



# УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ

ТАВРИЧЕСКОГО  
НАЦИОНАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА  
им. В. И. Вернадского

Том 14 (53). № 1

Физика

Симферополь  
2001

**УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ**  
**ТАВРИЧЕСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО**  
**УНИВЕРСИТЕТА им. В. И. ВЕРНАДСКОГО**

Научный журнал

**Том 14 (53). №1:**

***Физика***

Симферополь, Таврический национальный университет им. В. И. Вернадского, 2001

Журнал основан в 1918 г.

**Редакционная коллегия:**

Багров Н. В. – главный редактор  
Бержанский В. Н. – заместитель главного редактора  
Ена В. Г. – ответственный секретарь

**Редакционный совет серии "Физика":**

Бержанский В. Н., *доктор физико-математических наук, профессор  
(редактор отдела),*  
Арифов Л. Я., *доктор физико-математических наук, профессор*  
Воляр А. В., *доктор физико-математических наук, профессор*  
Кузьмин Е. В., *доктор физико-математических наук, профессор*  
Пономаренко В. И., *доктор физико-математических наук, профессор*  
Терез Э. И., *доктор технических наук, профессор*

© Таврический национальный университет, 2001 г.

Подписано в печать 27.12.2001 Формат 70x100  $\frac{1}{16}$

5,2 усл. п. л. 8,8 уч.-изд. л. Тираж 500. Заказ № 347.

Отпечатано в информационно-издательском отделе ТНУ.

ул. Ялтинская, 4, г. Симферополь, 95007

**"Учене запискі Тавріського національного університета ім. В. І. Вернадського"**

Науковий журнал. Том 14(53). №1. Фізика.

Сімферополь, Таврійський національний університет ім. В. І. Вернадського, 2001

Журнал заснований у 1918 р.

Адреса редакції: вул. Ялтинська, 4, м. Сімферополь, 95007

Надруковано у інформаційно-видавничому відділі Таврійського національного університету  
ім. В. І. Вернадського. Вул. Ялтинська, 4, м. Сімферополь, 95007

**УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ**  
**ТАВРИЧЕСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО**  
**УНИВЕРСИТЕТА им. В. И. ВЕРНАДСКОГО**

Научный журнал

**Том 14 (53). №1:**

***Физика***

Симферополь, Таврический национальный университет им. В. И. Вернадского, 2001

Журнал основан в 1918 г.

**Редакционная коллегия:**

Багров Н. В. – главный редактор  
Бержанский В. Н. – заместитель главного редактора  
Ена В. Г. – ответственный секретарь

**Редакционный совет серии "Физика":**

Бержанский В. Н., *доктор физико-математических наук, профессор  
(редактор отдела),*  
Арифов Л. Я., *доктор физико-математических наук, профессор*  
Воляр А. В., *доктор физико-математических наук, профессор*  
Кузьмин Е. В., *доктор физико-математических наук, профессор*  
Пономаренко В. И., *доктор физико-математических наук, профессор*  
Терез Э. И., *доктор технических наук, профессор*

© Таврический национальный университет, 2001 г.

Подписано в печать 27.12.2001 Формат 70x100  $\frac{1}{16}$

5,2 усл. п. л. 8,8 уч.-изд. л. Тираж 500. Заказ № 347.

Отпечатано в информационно-издательском отделе ТНУ.

ул. Ялтинская, 4, г. Симферополь, 95007

**"Учене запискі Таврического національного університета ім. В. І. Вернадського"**

Науковий журнал. Том 14(53). №1. Фізика.

Сімферополь, Таврійський національний університет ім. В. І. Вернадського, 2001

Журнал заснований у 1918 р.

Адреса редакції: вул. Ялтинська, 4, м. Сімферополь, 95007

Надруковано у інформаційно-видавничому відділі Таврійського національного університету  
ім. В. І. Вернадського. Вул. Ялтинська, 4, м. Сімферополь, 95007

УДК 537.6

*Бержанский В. Н., Сорокин Ю. В.*

## СВЕРХОБМЕННЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И КОВАЛЕНТНЫЕ ЭФФЕКТЫ В ХРОМОВЫХ ХАЛЬКОШПИНЕЛЯХ

### ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] были рассмотрены эффекты ковалентности, возникающие при косвенных сверхобменных взаимодействиях соседних катионов хрома, находящихся в октаэдрическом окружении лигандов. Полученные в ней аналитические выражения электронных плотностей, дающих ковалентный вклад в СТП, зависят от шести парных интегралов  $s_{\pi}, s_{\sigma}, s_{4s}, b_{\pi}, b_{\sigma}$  и  $b_{4s}$ . Величины парных интегралов перекрывания  $s_{\pi}, s_{\sigma}, s_{4s}$  определяются расстояниями между ионами, и могут быть достаточно просто вычислены по известным радиальным зависимостям волновых функций перекрывающихся орбиталей. Из-за трудностей, связанных с вычислениями интегралов переноса  $b_{\pi}, b_{\sigma}, b_{4s}$ , результат вычислений оказывается неопределенным. Эту неопределенность можно снять, если использовать экспериментальные значения СТП на ядрах соседних катионов и анионов [2]. Однако для определения трех интегралов переноса необходимо к двум полученным выражениям привлечь дополнительные соотношения. Для получения этих соотношений в данной работе были рассмотрены эффекты ковалентности, возникающие при косвенных сверхобменных взаимодействиях соседних катионов хрома, находящихся в октаэдрической позиции и катионов с электронной конфигурацией  $(n-1)d^{10}ns^{2-x}$ , находящихся в тетраэдрической позиции.

### КАТИОН В ОКТАЭДРИЧЕСКОМ ОКРУЖЕНИИ

Для нахождения этих примесей рассмотрим кластер, в центре которого находится катион  $Cr^{3+}$  в октаэдрическом окружении анионов. Будем считать для определенности, что спины центрального катиона  $Cr^{3+}$  и ближайших к нему соседних ионов  $Cr^{3+}$  направлены вниз (рис. 1).

На рис. 1 показано расположение ионов кластера в структуре шпинели. Здесь в точке 0 и точках  $\tilde{1} \div \tilde{6}$  расположены, соответственно, центральный и соседние ионы хрома. В свою очередь, в вершинах правильного октаэдра  $1 \div 6$  находятся анионы. Каждый анион имеет свою собственную систему координат, вдоль осей которой направлены соответствующие р-орбитали. В этом кластере, в отсутствие эффектов ковалентности, линейные комбинации волновых функций р-орбиталей

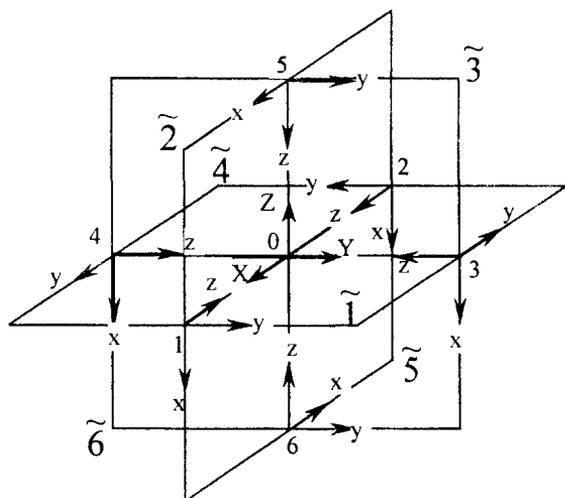


Рис. 1. Локальные координаты для центрального катиона и его лигандов в случае октаэдрического окружения

всех шести анионов образуют соответствующие лигандные волновые орбитали  $\chi_l$  по отношению к 3d- и 4s-орбиталям центрального катиона [1]. При формировании линейных комбинаций необходимо учесть вклад каждой p-орбитали анионов в интеграл перекрывания с орбиталями центрального катиона. Необходимо также учесть, что каждая p-орбиталь под действием эффектов ковалентности испытывает влияние со стороны двух соседних ионов хрома и одного А-катиона. Поэтому «старые» p-орбитали в лигандных функциях необходимо заменить «новыми» модифицированными Р-орбиталями.

### РАСЧЕТ МОДИФИЦИРОВАННЫХ Р-ОРБИТАЛЕЙ

При расчете модифицированных Р-орбиталей будем рассматривать только такие ковалентные вклады, которые могут происходить при переходе от чисто ионного состояния катионов и анионов к их атомному состоянию. В таком случае нас будут интересовать модифицированные Р-орбитали со спином вниз.

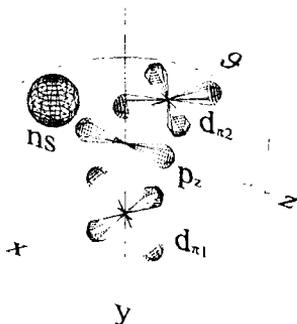


Рис. 2 Формирование p<sub>z</sub>-орбитали

и  $\tilde{d}_{\pi 2}$ -орбитали хрома со спином вниз заняты, то в результате перекрывания с p<sub>z</sub>-орбиталью аниона происходит деформация (ущемление) p<sub>z</sub>-орбитали. В связи с этим нормированную функцию  $P_z^\downarrow$ -орбитали аниона можно записать в виде:

$$P_z^\downarrow = N_z^\downarrow \left\{ p_z - s_\pi d_{\pi 1}^\downarrow - s_\pi d_{\pi 2}^\downarrow + B_{ns} f_{ns}^\downarrow \right\} \quad (1)$$

В соответствии с условием нормировки для  $P_z^\downarrow$ ,

$$N_z^\downarrow = (1 - 2s_\pi^2 + 2B_{ns}^\downarrow S_{ns}^\downarrow + B_{ns}^{\downarrow 2})^{-1/2} \quad (2)$$

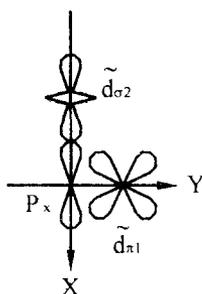
Интегралы перекрывания и переноса Pz- и fns-орбиталей расположенных под углом обменной связи  $\vartheta > 90^\circ$  равны

$$S_{ns}^\downarrow = s_{ns} |\cos \vartheta| \quad \text{и} \quad B_{ns}^\downarrow = b_{ns} |\cos \vartheta| \quad (3)$$

Парный интеграл перекрывания  $s_\pi = \langle p_z | d_\pi \rangle$ , и переноса  $b_\pi = \langle p_z | h | d_\pi \rangle / \Delta E$ .

Подставляя (2, 3) в (1) окончательно получаем вид модифицированной орбитали:

$$P_z^\downarrow = \frac{p_z - s_\pi (\tilde{d}_{\pi 1} + \tilde{d}_{\pi 2}) + b_{ns} f_{ns} |\cos \vartheta|}{\sqrt{1 - 2s_\pi^2 + (2b_{ns} s_{ns} + b_{ns}^2) \cos^2 \vartheta}} \quad (4)$$



$P_x^\downarrow$ -орбиталь. Отличные от нуля интегралы перекрывания с  $p_x$ -орбиталью из всех d-орбиталей соседних ионов хрома будут давать только  $\tilde{d}_{\pi 1}$  и  $\tilde{d}_{\sigma 2}$  (см. рис. 3). Как видно из рисунка с  $p_x$ -орбиталью перекрываются d-орбитали соседних катионов с разными парными интегралами перекрывания  $s_\pi$  и  $s_\sigma$ . Поэтому нормированную функцию  $P_x^\uparrow$ -орбитали аниона можно

Рис. 3 Формирование  $P_x^\downarrow$ -орбитали

записать в виде:

$$P_x^\downarrow = N_x^\downarrow \{ p_x - s_\pi d_\pi + b_\sigma d_\sigma \} \quad (5)$$

Здесь  $N_x^\downarrow$  - нормировочный коэффициент равный

$$N_x^\downarrow = (1 - s_\pi^2 + 2b_\sigma s_\sigma + b_\sigma^2)^{-1/2}$$

После подстановки в (5) имеем:

$$P_x^\downarrow = (p_x - s_\pi d_\pi + b_\sigma d_\sigma) (1 - s_\pi^2 + 2b_\sigma s_\sigma + b_\sigma^2)^{-1/2} \quad (6)$$

Геометрия расположения орбиталей  $p_x$  и  $p_x$  по отношению к  $\tilde{d}_\pi$ - и  $\tilde{d}_\sigma$ -орбиталям отличается только тем, что  $\tilde{d}_\pi$ - и  $\tilde{d}_\sigma$ -орбитали меняются местами, поэтому

$$P_y^\downarrow = P_x^\downarrow \quad (7)$$

### **ВКЛАД В СПИНОВУЮ ЭЛЕКТРОННУЮ ПЛОТНОСТЬ, ОБУСЛОВЛЕННЫЙ d-МЕХАНИЗМОМ**

Влияние лигандных функций на 3d-орбитали центрального катиона  $Cr^{3+}$  проявляется в том, что перенос электронной плотности в  $e_g$ -орбитали со спином вниз приводит к увеличению по абсолютной величине локального СТП на ядре  $Cr^{3+}$ .

Это означает, что этот механизм дает положительный вклад в спиновую электронную плотность в 3d-орбиталях. В то же время механизм перекрывания лигандных орбиталей с  $t_{2g}$ -орбиталями со спином вниз будут давать отрицательные вклады в рассматриваемую величину, так как эти механизмы приводят к уменьшению абсолютной величины СТП. Все перечисленные механизмы приводят к появлению «новых» модифицированных 3D-орбиталей. Они могут быть выражены через линейные комбинации с соответствующими константами нормировки  $N$  «старых» d-орбиталей и членов, содержащих групповые интегралы перекрывания  $S$  и переноса  $B$  с модифицированными лигандными  $\chi_L^\downarrow$ -орбиталями. С учетом этих механизмов для суммарного изменения спинового числа электронов в d-механизме можно записать:

$$\Delta n_{s,3d} = \left(N_{z^2}^\downarrow B_{z^2}^\downarrow\right)^2 + \left(N_{x^2-y^2}^\downarrow B_{x^2-y^2}^\downarrow\right)^2 - \left(N_{xy}^\downarrow S_{xy}\right)^2 - \left(N_{yz}^\downarrow S_{yz}\right)^2 - \left(N_{zx}^\downarrow S_{zx}\right)^2 \quad (8)$$

Для нахождения всех величин входящих в формулу (8) необходимо найти вид для соответствующих модифицированных 3D-орбиталей.

