

УДК 539.22

## ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫЕ СТРУКТУРЫ ЛАМЕЛЛЯРНОГО ТИПА В ОГРАНИЧЕННЫХ ПОЛИМЕРНЫХ СМЕСЯХ

*Краснюк И.Б., Мельник Т.Н., Юрченко В.М.*

*Физико-технический институт им. А.А. Галкина НАН Украины, Донецк, Украина  
E-mail: [melnik@depn.fti.ac.donetsk.ua](mailto:melnik@depn.fti.ac.donetsk.ua)*

Рассматриваются системы полимер-полимер с флуктуирующей концентрацией и исследуется динамика флуктуаций в окрестности неупорядоченной фазы при условиях: полимерные цепи совершают нефиковскую диффузию; имеет место нелинейный динамический процесс нуклеации зародышей упорядоченной фазы в объем пленки. Показано, что управляя граничными условиями и объемными параметрами задачи, мы можем получить пространственно-временные колебания параметра порядка.

**Ключевые слова:** периодические возмущения, унимодальное отображение, ламеллярная фаза.

### ВВЕДЕНИЕ

В данной работе мы рассмотрим бинарные полимерные системы с параметром порядка  $u(x,t)$ . Смесь находится в магнитном поле  $h_0$ , приготовлена в неупорядоченной фазе и ограничена плоскими стенками, которые являются притягивающими. Скорости нуклеации на стенках зародышей упорядоченной фазы определяются граничными условиями  $u_l(0,t) = F_0(u(0,t))$  и  $u_l(l,t) = F_l(u(l,t))$ , где  $F_0$  и  $F_l$  - заданные функции. Как развиваются со временем произвольные начальные возмущения параметра порядка (зародыши упорядоченной фазы в некоторой окрестности неупорядоченной фазы) при таких условиях? Если граничные условия симметричны, то возникают колебания, которые при  $0 < x < l$  суть суперпозиция периодических функций  $u(x,t) = f(t + x/v) + f(t - x/v)$ . Здесь  $v = \sqrt{D_1}$ , где  $D_1$  - безразмерный коэффициент диффузии.

Мы укажем ниже: 1) правило, по которому можно определить критический размер зародыша, начиная с которого в полимерной пленке возможно возникновение колебаний; 2) процедуру, согласно которой можно предсказать возможность возникновения колебаний амплитуды функции  $f(t \pm x/v)$ , период и число таких колебаний на периоде; 3) определим фазовую диаграмму для значений параметров при которых возможно существование асимптотически периодических распределений параметра порядка с заданным числом колебаний на периоде.

Модель эволюции полимерных цепей сорта  $A$  и  $B$  рассматривается с учетом нефиковской диффузии. Распределения параметра порядка при этом описываются

модифицированным уравнением Кана-Хиллиарда [1]. Нефиковская диффузия или диффузия с запаздыванием по времени термодинамического потока на внешние возмущения "навязывает" сценарию эволюции параметра порядка волновую природу. Модель фиковской диффузии описывается классическим уравнением Кана-Хиллиарда [2]. В [3] получены решения этого уравнения с нелинейными граничными условиями исследованы и построена фазовая диаграмма в пространстве параметров (постоянная поверхностного притяжения - постоянная внешнего магнитного поля). Аналогичная фазовая диаграмма для частного класса краевых условий из [3] построена в [4]. Близкие результаты получены в [5] при моделировании зависимости равновесной концентрации сегментов блок-сополимера (типа  $A$  и типа  $B$ ) от координаты ячейки моделирования.

