Ученые записки Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
Серия «Физика». Том 22 (61). 2009 г. № 1. С. 74-83

УДК 538.221

МАГНИТНАЯ РЕЛАКСАЦИЯ В АНИЗОТРОПНОМ НЕГЕЙЗЕНБЕРГОВСКОМ МАГНЕТИКЕ

Бутрим В.И., Кузнецов А.С.

Таврический Национальный Университет им. В.И. Вернадского, Симферополь, Украина
E-mail: butrimv@mail.ru

Показано, что в анизотропном негейзенберговском магнетике со спином единица реализуется фаза анизотропного спинового нематика. Определены условия устойчивости этой фазы. Показано также, что эффективный лагранжиан анизотропного спинового нематика приводится к лагранжиану анизотропной сигма модели для единичного вектора. Вычислены законы дисперсии и затухание магнонов в фазе анизотропного спинового нематика.

Ключевые слова: одноионная анизотропия, анизотропный спиновый нематик, релаксация магнонов, длинноволновое приближение.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время все большее внимание исследователей привлекают магнетики со значением спина магнитного иона $S>1/2$. Для них наблюдаются ряд характерных особенностей статических и динамических свойств в сравнении с классическими гейзенберговскими магнетиками. Это, в первую очередь, существование $2S$ ветвей спиновых волн в ферромагнетиках, а также возможность квантового сокращения спина [1]. В частности, для магнетиков со спином единица могут реализоваться состояния спинового нематика [2], которые характеризуются нулевым значением среднего спина на узле $\langle \mathbf{S} \rangle$ даже при нулевой температуре. Симметрия фазы спинового нематика выше, чем для любого состояния со спонтанной намагниченностью, ферромагнитного или антиферромагнитного, поскольку ее группа симметрии включает операцию отражения времени. Однако при этом спиновый нематик характеризуется нетривиальными спиновыми квадрупольными средними на узле $\langle S_i S_k + S_k S_i \rangle /2$, которые для спина $S>1/2$ не сводятся к среднему значению спина. Геометрическим образом этих средних является эллипсоид с главными осями вдоль некоторых направлений $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ и полуосями, равными $\langle S_1^2 \rangle, \langle S_2^2 \rangle, \langle S_3^2 \rangle$, которые связаны соотношением $\langle S_1^2 \rangle + \langle S_2^2 \rangle + \langle S_3^2 \rangle = S(S+1) = 2$. Спонтанное нарушение симметрии в фазе спинового нематика и его отличие от парамагнетика определяется этими средними.

На сегодняшний день хорошо изучены свойства так называемой изотропной нематической фазы, которая возникает при учете общего вида изотропного обменного взаимодействия в магнетиках со спином $S=1$.

Так в [2] показано, что нелинейная динамика изотропного нематика может быть описана в рамках нелинейной сигма модели для единичного вектора. А в [3] изучено затухание магнонов в этой модели. Однако вопрос о возникновении нематических фаз в анизотропном негейзенберговском магнетике до настоящего оставался недостаточно изученным.

Нам представляется интересным и важным расширить понятие нематической фазы на случай анизотропного негейзенберговского магнетика со спином единица. А также исследовать линейную и нелинейную динамику этой фазы.

В квантовом гамильтониане таких магнетиков помимо традиционного гейзенберговского обмена присутствуют высшие инварианты по взаимодействию спинов типа $\left(\mathbf{S}_1\mathbf{S}_2\right)^n$, со значением n до $2S$. Наличие этих слагаемых в гамильтониане существенно ограничивает выбор метода исследования. Прямой способ применения диаграммной техники для спиновых операторов, или оператороов Хаббарда, сопряжен с большими трудностями расчетного характера. Для описания нематических фаз удобен феноменологический полевой подход, использующий полный набор обобщенных когерентных состояний группы $SU(2S+1)$ [4]. В случае спина $S=1$ использование когерентных состояний группы $SU(3)$ позволяет учесть биквадратичный обмен и одноионную анизотропию. В результате усреднения по этим состояниям гамильтониана получаем энергию системы, выраженную через полевые переменные. Дальнейший переход к формализму квазичастиц позволяет применить стандартные методы неравновесной термодинамики. В настоящей работе на основе этого подхода исследуются процессы релаксации магнонов в нематической фазе анизотропного негейзенберговского магнетика со спином единица.

