y} = 0, B_{0z} = 0$. График представляет спектр поляритонов при I = 0 (ветви 1,2,3,4,5), и при I = 1 (ветви 1', 2', 3', 4', 5'). Кривые 1,1' – «отрицательные» поляритонные ветви $\overline{\omega}_1$, прямые 2, 2',3,3', – ветви поляритонов с частотами поперечных фононов ($\overline{\omega}_{2,3} = 1$ два совпадающих корня второго уравнения (14)), прямые 4,4' – ветви продольных фононов $\overline{\omega}_4$, кривые 5,5' – «положительные» поляритонные ветви $\overline{\omega}_5$; $\omega_B / \Omega_{\perp} = 0.014$.

3.1.3. Внешнее магнитное поле параллельно волновому вектору

Рассмотрим случай, когда внешнее магнитное поле параллельно волновому вектору. Тензор диэлектрической проницаемости ε_{ij} при $B_{0x} = 0$, $B_{0y} = 0$, $B_{0z} \neq 0$ имеет компоненты

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_d$$
, $\varepsilon_{zz} = \widetilde{\varepsilon}$, $\varepsilon_{xy} = -\varepsilon_{yx} = -i\varepsilon_{nd}$, $\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zx} = \varepsilon_{zy} = 0$,
где $\omega_{Bx} \to \omega_{Bz}$. В этом случае из уравнения (12) получаем дисперсионное уравнение

$$\frac{\omega^2}{c^2} (\varepsilon_d - \varepsilon_{nd}) - k^2 = 0.$$
(15)

Уравнение (15) имеет 3 корня с положительными действительными частями $\omega_{1,2,3}$. Поляритонный спектр при $B_{0x} = 0$, $B_{0y} = 0$, $B_{0z} \neq 0$ представлен на рис. 5.



Рис. 5. Поляритонный спектр в нелинейной диэлектрической среде при $B_{0x} = 0, B_{0y} = 0, B_{0z} \neq 0$. График представляет спектр поляритонов при I = 0 (ветви 1,2,3), и при I = 1 (ветви 1',2',3'). Кривые 1,1' – ветви $\overline{\omega}_1$, прямые 2, 2' – ветви поляритонов с частотой поперечных фононов $\overline{\omega}_2 = 1$; кривые 3,3' – ветви $\overline{\omega}_3$; $\omega_B / \Omega_1 = 0.014$.

Вид ветвей поляритонного спектра при продольном направлении статического магнитного поля B_{0z} по отношению к волновому вектору аналогичен виду спектра при поперечном направлении внешнего магнитного поля B_{0x} , но ветви продольных поляритонов (рис. 4, прямые 4,4′) при продольном направлении внешнего магнитного поля отсутствуют.

3.2. Магнитная среда

В непроводящей среде с магнитной подсистемой, в диапазоне от сверхнизких частот до десятков терагерц, диэлектрическая проницаемость равна единице $\varepsilon = 1$, а магнитная проницаемость – тензорная величина [24]. Из (9) после исключения **E** в такой среде для гармонического поля ~ $e^{-i\omega t}$ получаем систему уравнений для магнитного поля

$$\nabla^2 H_i - \nabla_i \left(\nabla_j H_j \right) + \frac{\omega^2}{c^2} \mu_{ij} H_j = 0.$$
⁽¹⁶⁾

Система уравнений (16) отличается от системы (10) только заменой $E_i \rightarrow H_i, \varepsilon_{ij} \rightarrow \mu_{ij}$, поэтому дисперсионные уравнения для оптических и магнитных поляритонов при рассмотренных конфигурациях полей будут совпадать с точностью до замены тензоров

$$\left(\frac{\omega^{2}}{c^{2}}\mu_{xx}-k^{2}\right)\left(\frac{\omega^{2}}{c^{2}}\mu_{yy}-k^{2}\right)\mu_{zz}-\frac{\omega^{4}}{c^{4}}\left(\mu_{xy}\mu_{yx}\mu_{zz}-\mu_{xy}\mu_{yz}\mu_{zx}-\mu_{xz}\mu_{yx}\mu_{zy}\right)--\frac{\omega^{2}}{c^{2}}\left[\left(\frac{\omega^{2}}{c^{2}}\mu_{xx}-k^{2}\right)\mu_{yz}\mu_{zy}+\left(\frac{\omega^{2}}{c^{2}}\mu_{yy}-k^{2}\right)\mu_{xz}\mu_{zx}\right]=0.$$
(17)