В данной работе краевая модельная задача из [3], описывающая распределение концентрации одной из компонент в полимерной пленке, обобщается на случай нефиковской диффузии [1] и исследуется поведение параметра порядка при больших временах. Формально задача сводится к исследованию поведения решений автономного разностного уравнения с непрерывным временем, которое возмущено неавтономным осциллирующим слагаемым с возрастающей по времени амплитудой. Для невозмущенного семейства разностных уравнений, зависящего от параметра задачи, отражающего характер (при)стеночного притяжения, имеют место бифуркации удвоения периода при изменении параметра. Это приводит к цепочке распределений релаксационного типа (рис.1). При изменении параметра задачи период колебаний параметра порядка и число колебаний на периоде также удваивается: имеют место бифуркации удвоения период. Предельные распределения имеют участки медленного изменения амплитуды, которым отвечают асимптотически устойчивые состояния динамической системы, и участки быстрого изменения амплитуды, которые отвечают быстрым переходам системы через неустойчивое состояние равновесия (или седловую точку). При этом невозмущенное разностное уравнение отражает влияние граничных условий на объемные распределения, а зависящие от времени осциллирующие возмущения описывают "собственные" объемные колебания. Мы ограничимся исследованием объемных возмущений малой амплитуды в окрестности неупорядоченной фазы. Если рассмотреть фазовую диаграмму для суперструктур в расплавах диблоксополимеров ([5], рис.1), то таким малым объемным колебаниям действительно будет отвечать область неупорядоченной фазы.

Разностное уравнение порождает некоторое одномерное отображение. В результате проблема сводится к задаче о влиянии малых периодических возмущений на предельные распределения (структуру аттрактора) одномерного отображения интервала в себя [6,7,]. Для класса унимодальных отображений (с одним максимумом) известно, что в пространстве  $(\mu, A)$ , где  $\mu$  - параметр унимодального отображения,  $A$  - параметр периодического возмущения, известны следующие результаты: i) если

период возмущения является рациональным числом  $p/q$ , то существуют траектории с периодом  $N p/q$ , где  $N$  - целое положительное число. Если исходное невозмущенное

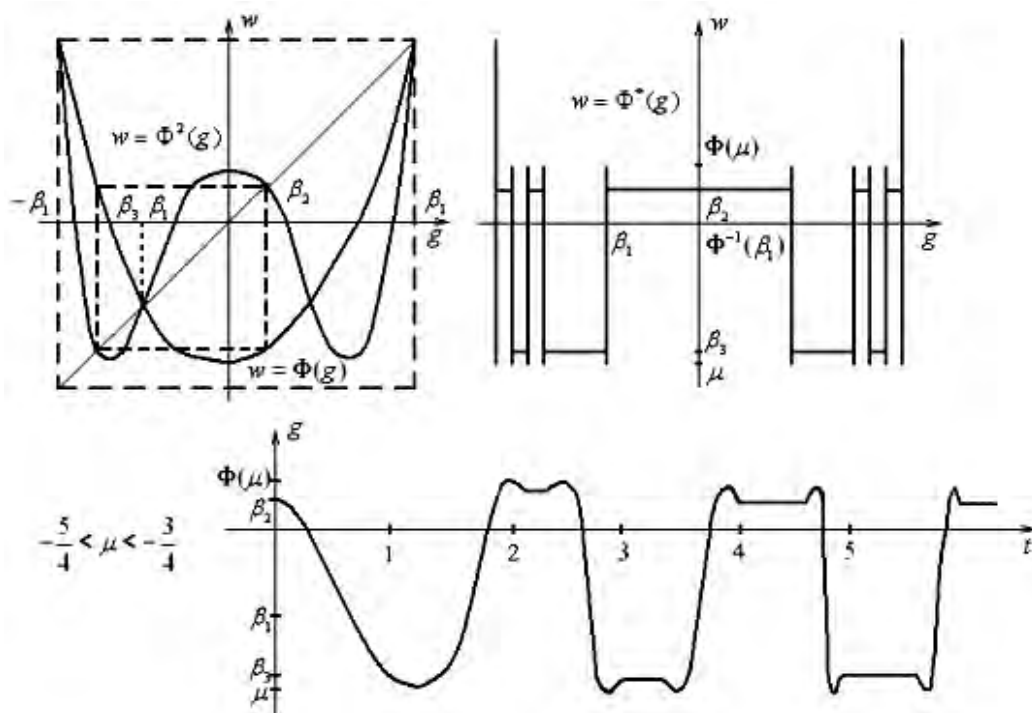


Рис. 1. Распределения параметра порядка релаксационного типа.  $\beta_1$  - неустойчивая неупорядоченная фаза.  $\beta_2$  и  $\beta_3$  - устойчивые упорядоченные фазы. Параметр  $\mu$  зависит от силы притяжения компонент смеси плоскими стенками и внешнего магнитного поля.