1. ЭФФЕКТИВНЫЙ ЛАГРАНЖИАН

Гамильтониан кристаллического магнетика со спином $S=1$, в котором присутствуют гейзенберговский обмен, биквадратичное по спинам негейзенберговское взаимодействие и одноионная анизотропия, имеет вид

$$H=-\frac{1}{2}J_1\sum_{\boldsymbol{n},\boldsymbol{m}}\left(\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{n}}\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{m}}\right)-\frac{1}{2}J_2\sum_{\boldsymbol{n},\boldsymbol{m}}\left(\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{n}}\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{m}}\right)^2+B\sum_{\boldsymbol{n}}\left(\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{n}}\boldsymbol{e}_z\right)^2, \qquad (1)$$

где J_1 и J_2 - константы билинейного и биквадратичного обменного взаимодействия ближайших спинов, $\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{n}}$ - оператор спина в узле $\boldsymbol{n}$, B - константа одноионной анизотропии [4, 5-8].

Для описания фаз с $\left\langle \mathbf{S}\right\rangle = 0$ удобно использовать обобщенные когерентные состояния вида [9,10]

$$\left|\mathbf{u},\mathbf{v}\right\rangle = \sum_{j=x,y,z}\left(u_j+iv_j\right)\left|\psi_j\right\rangle, \qquad (2)$$

где $\mathbf{u}$ и $\mathbf{v}$ - вещественные векторы, $\left|\psi_x\right\rangle = \left(\left|-1\right\rangle - \left|+1\right\rangle\right)/\sqrt{2}$, $\left|\psi_y\right\rangle = i\left(\left|-1\right\rangle + \left|+1\right\rangle\right)/\sqrt{2}$, $\left|\psi_z\right\rangle = \left|0\right\rangle$ - обычные состояния с проекцией спина

$S_z = \pm 1, 0$. С учетом условия нормировки и произвольности фазового фактора эти векторы удовлетворяют двум условиям:

$$\mathbf{u}^2 + \mathbf{v}^2 = 1, \quad \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0. \tag{3}$$

В терминах переменных векторов $\mathbf{u}$ и $\mathbf{v}$ вектор среднего значения спина и квадрупольные средние выражаются соотношениями [8,9]

$$\langle \boldsymbol{S} \rangle = 2[\mathbf{uv}], \quad \langle S_i S_k + S_k S_i \rangle = 2\left(\delta_{ik} - u_i u_k - v_i v_k\right), \tag{4}$$

а лагранжиан системы, с учетом кинетического слагаемого, можно записать как [8]

$$L = -2\hbar \sum_{\mathbf{n}} \mathbf{v_n} \partial \mathbf{u_n} / \partial t - W\left(\mathbf{u}, \mathbf{v}\right). \tag{5}$$

Здесь $W\left(\mathbf{u}, \mathbf{v}\right)$ - энергия системы, которая совпадает со средним значением гамильтониана (1), сосчитанным на состояниях (2) и имеет вид

$$\begin{aligned} W = {} & 2(J_2 - J_1)\sum_{\mathbf{n},\mathbf{m}} \left[\left(\mathbf{u_n u_m}\right)\left(\mathbf{v_n v_m}\right) - \left(\mathbf{u_n v_m}\right)\left(\mathbf{v_n u_m}\right)\right] - \\ & -\frac{J_2}{2} \sum_{\mathbf{n},\mathbf{m}} \left[\left(\left(\mathbf{u_n u_m}\right) + \left(\mathbf{v_n v_m}\right)\right)^2 - \left(\left(\mathbf{u_n v_m}\right) - \left(\mathbf{v_n u_m}\right)\right)^2\right] - B\sum_{\mathbf{n}} \left(u_{\mathbf{n},z}^2 + v_{\mathbf{n},z}^2\right). \end{aligned} \tag{6}$$

Очевидно, что в силу условия $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$ состояние с $\langle \mathbf{S} \rangle = 0$ отвечает условию, когда на всех узлах векторы $\mathbf{u_n}$ параллельны: $\mathbf{u_n} = \mathbf{u}_0$, $|\mathbf{u}_0| = 1$, а $\mathbf{v_n} = 0$. (Есть и альтернативный вариант, с заменой $\mathbf{u_n} \to \mathbf{v_n}, \mathbf{v_n} \to -\mathbf{u_n}$, но такие состояния физически тождественны, см. [10], и мы будем говорить о состоянии с $|\mathbf{u_n}| = 1$). Это диктует вполне определенную симметрию квадрупольных средних $\langle S_i S_k + S_k S_i \rangle / 2$, так, что

$$\left\langle (\mathbf{S u}_0)^2 \right\rangle = 0, \quad \left\langle (\mathbf{S н})^2 \right\rangle = 1, \tag{7}$$

где $\mathbf{н}$ - любой вектор, перпендикулярный $\mathbf{u}_0$.

