

УДК 537.86:621.372.853

**ЗАДАЧА РАССЕЯНИЯ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ НА  
КРИВОЛИНЕЙНОМ ДВУМЕРНО-НЕОДНОРОДНОМ  
МЕТАЛЛОДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ЦИЛИНДРЕ**

***Пономаренко В.И., Попов В.В.***

*Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, Симферополь, Украина  
E-mail: vpon@ukr.net, slavapop@gmail.com*

Решена задача рассеяния Н-волн на металлодиэлектрическом цилиндре, неоднородном по криволинейному поперечному сечению и расположенном нормально широкой стенке. Метод решения основан на сопоставлении цилиндру системы сторонних токов с учетом условий самосогласования. Ключевые слова: задача рассеивания, прямоугольный волновод.

**ВВЕДЕНИЕ**

Рассеивающие объекты, однородные вдоль оси, нормальной широкой стенке прямоугольного волновода, например, металлические диафрагмы и штыри, применяются в волноводных фильтрах, в векторных анализаторах на основе прямоугольного квазирезонатора [1-3]. Для таких объектов, как бесконечно тонкие идеально проводящие диафрагмы и полоски, предельно тонкие металлические и диэлектрические круглые стержни получены приближенные аналитические решения задачи рассеяния [4]. В случае реальных объектов достаточно простой формы, например, полосок и диафрагм конечной толщины, симметричные металлические стержни, может быть применен метод частичных областей [5-7]. Более общий подход, предложенный в [8] для случая металлических цилиндров произвольного криволинейного сечения, основывается на сопоставлении рассеивающему объекту совокупности линейных токов, значения которых определяются из системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), возникающих при наложении граничных условий на поверхности цилиндра. Для случая однородного диэлектрического цилиндра в [9] предложен подход, который аналогичен методу [8], но отличается от него тем, что цилиндру сопоставляются две совокупности токов, одна из которых расположена в области цилиндра и излучает в свободный волновод, а другая – вне цилиндра и излучает в волновод, заполненный веществом с диэлектрической проницаемостью такой же, как у цилиндра. СЛАУ для определения этих совокупностей токов следует из условия непрерывности тангенциальных составляющих поля на поверхности цилиндра. Однако при таком подходе структура решаемой системы уравнений существенно усложняется в случае неоднородного по сечению цилиндра [10]. Кроме того, неочевидна применимость подхода в случае, если цилиндр имеет области с градиентной диэлектрической проницаемостью, как это имеет место в аморфных микропроводах в стеклянной оболочке [11, 12].

Предлагаемый нами метод позволяет свести задачу рассеяния к решению СЛАУ достаточно простого вида и применим к металлическим, неоднородным в сечении диэлектрическим и металло-диэлектрическим цилиндрам криволинейного сечения.

### 1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

На рис. 1 изображен криволинейный цилиндр, помещенный в прямоугольный волновод с размером широкой стенки  $a$ . Цилиндр однороден вдоль оси  $Y$ , в поперечном сечении его диэлектрическая проницаемость задается функцией координат  $\varepsilon = \varepsilon(x, z)$ .

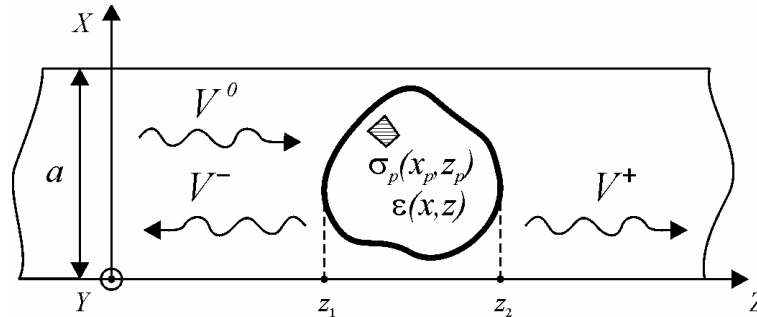


Рис. 1. Криволинейный цилиндр в прямоугольном волноводе.