отображение допускает бифуркации удвоения периода, то возмущенное уравнение также имеет бифуркации удвоения периода. При этом (например, для логистического и квадратичного отображения) имеют место различные универсальные скейлинги по бифуркационному параметру [8], которые можно получить методом ренормгруппы. Существуют области параметров, где поведение траекторий хаотично. Мы рассмотрим самые простые ситуации, которые автоматически вытекают из цитируемых ниже результатов по теории возмущений таких отображений [6,7,8].

Отсюда вытекает, что распределение параметра порядка может быть асимптотически периодической кусочно-постоянной функцией по времени (при каждом фиксированном  $0 < x < l$ , где  $l$  - размер системы). В самом деле, на эксперименте при исследовании поверхностной морфологии параметра порядка в полимерных пленках наблюдается образование сферических микродоменов [9]. Структура и эволюция со временем таких микродоменов зависят от свойств растворителя таким образом, что различные растворители показывают на эксперименте различную поверхностную "самоорганизацию" микродоменов. На практике (при приготовлении пленок) необходимы рекомендации по выбору того или иного растворителя для получения поверхностной микродоменной структуры, а также важны условия при выполнении которых объемными колебаниями можно пренебречь (например, для ультратонких пленок). В данной работе указаны такие условия и даны соответствующие рекомендации по усовершенствованию процесса создания полимерных пленок.

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть  $u = \phi_A - \phi_B$ , где  $\phi_A$  - плотность полимерной цепи сорта  $A$ . Если термодинамический поток реагирует на изменения градиента плотности полимерной цепи не мгновенно, а с некоторым временем запаздывания  $\tau_u$ , то эволюция параметра порядка описывается модифицированным уравнением Кана-Хиллиарда [1]:

$$\tau_u u_{tt} + u_t = (M(f'(u) + U(x) - \varepsilon_u^2 u_{xx}))_x. \quad (1)$$

При  $\tau_u = 0$  из (1) вытекает классическое уравнение Кана-Хиллиарда [2].  $\tau_u$  - время релаксации термодинамического потока.  $M$  - постоянный коэффициент подвижности;  $\varepsilon_u^2 = 2f_0\zeta_b^2$ . Здесь  $f_0 = \Phi_0/k_B T$ , где  $\Phi_0$  - характерный масштаб изменения энергии поверхностного натяжения между "сегментами" полимерной цепи,  $k_B$  - постоянная Больцмана,  $T$  - температура,  $\zeta_b$  - объемная корреляционная длина;  $U(x)$  - объемный короткодействующий отталкивающий потенциал взаимодействия между мономерами в цепи. Мы будем считать потенциал постоянным (в частности, равным нулю, что допустимо, если полимерная цепь находится в неупорядоченной фазе) и сосредоточим внимание на притягивающем поверхностном потенциале, который будет характеризоваться параметром притяжения в граничных условиях.

Свободная энергия (нормированная на  $k_B T$ ) имеет вид  $f(u) = \kappa u(1-u)$ , где  $\kappa$  - положительный параметр взаимодействия между звеньями полимерной цепи. Мы ограничимся исследованием случая  $\kappa < \kappa_c = 2/N$ , где  $N$  - степень полимеризации расплава полимерной цепи. В этом случае возвращающая сила, стремящаяся выровнять

концентрации, становится малой вблизи  $\kappa = \kappa_c$  [10]. Этот случай, как отмечено выше, отвечает гауссовой статистике полимерных цепей и, действительно, возникновение ламеллярных структур наблюдается на фазовой диаграмме при  $\kappa N = 1$ . В условиях нефиковской диффузии нет оснований ожидать, что статистика останется гауссовой, однако при малых временах запаздывания она будет близка к гауссовой.