$D_{z^2}^\downarrow$  - и  $D_{x^2-y^2}^\downarrow$ -орбитали. Модифицированная  $D_{z^2}^\downarrow$  орбиталь будет иметь вид:

$$D_{z^2}^\downarrow = N_{z^2}^\downarrow \left\{ d_{z^2} + B_{z^2}^\downarrow \chi_{L,z^2}^\downarrow \right\}, \quad (9)$$

где  $N_{z^2}^\downarrow = \left(1 + 2B_{z^2}^\downarrow S_{z^2}^\downarrow + B_{z^2}^{\downarrow 2}\right)^{-1/2}$ .

Групповые интегралы и константа нормировки определяются выражениями.

$$S_{z^2}^\downarrow = \left\langle d_{z^2} \left| \chi_{L,z^2}^\downarrow \right. \right\rangle = \sqrt{3} \cdot s_\sigma \left(1 - 2s_\pi^2 + (2b_{ms} s_{ms} + b_{ms}^2) \cos^2 \vartheta\right)^{-1/2}$$

$$B_{z^2}^\downarrow = \sqrt{3} \cdot b_\sigma \left(1 - 2s_\pi^2 + (2b_{ms} s_{ms} + b_{ms}^2) \cos^2 \vartheta\right)^{-1/2} \quad \text{и}$$

$$N_{z^2}^\downarrow = \left(1 + \frac{6b_\sigma s_\sigma + 3b_\sigma^2}{1 - 2s_\pi^2 + (2b_{ms} s_{ms} + b_{ms}^2) \cos^2 \vartheta}\right)^{-1/2} \quad (10)$$

Эффекты ковалентности для  $D_{x^2-y^2}^\downarrow$  - и  $D_{z^2}^\downarrow$ -орбиталей идентичны поэтому

$$S_{x^2-y^2}^\downarrow = \left\langle d_{x^2-y^2} \left| \chi_{L,x^2-y^2}^\downarrow \right. \right\rangle = S_{z^2}^\downarrow, \quad B_{x^2-y^2}^\downarrow = B_{z^2}^\downarrow, \quad N_{x^2-y^2}^\downarrow = N_{z^2}^\downarrow \quad (11)$$

$D_{xy}^\downarrow$ ,  $D_{yz}^\downarrow$  - и  $D_{zx}^\downarrow$ -орбитали. Аналогичные выкладки для  $D_{xy}^\downarrow$  орбитали дают:

$$D_{xy}^\downarrow = N_{xy}^\downarrow \left\{ d_{xy} - S_{xy}^\downarrow \chi_{L,xy}^\downarrow \right\} \quad (12)$$

Групповые интегралы и константа нормировки даются выражениями:

$$N_{xy}^\downarrow = \left(1 - S_{xy}^{\downarrow 2}\right)^{-1/2}, \quad \chi_{xy}^\downarrow = 2P_{xy}^\downarrow, \quad S_{xy}^\downarrow = \left\langle d_{xy} \left| \chi_{L,xy}^\downarrow \right. \right\rangle = \frac{2s_\pi}{\sqrt{1 - s_\pi^2 + 2b_\sigma s_\sigma + b_\sigma^2}}$$

и

$$N_{xy}^\downarrow = \left(1 - \frac{4s_\pi^2}{1 - s_\pi^2 + 2b_\sigma s_\sigma + b_\sigma^2}\right)^{-1/2} \quad (13)$$

Учитывая, что симметрия по отношению к  $d_{yz}$ - и  $d_{zx}$ -орбиталей такая же, как и по отношению  $d_{xy}$ , имеем:

$$S_{yz}^\downarrow = S_{zx}^\downarrow = S_{xy}^\downarrow, \quad N_{yz}^\downarrow = N_{zx}^\downarrow = N_{xy}^\downarrow. \quad (14)$$

Как следует из формул (8, 11 и 14) вклад в примесь спинового электронного числа, обусловленный d-механизмом будет равен:

$$\Delta n_{s,3d} = 2 \cdot (N_{z^2}^\downarrow B_{z^2}^\downarrow)^2 - 3 (N_{xy}^\downarrow S_{xy}^\downarrow)^2. \quad (15)$$

Подставив в (15) константы нормировки и групповые интегралы, получим:

$$\Delta n_{s,3d} = \frac{6b_\sigma^2}{1 - 2s_\pi^2 + (2b_{ns}s_{ns} + b_{ns}^2)\cos^2 \vartheta + 6b_\sigma s_\sigma + 3b_\sigma^2} - \frac{12s_\pi^2}{1 - 5s_\pi^2 + 2b_\sigma s_\sigma + b_\sigma^2}. \quad (16)$$

### ВКЛАД В СПИНОВУЮ ЭЛЕКТРОННУЮ ПЛОТНОСТЬ, ОБУСЛОВЛЕННЫЙ s-МЕХАНИЗМОМ

Изменение спинового числа электронов в  $\phi_{4s}$ -оболочке, обусловленное s-механизмом, определяется переносом электронной плотности со спином вниз из модифицированной лигандной орбитали в 4s-орбиталь центрального катиона:

$$\Delta n_{s,4s} = (N_{4s}^\downarrow B_{4s}^\downarrow)^2. \quad (17)$$

Расчет для модифицированной лигандной орбитали по отношению к 4s-орбитали центрального катиона с учетом ковалентности дает

$$\Phi_{4s}^\downarrow = N_{4s}^\downarrow \{ \phi_{4s} + B_{4s}^\downarrow \chi_{l,4s}^\downarrow \}, \quad N_{4s}^\downarrow = (1 + 2B_{4s}^\downarrow S_{4s}^\downarrow + B_{4s}^{\downarrow 2})^{-1/2}$$

и др.

$$\chi_{l,4s}^\downarrow = \sqrt{6} P_{z^2}^\downarrow, \quad S_{4s}^\downarrow = \langle \phi_{4s} | \chi_{l,4s}^\downarrow \rangle = \sqrt{6} \cdot s_{4s} \cdot (1 - 2s_\pi^2 + (2b_{ns}s_{ns} + b_{ns}^2)\cos^2 \vartheta)^{-1/2}$$

$$B_{4s}^\downarrow = \sqrt{6} \cdot b_{4s} (1 - 2s_\pi^2 + (2b_{ns}s_{ns} + b_{ns}^2)\cos^2 \vartheta)^{-1/2} \quad (18)$$

$$N_{4s}^\downarrow = \left( 1 + \frac{12b_{4s}s_{4s} + 6b_{4s}^2}{1 - 2s_\pi^2 + (2b_{ns}s_{ns} + b_{ns}^2)\cos^2 \vartheta} \right)^{-1/2}. \quad (19)$$

Подстановка равенств (18, 19) в (17) позволяет получить аналитическое выражение вклада в примесь спинового электронного числа, обусловленное s-механизмом.

$$\Delta n_{s,4s} = \frac{6b_{4s}^2}{1 - 2s_\pi^2 + (2b_{ns}s_{ns} + b_{ns}^2)\cos^2 \vartheta + 12b_{4s}s_{4s} + 6b_{4s}^2}. \quad (20)$$

### КАТИОН В ТЕТРАЭДРИЧЕСКОМ ОКРУЖЕНИИ

Рассмотрим шпинель, у которой в октаэдрическом окружении лигандами находится ион хрома, а тетраэдрическом катион с электронной конфигурацией  $(n-1)d^{10}ns^{2-x}$ , где  $x$  – ковалентная примесь электронов. По-прежнему считаем, что

спины катионов хрома направлены вниз. Между этими катионами и лигандами образуется ковалентная связь в результате переноса электронной плотности от нейтральных атомов катионов на р- орбитали лиганда. При этом на р- орбиталях лиганда в пределе (ионная связь) могут перейти не более двух электронов со спинами направленными вниз. При ковалентной связи нужно ожидать переноса электронов с  $f_{ns}^\downarrow$ -орбитали катиона в свободную  $\chi_L^\downarrow$ - орбиталь лигандов и перекрывания  $\chi_L^\uparrow$ - орбитали лигандов с  $f_m^\uparrow$ -орбиталью. Изменение спинового числа электронов в  $f_{4s}$ -оболочке, обусловленное s-механизмом будет равно:

$$\Delta n_{s,ns} = \Delta n_{s,ns}^\downarrow + \Delta n_{s,ns}^\uparrow \quad (21)$$

$\psi_{ns}^\downarrow$ -орбиталь. Для нахождения примесей рассмотрим кластер (см. рис.4), в центре 0 которого находится немагнитный катион в тетраэдрическом окружении анионов расположенных в точках 1÷4. В точках 5÷7 расположены  $d_{\sigma}^\downarrow$ ,  $d_{\pi}^\downarrow$ - и  $f_{4s}^\downarrow$ - орбитали соседних катионов  $Cr^{3+}$ .

Без учета ковалентности линейная комбинация орбиталей лигандов по отношению к  $f_{ns}^\downarrow$ -орбитали немагнитного катиона имеет вид:

$$\chi_{L,ns}^\downarrow = \frac{1}{\sqrt{12}} \sum_{i=1}^4 (P_{xi}^\downarrow + P_{yi}^\downarrow + P_{zi}^\downarrow) \quad (22)$$

Здесь все  $P^\downarrow$ -орбитали стоящие в скобках – модифицированные р-орбитали аниона  $d_{\sigma}^\downarrow$ ,  $d_{\pi}^\downarrow$ - и  $f_{4s}^\downarrow$ -орбиталями соседних катионов  $Cr^{3+}$ .

Из рис. 5 следует, что геометрия расположения орбиталей  $p_x$ ,  $p_y$  и  $p_z$  по отношению к  $\tilde{d}_{\pi}$ - и  $\tilde{d}_{\sigma}$ -орбиталям отличается только тем, что  $\tilde{d}_{\pi}$ - и  $\tilde{d}_{\sigma}$ -орбитали меняются местами, поэтому

$$P_{xi}^\downarrow = P_{yi}^\downarrow = P_{zi}^\downarrow = P_{xi}^\downarrow \quad (23)$$

С учетом (23) равенство (22) будет иметь вид:

$$\chi_{L,ns}^\downarrow = \sqrt{12} P_{x1}^\downarrow \quad (24)$$

В свою очередь  $P_{x1}^\downarrow$ -орбиталь можно представить в виде:

$$P_{x1}^\downarrow = N_{x1}^\downarrow (p_x - s_{\pi} d_{\pi 5}^\downarrow - s_{\pi} d_{\pi 7}^\downarrow + b_{\sigma} d_{\sigma 6}^\downarrow + b_{4s} f_{4s 6}^\downarrow), \quad (25)$$

где

$$N_{x1}^\downarrow = (1 - 2s_{\pi}^2 + 2b_{\sigma} s_{\sigma} + b_{\sigma}^2 + 2b_{4s} s_{4s} + b_{4s}^2)^{-1/2} \quad (26)$$

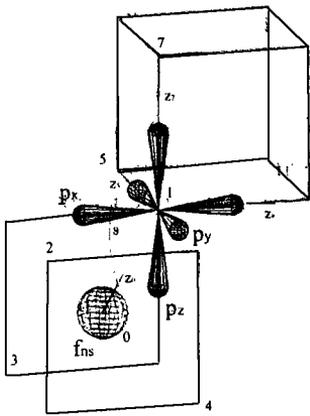


Рис. 4 Формирование  $f_{ns}$ - орбитали

При взаимодействии лигандной  $\chi_L^\downarrow$ -орбитали с  $f_{ns}^\uparrow$ -орбиталью получается «новая волновая функция

$$\psi_{L,ns}^\downarrow = N_{ns}^\downarrow (\chi_{L,ns}^\downarrow + B_{ns}^\downarrow f_{ns}^\downarrow), \quad (27)$$

где  $N_{ns}^\downarrow = (1 + 2B_{ns}^\downarrow S_{ns}^\downarrow + B_{ns}^{\downarrow 2})^{-1/2}$ , а  $B_{ns}^\downarrow$  и  $S_{ns}^\downarrow$  — соответственно групповые интегралы переноса и перекрытия этих орбиталей. С учетом равенств (26,27) можно записать:

$$S_{ns}^\downarrow = \langle f_{ns}^\downarrow | \chi_{L,ns}^\downarrow \rangle = \sqrt{12} N_{x1}^\downarrow s_{ns} |\cos \vartheta|, \quad B_{ns}^\downarrow = \sqrt{12} N_{x1}^\downarrow b_{ns} |\cos \vartheta|, \\ N_{ns}^\downarrow = (1 + 12 N_{x1}^{\downarrow 2} (2b_{ns} s_{ns} + b_{ns}^2) \cos^2 \vartheta)^{-1/2} \quad (28)$$

Изменение спинового числа электронов в  $f_{ns}^\downarrow$ -оболочке, обусловленное s-механизмом будет равно:

$$\Delta n_{s,ns}^\downarrow = (N_{ns}^\downarrow B_{ns}^\downarrow)^2 \quad (29)$$

$\psi_{ns}^\uparrow$ -орбиталь. При взаимодействии лигандной  $\chi_L^\uparrow$ -орбитали с  $f_{ns}^\uparrow$ -орбиталью получается «новая волновая функция

$$\psi_{L,ns}^\uparrow = N_{ns}^\uparrow (\chi_{L,ns}^\uparrow - S_{ns}^\uparrow f_{ns}^\uparrow), \quad (30)$$

где  $N_{ns}^\uparrow = (1 - S_{ns}^{\uparrow 2})$ . В данном случае  $p^\uparrow$ -орбитали лиганда не взаимодействуют с орбиталями соседних катионов  $Cr^{3+}$  и поэтому:

$$S_{ns}^\uparrow = \langle f_{ns}^\uparrow | \chi_{L,ns}^\uparrow \rangle = \sqrt{12} \langle f_{ns}^\uparrow | p_{x1}^\uparrow \rangle = \sqrt{12} s_{ns} |\cos \vartheta| \quad \text{и} \quad N_{ns}^\uparrow (1 - 12 s_{ns}^2 \cos^2 \vartheta). \quad (31)$$

Изменение спинового числа электронов в  $f_{ns}^\uparrow$ -оболочке, обусловленное s-механизмом будет равно:

$$\Delta n_{s,ns}^\uparrow = (N_{ns}^\uparrow S_{ns}^\uparrow)^2 \quad (32)$$

После подстановки равенств (28, 29, 31 и 32) в (21) получим конечное выражение для изменения спинового числа электронов в  $f_{4s}$ -оболочке

$$\Delta n_{s,ns} = \left( \frac{b_{ns}^2}{1 - 2s_\pi^2 + 2b_\sigma s_\sigma + b_\sigma^2 + 2b_{4s} s_{4s} + b_{4s}^2 + 12(2b_{ns} s_{ns} + b_{ns}^2) \cos^2 \vartheta} + \frac{s_{ns}^2}{1 - 12s_{ns}^2 \cos^2 \theta} \right) 12 \cos^2 \vartheta \quad (33)$$

### СВЕРХТОНКОЕ ПОЛЕ НА ЛИГАНДАХ

Природа возникновения СТП на ядрах лигандов связана с эффектами ковалентности, которые создают различные изменения спинового электронного числа в p-орбиталях с противоположно направленными спинами. При этом результирующая примесь спинового электронного числа будет равна

$$\Delta n_{s,p} = \Delta n_{s,p}^{\downarrow} - \Delta n_{s,p}^{\uparrow} \quad (34)$$

Для нахождения этих примесей рассмотрим образование молекулярных орбиталей  $\chi_{px}^{\downarrow}$  и  $\chi_{px}^{\uparrow}$  в результате взаимодействия соответствующих р-орбиталей с орбиталями соседних катионов.