3.2.1. Нулевое внешнее магнитное поле

При $H_0 = 0$ не равны нулю только диагональные компоненты тензора магнитной проницаемости. Если $\omega_{Rx} = \omega_{Ry} = \omega_{Rz} = \omega_R$, то компоненты тензора магнитной проницаемости имеют значения

$$\mu_{xx} = \mu_{yy} = \mu_{zz} = \tilde{\mu} = 1 + 4\pi\chi_0 \frac{i\omega_R}{\omega + i\omega_R}, \quad \mu_{xy} = \mu_{xz} = \mu_{yx} = \mu_{zx} = \mu_{zy} = 0.$$

Дисперсионное уравнение для магнитных поляритонов в этом случае имеет вид

$$\frac{\omega^2}{c^2}\widetilde{\mu} - k^2 = 0.$$
⁽¹⁸⁾

Уравнение (18) имеет три комплексных корня: $\omega_{\ell} = \xi_{\ell} - i8\pi\chi_0\omega_R/3$, $\ell = 1,2,3$, где

$$\begin{split} \xi_1 &= A + B \quad , \quad \xi_{2,3} = -(A+B)/2 \pm \sqrt{3}(A-B)/2 \quad , \quad A = \left(-q/2 + \sqrt{Q}\right)^{1/3} \quad , \\ B &= \left(-q/2 - \sqrt{Q}\right)^{1/3} \quad , \quad Q = p^3/27 + q^2/4 \quad , \quad p = 64\pi^2 \omega_R^2 \chi_0^2/3 - c^2 k^2 \quad , \\ q &= i\omega_R \left[(8\pi\chi_0/3 - 1)c^2 k^2 - 1024\pi^3 \chi_0^3 \omega_R^2/27 \right]. \end{split}$$

Вид ветвей поляритонного спектра для трех действительных частей положительных корней представлен на рис. 6.

Для прозрачной $\omega_R = 0$, в соответствующем диапазоне частот, среды $\tilde{\mu} = 1$ дисперсионное уравнение (18) дает спектр фотонов $\omega = ck$ (пунктирная прямая, рис. 6) в безгрничной среде. Учет затухания поляритонных волн $\omega_R \neq 0$ в магнитной среде приводит к выводу о том, что спектр динноволновых поляритонов в областях значений нормированного волнового вектора $0 < \bar{k} < 1.2$ и $2.2 < \bar{k} < 5$ существенно отклоняется от фотонного спектра, а в области $1.2 < \bar{k} < 2.2$ магнитные поляритоны не возбуждаются в среде с данным отношением ω_R / ω_M при $H_0 = 0$.



Рис. 6. Спектр магнитных поляритонов при $H_0 = 0$: сплошная кривая - ветвь $\overline{\omega}_1$, пунктирная прямая - фотонный спектр в непоглощающей среде; $\chi_0 = 4$, $M_0 = 100G$, $\omega_R / \omega_M = 0.1$, $\overline{\omega} = \omega / \omega_M$, $\overline{k} = ck / \omega_M$, $\omega_M = 4\pi\gamma M_0$.

При значениях $\overline{k} > 5$ ветвь ω_1 поляритонного спектра асимптотически стремится к ветви фотонного спектра в безграничной среде, то есть спектр коротковолновых поляритонов в магнитной среде совпадает со спектром фотонов вдали от частоты релаксации ω_R .