Рассмотрим динамические граничные условия [3]:

$$\frac{\tau_s}{\tau_b} \frac{\partial u(0,t)}{\partial t} = h_0 + g_0 u(0,t) + v \frac{\zeta_s}{\zeta_b} \frac{\partial u(0,t)}{\partial x}, \quad (2)$$

где  $\zeta_s$  - поверхностный корреляционный радиус,  $h_0$  - постоянное магнитное поле,  $v$  зависит от угла смачивания плоских стенок, а  $g_0$  отвечает за величину (при)стеночного притяжения: например, если  $g_0 > 0$ , то стенка притягивает. Аналогичное условие можно записать и для второй стенки: таким образом, что

$$\frac{\tau_s}{\tau_b} \frac{\partial u(l,t)}{\partial t} = h_l + g_l u(l,t) + v \frac{\zeta_s}{\zeta_b} \frac{\partial u(l,t)}{\partial x}. \quad (3)$$

Мы ограничимся краевыми условиями

$$\frac{\partial u(0,t)}{\partial t} = F_0(u(0,t)), \quad \frac{\partial u(l,t)}{\partial t} = F_l(u(l,t)), \quad t > 0, \quad (4)$$

которые вытекают из дополнительного требования:

$$\frac{\partial u(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0. \quad (5)$$

Здесь  $F_0$  и  $F_l$  - заданные функции. Тогда уравнение (1) допускает линейризацию:

$$u_{tt} + u_t = D_1 u_{xx} - D_2 u_{xxxx}, \quad (6)$$

где  $f'''(u_c) = 0$ ,  $f''(u_c) = 2(\kappa_c - \kappa)$ ,  $V''(x) = 0$ ,  $\tau_u = \tau_b, t \mapsto t/\tau_u, x \mapsto x/\zeta_b$ ,

$D_1 = \frac{\tau_u}{\zeta_b^2} M f''(u_c)$ ,  $D_2 = \frac{\tau_u}{\zeta_b^2} M \left( \frac{\varepsilon_u}{\zeta_b} \right)^2$ . В силу определения свободной энергии  $f(u)$

коэффициент  $D_1$  положителен при  $\kappa < \kappa_c = 2/N$ .

## 2. РЕДУКЦИЯ ЗАДАЧИ К РАЗНОСТНОМУ УРАВНЕНИЮ

Будем искать решение уравнения (6) в виде суммы двух бегущих волн:

$$\tilde{u}(x,t) = f(t+x/v) + g(t-x/v), \quad (7)$$

где  $v^2 = D_1$ ,  $f$  и  $g$  - произвольные функции. Тогда после подстановки (7) в (6) мы получаем:

$$f'(\zeta) + \beta f''''(\zeta) = 0, \quad \zeta = t + x/v, \quad g'(\eta) + \beta g''''(\eta) = 0, \quad \eta = t - x/v, \quad (8)$$

где  $\beta = \frac{D_2}{v^4}$ . Интегрирование уравнения (8) от  $\zeta_0 = t$  до  $\zeta_l = t + l/v$  приводит к соотношению

$$f(t + l/v) + \beta f''''(t + l/v) = f(t) + \beta f''''(t), \quad (9)$$

а интегрирование от  $\eta_0 = t$  до  $\eta_l = t - l/v$  дает:

$$g(t) + \beta g''''(t) = g(t - l/v) + \beta g''''(t - l/v). \quad (10)$$

Граничные условия (4) можно записать в виде:

$$f'_\zeta \frac{d\zeta}{dx} \Big|_{x=0} + g'_\eta \frac{d\eta}{dx} \Big|_{x=0} = 0. \quad (11)$$

Тогда из (11) вытекает соотношение

$$v^{-1} f'_\zeta(\zeta) \Big|_{\zeta=t} - v^{-1} g'_\eta(\eta) \Big|_{\eta=t} = 0. \quad (12)$$

Поскольку  $d\zeta/dt = 1$  и  $d\eta/dt = 1$ , то из (12) мы находим, что

$$f(t) = g(t) + c_0, \quad (13)$$

где  $c_0 = f(0) - g(0)$ . Аналогичным образом, из равенства

$$v^{-1} f'_\zeta(\zeta) \Big|_{\zeta=l/v} - v^{-1} g'_\eta(\zeta) \Big|_{\eta=l/v} = 0, \quad (14)$$

получаем:

$$f(t + l/v) = g(t - l/v) + c_1. \quad (15)$$

Положим  $c_0 = c_1 = 0$ . Тогда, в силу равенства  $f(t) = g(t)$  (и, соответственно,  $f''''(t) = g''''(t)$ ), мы можем привести (9) и (10) к уравнению:

$$f(t + l/v) + \beta f''''(t + l/v) = g(t) + \beta g''''(t). \quad (16)$$

В силу (15) равенство (16) допускает редукцию к виду:

$$f(t + l/v) + \beta f''''(t + l/v) = g(t - l/v) + \beta g''''(t - l/v). \quad (17)$$