$\chi_{px}^{\downarrow}$ -орбиталь. Согласно рис. 4 для этой орбитали можно записать

$$\chi_{px}^{\downarrow} = N_{px}^{\downarrow} \left( p_x^{\downarrow} - s_{\pi} d_{\pi s}^{\downarrow} - s_{\pi} d_{\pi 7}^{\downarrow} + b_{\sigma} d_{\sigma 6}^{\downarrow} + b_{4s} \phi_{4s}^{\downarrow} + b_{ns} f_{ns}^{\downarrow} \cos \vartheta \right) \quad (35)$$

где  $N_{px}^{\downarrow} = \left( 1 - 2s_{\pi}^2 + 2b_{\sigma} s_{\sigma} + b_{\sigma}^2 + 2b_{4s} s_{4s} + b_{4s}^2 + (2b_{ns} s_{ns} + b_{ns}^2) \cos^2 \vartheta \right)^{-1/2}$ .

Из (35) следует, что

$$\Delta n_{s,px}^{\downarrow} = (b_{\sigma}^2 + b_{4s}^2 + b_{ns}^2 \cos^2 \vartheta - 2s_{\pi}^2) N_{px}^{\downarrow 2} \quad (36)$$

Учитывая равенства (23, 36) можно записать

$$\Delta n_{s,p}^{\downarrow} = 3\Delta n_{s,px}^{\downarrow} = \frac{3(b_{\sigma}^2 + b_{4s}^2 + b_{ns}^2 \cos^2 \vartheta - 2s_{\pi}^2)}{1 - 2s_{\pi}^2 + 2b_{\sigma} s_{\sigma} + b_{\sigma}^2 + 2b_{4s} s_{4s} + b_{4s}^2 + (2b_{ns} s_{ns} + b_{ns}^2) \cos^2 \vartheta} \quad (37)$$

$\chi_{px}^{\uparrow}$ -орбиталь. Эта орбиталь формируется перекрыванием  $p_x^{\uparrow}$ - и  $f_{ns}^{\uparrow}$ -орбиталей

$$\chi_{px}^{\uparrow} = N_{px}^{\uparrow} \left( p_x^{\uparrow} - s_{ns} f_{ns}^{\uparrow} \cos \vartheta \right) \quad (38)$$

где  $N_{px}^{\uparrow} = \left( 1 - s_{ns}^2 \cos^2 \vartheta \right)$ .

В таком случае примесь спинового числа электронов будет равна

$$\Delta n_{s,p}^{\uparrow} = 3\Delta n_{s,px}^{\uparrow} = \frac{3s_{ns}^2 \cos^2 \vartheta}{1 - s_{ns}^2 \cos^2 \vartheta} \quad (39)$$

Подставляя равенства (37, 39) в (34) получим

$$\Delta n_{s,p} = \frac{3(b_{\sigma}^2 + b_{4s}^2 + b_{ns}^2 \cos^2 \vartheta - 2s_{\pi}^2)}{1 - 2s_{\pi}^2 + 2b_{\sigma} s_{\sigma} + b_{\sigma}^2 + 2b_{4s} s_{4s} + b_{4s}^2 + (2b_{ns} s_{ns} + b_{ns}^2) \cos^2 \vartheta} - \frac{3s_{ns}^2 \cos^2 \vartheta}{1 - s_{ns}^2 \cos^2 \vartheta} \quad (40)$$

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе впервые рассмотрены эффекты ковалентности, возникающие при косвенных сверхобменных взаимодействиях соседних катионов хрома, находящихся в октаэдрической позиции и катионов с электронной конфигурацией  $(n-1)d^{10}ns^{2-x}$ , находящихся в тетраэдрической позиции. Получены аналитические выражения изменений электронных плотностей, дающих вклад  $N_{cov}$  в СТП. Эти выражения позволяют не только определить неизвестные параметры переноса по известным значениям СТП на ядрах рассматриваемых катионов и анионов, но и

## **Сверхобменные взаимодействия и ковалентные эффекты в хромовых халькошпинелях**

---

предсказывать ковалентные вклады в СТП лигандов или катионов, находящихся в тетраэдрической позиции.

### **Список литературы**

1. Арифов Л. Я., Бержанский В. Н., Сорокин Ю. В. Эффекты Ковалентности и электрон-ядерные взаимодействия в халькогенидных шпинелях хрома. Ученые записки ТНУ, №13. Том 2. Биология. Математика. Физика. Химия
2. Николаев В. И., Русаков В. С. Мёсбауэровские исследования ферритов. М. И-во МГУ 1985.

Статья поступила в редакцию 02.04.2001 г.

УДК 537.635

*Рябушкин Д.С., Борисов В.В.*

## МЕТОД АППРОКСИМАНТОВ В ТЕОРИИ ЯДЕРНОГО МАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА

Вычисление формы линии (спада свободной прецессии – ССП) ядерного магнитного резонанса относится к числу традиционных задач теории ЯМР. Несмотря на значительный прогресс теории и практики радиоспектроскопии, а также активное внедрение мощной компьютерной техники, данная проблема ещё далека от разрешения. Это связано прежде всего с многочастичным характером исследуемых систем, что практически исключает точное решение.

В этой связи приходится использовать различные приближённые подходы. Выбор того или иного метода анализа определяется особенностями конкретного образца. В частности, широко используются следующие методики.

1. Метод моментов, позволяющий вычислять некоторые характеристики линии поглощения точно. Наибольшее распространение здесь получили второй и четвёртый моменты, в ряде случаев исследуется шестой момент. Очевидно, что для полного описания линии ЯМР потребовалось бы вычисление бесконечного числа моментов, что невозможно.

2. Точное решение задачи для простых модельных систем, например, для двух спинов, связанных диполь-дипольным взаимодействием, или выделенного квадрупольного ядра. Результаты этого подхода могут быть использованы в ряде практических случаев и, кроме того, служат надёжным критерием правильности любой теории резонансного поглощения.

3. Представление импульсного сигнала в виде степенного ряда по времени, в котором каждое последующее слагаемое намного меньше предыдущего. Этот способ связан с теорией моментов и наиболее полезен при исследовании начального участка отклика. В случае больших времён наблюдается резкое расхождение с экспериментом, так как бесконечный ряд приходится обрывать, а это приводит к расходимости сигнала.

4. Установление *a priori* закона распределения локальных полей на ядрах с последующим приближённым решением задачи. В простейшем случае выбирается гауссова функция распределения, а молекулярный процесс считается марковским.

5. Использование компьютерных расчётов, позволяющих в численном виде анализировать поведение достаточно сложных систем.

6. Применение аппроксимирующих функций. Этот метод позволяет выражать отклик системы через моменты линии поглощения, т.е. величины, которые могут быть вычислены точно. При этом не возникает проблем, упомянутых в пункте 3, так как при любой точности решение представляет сходящуюся функцию.

В настоящей работе метод аппроксимирующих функций используется в приложении к гетероядерным спиновым системам, включающим два сорта ядер – резонирующие и нерезонирующие (соответственно I и S). Эксперимент состоит в последовательном воздействии на ядерную спиновую систему серии из двух импульсов, частоты заполнения которых различны и близки к ларморовским частотам ядер I и S. Наблюдающееся при этом эхо обладает тем преимуществом перед одночастотными сигналами, что нерезонансные импульсы не приводят к появлению проблемы "мёртвого" времени и таким образом появляется возможность регистрации сигнала сразу после окончания действия импульса.

Рассмотрим формирование эха на примере последовательности  $90^\circ_1 - \tau - \beta^\circ_s$ , где  $90^\circ_1$  и  $\beta^\circ_s$  - радиочастотные импульсы, действующие во вращающейся системе координат (ВСК) на спины соответствующего сорта,  $\tau$  - временной интервал между импульсами. Принимается, что подаваемые импульсы имеют нулевую длительность и потому действуют как операторы поворота (см. Рис. 1).

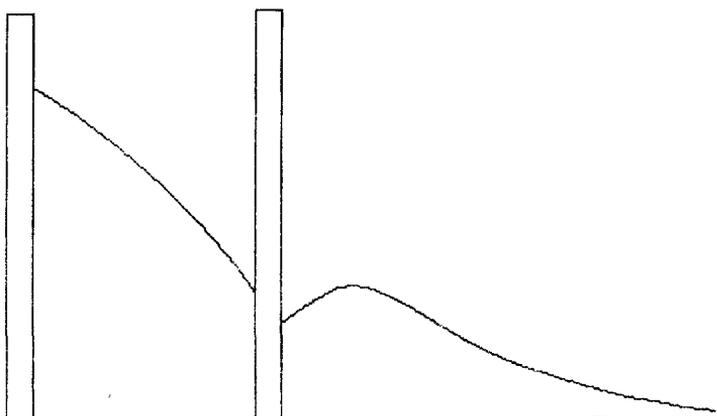


Рис 1. Наблюдение двухимпульсного эха в гетероядерных системах. После первого импульса формируется сигнал спада свободной прецессии ядер сорта I.

Гамильтониан системы представим в виде:

$$H = H_{II} + H_{IS} + H_{SS},$$

где  $H_{II}$ ,  $H_{IS}$ ,  $H_{SS}$  - секулярные части гамильтонианов диполь-дипольных взаимодействий (считается, что внешнее поле является сильным). Индексы указывают, спины какого сорта участвуют во взаимодействии.

Для решения задачи воспользуемся формализмом матрицы плотности – приёмом, хорошо отработанным в теории импульсного магнитного резонанса. В этом случае сигнал отклика можно представить в виде

$$V(t+\tau) = \text{Sp}(\rho(t) I_X),$$

где  $\rho(t)$  – матрица плотности системы во вращающейся системе координат.

Для определения  $\rho(t)$  воспользуемся уравнением Лиувилля:

$$\rho(\Omega_i, t) = i[\rho(t), H]$$

Здесь в левой части уравнения стоит частная производная по времени, постоянная Планка включена в обозначение гамильтониана. В качестве начального условия используется

$$\rho(0^-) = \gamma_I I_z + \gamma_S I_z,$$

где  $\gamma_I$  и  $\gamma_S$  – гиромагнитные отношения ядер I и S соответственно.

После первого  $90^\circ$  – импульса матрица плотности переходит в

$$\rho(0^+) = \gamma_I I_x + \gamma_S I_z.$$

Дальнейшее развитие  $\rho(t)$  будет определяться уравнением Лиувилля. Используя методику, развитую в [1–4], получим:

$$V(t, \tau) = \text{Sp}\{I_x^*(t) R I_x(\tau) R^{-1}\},$$

где R – оператор поворота, соответствующий второму импульсу,  $I_x(\tau)$  определяется выражением

$$I_x(\tau) = \exp(-iH\tau) I_x \exp(iH\tau),$$

а знак \* обозначает комплексное сопряжение.

Введём обозначения:

$$\begin{aligned} |0\rangle &= |I_x\rangle, \\ |1\rangle &= |[I_x, H]\rangle, \\ |2\rangle &= |[ [I_x, H], H ]\rangle - \langle 0|L^2|0\rangle \cdot |I_x\rangle / \langle 0|0\rangle, \end{aligned}$$

Здесь и далее символом L обозначен супероператор [..., H]. Используя введённые обозначения, получим для отклика:

$$V(t, \tau) = \sum_k A_k(\tau) A_k^*(t) \langle n|R_S k R_S^{-1}\rangle / \langle 0|0\rangle,$$

где суммирование проводится по k и n.

Оставляя в последнем выражении слагаемые до первого порядка включительно, находим

$$V(t, \tau) = A_0(\tau) A_0^*(t) - A_1(\tau) A_1^*(t) (M_{2IS} \cos\beta + M_{2II}), \quad (1)$$

где  $A_1 = i/(M_{2IS} + M_{2II}) \cdot dA_0/dt$ ,

$M_{2IS} + M_{2II}$  – суммарный вклад во второй момент гетеро- и гомоядерного взаимодействия.

Для проверки полученной формулы выберем спад свободной прецессии в виде

$$A_0(t) = \exp\{-1/2 \cdot (M_{2IS} + M_{2II}) \cdot t^2\}. \quad (2)$$

Тогда разложение  $V(t, \tau)$  в ряд даёт известную формулу [5]:

$$V(t+\tau) = 1 - M_{2IS} \cdot (t-\tau)^2/2! - M_{2II} \cdot (t+\tau)^2/2! + \dots$$

Анализ (1) даже в простейшем случае гауссовой линии позволяет обнаружить интересную особенность эха формироваться на временах, меньших временной задержки  $\tau$ . Только в том случае, если время между импульсами достаточно мало, пик сигнала приходится на момент  $t = \tau$ . Указанная особенность ранее неоднократно

наблюдалась на эксперименте, но теоретическое истолкование получила лишь в рамках метода аппроксимантов.

Полученный результат легко обобщается на случай динамической решётки, при этом – вне зависимости от используемого выражения ССП – в температурной зависимости амплитуды эха наблюдается характерный минимум.