3.2.2. Внешнее магнитное поле перпендикулярно волновому вектору

При $H_{0x} \neq 0, H_{0y} = 0, H_{0z} = 0$, $\omega_{Rx} = \omega_{Ry} = \omega_{Rz} = \omega_R$, тензор магнитной проницаемости имеет компоненты

$$\mu_{xx} = \widetilde{\mu} = 1 + 4\pi\chi_0 \frac{i\omega_R}{\omega + i\omega_R}, \quad \mu_{yy} = \mu_{zz} = \mu_d = 1 + 4\pi\chi_0 \frac{\omega_R^2 + \omega_{Hx}^2 - i\omega_R\omega}{\omega_{Hx}^2 - \omega^2 + \omega_R^2 - i2\omega_R\omega},$$
$$\mu_{yz} = -\mu_{zy} = -i\mu_{nd}, \quad \mu_{nd} = \frac{4\pi\chi_0\omega_{Hx}\omega}{\omega_{Hx}^2 - \omega^2 + \omega_R^2 - i2\omega_R\omega}, \quad \mu_{xy} = \mu_{xz} = \mu_{yx} = \mu_{zx} = 0.$$

При такой конфигурации внешнего магнитного и электромагнитного полей имеет место эффект Коттона-Мутона. Дисперсионные уравнения имеют вид

$$\frac{\omega^2}{c^2}\tilde{\mu} - k^2 = 0, \quad \frac{\omega^2}{c^2} \left(\mu_d^2 - \mu_{nd}^2\right) - k^2 \mu_d = 0.$$
(19)

Спектр магнитных поляритонов первого уравнения (19) не зависит от H_{0x} , его ветви совпадают со спектром, приведенным на рис. 6. Второе уравнение (19) имеет шесть комплексных корней – три положительных и три отрицательных. Вид ветвей поляритонного спектра для трех действительных частей положительных корней представлен на рис. 7.



Рис. 7. Спектр магнитных поляритонов при $H_{0x} \neq 0$, $H_{0y} = 0$, $H_{0z} = 0$: кривая 1 - ветвь $\overline{\omega}_1$, кривая 2 - ветвь $\overline{\omega}_2$, кривая 3 - ветвь $\overline{\omega}_3$; $\chi_0 = 4$, $M_0 = 100G$, $\omega_R / \omega_M = 0.1$, $\overline{\omega} = \omega / \omega_M$, $\overline{k} = ck / \omega_M$.

Если внешнее магнитное поле направлено перпендикулярно волновому вектору поляритонной волны $H_{0x} \neq 0$, $H_{0y} = 0$, $H_{0z} = 0$, в спектре магнитных поляритонов появляются новые ветви 2 и 3 по сравнению со спектром при $H_0 = 0$. Ветвь спектра 1 (рис. 7) имеет такое же поведение, как и для спектра при $H_0 = 0$ (рис. 6). Но магнитное поле H_{0x} расширяет область волновых векторов $0 < \overline{k} < 3$, в которой возбуждаются длинноволновые поляритоны, по сравнению со спектром при $H_0 = 0$. Частота ветвей 2 и 3 зависит от напряженности внешнего магнитного поля – при увеличении напряженности H_{0x} частоты ветвей смещаются вверх по оси.

3.2.3. Внешнее магнитное поле параллельно волновому вектору

Тензор магнитной проницаемости при $H_{0x} = 0, H_{0y} = 0, H_{0z} \neq 0$ имеет компоненты

 $\mu_{xx} = \mu_{yy} = \mu_d$, $\mu_{zz} = \tilde{\mu}$, $\mu_{xy} = -\mu_{yx} = -i\mu_{nd}$, $\mu_{xz} = \mu_{yz} = \mu_{zx} = \mu_{zy} = 0$, где $\omega_{Hx} \to \omega_{Hz}$, $\omega_{Rx} = \omega_{Ry} = \omega_{Rz} = \omega_R$. При такой конфигурации полей имеет место магнитооптический эффект Фарадея. Дисперсионное уравнение принимает вид

$$\frac{\omega^2}{c^2} (\mu_d - \mu_{nd}) - k^2 = 0.$$
 (20)

Уравнение (20) имеет четыре комплексных корня. Поляритонный спектр двух положительных действительных частей корней уравнения (20) представлен на рис. 8.