Далее, используя граничные условия (4), мы получаем, что

$$f(t + l/v) + g(t - l/v) = \Phi_\mu(f(t) + g(t)). \quad (18)$$

В силу (13) и (15), из (18) вытекает разностное уравнение:

$$2g(t - l/v) = \Phi_\mu(2g(t)). \quad (19)$$

После подстановки (19) в (17) мы получаем, что :

$$2f(t + l/v) + 2\beta f''''(t + l/v) = \Phi_\mu(2g(t)) + \beta(\Phi_\mu(2g(t)))'''. \quad (20)$$

Сделаем замену  $f \mapsto 2f$  и введем обозначение:

$$Y(t) := f(t + l/v) - \Phi_\mu(f(t)). \quad (21)$$

Тогда, в силу (13), соотношение (20) может быть записано в виде

$$\beta Y'''(t) + Y(t) = 0, \quad (22)$$

где функция  $Y(t)$  удовлетворяет начальным условиям:

$$Y(0) = \rho_0, Y'(0) = \rho_1, Y''(0) = \rho_2. \quad (23)$$

Параметры  $\rho_i, i = 0, 1, 2$  зависят от размеров и углов наклона начальных зародышей в точках  $(x, t) = (0, 0)$  и  $(x, t) = (0, l)$ . Уравнение (22) имеет общее решение

$$Y(t) = C_1 e^{-\lambda t} + C_2 e^{\frac{\lambda}{2}t} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \lambda t\right) + C_3 e^{\frac{\lambda}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \lambda t\right), \quad (24)$$

Функцию  $Y(t)$  при  $0 < \lambda t = 1$  в линейном приближении можно записать в виде:

$$Y(t) = C_1 + C_2 + C_3 \frac{\sqrt{3}}{2} \lambda t + O\left(\frac{1}{\lambda t}\right). \quad (25)$$

Из (25) следует, что на временах порядка  $0 < C_3 \lambda t = 1$  можно выбрать  $Y(t)$ ;  $C_1 + C_2$ . Мы приходим к двупараметрическому семейству разностных уравнений

$$f(t + l/v) = \Phi_\mu(f(t)) + c, \quad (26)$$

где  $c = C_1 + C_2$ . Решения разностного уравнения (26) допускают бифуркации удвоения периода, причем, параметры  $\mu$  и  $c$  являются бифуркационными. При этом  $\mu$  зависит от силы поверхностного притяжения одной из компонент бинарной смеси плоской стенкой. При  $c \in R$ , изменяя параметр  $\mu_n, n = 1, 2, \dots$ , мы получим цепочку бифуркаций удвоения периода предельных колебаний. На каждом интервале  $\mu_n < \mu < \mu_{n+1}$  предельное решение испытывает  $2^N$  колебаний на периоде, где  $N$  - наименьшее общее кратное периодов притягивающих циклов отображения  $\Phi_\mu$ . Интервал времени  $0 < t = 1/\lambda$  мы назовем интервалом времени "жизни" предельного распределения.

Это неравенство соответствует требованию малости параметра  $\lambda = (D_1^2/D_1)^{1/3}$  или выполнению условия  $D_2^2 = D_1$  и означает, что энергия поверхностного натяжения между звеньями полимерной цепи мала по сравнению со скоростью диффузии полимерных цепей. В этом случае объемными эффектами можно пренебречь.

Теперь запишем функцию  $Y(t)$  в виде

$$Y(t) = \sqrt{C_1^2 + C_3^2} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \lambda t - \theta\right) \exp(\lambda t/2), \quad (27)$$

где  $\cos \theta = C_2 / \sqrt{C_1^2 + C_3^2}$  и  $\sin \theta = C_3 / \sqrt{C_1^2 + C_3^2}$ . Введем обозначения  $m(t) = \sqrt{C_1^2 + C_3^2} \exp(\lambda t/2)$ ,  $z(t) = \frac{\sqrt{3}}{2} \lambda t - \theta$ . Тогда разностное уравнение можно записать в виде:

$$f(t+l/v) = \Phi_\mu(f(t)) + m(t) \cos z(t), \quad (28)$$

$$m(t+l/v) = \exp \frac{\lambda l}{2v} m(t), \quad (29)$$

$$z(t+l/v) = z(t) + \frac{\sqrt{3}}{2} \lambda \frac{l}{v}. \quad (30)$$

Система описывает решения уравнения (21) с точностью до экспоненциально убывающего множителя, которым при больших временах можно пренебречь.