#### **Список литературы**

1. Lado F., Memory J.D., Parker G. //Phys. Rev. B. – 1971. – v.4 – №5 – p.1406-1422.
2. Н.А.Сергеев, А.В.Сапига, Д.С.Рябушкин. Форма сигнала солид-эха в ЯМР твёрдого тела//Физика твёрдого тела – 1989. – т.31 – №2 – с.294- 296.
3. Н.А.Сергеев, А.В.Сапига, Д.С.Рябушкин. Псевдоэхо в ЯМР твёрдого тела //Письма в ЖЭТФ – 1989. – т.49 – вып.6 – с.323-326.
4. Н.А.Сергеев, А.В.Сапига, Д.С.Рябушкин. Солид-эхо в кристаллогидратах //Укр.физ.журнал – 1990. – т.35 – №3 – с.434-437.
5. Terao T., Matsui S. Indirectly induced NMR spin echoes in solids// Phys. Rev. B – 1980. – №9. – p. 3781-3784.

Статья поступила в редакцию 06.04.2001 г.

УДК 537.612

*Фридман Ю.А., Космачев О.А.*

## ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ ПО ДАВЛЕНИЮ И СПЕКТРЫ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ ФЕРРОМАГНЕТИКА СО СЛОЖНОЙ ОДНОИОННОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ

### ВВЕДЕНИЕ

В последнее время большой интерес вызывают исследования магнитоупорядоченных систем с одноионной анизотропией (ОА) более сложной, чем одноосная [1-5]. Это, прежде всего, связано с новыми технологическими возможностями. Так, например, активно исследуются так называемые разориентированные магнетики [1-3] и магнетики с «наклонной» анизотропией [4,5].

Однако, сравнение теоретических исследований с экспериментальными результатами существенно осложняет то обстоятельство, что зачастую при построении теоретической модели не учитываются реальные граничные условия на поверхности образца. Это действительно сложная проблема, хотя некоторые попытки в этом направлении предпринимались [6,7].

Наиболее простой способ учета механических граничных условий, не требующий, например, построения вращательно инвариантной теории [6], является учет внешнего давления [7]. Так в работе [8] было экспериментально показано, что учет одноосного давления эквивалентен учету приклейки образца. В связи с этим, представляет интерес изучить магнитные состояния и динамические свойства двухосного ферромагнетика с наклонной анизотропией, подверженного одноосному давлению.

### ОДНОИОННАЯ ЗАДАЧА

В качестве исследуемой системы рассмотрим двухосный ферромагнетик, в котором также присутствует одноионная анизотропия, действующая не в базисной плоскости («наклонная» анизотропия). Также система подвержена действию внешнего давления, компоненты которого равны  $P_x, P_y, P_z$ . Для того, чтобы аккуратно учесть влияние внешнего давления, необходимо кроме упругой энергии кристалла учесть также и магнитоупругую энергию.

Это приводит к тому, что в ферромагнетике уже не существуют независимые магнитные и упругие возбуждения, а реализуются гибридные возбуждения – магнитоупругие (МУ) волны [9].

Гамильтониан такого ферромагнетика может быть представлен в виде:

$$\begin{aligned}
 H = & -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} \{I(n-n') \bar{S}_n \bar{S}_{n'}\} - B_2^0 \sum_n \{3(S_n^z)^2 - S(S+1)\} - \\
 & - B_2^2 \sum_n \frac{1}{2} \{(S_n^+)^2 + (S_n^-)^2\} - B_2^{zx} \sum_n \{S_n^z S_n^x + S_n^x S_n^z\} + \nu \sum_n u_{ij}(n) S'_n S'_n + (1) \\
 & + \int dr \left\{ \frac{\lambda + \eta}{2} \sum_i u_n^2 + \eta \sum_{i \neq j} u_{ij}^2 + \lambda \sum_{i \neq j} u_n u_{ij} + \sum_i P_i u_n \right\},
 \end{aligned}$$

где  $S'_j$  – спиновые операторы в узле  $n$ ,  $I(n-n') > 0$  – константа гейзенберговского обмена,  $B_2^0, B_2^2, B_2^{zx}$  – константы ОА,  $\nu$  – константа МУ взаимодействия,  $u_{ij}(n)$  – компоненты тензора упругих деформаций,  $\lambda, \eta$  – упругие модули,  $P_i$  – компоненты внешнего давления.

Далее ограничимся рассмотрением случая, когда спин магнитного иона равен единице  $S = 1$ .

Феноменологический анализ фазовых состояний показывает, что в рассматриваемой системе могут реализовываться два магнитных состояния:  $\Phi M_y$ -фаза, с намагниченностью, параллельной оси  $OY$ ; и  $\Phi M_{zx}$ -фаза, с намагниченностью, лежащей в плоскости  $ZOX$  под углом  $\theta$  к оси  $OZ$ , равном

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2B_2^{zx}}{3B_2^0 - B_2^2 + \frac{\nu}{\eta}(P_z - P_x)},$$

который, как видно из последнего выражения, существенно зависит от приложенного давления.

Дальнейшие вычисления будем проводить, используя технику операторов Хаббарда [10,11]. Это связано с тем, что хотя простой феноменологический анализ и позволяет определить фазовые состояния системы, тем не менее, теряется информация, связанная с квантовыми свойствами системы [12].

Предположим, что система находится в  $\Phi M_y$  – фазе, кроме того, будем исследовать поведение ферромагнетика при низких температурах ( $T \ll T_c$ , где  $T_c$  – температура Кюри).

Выделяя в обменной части гамильтониана (1) среднее поле, направленное вдоль оси  $OY$ , получим одноионный гамильтониан:

$$H_0(n) = -\bar{H} S_n^y - B_2^0 O_{2n}^0 - B_2^2 O_{2n}^2 - B_2^{zx} O_{2n}^{zx} + \nu S'_n S'_n u_y(n), \quad (2)$$

где  $\bar{H} = I_0 \langle S^y \rangle$ ;  $I_0 = \sum_{n'} I(n-n')$ ;  $O_{2n}^0 = 3(S_n^z)^2 - 2$ ;  $O_{2n}^{zx} = S_n^z S_n^x + S_n^x S_n^z$ ;

$$O_{2n}^2 = \frac{1}{2} [(S_n^+)^2 + (S_n^-)^2].$$

Решая с гамильтонианом (2) одноионную задачу, получим энергетические уровни магнитного иона

$$E_{\pm} - E_0 = \frac{3}{2} (B_2^2 + B_2^0) - a_0 - \Delta_{yz} - \Delta_{yx} \mp \rho, \quad (3)$$

где 
$$a_0 = \frac{v^2}{2\eta}, \quad \Delta_y = \frac{v}{2\eta} (P_i - P_j),$$

$$\rho^2 = \bar{H}^2 + (B_2^{zx} + a_0 \sin 2\chi \sin \mu)^2 + \left( \frac{B_2^2 - 3B_2^0}{2} + a_0 \sin 2\chi \cos \mu + \Delta_{yz} - \Delta_{yx} \right)^2.$$

и собственные векторы гамильтониана  $H_0$ :

$$|\Psi_+\rangle = \cos \chi |+\rangle + e^{-i\mu} \sin \chi |-\rangle; |\Psi_0\rangle = |\tilde{0}\rangle; |\Psi_-\rangle = -e^{i\mu} \sin \chi |+\rangle + \cos \chi |-\rangle. \quad (4)$$

В (4) введены следующие обозначения:

$$|\pm\rangle = \pm \frac{1}{2} |1\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}} |0\rangle \mp \frac{1}{2} |-1\rangle; \quad |\tilde{0}\rangle = -\frac{i}{\sqrt{2}} (|1\rangle + |-1\rangle),$$

$$\operatorname{tg} \mu = \frac{2B_2^{zx}}{B_2^2 - 3B_2^0 + 2(\Delta_{yz} - \Delta_{yx})}, \quad \sin 2\chi \cdot \sin \mu = \frac{B_2^{zx}}{(I_0 - a_0)}. \quad (5)$$

На собственных векторах (4) гамильтониана  $H_0$  построим операторы Хаббарда  $X^{M'M} = |\Psi(M')\rangle \langle \Psi(M)|$  [10,11], описывающие переход магнитного иона из состояния  $M'$  в состояние  $M$ .

Связь спиновых операторов с операторами Хаббарда определяется формулами:

$$S^+ = i(X^{++} - X^{--}) \cdot \cos 2\chi - i(X^{+-} e^{i\mu} + \text{э.с.}) \cdot \sin 2\chi -$$

$$- \left( \frac{\cos \chi + \sin \chi \cdot e^{i\mu}}{\sqrt{2}} X^{+0} + \frac{\cos \chi - \sin \chi \cdot e^{i\mu}}{\sqrt{2}} X^{0-} + \text{э.с.} \right), \quad (6)$$

$$S^z = -i \left( \frac{\cos \chi - \sin \chi \cdot e^{i\mu}}{\sqrt{2}} X^{+0} + \frac{\cos \chi + \sin \chi \cdot e^{i\mu}}{\sqrt{2}} X^{0-} + \text{э.с.} \right), \quad S^- = (S^+)^{\dagger}.$$

Отметим, что параметр МУ связи  $a_0$ , входящий в (3) связан со спонтанными деформациями кристаллической решетки  $u_{ij}^{(0)}$ , которые в свою очередь

определяются из условия минимума плотности свободной энергии, и в низкотемпературном пределе спонтанные деформации имеют вид:

$$u_{xx}^{(0)} + u_{zz}^{(0)} = \frac{\lambda(v + 2P_y - P_x - P_z) - \eta(v + P_x + P_z)}{\eta(3\lambda + \eta)},$$

$$u_{xx}^{(0)} - u_{zz}^{(0)} = -\frac{v \sin 2\chi \cdot \cos \mu - P_z + P_x}{\eta},$$

$$u_{yy}^{(0)} = -\frac{\lambda(v + 2P_y - P_x - P_z) + \eta(v + P_y)}{\eta(3\lambda + \eta)}, \quad u_{zx}^{(0)} = -\frac{v \sin 2\chi \cdot \sin \mu}{2\eta}.$$

Компоненты тензора деформаций представим в виде  $u_{ij} = u_{ij}^{(0)} + u_{ij}^{(1)}$ , где  $u_{ij}^{(0)}$  – спонтанные деформации, определенные выше,  $u_{ij}^{(1)}$  – динамическая часть тензора деформаций, описывающая колебания узлов кристаллической решётки. Выделяя в одноузельном гамильтониане слагаемые, пропорциональные динамической части тензора деформаций, и проквантовав  $u_{ij}^{(1)}$  стандартным образом [13], из одноузельного гамильтониана, получим гамильтониан трансформаций, описывающий процессы трансформации магнонов в фононы и обратно:

$$H_{TR} = \sum_n \left[ \sum_M P_M H_n^M + \sum_\alpha P_\alpha X_n^\alpha \right].$$

Здесь  $P_{M(\alpha)} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k,\lambda} (b_{k,\lambda} + b_{k,\lambda}^+) T_n^{M(\alpha)}(k,\lambda)$ ;  $b_{k,\lambda}^+, (b_{k,\lambda})$  – операторы рождения (уничтожения) фононов с поляризацией  $\lambda$ .  $N$  – число узлов в кристаллической решётке,  $T_n^{M(\alpha)}(k,\lambda)$  – амплитуды трансформаций  $\lambda$ -поляризованных фононов,  $\alpha(p,q) \equiv \alpha$  – корневые векторы.

Как хорошо известно [14], спектры элементарных возбуждений определяются полюсами функции Грина

$$G^{\alpha\alpha'}(n, \tau; n', \tau') = -\langle \hat{T} \tilde{X}_n^\alpha(\tau) \tilde{X}_{n'}^{\alpha'}(\tau') \rangle, \quad (7)$$

где  $\hat{T}$  – оператор Вика,  $\tilde{X}_n^\alpha(\tau) = \exp(\mathbf{H}\tau) X_n^\alpha \exp(-\mathbf{H}\tau)$  – оператор Хаббарда в гейзенберговском представлении,  $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_{TR} + \mathbf{H}_{in}$ .

Уравнение типа Ларкина для функции Грина имеет стандартный вид [11]. Это уравнение удаётся решить благодаря расщепляющейся зависимости от  $\alpha$ . Учитывая, что в приближении среднего поля неприводимая по Ларкину часть имеет вид  $\Sigma^{\alpha\alpha'} = \delta_{\alpha\alpha'} b(\alpha) G_0^\alpha(\omega_n)$ ;  $b(\alpha) = \langle \tilde{\alpha} \tilde{H} \rangle_0$  – концевой множитель [11];

$G_0^\alpha(\omega_n) = [i\omega_n + \bar{\alpha}\bar{E}]^{-1}$  – нулевая функция Грина, получаем дисперсионное уравнение связанных МУ волн:

$$\det \|\delta_{ij} + X_{ij}\| = 0; \quad i, j=1, 2, 3, \quad (8)$$

где

$$X_{ij} = G_0^\alpha(\omega_n) b(\alpha) c_{ij}(\alpha) +$$

$$B^0(k, \lambda, \lambda') T^{-\alpha}(k, \lambda) G_0^\alpha(\omega_n) b(\alpha) T^\beta(-k, \lambda') G_0^\beta(\omega_n) b(\beta) c_{ij}(\alpha, \beta);$$

$$B^0(k, \lambda, \lambda') = \frac{D_\lambda(k, \omega_n)}{1 - Q_{\lambda\lambda'} D_\lambda(k, \omega_n)}; \quad Q_{\lambda\lambda'} = T^\alpha(k, \lambda) G_0^\alpha(\omega_n) b(\alpha) T^{-\alpha}(k, \lambda');$$

$$c_{ij}(\alpha, \beta) = a_{ik}(\alpha, \beta) A_{kj}; \quad a_{ik}(\alpha, \beta) = c_i(\alpha) c_k(\beta).$$

Необходимо отметить, что поскольку все одноионные корреляции нами учитывались точно, то уравнение (8) справедливо при произвольных значениях констант ОА, соотношениях между константами обменного взаимодействия и произвольных температурах.

### СПЕКТРЫ СВЯЗАННЫХ МУ ВОЛН

Как уже отмечалось ранее, в системе, в отсутствие внешнего магнитного поля, реализуются две магнитные фазы: коллинеарная ферромагнитная  $\Phi M_y$  – фаза, с направлением вектора намагниченности вдоль оси  $OY$ , и угловая –  $\Phi M_{zx}$  – фаза, с выделенным направлением вектора намагниченности в плоскости  $ZOX$ . Отметим, что в случае  $B_2^{zx} = 0$ , в системе  $\Phi M_{zx}$  – фаза не реализуется, а существуют три коллинеарные фазы:  $\Phi M_y$ ,  $\Phi M_x$  и  $\Phi M_z$  [15].