Рис. 8. Спектр магнитных поляритонов при $H_{0x} = 0$, $H_{0y} = 0$, $H_{0z} \neq 0$: кривая 1 - ветвь $\overline{\omega}_1$, кривая 2 - ветвь $\overline{\omega}_2$; $\chi_0 = 4$, $M_0 = 100G$, $\omega_R / \omega_M = 0.1$, $\overline{\omega} = \omega / \omega_M$, $\overline{k} = ck / \omega_M$.

В случае, когда внешнее магнитное поле параллельно волновому вектору, поляритонный спектр имеет две ветви. Положение ветви 2 на частотной оси зависит от напряженности внешнего магнитного поля H_{0z} , также, как и для поляритонного спектра при H_{0x} .

В слабом магнитостатическом поле H_0 , при $\mu_{nd} \ll \mu_d$, пренебрегая затуханием $\omega_R = 0$, из второго уравнения (19) (или уравнения (20)) можно получить дисперсионное уравнение для магнитных поляритонов в виде

$$\omega^{4} - \left(\mu_{0}\omega_{H}^{2} + c^{2}k^{2}\right)\omega^{2} + c^{2}\omega_{H}^{2}k^{2} = 0, \qquad (21)$$

где $\mu_0 = 1 + 4\pi \chi_0$. Это дисперсионное уравнение имеет две ветви

$$\omega_{1,2} = \left\{ \left(\mu_0 \omega_H^2 + c^2 k^2 \right) / 2 \pm \left[\left(\mu_0 \omega_H^2 + c^2 k^2 \right)^2 / 4 - c^2 \omega_H^2 k^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/2}, \quad (22)$$

(рис. 9). При $k \to 0$ частота волн ветви 1 стремится к частоте ферромагнитного резонанса $\omega_1 \to \sqrt{\mu_0} \omega_H$, а частота волн ветви 2 стремится к нулю $\omega_2 \to 0$. Такое поведение спектра магнитных поляритонов в слабом магнитном поле соответствует динамике спектра спиновых волн [15,25,27,32,36]. Последнее связано с тем, что магнитные поляритоны являются связанными состояниями магнонов и фотонов, то есть в данном случае в поляритонной волне преимущественно проявляются свойства спиновой волны.



Рис. 9. Спектр магнитных поляритонов при $\mu_{nd} \ll \mu_d$: кривая 1 – ветвь $\overline{\omega}_1$, кривая 2 – ветвь $\overline{\omega}_2$; $\chi_0 = 4$, $M_0 = 100 G$, $\overline{\omega} = \omega / \sqrt{\mu_0} \omega_H$, $\overline{k} = ck / \sqrt{\mu_0} \omega_H$.

3.3. Бигиротропная среда

Для среды, в которой магнитная и диэлектрическая резонансные области частично перекрываются, необходимо учитывать тензорный характер и

диэлектрической, и магнитной проницаемостей [13-15,25]. Полагая, что условие прозрачности среды выполняется $E_a^2 \approx const$, из (9) получаем систему уравнений

$$\frac{\omega}{c} \left(\varepsilon_{xx} E_x + \varepsilon_{xy} E_y + \varepsilon_{xz} E_z \right) - kH_y = 0, \qquad kE_y + \frac{\omega}{c} \left(\mu_{xx} H_x + \mu_{xy} H_y + \mu_{xz} H_z \right) = 0,$$

$$\frac{\omega}{c} \left(\varepsilon_{yx} E_x + \varepsilon_{yy} E_y + \varepsilon_{yz} E_z \right) + kH_x = 0, \qquad -kE_x + \frac{\omega}{c} \left(\mu_{yx} H_x + \mu_{yy} H_y + \mu_{yz} H_z \right) = 0,$$

$$\varepsilon_{zx} E_x + \varepsilon_{zy} E_y + \varepsilon_{zz} E_z = 0, \qquad \mu_{zx} H_x + \mu_{zy} H_y + \mu_{zz} H_z = 0.$$
(23)