Предполагая основное состояние однородным и минимизируя (6) получаем условия существования и устойчивости фаз с $\langle \mathbf{S} \rangle = 0$. Так, при $B = 0$, реализуется изотропная нематическая фаза, для которой $\mathbf{v} = 0$, а направление вектора $\mathbf{u}_0$ полностью вырождено. Квадрупольные средние в этой фазе подчинены условию $\langle S_x^2 \rangle + \langle S_y^2 \rangle + \langle S_z^2 \rangle = S\left(S+1\right) = 2$. Эта фаза устойчива при условии $J_2 > J_1$.

При $B \neq 0$ также реализуются фазы с $\langle \mathbf{S} \rangle = 0$, устойчивые при $J_2 > J_1 - |B|/2z$. Симметрия квадрупольных средних в этих фазах чисто одноосная. В случае положительной константы одноионной анизотропии $B > 0$, направление вектора $\mathbf{u}_0$ фиксировано, $\mathbf{u}_0 \parallel \mathbf{e}_z$. Вырождение полностью снимается, квадрупольные средние в плоскости, перпендикулярной оси анизотропии $\langle S_x^2 \rangle = \langle S_y^2 \rangle = 1$ равны, а

$\left\langle S_z^2 \right\rangle = 0$. Поэтому эти состояния не отличаются по симметрии от парамагнетика. Это не есть нематическая фаза и мы ею интересоваться не будем.

Принципиально иная ситуация наблюдается при $B < 0$, когда ось анизотропии является легкой для вектора спина. В этом случае в состоянии с $\left\langle \mathbf{S} \right\rangle = 0$ вектор $\mathbf{u}_0$ перпендикулярен оси анизотропии, $\mathbf{u}_0 \perp \mathbf{e}_z$. Квадрупольные средние $\left\langle S_x^2 \right\rangle + \left\langle S_y^2 \right\rangle = \left\langle S_\perp^2 \right\rangle = 1$, $\left\langle S_z^2 \right\rangle = 1$. Геометрическим образом фазы является эллипсоид вращения с осью параллельной оси анизотропии, однако, направление квадрупольного среднего $\left\langle S_\perp^2 \right\rangle$ в плоскости, перпендикулярной оси анизотропии вырождено. По отношению к вектору $\mathbf{u}_0$ это есть фаза легкая плоскость. Она не ферромагнитная, поскольку $\mathbf{u}_0$ является по существу вектором-директором и состояния $\mathbf{u}_0$ и $-\mathbf{u}_0$ при $\mathbf{v} = 0$ описывают физически тождественные состояния системы [10]. В этом случае в системе имеется спонтанное нарушение симметрии и можно говорить о нематической фазе. Анизотропной нематической фазе.

Для описания нелинейной динамики, в частности процессов релаксации, необходимо выйти за рамки приближения среднего поля. Переходя в (5) и (6) к пределу сплошной среды рассмотрим $\mathbf{u}$ и $\mathbf{v}$ как непрерывные полевые переменные [2]. Тогда из вида лагранжиана (5) следует, что $-2\hbar\mathbf{v}$ играет роль обобщенного импульса, сопряженного обобщенной координате $\mathbf{u}$. Для малых отклонений от основного состояния, что отвечает условию $|\mathbf{v}| << |\mathbf{u}|$ ланранжиан может быть представлен в виде

$$L(\mathbf{u},\mathbf{v}) = \frac{1}{V_0}\int d^D r \left\{ -2\hbar\mathbf{v}\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - 2z(J_2 - J_1)\mathbf{u}^2\mathbf{v}^2 - B\left(u_z^2 + v_z^2\right) - \frac{J_2}{2}(a\nabla\mathbf{u})^2 \right\}. \quad (8)$$

Здесь V_0 - объем элементарной ячейки размерности D, z - число ближайших соседей, a - параметр решетки, которая для простоты выбрана кубической. При помощи уравнений Лагранжа переменная $\mathbf{v}$ выражается через производную по времени от $\mathbf{u}$ следующим образом

$$v_z = -\frac{\hbar}{2z(J_2 - J_1) + B}\frac{\partial u_z}{\partial t}, \quad v_\perp = -\frac{\hbar}{2z(J_2 - J_1)}\frac{\partial u_\perp}{\partial t}. \quad (9)$$

Здесь $v_\perp = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$.