Из области  $z = -\infty$  распространяется первичная электромагнитная волна  $V^0$  типа  $H_{m0}$  с временной зависимостью  $e^{-i\omega t}$ . Требуется вычислить поле вторичных волн  $V^-$ ,  $V^+$ . Ввиду однородности структуры вдоль оси  $Y$  электрический вектор этих волн имеет отличную от нуля лишь  $Y$ -компоненту.

Разобьем цилиндр на  $N$  элементарных стержней квазипрямоугольного сечения площадью  $\sigma_p$ ,  $p = 1 \dots N$ . В области стержня с номером  $p$  положим диэлектрическую проницаемость равной  $\varepsilon_p = \varepsilon(x_p, z_p)$ , где  $x_p, z_p$  – координаты центра площадки  $\sigma_p$ .

Электрическое поле в сечении  $\sigma_p$  будем определять как среднеарифметическое значений электрических полей в середине  $i$ -ой стороны  $p$ -го элемента:

$$E_p = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 E_{ip}. \quad (1)$$

Из уравнения Максвелла, представленного в виде

$$\text{rot} \vec{H} = -i\omega \varepsilon_0 \vec{E} - i\omega(\varepsilon - \varepsilon_0) \vec{E} \quad (2)$$

следует, что область криволинейного цилиндра с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_p$  эквивалентна стороннему току свободного волновода с плотностью:

$$\vec{j}_{cm} = -i\omega(\varepsilon_p - \varepsilon_0)\vec{E}_p. \quad (3)$$

Из (3) следует, что при увеличении числа разбиений  $N$  и, соответственно, уменьшении сечения  $\sigma_p$ , элементарный стержень может быть заменен на направленный вдоль оси  $Y$  линейный ток  $I_p = j_{cm}\sigma_p$  с координатами  $(x_p, z_p)$ :

$$I_p = -\sigma_p i\omega(\varepsilon_p - \varepsilon_0)E_p. \quad (4)$$

Используя известное решение задачи о возбуждении волновода током [13], получим следующее выражение для  $Y$ -компоненты электрического поля  $\tilde{E}_p$  в точке с координатами  $(x, z)$ , создаваемого током  $I_p$  с координатами  $(x_p, z_p)$ :

$$\tilde{E}_p = -\frac{I_p}{a} \sum_{k=1}^{\infty} W_k \sin\left(\frac{k\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{k\pi}{a}x_p\right) \cdot e^{i\Gamma_k|z-z_p|}, \quad (5)$$

где  $\Gamma_k = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(\frac{k\pi}{a}\right)^2}$  – постоянная распространения моды  $H_{k0}$ ,  $W_k = \frac{\omega\mu_0}{\Gamma_k}$  – волновое сопротивление,  $c$  – скорость света в вакууме.

Для результирующего поля  $E_p$ , являющегося суперпозицией поля первичной волны и поля токов, с учетом (1) имеем:

$$E_p = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \left\{ E^{(0)}(x_{pi}, z_{pi}) + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq p}}^N \tilde{E}_n(x_{pi}, z_{pi}) \right\}, \quad (6)$$

где электрическое поле первичной волны типа  $H_{m0}$  выбрано в виде:

$$E^{(0)}(x, z) = \sin\frac{m\pi x}{a} e^{i\Gamma_m z}. \quad (7)$$

Выражая из (4) величину  $E_p$  и подставляя ее в (6), получим с учетом (5), (7) СЛАУ относительно неизвестных токов  $\{I_n\}$ ,  $n = 1 \dots N$ :

$$\sum_{n=1}^N \alpha_{pn} I_n = \beta_p, \quad (8)$$

$$\alpha_{pn} = -\frac{1}{4a} \sum_{i=1}^4 \sum_{k=1}^{\infty} W_k \sin\left(\frac{k\pi}{a}x_{pi}\right) \sin\left(\frac{k\pi}{a}x_{ni}\right) \cdot e^{i\Gamma_k|z_{ni}-z_{pi}|}, \quad \alpha_{nn} = \frac{1}{\sigma_n i\omega(\varepsilon_n - \varepsilon_0)},$$

$$\beta_p = -\frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 E^{(0)}(x_{pi}, z_{pi}).$$

Если элементарный стержень с номером  $n$  проводящий, то в (8) при вычислении матричного элемента  $\alpha_{nn}$  следует положить  $\varepsilon_n = \infty$ , при этом  $\alpha_{nn} = 0$ .