Приравнивая определитель системы уравнений (23) к нулю

$$\begin{vmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} & 0 & -ck\omega^{-1} & 0 \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} & ck\omega^{-1} & 0 & 0 \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ck\omega^{-1} & 0 & \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ -ck\omega^{-1} & 0 & 0 & \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ 0 & 0 & 0 & \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{vmatrix} = 0,$$
(24)

находим дисперсионное уравнение для поляритонов в бигиротропной диэлектрической среде в присутствии внешних электрического \mathbf{E}_0 и магнитного \mathbf{H}_0 полей. Из дисперсионного уравнения (24) можно получить квадрат показателя преломления среды $n^2 = \varepsilon \mu$, где ε, μ - тензоры, который совпадает с n, полученным в работе [13].

3.3.1. Нулевое внешнее магнитное поле

При $H_0 = 0$ не равны нулю только диагональные компоненты тензора диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = \widetilde{\varepsilon}$ и тензора магнитной проницаемости $\mu_{xx} = \mu_{xx} = \widetilde{\mu}$. Дисперсионное уравнение для поляритонов в случае $H_0 = 0$ получаем из уравнения (24) в виде

$$\frac{\omega^4}{c^4}\widetilde{\varepsilon}^2\widetilde{\mu}^2 - 2\frac{\omega^2}{c^2}k^2\widetilde{\varepsilon}\widetilde{\mu} + k^4 = 0.$$
⁽²⁵⁾

Уравнение (25) имеет 8 комплексных корней, из них 4 с положительной действительной частью. Вид спектра поляритонов представлен на рис. 10.



Рис. 10. Спектр поляритонов в бигиротропной среде при $H_0 = 0$.

Поляритонный спектр уравнения (25) имеет две щели: $\Delta \overline{\omega}_1 \cong 1.3 - 1$ и $\Delta \overline{\omega}_2 \cong 4.7 - 2.7$, $M_0 = 100 G$, $\chi_0 = 4$, $\Gamma = 10^2 s^{-1}$, $\omega_R / \omega_M = 0.1$.

3.3.2. Внешнее магнитное поле перпендикулярно волновому вектору

При $H_{0x} \neq 0, H_{0y} = 0, H_{0z} = 0$ тензоры диэлектрической и магнитной проницаемостей имеют компоненты

$$\begin{split} \varepsilon_{xx} &= \widetilde{\varepsilon} \,, \quad \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon_d \,, \quad \varepsilon_{yz} = -i\varepsilon_{nd} \,, \quad \varepsilon_{zy} = i\varepsilon_{nd} \,, \quad \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = 0 \,, \\ \mu_{xx} &= \widetilde{\mu} \,, \quad \mu_{yy} = \mu_{zz} = \mu_d \,, \quad \mu_{yz} = -\mu_{zy} = -i\mu_{nd} \,, \quad \mu_{xy} = \mu_{xz} = \mu_{yx} = \mu_{zx} = 0 \,. \end{split}$$

Дисперсионное уравнение в случае $H_{0x} \neq 0$, $H_{0y} = 0$, $H_{0z} = 0$ приобретает вид

$$\frac{\omega^4}{c^4} \widetilde{\varepsilon} \widetilde{\mu} \left(\varepsilon_d^2 - \varepsilon_{nd}^2 \right) \left(\mu_d^2 - \mu_{nd}^2 \right) - \frac{\omega^2}{c^2} k^2 \left[\widetilde{\varepsilon} \varepsilon_d \left(\mu_d^2 - \mu_{nd}^2 \right) + \widetilde{\mu} \mu_d \left(\varepsilon_d^2 - \varepsilon_{nd}^2 \right) \right] + k^4 \varepsilon_d \mu_d = 0.$$
(26)

Уравнение (26) имеет 22 комплексных корня, из них 11 с положительной действительной частью. Вид поляритонного спектра представлен на рис. 11.