Пусть  $\frac{\sqrt{3}}{2} \lambda \frac{l}{v} t = 1$ . Тогда на любом конечном интервале времени, удовлетворяющем этому требованию, вместо системы (28)-(30) можно рассматривать приближенную систему:

$$f(t+l/v) = \Phi_\mu(f(t)) + m(t) \cos z(t), \quad (31)$$

$$m(t+l/v) = m(t), \quad (32)$$

$$z(t+l/v) = z(t). \quad (33)$$

Пусть  $A = \sqrt{C_1^2 + C_3^2} \exp(\lambda l/2)$  и  $t = m$ , где  $m = 0, 1, 2, \dots$  и выберем число вращения, которое определяется из равенства  $2\pi m w - \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \lambda m - \theta$ , т.е.  $m = \frac{\sqrt{3}}{4\pi} \lambda$ . Пусть

$\Phi_\mu : f \mapsto -f_m^2 + \mu$ , где  $m$  определяет "шаг" итераций. Тогда неавтономное разностное уравнение можно записать в виде:

$$f_{m+l/v} = -f_m + \mu + A \cos(2\pi m w - \theta), \quad (34)$$

где  $A$  - амплитуда,  $\theta$  - начальная фаза возмущения,  $w$  - число вращения, которое определяется соотношением периодов собственного движения и внешнего воздействия. Система

$$f_{m+l/v} = -f_m + \mu, \quad (35)$$

демонстрирует удвоения периода при увеличении  $\mu$ . Последовательность значений  $\mu_n^0$  дается формулой Фейгенбаума  $\mu_n^0 = \mu_c^0 - K \delta^{-n}$ , где  $\delta = 4.6692$ ,  $\mu_c = 1.40116$ ,  $K = 0.7242$ .



Рассмотрим воздействие малого периодического возмущения на систему, которая в отсутствие возмущения задается формулой (35) и, следовательно, демонстрирует переход к хаосу через цепочку бифуркаций удвоения периода. Приводимые ниже результаты получены численно для модели (34) в [7,8]. При  $\mu_{n-1}^0 < \mu < \mu_n^0$  невозмущенная система имеет устойчивый цикл периода  $2^N$ . Если не рассматривать области, прилегающие к концам интервала, то и при включенном возмущении движение происходит вблизи  $2^n$  - цикла (тем ближе, чем меньше возмущение). При рациональном числе вращения  $w = p/q$  - это периодическое движение с периодом  $Nl/v$ , где  $N$  равно наименьшему общему кратному чисел  $2^n$  и  $q$ . При иррациональном числе вращения - это квазипериодическое движение с тем же периодом. В окрестности точки  $\mu_n^0$  происходит бифуркация - переход от движения вблизи  $2^n$ , цикла невозмущенной системы к движению вблизи  $2^{n+1}$ , цикла невозмущенной системы.

Пусть число вращения рационально. Рассмотрим  $N$  - цикл возмущенной системы при  $\mu = \mu_n^0$  (можно доказать, что такой  $N$  - цикл существует). В силу малости возмущения, один из элементов этого цикла  $f_0$  близок к элементу  $2^n$  - цикла невозмущенной системы  $\bar{f}_0$ . Мы рассмотрим параметр  $M = \partial f_N / \partial f_0$  - мультипликатор  $N$  - цикла, а также, связанный с ним ляпуновский характеристический показатель  $\nu = \frac{1}{N} \ln |M|$ . Тогда устойчивому циклу отвечают значения  $|M| < 1$  и  $\nu < 0$ , а неустойчивому - значения  $|M| > 1$  и  $\nu > 0$ . В результате из уравнений  $|M| = 1$  или  $\nu = 0$  можно определить бифуркационную поверхность.