Рассмотрим дисперсионное уравнение (8), предполагая, что система находится в  $\Phi M_y$  – фазе, вблизи линии ФП в угловую  $\Phi M_{zx}$  – фазу. Параметром порядка является намагниченность (на один узел), которая при  $T \rightarrow 0$  равна

$$\langle S \rangle = \cos 2\chi = \left[ 1 - \frac{(2B_2^{zx})^2 + (B_2^2 - 3B_2^0 + 2(\Delta_{yz} - \Delta_{yx}))^2}{4(I_0 - a_0)^2} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (9)$$

Рассмотрим вначале самый простой случай, когда волновой вектор  $\vec{k}$  параллелен оси  $OY$ . В такой геометрии отличными от нуля компонентами единичного вектора поляризации фононов являются  $e_i^x, e_\tau^z, e_l^y$ .

Решая дисперсионное уравнение (8), получим спектр высокочастотной магнитной моды, не взаимодействующей с упругой подсистемой, и спектр низкочастотной квазимагнитной моды:

$$\varepsilon_1^2(k) = (E_{+0} + I(k))^2 - (I(k) \sin 2\chi)^2, \quad (10)$$

активно взаимодействующей вблизи линии ФП с квазифононной  $t$  – поляризованной ветвью, спектр которой имеет вид:

$$\omega_1^2(k) = \omega_t^2(k) \left( 1 + 2a_0 \frac{E_{+0} + I(k)(1 + \sin^2 2\chi)}{(E_{+0} + I(k))^2 - (I(k) \sin 2\chi)^2} \right), \quad (11)$$

подставляя в выражения для спектров значение  $E_{+0}$  определяемое (3), в длинноволновом пределе ( $k \rightarrow 0$ ) спектр квазифононов принимает вид:

$$\omega_1^2(k) = \omega_t^2(k) \frac{\Omega^2(k)}{\Omega^2(k) - 2a_0 \left( \frac{3}{2}(B_2^2 + B_2^0) - \Delta_{yz} - \Delta_{yx} + (I_0 - a_0) \sin^2 2\chi \right)}; \quad (12)$$

$$\Omega^2(k) = \left( \frac{3}{2}(B_2^2 + B_2^0) - \Delta_{yz} - \Delta_{yx} \right)^2 - (I_0 - a_0)^2 \sin^2 2\chi - 2\alpha k^2 \left( \frac{3}{2}(B_2^2 + B_2^0) - \Delta_{yz} - \Delta_{yx} - (I_0 - a_0) \sin^2 2\chi \right).$$

На линии ФП спектр  $t$  – поляризованных квазифононов «размягчается», и принимает вид:

$$\omega_1^2(k) = \omega_t^2(k) \frac{\alpha k^2}{a_0 \frac{1 - \sin 2\chi_c}{1 + \sin 2\chi_c}}, \quad (13)$$

а в спектре квазимагнонов, как видно из (10), появляется МУ щель, которая имеет вид:

$$\varepsilon_1^2(0) = 2a_0(I_0 - a_0)(1 - \sin 2\chi_c) \sin 2\chi_c.$$

Линия ФП определяется из уравнения  $\Omega(0) = 0$ , и имеет вид:

$$\left[ 2B_2^2 - \frac{V}{\eta}(P_y - P_x) \right] \cdot \left[ B_2^2 + 3B_2^0 - \frac{V}{\eta}(P_y - P_z) \right] - (B_2^{zx})^2 = 0, \quad (14)$$

$$\sin 2\chi_c = - \frac{\frac{3}{2}(B_2^2 + B_2^0) + \frac{V}{2\eta}(P_x + P_z - 2P_y)}{I_0 - a_0} > 0.$$

Отметим, что МУ щель зависит корневым образом от параметра МУ связи  $a_0$ . Максимальное значение щели будет при  $\chi_c = \frac{\pi}{8}$ . При равенстве давлений

$P_x = P_y = P_z$  (или при  $P_i = 0$ ), как следует из выражения (14), фазовый переход будет происходить по материальным константам, а линия ФП примет вид:

$$(B_2^{zx})^2 = (2B_2^2)(B_2^2 + 3B_2^0); \quad (15)$$

причём,  $\Phi M_y$  реализуется при условиях:

$$(B_2^{zx})^2 < (2B_2^2)(B_2^2 + 3B_2^0), \text{ и } 0 > B_2^2, \quad B_2^2 + 3B_2^0 < 0.$$

Рассмотрим теперь случай, когда волновой вектор  $\vec{k}$  лежит в плоскости  $ZOX$  и направлен под некоторым углом  $\varphi$  к оси  $OZ$ . Повернём систему координат так, чтобы волновой вектор был параллелен «новой» оси  $OZ'$ :

$$k_x = k_x' \cos \varphi + k_z' \sin \varphi, \quad k_z = -k_x' \sin \varphi + k_z' \cos \varphi.$$

Аналогичным образом преобразуются и компоненты единичного вектора поляризации фононов

Решение дисперсионного уравнения (8) определяет спектр высокочастотной маглонной моды, слабо взаимодействующей с упругой подсистемой

$$\varepsilon_0^2(k) = E_{+-}(E_{+-} + 2I(k) \sin^2 2\chi),$$

а также спектр квазимагнонов:

$$\varepsilon_1^2(k) = (E_{+0} + I(k))^2 - (I(k) \sin 2\chi)^2,$$

и  $t$  – поляризованных квазифононов:

$$\omega_1^2(k) = \omega_i^2(k) \left( 1 + a_0 \frac{(E_{+0} + 2I(k))(1 + \sin 2\chi \cos \bar{\mu}) - I(k) \cos^2 2\chi}{(E_{+0} + I(k))^2 - (I(k) \sin 2\chi)^2} \right) \quad (16)$$

Из формулы (16) следует, что спектр  $t$  – поляризованных квазифононов размягчается только при определенных значениях параметра  $\bar{\mu} = \pi$ . Поскольку направление волнового вектора  $\vec{k}$  связано с параметром  $\bar{\mu}$  соотношением,  $\bar{\mu} = \mu + 2\varphi$ , следовательно, спектр квазифононов размягчается при определенном направлении волнового вектора, и в длинноволновом пределе

( $\alpha k^2 \ll a_0 \frac{1 - \sin 2\chi_c}{1 + \sin 2\chi_c}$ ) имеет следующий вид:

$$\omega_1^2(k) = \omega_i^2(k) \frac{\alpha k^2}{a_0 \frac{1 - \sin 2\chi_c}{1 + \sin 2\chi_c}},$$

а в спектре квазимагнонов появляется МУ щель:

$$\varepsilon_1^2(0) = 2a_0(I_0 - a_0)(1 - \sin 2\chi_c) \sin 2\chi_c.$$

Отсюда становится понятным смысл параметра  $\mu$ . Спектр квазифононов размягчается при определённом направлении волнового вектора, а именно, когда  $\vec{k}$  будет совпадать с направлением вектора средней намагниченности в  $\Phi M_{zx}$  фазе, как это нетрудно заметить, сравнивая выражение (5) и соотношение для равновесного угла  $\theta$  в плоскости  $ZOX$ .

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Проведенные исследования показали, что в рассматриваемой системе, изменяется фазовая диаграмма по сравнению со случаем, рассмотренным в работе [15]: коллинеарные фазы  $\Phi M_z$  и  $\Phi M_x$  исчезают, а вместо них реализуется  $\Phi M_{zx}$  фаза.

Также, необходимо отметить зависимость спектров элементарных возбуждений от направления волнового вектора. Спектры квазифононов размягчаются на линии ФП  $\Phi M_y \leftrightarrow \Phi M_{zx}$  фаз, в случаях, когда волновой вектор параллелен вектору намагниченности в соответствующей фазе.

Учет внешнего давления на поведение системы приводит к смещению линии фазового перехода, по сравнению с фазовым переходом по материальным константам. Таким образом, внешнее давление эффективно учитывает условия крепления образца (механические граничные условия). Иными словами внешнее давление создает эффективную дополнительную анизотропию. Количественные оценки величины критического давления, при котором осуществляется фазовый переход  $\Phi M_y \leftrightarrow \Phi M_{zx}$  показывают, что эта величина имеет вполне разумные значения: 60 – 80 МПа. Эта оценка хорошо согласуется с результатами работы [8].

Кроме того, если известны материальные константы системы, то рассматриваемые в данной работе системы могут служить датчиками внешнего давления.

## **Список литературы**

1. Бурым Ю.А., Дубинко С.В., Мицай Ю.Н., Боровицкая Л.Н., Прокопов А.Р.// УФЖ 37, 777 (1992).
2. Gyorgy E.M., Rosenzweig A., Blount E.J., Tabor W.J. and Lans M.E.// Appl.Phys.Lett. 18, 479 (1971).
3. Бурым Ю.А., Дубинко С.В., Мицай Ю.Н. Препринт ИМФ 48.89, Киев (1989).
4. Прокопов А.Р., Дубинко С.В., Хребтов А.О., Еремина М.И.// ФТГ 39, 1415 (1997).
5. Арифов Л.Я., Фридман Ю.А., Бутрим В.И., Космачев О.А.// ФНТ 27, 860 (2001).
6. Витебский И.М., Лавриненко Н.М., Майорова А.Н., Мицай Ю.Н., Фридман Ю.А. Препринт ИМК 93-8, Харьков (1993)
7. Mitsay Yu.N., Fridman Yu.A., Bairamaliyeva G.N., Alexeev C.N. and Kochmanski M.S.// Acta Physica Polonica A 91, 1111 (1997).Mitsay Yu.N., Skibinsky K.M., Strugatsky M.B., Korolyuk A.P., Tarakanov V.V., Khizhnyi V.I.// JMMM 219, 340 (2000).
8. Туров Е.А., Шавров В.Г.// УФН 140, 429 (1983).
9. Зайцев Р.О.// ЖЭТФ 68, 207 (1975).
10. Мицай Ю.Н., Фридман Ю.А.// ТМФ 81, 263 (1989).
11. Локтев В.М., Островский В.С.// ФНТ 20, 983 (1994).
12. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. Часть I. Москва, Наука (1976).
13. Изюмов Ю.А., Кассан-Оглы Ф.А., Скрыбин Ю.Н. Полевые методы в теории ферромагнетизма. Москва, Наука (1976).
14. Fridman Yu.A., Kosmachev O.A.// JMMM 236, 272 (2001).

Статья поступила в редакцию 03.04.2001 г.

УДК 537.612

*Фридман Ю.А., Клевец Ф.Н., Спириг Д.В.*

## ВЛИЯНИЕ АНИЗОТРОПИИ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ НА ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД ПО ТЕМПЕРАТУРЕ В ДВУМЕРНОМ ФЕРРОМАГНЕТИКЕ

### ВВЕДЕНИЕ

Тонкие магнитные пленки, толщиной в несколько атомных слоев, обладают рядом весьма интересных свойств [1]. Так, в последние десять лет интенсивно исследуются фазовые переходы (ФП) по температуре в пленках Fe/Cu(100), Fe/Ag(100), Gd/W(110) и многих других. В этих системах наблюдается переориентация вектора намагниченности из положения перпендикулярного плоскости пленки, в плоскость пленки. В экспериментах удалось получить практически двумерные системы: пленки толщиной в несколько атомных слоев. Интересной особенностью таких ФП является то, что «переключение» вектора намагниченности является обратимым, и сопровождается потерей намагниченности в температурном интервале 20-30° К. Кроме того, сама температура ФП зависит от толщины пленки: с увеличением толщины пленки температура растет, а температурный интервал существования угловой фазы уменьшается, и в трехмерном образце обращается в ноль [1,10].

Объяснению этого эффекта посвящено много работ [1-3,4-10]. Так, например, в [1,4-6] предполагается, что ФП является результатом конкуренции магнитодипольного взаимодействия и одноосной одноионной анизотропии (ОА). В [9,10] было показано, что учет магнитоупругого (МУ) взаимодействия и ОА, зависящей от температуры, также приводит к описанному выше эффекту. Осуществляется ФП I рода из фазы с перпендикулярной намагниченностью в легкоплоскостную фазу; при этом существует интервал температур  $\Delta T$ , в котором реализуется угловая фаза. Ширина этого интервала определяется упругими и МУ параметрами. Кроме того в [10], было показано, что в ферромагнетике с объемной деформацией «переключение» осуществляется скачком при некоторой температуре  $T_0$ , а интервал  $\Delta T$  равен нулю. Однако, в работах [9,10], зависящая от  $T$  константа ОА вблизи температуры перехода обращается в ноль. Поэтому, представляет интерес исследовать влияние анизотропии высших порядков на ФП по температуре в двумерном ферромагнетике, поскольку вблизи точки обращения в ноль параметра ОА при  $(S^z)^2$  необходим учет следующих членов разложения энергии анизотропии.

В данной работе изучаются ФП по температуре в двумерном ферромагнетике с учетом МУ взаимодействия и анизотропии высших порядков. Опишем подробнее модель, рассматриваемую в данной работе. Прежде всего, отметим, что мы не рассматриваем фазовые переходы, обусловленные конкуренцией ОА и магнитодипольного взаимодействия. Конечно же магнитодипольное взаимодействие оказывает существенное влияние как на спектры элементарных возбуждений, так и на формирование фазовых состояний системы (например, может приводить к возникновению доменной структуры [1,7,8]). Энергию магнитодипольного взаимодействия можно представить в виде суммы двух слагаемых. Первое из них, обусловленное взаимодействием ближайших соседей дает положительную добавку к константе ОА, т.е. формирует анизотропию типа «легкая плоскость» [11,12]. Второе слагаемое («анизотропия формы»), как показано в [13-15] определяет направление волнового вектора, при котором взаимодействие упругой и магнитной подсистем становится максимальным.

В [9,10,16] отмечалась важная роль магнитоупругого взаимодействия в реализации ориентационных фазовых переходов в пленках толщиной в несколько атомных слоев. В связи с этим, чтобы четче выявить роль, рассматриваемых нами механизмов, ограничимся лишь частичным учетом магнитодипольного взаимодействия.