Подставляя это в (8) получим эффективный лагранжиан, выраженный только через $\mathbf{u}$

$$L_{eff} = \frac{1}{V_0}\int d^D r \left\{ \frac{J_2 a^2}{c^2}\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}\right)^2 - J_2(a\nabla\mathbf{u})^2 - Bu_z^2 \right\} \quad (10)$$

Здесь $c = (a/\hbar)\sqrt{J_2\left[2z(J_2 - J_1) + B\right]}$ - характерная предельная скорость.

Отметим, что это хорошо известный лагранжиан анизотропной сигма модели для единичного вектора $\mathbf{u}$. Таким образом, вся динамика анизотропной нематической фазы может быть изучена в рамках анизотропной сигма модели. Эта модель, по-видимому, хорошо работает в тех случаях, когда отсутствует спонтанная намагниченность.

2. ГАМИЛЬТОНИАН

На основе лагранжиана (5) можно построить гамильтонову динамику анизотропного спинового нематика, как это сделано в [3] для изотропной модели. Однако предпочтительнее работать с эффективным лагранжианом (10), что существенно упрощает задачу. Поскольку $\mathbf{u}$ - единичный вектор и не изменяется по длине, то удобно представить его через углы сферической системы координат θ и φ, а именно: $\mathbf{u}=\left(\sin\theta\cos\varphi,\sin\theta\sin\varphi,\cos\theta\right)$. В этих переменных гамильтониан системы имеет вид

$$H=\int d^D r\left[\frac{p_\theta^2 c^2}{2A}+\frac{A}{2}\left(\nabla\theta\right)^2+\frac{p_\varphi^2 c^2}{2A\sin^2\theta}+\frac{A}{2}\sin^2\theta\left(\nabla\varphi\right)^2+\frac{K}{2}\cos^2\theta\right]. \quad (11)$$

Здесь, а $p_\theta=\left(A/c^2\right)\partial\theta/\partial t$, $p_\varphi=\left(A/c^2\right)\sin^2\theta\partial\varphi/\partial t$ - обобщенные импульсы, сопряженные обобщенным координатам θ и φ соответственно, а $A=2J_2a^2/V_0$, $K=2B/V_0$.

Рассмотрим малые колебания системы от равновесного состояния $\theta_0=\pi/2$ и φ_0. Для этого представим $\theta\left(\mathbf{r},t\right)$ и $\varphi\left(\mathbf{r},t\right)$ в виде $\theta\left(\mathbf{r},t\right)=\pi/2+\vartheta\left(\mathbf{r},t\right)$ и $\varphi=\varphi_0+\phi\left(\mathbf{r},t\right)$, здесь ϑ описывает малые отклонения в направлении, перпендикулярном легкой плоскости для вектора $\mathbf{u}_0$ а ϕ - малые колебания в легкой плоскости вектора $\mathbf{u}_0$(в дальнейшем легкой плоскости), φ_0 полагаем равным нулю, поскольку основное состояние вырожденно по азимутальному углу.

Далее представим функцию Гамильтона в виде ряда по степеням канонических переменных. Это разложение содержит только четные степени ϑ, ϕ, p_θ, p_φ и имеет вид

$$H=H_2+H_4. \quad (12)$$

Здесь

$$H_2=\int d^D r\left[\left(\frac{p_\theta^2 c^2}{2A}+\frac{A}{2}\left(\nabla\vartheta\right)^2+\frac{K}{2}\vartheta^2\right)+\left(\frac{p_\varphi^2 c^2}{2A}+\frac{A}{2}\left(\nabla\phi\right)^2\right)\right] \quad (13)$$

квадратичная часть функции Гамильтона.

Второе слагаемое в (12) описывает нелинейную динамику системы

$$H_4 = \int d^D r \vartheta^2 \left[\frac{p_\varphi^2 c^2}{2A} - \frac{A}{2} (\nabla \phi)^2 - \frac{K}{6} \vartheta^2 \right]. \tag{14}$$

Для пространственных Фурье компонент $\vartheta_{\mathbf{k}}$, $\phi_{\mathbf{k}}$, $\mathbf{p}_{\mathbf{k}}$ получаем стандартную квадратичную функцию Гамильтона

$$H_2 = \sum_{\mathbf{k}} \left[\left(\frac{c^2}{2A} p_{\theta,\mathbf{k}} p_{\theta,-\mathbf{k}} + \frac{K + Ak^2}{2} \vartheta_{\mathbf{k}} \vartheta_{-\mathbf{k}} \right) + \left(\frac{c^2}{2A} p_{\varphi,\mathbf{k}} p_{\varphi,-\mathbf{k}} + \frac{Ak^2}{2} \phi_{\mathbf{k}} \phi_{-\mathbf{k}} \right) \right]. \tag{15}$$