Рис. 11. Спектр поляритонов в бигиротропной среде при $H_{0x} \neq 0, H_{0y} = 0, H_{0z} = 0, M_0 = 100 G, \chi_0 = 4, \Gamma = 10^2 s^{-1}, \omega_R / \omega_M = 0.1.$

Вид ветвей 4,5,7,8 совпадает с поляритонным спектром полученном в работе [15]. Дополнительные ветви поляритонного спектра (рис. 11) возникают из-за наличия недиагональных компонент в тензорах ε, μ в рассматриваемом случае, которые учитывают бигиротропные свойства среды.

3.2.3. Внешнее магнитное поле параллельно волновому вектору

При $H_{0x} = 0, H_{0y} = 0, H_{0z} \neq 0$ тензоры диэлектрической и магнитной проницаемостей имеют компоненты

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_d, \quad \varepsilon_{zz} = \widetilde{\varepsilon}, \quad \varepsilon_{yx} = -\varepsilon_{xy} = i\varepsilon_{nd}, \quad \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zx} = \varepsilon_{zy} = 0,$$

$$\mu_{xx} = \mu_{yy} = \mu_d, \quad \mu_{zz} = \widetilde{\mu}, \quad \mu_{xy} = -\mu_{yx} = -i\mu_{nd}, \quad \mu_{xz} = \mu_{yz} = \mu_{zx} = \mu_{zy} = 0$$

Дисперсионное уравнение при $H_{0x} = 0$, $H_{0y} = 0$, $H_{0z} \neq 0$ приобретает вид

$$\frac{\omega^4}{c^4} \left(\varepsilon_d^2 - \varepsilon_{nd}^2\right) \left(\mu_d^2 - \mu_{nd}^2\right) - 2\frac{\omega^2}{c^2} k^2 \left(\varepsilon_d \mu_d - \varepsilon_{nd} \mu_{nd}\right) + k^4 = 0.$$
⁽²⁷⁾

Уравнение (27) имеет 16 комплексных корней, из них 8 с положительной действительной частью. Поляритонный спектр представлен на рис. 12.



Рис. 12. Спектр поляритонов в бигиротропной среде при $H_{0x} = 0, H_{0y} = 0, H_{0z} \neq 0, M_0 = 100 G, \chi_0 = 4, \Gamma = 10^2 s^{-1}, \omega_R / \omega_M = 0.1.$

Таким образом, величина и направление внешнего статического магнитного поля по отношению к волновому вектору существенно влияет на поляритонный спектр в бигиротропной среде: в спектре появляются новые ветви, ход ветвей изменяется.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диэлектрической, магнитной и бигиротропной средах спектры оптических и магнитных поляритонов существенно зависят от направления (по отношению к волновому вектору) и напряженностей внешних статических электрического и магнитного полей, а также от интенсивности электромагнитного поля.

Внешнее статическое магнитное поле при наложении на среду увеличивает количество ветвей спектра, меняет области возбуждения поляритонов при данных параметрах среды. Таким образом, изменяя направление и напряженность внешнего электрического и магнитного полей, а также изменяя интенсивность электромагнитного поля, можно управлять поляритонным спектром.

На основе этих свойств поляритонов в нелинейной среде возможно проектировать и создавать управляемые устройства в терагерцевом и оптическом диапазонах частот: фильтры, линии задержки, дефлекторы, логические элементы и т.п.

Авторы выражают глубокую благодарность И.Л. Любчанскому за плодотворные дискуссии и полезные замечания по содержанию статьи.