По значениям токов  $\{I_n\}$ , определяемым из решения СЛАУ (8), вычисляются с использованием (5) поля  $\tilde{E}_p(x, z)$ ,  $p = 1, 2, \dots, N$ , в областях  $z < z_1$ ,  $z > z_2$ . Суммируя эти поля, получим результирующее рассеянное поле в виде суперпозиции  $H_{k0}$ -мод свободного волновода,  $k = 1, 2, \dots$ :

$$E^\pm(x, z) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k^\pm \sin\left(\frac{k\pi}{a}x\right) e^{\pm i\Gamma_k z}, \quad (9)$$

$$A_k^\pm = -\frac{W_k}{a} \sum_{p=1}^N I_p \sin\left(\frac{k\pi}{a}x_p\right) e^{\mp i\Gamma_k z_p}.$$

Аналогичным образом задача рассеяния решается для случая первичной волны типа  $H_{m0}$ , распространяющейся из области  $z = +\infty$  в отрицательном направлении оси  $Z$ . Решая задачу рассеяния при  $m = 1, 2, \dots$  для первичных волн обоих направлений, можно построить матрицу рассеяния объекта.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

Для проверки предложенного метода были выполнены расчеты параметров рассеяния проводящего металлического стержня диаметром 2 мм, помещенного симметрично относительно широкой стенки волновода. Результаты расчетов сравнивались с результатами, полученными с помощью метода моментов [8]. Значения параметров рассеяния, полученные обоими методами, отличались не более чем на 0.001.

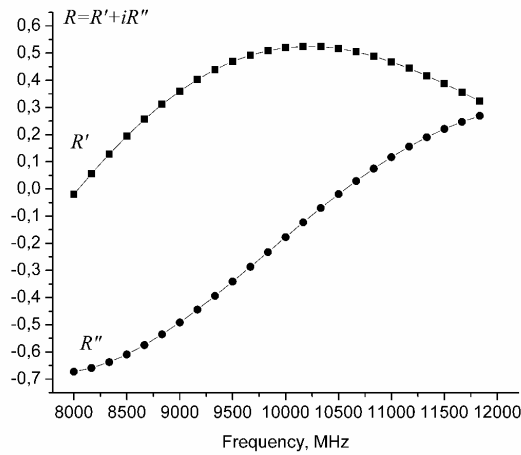


Рис. 2. Коэффициент отражения от двухслойного диэлектрического стержня.

В качестве примера неоднородной по сечению структуры рассмотрен цилиндр диаметром 6 мм с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_1 = 5 + i2$ , покрытый слоем диэлектрика с проницаемостью  $\varepsilon_2 = 2 + i0$  толщиной 2 мм. Результаты расчета приведены на рис. 2. Для достижения погрешности вычисления коэффициента отражения не более 0.001 требуется сохранить в редуцированной СЛАУ (8) порядка 100 уравнений.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен универсальный метод для расчета параметров рассеяния широкого класса индуктивных препятствий таких, как металлические и диэлектрические стержни произвольного радиуса, многослойные трубки, индуктивные диафрагмы и полоски и т.д. Метод основан на сопоставлении рассеивающему объекту эквивалентной совокупности сторонних токов свободного волновода, определяемых из условия самосогласования.