Переход к квантовому гамильтониану осуществим, заменяя ϑ, ϕ и p_θ, p_φ соответствующими операторами с обычными коммутационными соотношениями $\left[p_{\theta,\mathbf{k}}, \vartheta_{-\mathbf{k}} \right] = -i\hbar$, $\left[p_{\varphi,\mathbf{k}}, \phi_{-\mathbf{k}} \right] = -i\hbar$. Это позволяет написать стандартное представление операторов координат и импульсов через бозевские операторы $a_{\mathbf{k}}^\dagger, a_{\mathbf{k}}$ и $b_{\mathbf{k}}^\dagger, b_{\mathbf{k}}$:

$$\phi_{\mathbf{k}} = \sqrt{\frac{\hbar}{2\alpha_k}} \left(a_{\mathbf{k}}^\dagger + a_{-\mathbf{k}} \right), \; p_{\varphi,\mathbf{k}} = \frac{i}{2} \sqrt{\frac{\alpha_k}{2\hbar}} \left(a_{\mathbf{k}}^\dagger - a_{-\mathbf{k}} \right), \tag{16}$$

$$\vartheta_{\mathbf{k}} = \sqrt{\frac{\hbar}{2\beta_k}} \left(b_{\mathbf{k}}^\dagger + b_{-\mathbf{k}} \right), \; p_{\theta,\mathbf{k}} = \frac{i}{2} \sqrt{\frac{\beta_k}{2\hbar}} \left(b_{\mathbf{k}}^\dagger - b_{-\mathbf{k}} \right). \tag{17}$$

Здесь параметры $\alpha_{\mathbf{k}}, \beta_{\mathbf{k}}$ обеспечивают необходимые коммутационные соотношения. При соответствующем выборе $\alpha_{\mathbf{k}}$ и $\beta_{\mathbf{k}}$ имеем стандартные коммутационные соотношения: $\left[a_{\mathbf{k}}, a_{\mathbf{k}}^\dagger \right] = 1$, $\left[b_{\mathbf{k}}, b_{\mathbf{k}}^\dagger \right] = 1$. При этом операторы $a_{\mathbf{k}}^\dagger, a_{\mathbf{k}}$ являются операторами рождения и уничтожения магнонов, поляризованных в легкой плоскости, а $b_{\mathbf{k}}^\dagger, b_{\mathbf{k}}$-операторы рождения и уничтожения магнонов, поляризованных перпендикулярно легкой плоскости. Гамильтониан диагональный и имеет две ветви спектра

$$H_2 = \sum_{\mathbf{k}} \left(\varepsilon_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}} + \tilde{\varepsilon}_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}}^\dagger b_{\mathbf{k}} \right). \tag{18}$$

Одна ветвь спектра безактивационная $\varepsilon_{\mathbf{k}} = \hbar c k$, $k = |\mathbf{k}|$, вторая- активационная $\tilde{\varepsilon}_{\mathbf{k}} = \sqrt{\varepsilon_0^2 + \hbar^2 c^2 k^2}$, с энергией активации $\varepsilon_0 = \hbar c \sqrt{K / A}$.

Гамильтониан взаимодействия в представлении вторичного квантования содержит только четные степени операторов рождения и уничтожения. Для данных законов дисперсии вклад в затухание дают только процессы рассеяния, поскольку процессы распада и процессы превращения двух активационных магнонов в два безактивационных (и наоборот) запрещены законами сохранения энергии и импульса.

Гамильтониан процессов рассеяния имеет вид

$$H_4 = \frac{1}{N}\sum_{\mathbf{1,2,3,4}} \Delta\left(\mathbf{1}+\mathbf{2}-\mathbf{3}-\mathbf{4}\right)\left[\Phi_0 b_{\mathbf{1}}^{+} b_{\mathbf{2}}^{+} b_{\mathbf{3}} b_{\mathbf{4}} + \Phi\left(\mathbf{1},\mathbf{4}\right) a_{\mathbf{1}}^{+} b_{\mathbf{2}}^{+} b_{\mathbf{3}} a_{\mathbf{4}} + h.c.\right], \quad (19)$$

а амплитуды процессов в длинноволновом приближении $\varepsilon_0 >> \hbar ck$ определяются следующим образом

$$\Phi_0 = \frac{\hbar^2 c^2}{8AV_0}\ , \ \ \Phi\left(\mathbf{1},\mathbf{4}\right) = 2\Phi_0 x_0 \frac{k_1 k_4 - \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_4}{\sqrt{k_1 k_4}}. \quad (20)$$

Здесь x_0 - характерный размер неоднородности.