Список литературы

- Толпыго К.Б. Физические свойства решетки типа каменной соли, построенной из деформируемых ионов / Толпыго К.Б. // ЖЭТФ. – 1950. – Т. 20, вып. 6. – С. 497-509.
- Huang K. On the interaction between the radiation field and ionic crystals / Huang K. // Proc. Roy. Soc. - 1951. - V. A 208. - P. 352-365.
- Fano U. Atomic theory of electromagnetic interaction in dense materials / Fano U. // Phys. Rev. 1956. – V.103. – No. 5.– P.1202-1218.
- Hopfield J.J. Theory of the contribution of excitons to the complex dielectric constant of crystals / Hopfield J.J. // Phys. Rev. – 1958. – V. 112, No. 5. – P. 1555-1567.
- 5. Давыдов А.С. Теория молекулярных экситонов. Москва: Наука. 1968. 296 с.
- 6. O'Dell T.H. The electrodynamics of magneto-electric media / O'Dell T.H. North-Holland Pub. Co. in Amsterdam. 1964. 304 p.
- 7. Обуховский В.В. Комбинационное рассеяние света на поляритонах / Обуховский В.В., Стрижевский В.Л. // УФЖ. 1969. Т. 14. С. 1461-1471.
- 8. Давыдов А.С. Физика твердого тела. М. : Наука. 1976. 639 с.
- Агранович В.М. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов / Агранович В.М., Гинзбург В.Л. – М: Наука. – 1979. – 432 с.
- 10. Клышко Д.Н. Фотоны и нелинейная оптика / Клышко Д.Н. М.: Наука. 1980. 256 с.
- Сухоруков А.П. Нелинейные волновые взаимодействия в оптике и радиофизике / Сухоруков А.П., – М.: Наука. – 1988. – 232 с.
- 12. Борисов С.Б. Поляритоны в магнитных диэлектриках / Борисов С.Б., Любчанский И.Л. // ФТТ. 1984. –Т. 26, № 11. С. 3245-3249.
- Борисов С.Б. Нормальные электромагнитные волны в анизотропной бигиротропной среде / Борисов С.Б., Любчанский И.Л. // Опт. и спектр. – 1988. –Т. 65, № 2. – С. 365-370.
- Борисов С.Б. Нормальные электромагнитные волны в бигиротропных магнитооптических слоистых структурах / Борисов С.Б., Дадоенкова Н.Н., Любчанский И.Л. // Опт. и спектр. – 1993. – Т.74. – №6. – С. 1127-1136.
- 15. Каганов М.И. Магноны, магнитные поляритоны, магнитостатические волны / Каганов М.И., Пустыльник Н.Б., Шалаева Т.И. // УФН. 1997. Т. 167, № 2. С. 191-237.
- Дзедолик И.В. Поляритоны в оптических волокнах и диэлектрических резонаторах / Дзедолик И.В. – Симферополь: ДИАЙПИ. – 2007. – 319 с.
- Lee Y.-S. Principles of Terahertz Science and Technology / Lee Y.-S. New York: Springer Science+Business Media, LLC. – 2009. – 340 p.
- Inoue H. Terahertz reflection response measurement using a phonon polariton wave / Inoue H., Katayama K., Shen Q., at al. // Journal of Applied Physics. – 2009. – Vol. 105. – Issue 5. – 054902. – 4 p.
- Zhen Q. Phonon polaritons in a nonaxial aligned piezoelectric superlattice / Zhen Qi, Shen Zhi-qiang, Huang Cheng-ping, et al. // Journal of Applied Physics. – 2009. – Vol. 105. – Issue 7. – P. 074102-074109.
- Дзедолик И.В. Управление спектром поляритонов в диэлектрической среде / Дзедолик И.В., Каракчиева О.С., Микульская Ю.П. // Ученые записки Таврического национального университета имени В.И. Вернадского. Серия: «Физико-математические науки». – 2010. – Т. 23(62), № 3. – С. 64-74.
- Bai W. Theoretical investigation of phonon-polariton modes in undoped and ion-doped PPLN crystals / Bai Wen-Chao, Zhang Han, Jiang Li, et al. // Solid State Communications. – 2011. – Vol. 151. – Issue 18.– P. 1261-1265.
- 22. Dzedolik I.V. Magnetooptic polariton spectra in nonlinear magnetogyrotropic medium / Dzedolik I.V., Karakchieva O.S. // Proc. LFNM*2011. – 2011. – IEEE 978-1-61284-813-6/11. – 3 p.
- 23. Моносов Я.А. Нелинейный ферромагнитный резонанс. М: Наука. 1979. 376 с.