Кроме того, будем рассматривать истинно двумерные системы, а именно, пленки, не связанные с подложкой [17]. В этом случае эффектами поверхности (которые в квазидвумерных объектах играют важную роль) можно пренебречь, а также не учитывать влияние подложки. Также, будем считать, что деформации являются плоскими [18]. В этом случае компонента  $u_z$  вектора смещения магнитного иона равна нулю, а компоненты  $u_x, u_y$  зависят только от  $x, y$ .

Оператор ОА, в нашем случае, представим в следующем виде:  

$$-\xi_1(T) \sum_n (S_n^z)^2 - \xi_2(T) \sum_n [(S_n^x)^2 + (S_n^y)^2]$$
, где предполагается, что при  $T < T_0$   $\xi_1(T) > 0$  и  $\xi_2(T) > 0$ ; а при  $T > T_0$   $\xi_1(T) < 0$  и  $\xi_2(T) > 0$ .  $T_0$  – температура при которой  $\xi_1(T_0) = 0$ .

Таким образом, гамильтониан рассматриваемой системы можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} H = & -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} J(n-n') \bar{S}_n \bar{S}_{n'} - \xi_1(T) \sum_n (S_n^z)^2 - \xi_2(T) \sum_n [(S_n^x)^2 + (S_n^y)^2] + \\ & + \lambda \sum_n [u_{xx} (S_n^x)^2 + u_{yy} (S_n^y)^2 + u_{xy} (S_n^x S_n^y + S_n^y S_n^x)] + \\ & + \int dV \frac{E}{2(1-\sigma^2)} [u_{xx}^2 + u_{yy}^2 + 2\sigma u_{xx} u_{yy} + 2(1-\sigma) u_{xy}^2] \end{aligned} \quad (1)$$

где  $J(n-n')$  - константа обменного взаимодействия;  $S_n^\alpha$  – спиновый оператор в узле  $n$  ( $\alpha = x, y, z$ );  $\lambda$  – константа магнитоупругого взаимодействия;  $u_{ij}$  -

компоненты тензора упругих деформаций;  $E$  – модуль Юнга;  $\sigma$  – коэффициент Пуассона.

В качестве плоскости пленки выбрана плоскость  $XOY$ . Будем считать, что спин магнитного иона  $S = 1$ .

### ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД ЛЕГКООСНАЯ ФАЗА - УГЛОВАЯ ФАЗА

Рассмотрим случай, когда  $T \ll T_0$ . При этом в системе реализуется легкоосная фаза, т.е. намагниченность направлена перпендикулярно плоскости пленки. Найдем температуру перехода из легкоосной фазы.

Гамильтониан (1) можно переписать в несколько ином виде, учитывая, что  $(S^x)^2 + (S^y)^2 + (S^z)^2 = S(S+1)$ , получим:

$$\begin{aligned} H = & -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} J(n-n') \bar{S}_n \bar{S}_{n'} - \tilde{\xi}_1(T) \sum_n (S_n^z)^2 - \xi_2(T) \sum_n (S_n^z)^4 + \\ & + \lambda \sum_n \left[ u_{xx} (S_n^x)^2 + u_{yy} (S_n^y)^2 + u_{xy} (S_n^x S_n^y + S_n^y S_n^x) \right] + \\ & + \int dV \frac{E}{2(1-\sigma^2)} \left[ u_{xx}^2 + u_{yy}^2 + 2\sigma u_{xx} u_{yy} + 2(1-\sigma) u_{xy}^2 \right] \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\tilde{\xi}_1(T) = \xi_1(T) - 4\xi_2(T)$ .

Выделяя в гамильтониане (2) среднее поле и решая уравнение Шредингера с одноузельным гамильтонианом, найдем энергетические уровни магнитного иона:

$$\begin{aligned} E_1^{(0)} = & -\tilde{\xi}_1 + \xi_2 + \frac{\lambda}{2} (u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)}) - \kappa; E_0^{(0)} = \lambda (u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)}); \\ E_{-1}^{(0)} = & -\tilde{\xi}_1 + \xi_2 + \frac{\lambda}{2} (u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)}) + \kappa, \kappa = \sqrt{J_z^2 + \frac{\lambda^2}{4} (u_{xx}^{(0)} - u_{yy}^{(0)})^2}, J_z = J_0 \langle S^z \rangle \end{aligned} \quad (3)$$

Предположим, что намагниченность системы составляет с нормалью к плоскости малый угол  $\varphi$ . Так как мы рассматриваем случай достаточно низких температур, то для нахождения свободной энергии системы нам понадобится учет только нижайшего энергетического уровня.

Делая поворот системы координат на малый угол  $\varphi$  вокруг оси  $OY$ , определим нижайший энергетический уровень магнитного иона как функцию этого угла (с точностью до  $\varphi^6$ ):

$$E_1 = -\left(\tilde{\xi}_1 + \xi_2\right) + \frac{\lambda}{2} (u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)}) - J_z + \frac{\tilde{\xi}_1 + \xi_2 + \lambda u_{yy}^{(0)}}{2} \left( \varphi^2 - \frac{\varphi^4}{3} + \frac{2}{45} \varphi^6 \right). \quad (4)$$

Зависимость спонтанных деформаций от  $\varphi$  имеет вид:

$$u_{xx}^{(0)} = -\frac{\lambda}{2E} \left[ 1 - \sigma + \sigma \left( \varphi^2 - \frac{\varphi^4}{3} + \frac{2}{45} \varphi^6 \right) \right], u_{yy}^{(0)} = -\frac{\lambda}{2E} \left[ 1 - \sigma + \varphi^2 - \frac{\varphi^4}{3} + \frac{2}{45} \varphi^6 \right] \quad (5)$$

Используя выражения (4) и (5), запишем часть плотности свободной энергии, зависящей от  $\varphi$  в следующем виде:

$$F(\varphi) = \left[ \frac{\tilde{\xi}_1 + \xi_2}{2} - \frac{\lambda^2(1-\sigma)}{4E} \right] \varphi^2 - \frac{1}{3} \left[ \frac{\tilde{\xi}_1 + \xi_2}{2} + \frac{\lambda^2(1+2\sigma)}{8E} \right] \varphi^4 + \left[ \frac{\lambda^2}{12E} + \frac{2}{45} \left( \frac{\tilde{\xi}_1 + \xi_2}{2} - \frac{\lambda^2(1-\sigma)}{4E} \right) \right] \varphi^6. \quad (6)$$

Из обращения в ноль коэффициента при  $\varphi^2$  легко найти температуру ФП:

$$\frac{\tilde{\xi}_1 + \xi_2}{2} - \frac{\lambda^2(1-\sigma)}{4E} = 0, \quad (7)$$

Если предположить, что  $\xi_1(T) = \beta_1 \left( 1 - \frac{T}{T_0} \right)$  - линейная функция температуры,

что хорошо согласуется с формулой Акулова и экспериментальными данными [19,20], а величина  $\xi_2(T)$  слабо зависит от температуры, т.е.  $\xi_2(T) \approx \beta_2$ , тогда для температуры ФП легкоосная фаза – угловая фаза получаем следующее выражение.

$$T_1 = T_0 \left( 1 - \frac{\lambda^2(1-\sigma)}{2E\beta_1} - \frac{3\beta_2}{\beta_1} \right), \quad (8)$$

Как следует из (6), при  $T$  выше  $T_1$  коэффициент при  $\varphi^2$  отрицателен, при  $\varphi^4$  – также отрицателен, а при  $\varphi^6$  – положителен. Это свидетельствует о том, что данный ФП является ФП I рода,  $T_1$  – температура неустойчивости легкоосной фазы, а при  $T > T_1$  реализуется угловая фаза, с равновесным значением угла  $\varphi_0(T)$ :

$$\varphi_0(T) \approx \sqrt{\frac{3}{2} \left[ \xi_1 - 3\xi_2 - \frac{\lambda^2(1-\sigma)}{2E} \right] / \left[ \xi_1 - 3\xi_2 + \frac{\lambda^2(1+2\sigma)}{4E} \right]}. \quad (9)$$

Учет анизотропии высшего порядка  $\xi_2$  приводит к уменьшению температуры перехода  $T_1$  по сравнению со случаем  $\xi_2 = 0$  [9,10].

Отметим, что в легкоосной фазе  $u_{xx}^{(0)} = u_{yy}^{(0)}$  равны, а  $u_{zz}^{(0)} = 0$  в силу сделанного выше предположения о плоских деформациях [27]. Это приводит к тому, что взаимодействие магнонов и фононов сводится лишь к появлению в спектре квазимагнонов МУ щели, в то время как спектр квазифононов остается линейным, и ФП легкоосная – угловая фаза протекает по магнонной ветви возбуждений.

**ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД ЛЕГКОПЛОСКОСТНАЯ ФАЗА - УГЛОВАЯ ФАЗА**

Исследуем теперь ФП из легкоплоскостной фазы в угловую фазу. Данный ФП будет происходить при температуре  $T > T_1$ .

Предположим, что  $T_1 \ll T \ll T_c$ . В ферромагнетике существует дальний магнитный порядок, стабилизация которого осуществляется МУ взаимодействием, т.е. вектор намагниченности лежит в плоскости пленки. Для упрощения дальнейших вычислений, предположим, что базисной плоскостью является плоскость  $ZOX$ , которая совпадает с плоскостью пленки. Тогда гамильтониан (1), исследуемой системы можно представить в виде:

$$\begin{aligned}
 H = & -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} J(n-n') \bar{S}_n \bar{S}_{n'} + \tilde{\xi}_1(T) \sum_n (S_n^y)^2 - \xi_2 \sum_n (S_n^y)^4 + \\
 & + \lambda \sum_n \left[ u_{xx} (S_n^x)^2 + u_{zz} (S_n^z)^2 + u_{xz} (S_n^x S_n^z + S_n^z S_n^x) \right] + \\
 & + \int dV \frac{E}{2(1-\sigma^2)} \left[ u_{xx}^2 + u_{zz}^2 + 2\sigma u_{xx} u_{zz} + 2(1-\sigma) u_{xz}^2 \right],
 \end{aligned} \tag{10}$$

где  $\tilde{\xi}_1(T) = \xi_1(T) + 4\xi_2$ .

Хорошо известно [21], что в окрестности ориентационных ФП влияние МУ взаимодействия определяет динамику системы. Прежде всего, это проявляется в гибридизации магнитных и упругих возбуждений [21,22]. В рассматриваемом случае магнитная и упругая подсистемы будут активно взаимодействовать, и температуру перехода необходимо искать из условия размягчения квазифонного спектра.

Для нахождения спектров квазичастиц воспользуемся техникой операторов Хаббарда [22-24]. Выделяя в обменной части гамильтониана (10) среднее поле получим одноузельный гамильтониан, решая с которым одноузельную задачу можно определить энергетические уровни магнитного иона

$$\begin{aligned}
 E_1 = & \frac{\tilde{\xi}_1 - \xi_2}{2} + \frac{\lambda}{2} (u_{xx}^{(0)} + 2u_{zz}^{(0)}) - \kappa, \quad E_0 = \tilde{\xi}_1 - \xi_2 + \lambda u_{xx}^{(0)}, \\
 E_{-1} = & \frac{\tilde{\xi}_1 - \xi_2}{2} + \frac{\lambda}{2} (u_{xx}^{(0)} + 2u_{zz}^{(0)}) + \kappa, \quad \kappa = \sqrt{J_z^2 + \frac{1}{4} (\tilde{\xi}_1 - \xi_2 - \lambda u_{xx}^{(0)})^2},
 \end{aligned} \tag{11}$$

и собственные функции одноузельного гамильтониана:

$$\Psi(1) = \cos\theta |1\rangle + \sin\theta |-1\rangle, \Psi(0) = |0\rangle, \Psi(-1) = -\sin\theta |1\rangle + \cos\theta |-1\rangle, \tag{12}$$

$$\text{где } \cos\theta = \frac{\tilde{\xi}_1 - \xi_2 + \frac{\lambda^2(1-2\sigma)}{2E}}{\sqrt{4(J_z - \kappa)^2 + \left[ \tilde{\xi}_1 - \xi_2 + \frac{\lambda^2(1-2\sigma)}{2E} \right]^2}}.$$

Здесь было учтено, что спонтанные деформации, найденные из условия минимума плотности свободной энергии, равны:

$$u_{xx}^{(0)} = -\lambda \frac{1-2\sigma}{2E}, \quad u_{zz}^{(0)} = -\lambda \frac{2-\sigma}{2E}.$$

На базе волновых функций (12) строятся операторы Хаббарда [22-24].

Представим компоненты тензора деформаций, в виде  $u_{ij} = u_{ij}^{(0)} + u_{ij}^{(1)}$ , где  $u_{ij}^{(0)}$  – спонтанные деформации кристалла,  $u_{ij}^{(1)}$  – динамическая часть тензора деформаций, описывающая колебания кристаллической решетки.

Выделяя в одноионном гамильтониане члены, пропорциональные  $u_{ij}^{(1)}$ , и квантуя их стандартным образом, получим гамильтониан, описывающий процессы трансформации магнонов в фононы и наоборот:

$$H_{tr} = \sum_n \left\{ \sum_M P_M H_n^M + \sum_\alpha P_\alpha X_n^\alpha \right\}, \quad (13)$$

где  $P_{M(\alpha)} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k,\mu} (b_{k,\mu} + b_{-k,\mu}^+) T_n^{M(\alpha)}(k,\mu)$ ,  $T_n^{M(\alpha)}(k,\mu)$  – амплитуды трансформаций. В результате гамильтониан (10) можно представить в виде:

$$H = H_{int}^\perp + H_{tr} + H_0, \quad (14)$$

где  $H_0$  – одноузельный гамильтониан,  $H_{int}^\perp$  – поперечная часть  $H_{int}$ ,  $H_{tr}$  – гамильтониан трансформаций (13).

Как известно [25], спектры элементарных возбуждений определяются полюсами функции Грина, которую мы определим следующим образом:

$$G^{\lambda\lambda'}(n,\tau;n',\tau') = -\left\langle T A_n^\lambda(\tau) B_{n'}^{\lambda'}(\tau') \right\rangle. \quad (15)$$

Здесь  $A_n^\lambda(\tau) = e^{H\tau} A_n^\lambda e^{-H\tau}$  – операторы Хаббарда в гейзенберговском представлении,  $\hat{T}$  – оператор Вика. Усреднение в (15) ведется с полным гамильтонианом (17).