Для определения параметров  $M$  и  $\nu$  мы представим величину  $f_N$  в виде ряда по степеням  $\Lambda = \mu - \mu_n^0$ ,  $F = f_0 - \bar{f}_0$  и  $A$ . В [7,8] показано, что такая процедура (учитывая, что  $M = -1$  при  $\Lambda = 0$  и  $A = 0$ ) приводит к формуле

$$M; -1 + f_{N,\Lambda,\Phi} + f_{N,AA} \frac{A^2}{2},$$

которую, в свою очередь, можно записать в виде  $M; -1 - C_n \Lambda + D_n(w) A^2$  - для мультипликатора, и формуле  $N \nu; -1 - C_n \Lambda - D_n(w) A^2$  - для характеристического показателя. Таким образом, при введении возмущения параметр  $M$  остается действительным. При этом бифуркация происходит при  $|M| = -1$ , т.е. при

$\Lambda_n = D_n(w) \frac{A^2}{C_n}$ . Переход мультипликатора через  $|M| = -1$  сопровождается бифуркацией удвоения периода: рождением  $2N$  - цикла. Здесь  $C_n : \delta^n$ , где  $\delta = 4.6692$ . Чтобы определить параметр  $D_n(w)$ , проследим за поведением величины  $\Delta_n = D_{n+1}(w)/D_n(w)$ . Как показывают численные расчеты, имеет место следующий закон подобия: при изменении числа вращения в  $2^k$  - раз последовательность  $\Delta_n(w)$  сдвигается на  $k$  шагов, т.е.  $\Delta_n(2^k w) = \Delta_{n+k}(w)$ . Отсюда следует, что если число вращения представляется двоичной дробью с периодом  $k$ , то последовательность  $\Delta_n$  имеет также период  $k$ , т.е.  $\Delta_{n+k}(w) = \Delta_n(w)$ . Таким образом, бифуркационная поверхность дается уравнением  $|M| = -1$ , в котором  $\frac{D_n}{C_n} : \delta^{-n} \delta^{-n} \prod_{i=0}^{n-1} \Delta_n(w)$ . Зависимость  $\Delta_n(w)$  получена численно в [8] в координатах  $\omega = 2^n w, \phi = \ln \Delta_n$ . При рациональных числах вращения  $\Delta_n(w) : \exp \sum_{i=0}^{n-1} \phi(w2^i)$ . В результате мы получаем бифуркационную диаграмму, изображенную на рис.2.

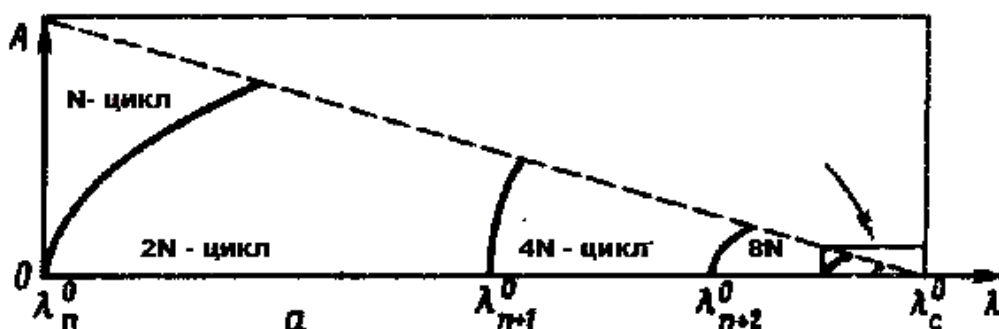


Рис. 2. Схематическое изображение плоскости параметров  $(\mu, A)$  для рационального числа вращения (двоичная дробь периода 3). Сплошные кривые отвечают бифуркациям удвоения периода циклов. Пунктирная линия - условная граница применимости бифуркационных формул.

## ВЫВОДЫ

Мы рассмотрели процесс образования упорядоченных структур для параметра порядка, который представляет собой суперпозицию двух функций вида  $f(t \pm x/v)$  и показали, что каждая из этих функций в окрестности неупорядоченной фазы является асимптотически периодическим кусочно-постоянным обошенным распределением (в смысле обобщенных функций) релаксационного типа с конечным множеством точек разрыва на периоде (рис.1). Построена фазовая диаграмма для случая, когда объемными возмущениями можно пренебречь, и указаны условия на параметры, когда это можно сделать: в этом случае следует говорить всего лишь о “ времени жизни ” метастабильных упорядоченных структур. Такие метастабильные структуры допускают “ бифуркации удвоения периодов ” в течении своего устойчивого существования на конечном интервале времени. Для более узкого класса граничных условий, порождающих квадратичные отображения, удастся показать, что при малых объемных периодических возмущениях с рациональным периодом сценарий существования цепочки удвоения периода сохраняется (рис.2).