- 24. Смоленский Г.А. Ферриты и их техническое применение / Смоленский Г.А., Леманов В.В. Л. : Наука, 1975. С. 110
- 25. Кринчик Г.С. Физика магнитных явлений. М. : Изд. Моск. ун-та. 1985. 336 с.
- Агеев А.Н. Измерение магнитной проницаемости на оптических частотах в эпитаксиальных пленках феррит-гранатов волноводнооптическим методом / Агеев А.Н., Белицкий С.Н., Китаев С.А. и др. // ЖЭТФ. – 1990. – Т.98. – №10. – С. 1390-1395.
- Zvezdin A.K. Modern Magnetooptics and Magnetooptical Materials / Zvezdin A.K., Kotov V.A. Taylor & Francis. – 1997. – 404 p.
- Lyubchanskii I.L. Magnetic photonic crystals / Lyubchanskii I.L., Dadoenkova N.N., Lyubchanskii M.I., et al. // J. Phys. D: Appl. Phys. – 2003. – V. 36. – P. R277-R287.
- Inoue M. Magnetophotonic crystals / Inoue M., Fujikawa R., Baryshev A., et al. // J. Phys. D: Appl. Phys. - 2006. - V. 39. - P. R151.
- Berzhansky V.N. One-dimentional magnetophotonic crystals based on double-layer Bi-substituted iron garnet films / Berzhansky V.N., Shaposhnikov A.N., Prokopov A.R. et al. // Mat.-wiss. u. Werkstofftech. - 2011. - Vol. 42, N 1. - P. 19.
- 31. Бломберген Н. Нелинейная оптика / Бломберген Н. М.: Мир. 1966. 424 с.
- 32. Ахиезер А.И. Спиновые волны / Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. М.: Наука. 1967. 368 с.
- Смоленский Г.А. Физика магнитных диэлектриков / Смоленский Г.А., Леманов В.В., Недлин Г.М. и др. // Спб.: Наука. – 1974. – 454 с.
- 34. Келих С. Молекулярная нелинейная оптика / Келих С. М. : Наука. 1981. 672 с.
- Nonlinear Waves in Solid-State Physics / Ed. by Boardman A.D., Bertolotti M., Twardowski T. New York: Plenum Press. – 1986.
- Гуревич А.Г. Магнитные колебания и волны / Гуревич А.Г., Мелков Г.А. М.: Физматлит. 1994. – 464 с.

Дзедолік І.В. Поляритони у нелінійному діелектричному, магнітному і бігіротропному середовищі / Дзедолік І.В., Каракчієва О.С. // Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2011. – Т. 24(63), №2. – С. 80-103.

Розглянуті спектри поляритонів у нелінійному діелектричному, магнітному і бігіротропному середовищі. Врахована лінійна поляризація гратки, лінійна і нелінійна електронна поляризація іонів середовища під дією високочастотного електромагнітного, а також статичних електричного і магнітного полів. Показано, що міняючи напруженості зовнішніх електричного і магнітного полів, а також інтенсивність електромагнітного поля можна управляти поляритонним спектром і швидкістю поляритонов.

Ключові слова: нелінійне діелектричне середовище, магнітне середовище, нелінійне бігіротропне середовище, поляритонний спектр.

Dzedolik I.V. Polaritons in nonlinear dielectric, magnetic and bigyrotropic medium / Dzedolik I.V., Karakchieva O.S. // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2011 – Vol. 24(63), No.2. – P. 80-103.

Polariton spectra in nonlinear dielectric, magnetic and bigyrotropic medium are investigated. The linear polarization of lattice, linear and nonlinear electronic polarization of ions in the medium under the influence of high-frequency electromagnetic field, static electric and magnetic fields are considered. It is shown that by changing of the strength of external static electric and magnetic fields and intensity of electromagnetic field it is possible to operate the polariton spectrum and polariton velocity.

Keywords: nonlinear dielectric medium, magnetic medium, nonlinear bigyrotropic medium, polariton spectrum.

Поступила в редакцию 12.07.2011 г.