Дисперсионное уравнение связанных МУ волн можно получить из уравнения типа Ларкина для функции Грина [9,10,22].

Решение дисперсионного уравнения определяет спектры связанных МУ волн ферромагнетика при произвольных температурах и произвольных значениях материальных констант.

Будем искать решение дисперсионного уравнения, предполагая, что волновой вектор совпадает по направлению вектором намагниченности, т.е.  $\vec{k} \parallel OZ$ . В этой геометрии отличными от нуля являются следующие компоненты вектора поляризации:  $e_i^z, e_i^x$  (здесь учтена двумерность пленки). В такой геометрии спектр продольно поляризованных квазифононов не меняется

$$\omega_1(k) = \omega_l(k),$$

а спектр поперечно поляризованных квазифононов имеет вид:

$$\omega_2^2(k) = \omega_l^2(k) \left[ 1 - \frac{a_0}{\frac{\tilde{\xi}_1 - \xi_2}{2} + \frac{3\lambda^2}{4E} + J_z - J(k)} \right], \quad (16)$$

где  $a_0 = \frac{\lambda^2(1+\sigma)}{2E}$ . Из (16) следует, что спектр  $t$ -поляризованных квазифононов размягчается при условии:

$$\frac{\tilde{\xi}_1 - \xi_2}{2} + \frac{\lambda^2(1-2\sigma)}{4E} = 0.$$

Полагая, что  $\xi_2 \approx \beta_2$ ,  $\tilde{\xi}_1 = \beta_1 \left( \frac{T_2}{T_0} - 1 \right)$ , получаем температуру неустойчивости легкоплоскостной фазы:

$$T_2 = T_0 \left( 1 - \frac{\lambda^2(1-2\sigma)}{2E\beta_1} - \frac{3\beta_2}{\beta_1} \right). \quad (17)$$

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Учет анизотропии высших порядков в двумерном ферромагнетике с учетом МУ взаимодействием практически не изменяет характер ФП легкоосная – угловая фаза и легкоплоскостная – угловая фаза по сравнению с аналогичной системой и учетом только первого слагаемого в ОА:  $\xi_1 (S^z)^2$  [9,10].

Температурный интервал существования угловой фазы остается тем же, что и в задаче, рассмотренной в [19,10]:

$$\Delta T = T_0 \frac{\lambda^2 \sigma}{2E\beta_1},$$

однако, сами температуры неустойчивости легкоосной и легкоплоскостной фаз  $T_1$  и  $T_2$  сдвигаются на величину  $-T_0 \frac{3\beta_2}{\beta_1}$ , т.е. уменьшаются, по сравнению со случаем, рассмотренным в [9,10].

Данные ФП, по-прежнему остаются ФП I рода. Этот результат хорошо согласуется с результатами работы [27], в которой было показано, что если анизотропия в пленке однородна, то переориентация вектора намагниченности происходит путем ФП первого рода. Также необходимо отметить, что равновесный угол зависит также и от  $\xi_2$ , хотя и достаточно слабо. Из выражения (9) легко видеть,

что он определяется в основном упругими и МУ константами. Можно провести некоторую аналогию с системой, рассмотренной в [28]. Для гексагонального ферромагнетика с энергией одноионной анизотропии,  $U = K_1 \sin^2 \theta + K_2 \sin^4 \theta$ , при  $K_2 > 0$  и  $K_1$ , меняющей знак с изменением температуры, возможно существование трех фаз: легкоосной фазы при  $K_1 > 0$ ; угловой фазы при  $-2K_2 < K_1 < 0$ ; легкоплоскостной фазы при  $K_1 < -2K_2$ .

Как показано в [28], данные ФП являются переходами II рода. Полученные нами результаты показывают, что учет квантовых эффектов существенно влияет на поведение системы при переходе от классического описания вектора намагниченности к квантовому. Фазовые переходы в такой системе осуществляются уже скачком и являются ФП I рода.

### Список литературы

1. D.P.Pappas, K.-P.Kämpfer and H.Hopster. //Phys.Rev.Lett. 64, 3179 (1990).
2. A.Kashuba and V.L.Pokrovsky. //Phys.Rev.Lett. 70, 3155 (1993).
3. D.Pescia, M.Stampanoni, G.L.Bona, A.Vaterlaus, R.F.Willis and F.Meier.// Phys.Rev.Lett. 58, 2126 (1987).
4. A.Moshel and K.D.Usadel.// Phys.Rev.B 49, 12868 (1994).
5. Z.Q.Qiu, J.Pearson and S.D.Bader.//Phys.Rev.B 45, 7211 (1992).
6. Y.Millev, J.Kirschner.//Phys.Rev.B 54, 4137 (1996).
7. М.Г.Тетельман.// ЖЭТФ 98, 1003 (1990).
8. М.Г.Тетельман. //ФНТ 18, 782 (1992).
9. М.-Т.Лин, J.Chen, W.Kuch, H.Jenniches, M.Klaau, C.M.Schneider, J.Kirschner.// Phys.Rev.B 55, 5886 (1997).
10. C.S.Arnold, H.L.Jonson, D.Venus. //Phys.Rev.B 56, 8169 (1997).
11. Ю.Н.Мицай, Ю.А.Фридман, Д.В.Спирин.// ФНТ 25, 1056 (1999).
12. Yu.A.Fridman, D.V.Spirin, C.N.Alexeyev. // JMMM.234, 174 (2001).
13. P.Bruno, //Phys. Rev. B. 43, 6015 (1991).
14. Б.И.Иванов, Е.В.Тартаковская //ФНТ 24, 1095 (1998).
15. Е.А.Туров, А.А.Луговой, В.Д.Бучельников, Ю.А.Кузавко, В.Г.Шавров, О.В.Ян //ФММ 66, 12 (1988).
16. V.Schultz and K.Baberschke //Phys.Rev.B.50, 13487 (1994).
17. Б.И.Иванов, Е.В.Тартаковская// Письма в ЖЭТФ 63, 792 (1996).
18. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц Теория упругости. М.: Наука, 246 с. (1987).
19. N.Akulov. //Z.Phys. 100, 197 (1936).
20. С.Тикадзуми. Физика ферромагнетизма. М.: Мир, 226 с. (1987).
21. Е.А.Туров, В.Г.Шавров //УФН 140, 429 (1983).
22. Ю.Н.Мицай, Ю.А.Фридман.// ТМФ 89, 207 (1989).
23. Р.О.Зайцев.// ЖЭТФ 68, 207 (1975).
24. В.В.Вальков, Г.Н.Мацулева, С.Г.Овчинников.// ФТТ 31, 60 (1989).
25. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Статистическая физика. Часть 1. М.: Наука, 583 с. (1976).
26. Ю.А. Изюмов, Ю.Н.Скрябин. Статистическая механика магнитоупорядоченных систем. М.:Наука, 263 с. (1987).
27. A.Moshel and K.D.Usadel. //Phys.Rev.B 51, 16111 (1995).
28. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Электродинамика сплошных сред М.: Наука, 1982, 616.

Статья поступила в редакцию 04.04.2001 г.

УДК 531.49+514.8

*Арифов Л.Я., Леляков А.П., Рощупкин С.Н.*

## ДИНАМИКА ЗАМКНУТОЙ СТРУНЫ В ПРОСТРАНСТВЕ – ВРЕМЕНИ ПЕРЕСА

В последние годы ведутся интенсивные исследования динамики космических струн, которые могли возникнуть в результате фазовых переходов в процессе эволюции Вселенной [1]. В калибровочных теориях с нарушенной локальной симметрией, струны являются топологическими дефектами и характеризуются соответствующим числом наматываний [2]. Полевые решения, описывающие прямые бесконечные космические струны основаны на известной работе [3], в которой для описания трубок тока в сверхпроводнике второго рода используется модель Хиггса. С помощью анзаца, предложенного в работе [3], были получены численные решения, описывающие прямые бесконечные гравитирующие струны.

Замкнутые струны изучались в [1]. Такие струны совершают пульсирующие движения и могут образовывать черные дыры. Если форма струны сильно отличается от окружности, образование черной дыры может и не произойти, поскольку под горизонтом может не оказаться требуемый для коллапса массы. Из астрофизических наблюдений вытекает, что доля струн, эволюционирующих с образованием черных дыр, невелика. Численные расчеты показывают, что замкнутые струны могут образовываться либо в результате дробления более крупных петель, либо в результате столкновения или перехлеста струн [1].

С другой стороны на динамику замкнутых и незамкнутых струн существенное влияние могут оказывать гравитационные волны [8]. Уже первые исследования, проведенные в этом направлении, показали, что взаимодействие струны с плоской гравитационной волной носит резонансный характер. Совершенно иначе на струну действует сильная гравитационная волна. В работе [4] показано, что действие сильной гравитационной волны эквивалентно действию анизотропной упругой среды.

Главной трудностью, с которой сталкиваются при изучении динамики струн в гравитационных полях, является существенно нелинейный характер динамических уравнений и кинематических связей. Однако, как показано в работе [5], решение нелинейного уравнения струны и кинематических связей можно искать в виде асимптотического ряда, где роль малого параметра играет натяжение струны. Ниже, используя результаты работ [5, 7], будет рассмотрено движение замкнутой струны в пространстве-времени Переса, которое, традиционно, описывает распространение сильных гравитационных волн и полей излучения с изотропным тензором энергии-импульса.

Уравнения струны и связи для нулевого  $(\varphi^\mu(T))$  и первого приближения  $(\Psi^\mu(T, \sigma))$  имеют вид:

$$D_T \varphi_{,T}^\mu = 0, \quad (\varphi_{,T}^\mu \varphi_{\mu,T}) = 0, \quad (1)$$

$$(D_T^2 - \partial_\sigma^2) \Psi^\mu + R_{\nu\rho\kappa}^\mu(\varphi) \varphi_{,T}^\nu \varphi_{,T}^\rho \Psi^\kappa = 0, \quad (2)$$

$$(\varphi_{\mu,T} D_T \Psi^\mu) = 0, \quad (\varphi_{\mu,T} \Psi^\mu) = 0, \quad (3)$$

где:  $D_T \Psi^\mu = \Psi_{,T}^\mu + \varphi_{,T}^\nu \Gamma_{\nu\kappa}^\mu(\varphi) \Psi^\kappa$ ,  $R_{\nu\rho\kappa}^\mu$  – тензор Римана и  $(\dots)_{,T} = \frac{\partial}{\partial T}$ .

Уравнения нулевого приближения (1) представляют собой уравнения геодезической для безмассовой частицы в заданном искривлённом пространстве, а уравнения первого приближения (2) имеют вид уравнения девиации геодезической с дополнительным членом  $\partial_\sigma^2 \Psi^\mu$ , который описывает упругие силы на струне.

Метрика Переса задаётся выражением:

$$dS^2 = 2d\varphi^0 d\varphi^1 - (d\varphi^2)^2 - (d\varphi^3)^2 + c((\varphi^2)^2 + (\varphi^3)^2)(d\varphi^0)^2 \quad (4)$$

где:  $c = \text{const}$  с размерностью обратной длины ( $h=c=1$ ).

Решение уравнений геодезической (1) для безмассовой частицы в пространстве Переса хорошо известно:

$$\varphi^0 = \varphi_0^0 + P_{(\varphi^1)} T,$$

$$\varphi^1 = \varphi_0^1 + \frac{1}{4\tilde{P}P_{(\varphi^1)}} \left\{ \vec{P}_\perp^2 - \vec{P}^2 r_{0\perp}^2 \right\} \sin(2\tilde{P}T) + \frac{1}{2P_{(\varphi^1)}} \left\{ \vec{P}_\perp r_{0\perp} \right\} \cos(2\tilde{P}T),$$

$$\varphi^{2,3} = \varphi_0^{2,3} \cos(\tilde{P}T) + \frac{P_{(\varphi^{2,3})}}{\tilde{P}} \sin(\tilde{P}T) \quad (5)$$

где:  $\tilde{P} = \sqrt{c} P_{\varphi^1}$ ,  $r_{0\perp}^2 = (\varphi_0^2)^2 + (\varphi_0^3)^2$ ,  $P_\perp^2 = P_{\varphi^2}^2 + P_{\varphi^3}^2$ ,

$\varphi_0^i; P_{\varphi^i} = \text{const}; i = 0, 1, 2, 3.$

Подставляя (5) в уравнения первого приближения (2), (3) и используя фоновую метрику (4), находим:

$$\Psi^0 = a_0^0 + \sum_n (a_n^0 \cos(nT) + b_n^0 \sin(nT)) e^{in\sigma}$$

$$\begin{aligned}
 \Psi^{2,3} = & a_0^{2,3} \cos(\tilde{P}T) + b_0^{2,3} \sin(\tilde{P}T) + \sum_n (a_n^{2,3} \cos(\sqrt{n^2 + \tilde{P}^2}T) + \\
 & + b_n^{2,3} \sin(\sqrt{n^2 + \tilde{P}^2}T) + \frac{\sqrt{C}}{2} (\cos(n^+T) \left( \frac{P_{\varphi^2}}{\tilde{P}} a_n^0 + b_n^0 \varphi_0^{2,3} \right) + \\
 & + \cos(n^-T) \left( \frac{P_{\varphi^2}}{\tilde{P}} a_n^0 - b_n^0 \varphi_0^{2,3} \right) + \sin(n^+T) \left( \frac{P_{\varphi^2}}{\tilde{P}} b_n^0 - a_n^0 \varphi_0^{2,3} \right) + \\
 & + \sin(n^-T) \left( \frac{P_{\varphi^2}}{\tilde{P}} b_n^0 + a_n^0 \varphi_0^{2,3} \right)) e^{i n \sigma}, \\
 \Psi^1 = & a_0^1 + \frac{1}{2P_{(\varphi^1)}} (\sin(2\tilde{P}T) \{ b_0^2 P_{(\varphi^2)} + b_0^3 P_{(\varphi^3)} - \tilde{P} (a_0^2 \varphi_0^2 + a_0^3 \varphi_0^3) \} + \\
 & + \cos(2\tilde{P}T) \{ a_0^2 P_{(\varphi^2)} + a_0^3 P_{(\varphi^3)} + \tilde{P} (b_0^2 \varphi_0^2 + b_0^3 \varphi_0^3) \} + \sum_n C_1 \sin(N^+T) + \\
 & C_2 \sin(N^-T) + C_3 \cos(N^+T) + C_4 \cos(N^-T) + C_5 \sin(\tilde{n}^+T) + C_6 \sin(\tilde{n}^-T) + \\
 & + C_7 \cos(\tilde{n}^+T) + C_8 \cos(\tilde{n}^-T)) e^{i n \sigma}, \quad (6)
 \end{aligned}$$