3. ЗАТУХАНИЕ МАГНОНОВ

При вычислении затухания следует отметить, что гамильтониан взаимодействия содержит процессы с четырьмя активационными магнонами и процессы с двумя магнонами активационными и двумя безактивационннными. А процессы с четырьмя голдстоуновскими магнонами отсутствуют.

Поэтому затухание безактивационных магнонов будет определяться их рассеянием на магнонах активационных. А затухание активационных магнонов определяется двумя типами процессов. Это процессы рассеяния активационных магнонов друг на друге и их взаимодействием с безактивационными.

Начнем с затухания безактивационных магнонов. Магнонный декремент $\gamma\left(k,T\right)$ вычисляется стандартным способом, как мнимая часть массового оператора для одночастичной двухвременной функции Грина [11]

$$G_a\left(k,\tau-\tau'\right) = -\left\langle T_\tau \tilde{a}_k\left(\tau\right)\tilde{a}_k^{\dagger}\left(\tau'\right)\right\rangle, \quad (21)$$

здесь T_τ - оператор хронологического произведения, $\tilde{a}_k\left(\tau\right)$, $\tilde{a}_k^{\dagger}\left(\tau'\right)$- операторы в гейзенберговском представлении, а усреднение проводится с гамильтонианом H_4. При вычислении затухания ограничимся случаем трехмерной модели $D=3$.

Выражение для декремента $\gamma\left(k,T\right)$ может быть представлено в виде:

$$\gamma\left(k,T\right) = \pi\left(\frac{a}{2\pi}\right)^6 \eta\left(\mathbf{k}\right)\int d\mathbf{p}\int d\mathbf{q}\Phi^2 \frac{\delta\left(\varepsilon_{\mathbf{k}} + \tilde{\varepsilon}_{\mathbf{p}} - \tilde{\varepsilon}_{\mathbf{q}} - \varepsilon_{\mathbf{k+p-q}}\right)}{\tilde{\eta}\left(\mathbf{p}\right)\tilde{\eta}\left(\mathbf{q}\right)\eta\left(\mathbf{k}+\mathbf{p}-\mathbf{q}\right)}. \quad (22)$$

Здесь T - температура в энергетических единицах, $\eta\left(\mathbf{k}\right) = sh\left(\varepsilon_{\mathbf{k}}/2T\right)$, $\tilde{\eta}\left(\mathbf{k}\right) = sh\left(\tilde{\varepsilon}_{\mathbf{k}}/2T\right)$, а интегрирование ведется по первой зоне Бриллюэна.

Входящая сюда дельта функция позволяет снять одно интегрирование и накладывает ограничения на объем фазового пространства. В длинноволновом приближении амплитуда процесса пропорциональна первой степени импульса входящего магнона. Аналитически удается вычислить асимптотики этого интеграла при низких $\varepsilon_0 >> T$ и высоких $\varepsilon_0 << T$ температурах.

Для низких температур

$$\gamma(k,T)=\frac{8\sqrt{2}}{3\pi^{5/2}}\sigma^2(ak)^4\left(\frac{T}{\varepsilon_0}\right)^{1/2}T\exp(-\varepsilon_0/T),\ \varepsilon_0>>T. \qquad (23)$$

А для высоких температур

$$\gamma(k,T)=\frac{8\sqrt{2}}{3\pi^2}\sigma^2\frac{T}{\varepsilon_0}T(ak)^4,\ \varepsilon_0<<T. \qquad (24)$$

Здесь $\sigma=\hbar c/8Aa^2$ - величина порядка $1/S$.

Таким образом, безактивационные магноны являются слабозатухающими возбуждениями. При низких температурах магнонный декремент содержит экспоненциально малый температурный множитель. Отметим важную особенность этого затухания. Обычно затухание голдстоуновских магнонов пропорционально квадрату частоты, т.е. $\gamma\sim k^2$. В нашем случае затухание безактивационных магнонов, обусловлено их взаимодействием с магнонами активационными и при $k\to 0$ пропорционально четвертой степени частоты, т.е. $\gamma\sim k^4$. Эта особенность обусловлена уменьшением фазового объема интегрирования.