### Список литературы

- Иванишин М.М. Решение задачи рассеяния на проводящем цилиндре, расположенном в прямоугольном волноводе. – Радиотехника и электроника, 8, 1989, с. 1587-1596.
- Пономаренко В.И., Попов В.В. Многорезонансный метод измерения комплексного коэффициента отражения в волноводе. – Приборы и техника эксперимента, №1, 2005, с. 94-100.
- Пономаренко В.И., Попов В.В., Виногородский Д.Ф. Применение индуктивных штырей и полос в качестве элементов волноводного квазирезонатора. – Ученые записки Таврического национального университета имени В.И.Вернадского, Серия «Физика», том 17-18 (56-57), № 1, 2005, с. 56-61.
- Л. Левин Теория волноводов. – М.: Радио и Связь, 1981, 310 с.
- Пономаренко В.И., Попов В.В. Влияние точности вычисления параметров индуктивной диафрагмы на точность многорезонансного метода измерения коэффициента отражения в волноводе. – Известия Вузов. Радиотехника, №6, 2006, с. 70-74.
- S. Amari, J. Bornemann, R. Vahldieck Comparative study of two integral-equation formulation for inductive irises in rectangular waveguides. – IEE Proceedings Microwave Antennas Propagation, vol. 143, no 6, December 1996, pp. 483-486.
- E. Vafiadis, I. Diamanti, I.A. Tsoukalas, J.N. Sahalos Post Interaction with Microwaves in a Rectangular Waveguide. – Journal Physics D: Applied Physics, 21, 1988, pp. 25-32.
- Y. Leviatan, P.G. Li, A.T. Adams, J. Perini Single-Post Inductive Obstacle in Rectangular Waveguide. – IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-31, no 10, 1983, pp. 806-812.
- Y. Leviatan, G.S. Sheaffer Analysis of Inductive Dielectric Posts in Rectangular Waveguide. – IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-35, no 1, 1987, pp. 48-59.
- Y. Leviatan, G.S. Sheaffer Composite Inductive Posts in Waveguide – A Multifilament Analysis. – IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 36, no 4, 1988, pp. 779-784.
- H. Chiriac Preparation and characterization of glass covered magnetic wires. – Materials Science and Engineering A, no 304–306, 2001, pp. 166–171.
- Бержанский В.Н., Пономаренко В.И., Попов В.В., Торкунов А.В. Измерение импеданса микропроводов в прямоугольном волноводе. – Письма в Журнал Технической Физики, 2005, том 31, вып. 22, 26 ноября, с. 24-28.
- Никольский В.В., Никольская Т.И. Электродинамика и распространение радиоволн. – М.: Наука, 1989, 543 с.

**Пономаренко В.І., Попов В.В.** Задача розсіювання в прямокутному хвилеводі на криволінійному двовимірному-неоднорідному металеводіелектричному циліндрі // Учені записки Таврійського національного університету ім. В. І. Вернадського. – 2007. – Серія «Фізика». - Т. 20 (59). - № 1. - С.50 - 55.

Розв'язана задача розсіювання Н-хвиль на металеводіелектричному циліндрі, неоднорідному по криволінійному поперечному перетину и розташованому нормально щодо широкій стінці. Метод розв'язання засновано на зіставленні циліндру системи сторонніх струмів із урахуванням умов самоузгодження.

**Ключові слова:** задача розсіювання, прямокутний хвилевод, індуктивні навантаження.

**Ponomarenko V.I., Popov V.V.** A scattering problem in rectangular waveguide for 2d-inhomogeneous metal-dielectric cylinder // Uchenye zapiski Tavricheskogo Natsionalnogo Universiteta im. V.I. Vernadskogo. – 2007. – Series «Fizika». – V. 20 (59). - № 1. – P. 50 – 55.

We have solved a problem of scattering of H-waves on a metal-dielectric cylinder that is inhomogeneous within the cross shape and loaded perpendicular to waveguide broader wall. The method is based on representing the cylinder as a set of extraneous currents.

**Keywords:** scattering problems, rectangular waveguide, inductive loads.

*Поступила в редакцію 12.01.2007 г.*