## Список литературы

1. Galenko P. Phase-field model with relaxation of the diffusion flux in nonequilibrium solidification of a binary system / P. Galenko // *Physics Letters A*. – 2001. – V. 287. – P. 190-197.
2. Cahn J.W. Free energy of a nonuniform system. I. Interfacial free energy / J.W. Cahn, J.E. Hilliard // *The Journal of Chemical Physics*. – 1958. – V. 28, No. 12. – P. 258-667.
3. Puri S. Surface effects on kinetics of ordering / S. Puri, K. Binder // *Z. Phys. B, Condensed Matter*. – 1992. – V. 86. – P. 263-271.
4. Краснюк И.Б. Осциллирующие решения системы уравнений Аллена-Кана / Кана-Хилларда: модель спинодального распада / И.Б. Краснюк // *Физика твердого тела* – 2006. – № 11(48). – С. 2041-2050.
5. Сидоренко О.Е. Изучение образования ламеллярной структуры в расплавах симметричных диблоксополимеров с помощью компьютерного моделирования / О.Е. Сидоренко, А.С. Шестаков // *Конденсированные среды и межфазные границы*. – 2008. – № 4. – С. 282-286.
6. Шарковский А.Н. Разностные уравнения и их приложения / А.Н. Шарковский, Ю.Л. Майстренко, Е.Ю. Романенко. – К.: Наукова думка, 1986. – 260 с.
7. Иванов Н.Ю. Свойства скейлинга пространства параметров логистического отображения под внешним периодическим воздействием / Н.Ю. Иванов // *Известия вузов "ГНД"*. – 1997. – Т. 5, № 2-3. – С. 118-127.
8. Кузнецов С.П. О воздействии периодического внешнего возмущения на систему, демонстрирующую переход порядок-хаос через бифуркации удвоения периода / С.П. Кузнецов // *Письма в ЖЭТФ*. – 1984. – Т. 30, № 3. – С. 113-116.
9. To T. Solvent dependence of the evolution of the surface morphology of thin asymmetric diblock copolymer films / T. To, H. Wang, A.B. Djuricic et al. // *Thin Solid Films*. – 2004. – V. 467. – P. 59-65.
10. де Жен П. Идеи скейлинга в физике полимеров / П. Де Жен. – М.: Мир, 1982. – 368 с.

**Краснюк І.Б. Просторово-часові структури ламелярного типу в обмежених полімерних сумішах / І.Б. Краснюк, Т.М. Мельник, В.М. Юрченко // Вчені записки Таврійського національного університету ім. В.І. Вернадського. Серія: Фізика. – 2009. – Т. 22(61), № 1. – С. 182-193.**

Були розглянуті системи полімер-полімер з концентрацією, що флуктує, та було досліджено динаміку флуктуацій поблизу неупорядкованої фази. Умови процесу було сформульовано як наступні: полімерні ланцюги здійснюють нефіковську дифузію; має місце нелінійний динамічний процес нуклеації зародків неупорядкованої фази у об'ємі плівки. Показано, що керуючи граничними умовами та об'ємними параметрами задачі, ми можемо отримати просторово-часові коливання параметра порядку.

**Krasnyuk I.B. Space-time structures of lamellar type in limited polymeric mixtures / I.B. Krasnyuk, T.N. Melnik, V.M. Yurchenko // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics. – 2009. – Vol. 22(61), No. 1. – P. 182-193.**

Polymer-polymer systems with fluctuating concentration were considered and the dynamics of fluctuations near the disordered phase was studied under the following conditions: polymeric chains fulfill non-Fick's diffusion; the non-linear dynamical process of nucleation of the ordered phase takes place within the film volume. It was shown that the control of boundary conditions and volume parameters of the problem allow us to obtain space-time oscillations of the order parameter.

*Поступила в редакцію 08.11.2009 г.*