Учет следующих порядков теории возмущений по $1/S$ также дает четвертую степень частоты

$$\gamma(k,T)\sim\sigma^4(ak)^4\left(\frac{x_0T}{\hbar c}\right)^4 T\,ln\left(\frac{T}{\hbar ck}\right),\ \varepsilon_0>>T>>\hbar ck. \qquad (25)$$

Здесь нет экспоненциальной малости по температуре, поэтому учет высших порядков теории возмущений имеет смысл только при низких температурах.

Для расчета затухания активационных магнонов $\tilde{\gamma}(T)$ необходимо вычислить мнимую часть массового оператора функции Грина активационных магнонов

$$G_b(k,\tau-\tau')=-\left\langle T_\tau\tilde{b}_k(\tau)\tilde{b}_k^\dagger(\tau')\right\rangle. \qquad (26)$$

Затухание активационных магнонов определяется двумя механизмами. Это взаимодействие их друг с другом и с безактивационными магнонами.

Выражение для затухания активационных магнонов друг на друге может быть приведено к виду

$$\tilde{\gamma}_{\parallel}(T)=\frac{\pi}{2}\left(\frac{a}{2\pi}\right)^6\tilde{\eta}(\mathbf{k})\Phi_0^2\int d\mathbf{p}\int d\mathbf{q}\frac{\delta(\tilde{\varepsilon}_\mathbf{k}+\tilde{\varepsilon}_\mathbf{p}-\tilde{\varepsilon}_\mathbf{q}-\tilde{\varepsilon}_{\mathbf{k+p-q}})}{\tilde{\eta}(\mathbf{p})\tilde{\eta}(\mathbf{q})\tilde{\eta}(\mathbf{k+p-q})}. \qquad (27)$$

В длинноволновом приближении амплитуда процесса конечна при нулевом импульсе входящего магнона k. Поэтому при вычислении интеграла достаточно ограничиться его асимптотикой при $k\to 0$.

Аналитическое выражение для затухания можно найти в предельных случаях низких $\varepsilon_0>>T$ и высоких $\varepsilon_0<<T$ температур. Оно конечно при $k\to 0$.

Соответствующие асимптотики имеют вид

$$\tilde{\gamma}^{(3)}(T)=\frac{\sigma^2}{8\pi^3}\left(\frac{a}{x_0}\right)^4\left(\frac{T}{\varepsilon_o}\right)T\begin{cases}\exp\left(-\varepsilon_0/T\right), & T\ll\varepsilon_o,\\ \pi^2/3, & T\gg\varepsilon_o.\end{cases} \tag{28}$$

Т.е., получаем стандартное поведение затухания, характерное для активационных магнонов. При низких температурах оно экспоненциально мало.

Затухание активационных магнонов за счет безактивационных также конечно при $k\to 0$, однако зависит от температуры степенным образом

$$\tilde{\gamma}(T)=\frac{32}{189}\pi^3\sigma^2\left(\frac{a}{x_0}\right)^4\left(\frac{T}{\varepsilon_0}\right)^6 T\,. \tag{29}$$

Таким образом, при низких температурах этот вклад является основным.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для трехмерного магнетика со спином единица с изотропным обменным взаимодействием и одноионной анизотропией при конечной температуре возможно существование анизотропной нематической фазы с нулевой намагниченностью и спонтанным нарушением симметрии квадрупольных спиновых средних. Отличие анизотропного нематика от изотропного проявляется в симметрии квадрупольных средних. Для анизотропного нематика она одноосная, т.е. ниже, чем изотропного. Наличие дальнего порядка в системах со спонтанным нарушением непрерывной симметрии приводит, в силу теоремы Голдстоуна, к существованию безактивационных ветвей спектра магнонов. А принцип Адлера утверждает, что затухание магнонов должно быть малым по сравнению с частотой. В нашем случае расчеты показывают, что безактивационная мода $\varepsilon_k=\hbar ck$ является слабозатухающей. Для нее затухание пропорционально четвертой степени частоты $\gamma_k \sim k^4$, а относительное затухание $\gamma_k/\varepsilon_k \sim k^3\to 0$ при $k\to 0$. Это является хорошим подтверждением существования фазы анизотропного спинового нематика при конечных температурах. Отметим, что затухание беактивационной ветви в фазе анизотропного спинового нематика более слабое, чем для обычных голдстоуновских мод, для которых оно пропорционально квадрату частоты. Это объясняется тем, что безактивационные магноны в фазе анизотропного спинового нематика затухают благодаря их взаимодествию с магнонами активационной ветви, что приводит к существенному сокращению фазового объема процесса. В следующих порядках теории возмущений возможно построить процессы с четырьмя голдстоуновскими магнонами для которых такого сокращения фазового объема нет. Однако амплитуды этих процессов пропорциональны квадрату импульса безактивационного магнона, и мы получаем те же k^4 для затухания.

Важно также отметить, что анизотропный спиновый нематик может быть адекватно описан в рамках анизотропной сигма модели.

Авторы благодарят Б.А. Иванова за полезные обсуждения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства Науки и образования Украины (проект 273/09)

Список литературы

1. Chen H.H. Dipole and quadrupole phase transitions in spin-1 models / H.H. Chen, P.M. Levy // Phys. Rev. B. – 1973. – V. 7. – P. 4267-4284.
2. Ivanov B.A. Effective field theory for S = 1 quantum nematic / B.A. Ivanov, A.K. Kolezhuk // Phys. Rev. B. – 2003. – V. 68. – P. 052401.
3. Бутрим В.И Релаксация магнонов в спиновом нематике / В.И. Бутрим, Б.А. Иванов, А.С. Кузнецов, Р.С. Химин // ФНТ – 2008. – Т. 34. – С. 1266-1275.
4. Локтев В.М. Особенности статистики и динамики магнитных диэлектриков с одноионной анизотропией / Локтев В.М., Островский В.С. // ФНТ – 1994. – Т. 20. – С. 983.
5. Калита В.М. О магнитных фазовых переходах типа смещения при спиновом упорядочении в магнетиках с сильной одноионной анизотропией / В.М. Калита, В.М. Локтев // ФТТ. – 2003. – Т. 45. – С. 1450.
6. Fridman Yu.A. The influence of external magnetic field of phase states and spectra of coupled magnetoelastic waves in biaxial non-Heisenberg ferromagnet / Yu.A. Fridman, O.A. Kosmachev // J. Magn. Magn. Mat. – 2001. – V. 236. – P. 272-284.
7. D'yakonov V.P. Magnetic-field-induced phase transitions in singlet magnets with ferromagnetic exchange / V.P. D'yakonov, E.E. Zubov, F.P. Onufrieva, A.V. Saiko, I.M. Fita // JETP.– 1987. – Том 93, Вып. 5. – стр. 1775.
8. Buchta K. Probable absence of a quadrupolar spin-nematic phase in the bilinear-biquadratic spin-1 chain / K. Buchta, G. Fáth, Ö. Legeza, and J. Sólyom // Phys. Rev. B. – 2005. – V. 72. – P. 054433.
9. Mikushina N.A. Dipole and Quadrupole skyrmions in S=1 (pseudo) spin systems / N.A. Mikushina and A.S. Moskvin // Phys. Letters A. – 2002. –302, 8. – P. 9-16.
10. Иванов Б.А. Динамика солитонов в спиновом нематике / Б.А. Иванов, Р.С. Химин // ЖЭТФ – 2007. – Т. 131. – С. 343.
11. Барьяхтар В.Г. Функции Грина в теории магнетизма / В.Г. Барьяхтар, В.Н. Криворучко, Д.А. Яблонский. – Наукова думка, Киев – 1984.

Бутрим В.І. Магнітна релаксація в анізотропному негейзенберговском магнетику / В.І. Бутрим, А.С. Кузнєцов // Вчені записки Таврійського національного університету ім. В.І. Вернадського. Серія: Фізика. – 2009. – Т. 22(61), № 1. – С. 74-83.

Показано, що в анізотропному негейзенберговском магнетику з спіном одиниця реалізується фаза анізотропного спінового нематіка. Визначено умови стійкості цієї фази. Показано також, що ефективний лагранжіан анізотропного спінового нематіка приводиться до лагранжіану анізотропної сигма моделі для одиничного вектора. Обчислені закони дисперсії і загасання магнонів у фазі анізотропного спінового нематіка.

Ключові слова: одноіонна анізотропія, анізотропний спіновий нематік, релаксація магнонів, довгохвильове наближення.

Butrim V.I. Magnetic relaxation in anisotropic non-Heisenberg magnet / V.I. Butrim, A.S. Kuznetsov // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics. – 2009. – Vol. 22(61), No. 1. – P. 74-83.

It was shown that in anisotropic spin-one non-Heisenberg magnet anisotropic nematic phase is realized. The conditions of stability of this phase were determinded. Also shown that the effective Lagrangian of the anisotropic spin nematic is given to the Lagrangian anisotropic sigma models for a single vector. The dispersion laws and magnons damping were calculated in anisotropic spin nematic phase.

Keywords: ion anisotropy, anisotropic spin nematic, magnon relaxation, long-wave approximation.

Поступила в редакцию 29.11.2009 г.