где:

$$\begin{aligned}
 C_1 = & -\frac{\sqrt{C}}{2} (a_n^2 \varphi_0^2 + a_n^3 \varphi_0^3 - \frac{1}{\tilde{P}} (b_n^2 P_{\varphi^2} + b_n^3 P_{\varphi^3})), C_2 = \frac{\sqrt{C}}{2} (a_n^2 \varphi_0^2 + a_n^3 \varphi_0^3 + \frac{1}{\tilde{P}} (b_n^2 P_{\varphi^2} + b_n^3 P_{\varphi^3})), \\
 C_3 = & \frac{\sqrt{C}}{2} (b_n^2 \varphi_0^2 + b_n^3 \varphi_0^3 + \frac{1}{\tilde{P}} (a_n^2 P_{\varphi^2} + a_n^3 P_{\varphi^3})), C_4 = -\frac{\sqrt{C}}{2} (b_n^2 \varphi_0^2 + b_n^3 \varphi_0^3 - \frac{1}{\tilde{P}} (a_n^2 P_{\varphi^2} + a_n^3 P_{\varphi^3})), \\
 C_5 = & -\frac{C}{4} (2a_n^0 \mu + b_n^0 \nu); C_6 = \frac{C}{4} (2a_n^0 \mu - b_n^0 \nu); C_7 = \frac{C}{4} (2b_n^0 \mu - a_n^0 \nu); C_8 = -\frac{C}{4} (2b_n^0 \mu + a_n^0 \nu), \\
 \mu = & \frac{1}{\tilde{P}} (P_{\varphi^2} \varphi_0^2 + P_{\varphi^3} \varphi_0^3); \nu = (\varphi_0^2)^2 + (\varphi_0^3)^2 - \frac{1}{\tilde{P}^2} (P_{\varphi^2}^2 + P_{\varphi^3}^2), n^+ = n + \tilde{P}; n^- = n - \tilde{P}, \\
 N^+ = & \sqrt{n^2 + \tilde{P}^2} + \tilde{P}; N^- = \sqrt{n^2 + \tilde{P}^2} - \tilde{P}, \tilde{n}^+ = n + 2\tilde{P}; \tilde{n}^- = n - 2\tilde{P}.
 \end{aligned}$$

Решения (6) описывают малые колебания струны с частотами  $n = 1, 2, \dots$  в шкале «медленного» листового времени  $T$ .

Важно отметить, что сравнение первого приближения для замкнутой струны с точным решением для незамкнутой струны, полученное в работе [4] показывает, что моды колебаний с  $n \neq 0$  совпадают, а нулевые моды перенормируются. Это позволяет утверждать, что при асимптотически больших временах замкнутая струна ведёт себя аналогично незамкнутой струне.

Полученные в данной работе решения, в дальнейшем, с одной стороны могут быть использованы для исследования высших приближений, а с другой стороны могут служить основой для построения квантовой теории струны в пространстве Переса.

В заключении авторы выражают глубокую благодарность А.А. Желтухину, за обсуждение полученных результатов и практические замечания. Работа поддержана грантом Государственного фонда фундаментальных исследований, №Ф4/1751.

#### **Список литературы**

1. Vilenkin A. // Phys. Rep. – 1985. – V. 121. – 264 p.
2. Раджариман Р. Солитоны и инстантоны в квантовой теории поля. – Москва, 1985. – 414 с.
3. Nielsen H.B., Olesen P. // Nucl. Phys. – 1973. – V. 61. – 45 p.
4. Иванов Г.Г. Математика // Изв-во высш. учеб. завед. – 1985. – № 9 (280). – 64 с.
5. Желтухин А.А., Рошупкин С.Н. // ТМФ. – 1997. – Т. III – № 3. – 402 с.
6. Bandos I., Zheltukhin A.A. // Fortsch. Der Phys. – 1993. – V. 41. – 619 p.
7. Roshchupkin S.N., Zheltukhin A.A. // Class. Quant. grv. – 1995. – V. 12. – 2519 p.
8. Захаров В.Д. Гравитационные волны в теории тяготения Эйнштейна. – Москва, 1972. – 125 с.

Статья поступила в редакцию 12.04.2001 г.

УДК 531.49+514.8

*Зинченко Е.Н., Рощупкин С.Н.*

## СИНГУЛЯРНАЯ ТЕОРИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ И ДИНАМИКА СТРУН В ПРОСТРАНСТВЕ РИНДЛЕРА

Эволюция струны даже в простейшем искривлённом фоновом пространстве описывается сложной системой связанных нелинейных уравнений второго порядка в частных производных. Как показали исследования, даже в пространстве Шварцшильда, система уравнений, описывающих струну, фактически не интегрируема [1]. Однако, важная физическая информация о динамике струны может быть получена из изучения приближённых решений уравнений движения.

В предлагаемой вашему вниманию работе, используя сингулярную теорию возмущений [2], мы находим приближённые (в первом порядке по натяжению струны) решения уравнений струны в пространстве Риндлера. Интерес к пространству Риндлера обусловлен прежде всего тем, что оно хорошо описывает метрику Шварцшильда вблизи горизонта событий и поэтому может быть использовано в качестве простой модели для изучения физических процессов в этой области. Уравнения струны и связи для нулевого ( $\varphi^\mu(T)$ ) и первого приближения ( $\Psi^\mu(T, \sigma)$ ) имеют вид:

$$D_T \varphi^\mu_{,T} = 0, \quad (\varphi^\mu_{,T} \varphi_{\mu,T}) = 0 \quad (1)$$

$$(D_T^2 - \partial_\sigma^2) \Psi^\mu + R^\mu_{\nu\rho\kappa}(\varphi) \varphi^\nu_{,T} \varphi^\rho_{,T} \Psi^\kappa = 0, \quad (2)$$

$$(\varphi_{\mu,T} D_T \Psi^\mu) = 0, \quad (\varphi_{\mu,T} \Psi^\mu) = 0, \quad (3)$$

где:  $D_T \Psi^\mu = \Psi^\mu_{,T} + \varphi^\nu_{,T} \Gamma^\mu_{\nu\kappa}(\varphi) \Psi^\kappa$ ,  $R^\mu_{\nu\rho\kappa}$  – тензор Римана и  $(\dots)_{,T} = \frac{\partial}{\partial T}$ . Уравнения нулевого приближения (1) представляют собой уравнения геодезической для безмассовой частицы в заданном искривлённом пространстве, а уравнения первого приближения (2) имеют вид уравнения девиации геодезической с дополнительным членом  $\partial^2 \Psi^\mu$ , который описывает упругие силы на струне. Метрика Риндлера задаётся выражением:

$$ds^2 = a^2 x^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \quad (4)$$

где:  $a = \text{const}$  с размерностью обратной длины ( $\hbar = c = 1$ ).

Решение уравнений геодезической (3) для безмассовой частицы в пространстве Риндлера хорошо известно:

$$\varphi^0(T) = \frac{1}{2a} \ln T, \varphi^1(T) = \sqrt{2acT}, \varphi^2(T) = \varphi^3(T) = cT \quad (6)$$

где:  $c$  – константа интегрирования. Подставляя (6) в уравнения первого приближения (2), (3) и используя фоновую метрику (4), находим:

$$\Psi^0(T, \sigma) = \frac{1}{a\sqrt{2acT}} + \frac{1}{a\sqrt{\pi acT}} \sum_{n \neq 0} \frac{1}{\sqrt{n}} (A_n^1 \sin(nT) + B_n^1 \cos(nT)) e^{in\sigma},$$

$$\Psi^1(T, \sigma) = \frac{B_0^1}{T} + \sqrt{\frac{2}{\pi T}} \sum_{n \neq 0} \frac{1}{\sqrt{n}} (A_n^1 \sin(nT) + B_n^1 \cos(nT)) e^{in\sigma}, \quad (7)$$

$$\Psi^k(T, \sigma) = \sum_{n \neq 0} \frac{1}{\sqrt{n}} (A_n^k \sin(nT) + B_n^k \cos(nT)) e^{in\sigma}, \quad k = 2, 3.$$

Решения (7) описывают малые колебания струны с частотами  $n = 1, 2, \dots$  в шкале «медленного» листового времени  $T$ . Появление этих осцилляций – прямое следствие допущения о том, что натяжение струны отлично от нуля, но достаточно мало. Важно отметить, что рассмотренная выше теория возмущений приводит в первом приближении к точно решаемой системе линейных уравнений. Более того, соответствующие струнные связи преобразуются в простые линейные условия на коэффициенты Фурье. Найденные решения самосогласовано описывают динамику струны в шкале «медленного» листового времени, а нетривиальное движение струны при асимптотически больших листовых временах имеет вид затухающих колебаний. Полученные в работе решения, с одной стороны могут быть использованы для исследования высших приближений, а с другой стороны могут служить основой для построения квантовой теории струны в пространстве Риндлера.

В заключении авторы выражают глубокую благодарность Л.Я. Арифову, А.А. Желтухину, А.П. Леякову за обсуждение полученных результатов и практические замечания. Работа поддержана грантом Государственного фонда фундаментальных исследований, №Ф4/1751.

#### Список литературы

1. Frolov A.V., Larsen A.L. Chaotic scattering and capture of strings by a black hole // Class. Quantum grav. – 1999. – 16. – P. 3717 – 3724.
2. Roshchupkin S.N., Zheltukhin A.A. Variation principle and a perturbative solution of non – linear string equations in curved space // Nucl. Phys. – 1999. – B543. – P. 365 – 387.

Статья поступила в редакцию 13.14.2001 г.

УДК 537.851

W.Mueller, W.-R.Novender, Баженов В.М., Долгошеев А.Т

### О ТЕОРЕМЕ СИРЛА

Произвольное плоскопараллельное электростатическое поле  $\vec{E}^+$  внутри бесконечного в направлении, перпендикулярном плоскости чертежа, незаряженного диэлектрического цилиндра (см. рис.1)

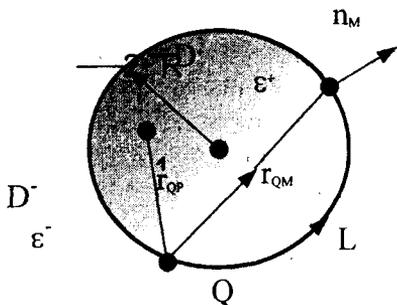


Рис.1

При этом

$$\vec{E} = \begin{cases} \vec{E}^+ = -grad\varphi^+ \epsilon D^+ \\ \vec{E}^- = -grad\varphi^- \epsilon D^- \end{cases} \quad (1)$$

является "трансформацией" поля внешних источников  $\vec{E}^0$  с коэффициентом трансформации к:

$$\vec{E}^+ = k \vec{E}^0.$$

Для доказательства введем два потенциала  $\varphi$  и  $\varphi^0$ , определенные всюду в плоскости, по правилу:

$$\vec{E} = -grad \varphi, \quad \vec{E}^0 = -grad \varphi^0.$$

Будем искать  $\varphi$  в области  $D^+ + L$  (рис. 1) в виде суммы известного поля  $\varphi^0$  внешних по отношению к этой области источников и потенциала простого слоя с плотностью  $\sigma(Q \in L)$ :

$$\varphi(P) = \varphi^0(P) + \frac{1}{2\pi} \oint_L \sigma(Q) \ell n \frac{1}{r_{QP}} dl_Q \quad (2)$$

Продифференцируем (2) по нормали к контуру и устремим точку  $P$  к  $L$  вначале из области  $D^+$ , а затем – из  $D^-$ . Используя теорему о предельных значениях нормальной производной потенциала простого слоя [1], получим для  $P \rightarrow M \in L$ :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n^+}(M) = \frac{1}{2\pi} \oint_L \sigma(Q) \frac{\cos(QM, n_M)}{r_{QM}} dl_Q + \frac{\sigma(M)}{2} + \frac{\partial \varphi^0}{\partial n}(M) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n^-}(M) = \frac{1}{2\pi} \oint_L \sigma(Q) \frac{\cos(QM, n_M)}{r_{QM}} dl_Q - \frac{\sigma(M)}{2} + \frac{\partial \varphi^0}{\partial n}(M) \quad (4)$$

## О теореме Сирла

где:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n^+}(M) = \lim(P \rightarrow M \in L) \frac{\partial \varphi^+}{\partial n}(P \in D^+), \quad \frac{\partial \varphi}{\partial n^-}(M) = \lim(P \rightarrow M \in L) \frac{\partial \varphi^-}{\partial n}(P \in D^-).$$

Вычитая из(3) (4), с учетом (1) получаем:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n^+} - \frac{\partial \varphi}{\partial n^-} = E_n^- - E_n^+ = \sigma.$$

Или

$$\sigma = E_n^- - E_n^+ = \frac{\varepsilon^+ - \varepsilon^-}{\varepsilon^+ \varepsilon^-} \mathfrak{Z}_n,$$

где  $\mathfrak{Z}_n$  - нормальная к поверхности цилиндра составляющая вектора электрического смещения:

$$\vec{\mathfrak{Z}} = \varepsilon \vec{E}, \text{ а } \varepsilon = \begin{cases} \varepsilon^+ \text{ в } D^+ \\ \varepsilon^- \text{ в } D^- \end{cases}.$$

Поскольку контур  $L$  - окружность,

$$\frac{\cos(QM, n_M)}{r_{QM}} = \frac{1}{2R}, \quad (5)$$

где  $R$  - радиус этой окружности [2].

Теперь с учетом постулата Максвелла [3], незаряженности цилиндра и (5) имеем:

$$\oint_L \sigma(Q) \frac{\cos(QM, n_M)}{r_{QM}} dl_Q = \frac{\varepsilon^+ - \varepsilon^-}{2R \varepsilon^+ \varepsilon^-} \oint_L \mathfrak{Z}_n dl = 0. \quad (6)$$

Сложив (3) и (4), с учетом (6) получаем:

$$\frac{\partial \varphi^0}{\partial n} = -E_{0n} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial n^+} + \frac{\partial \varphi}{\partial n^-} \right) = -(E_n^+ + E_n^-) = -\frac{1}{2} \frac{\varepsilon^+ - \varepsilon^-}{\varepsilon^+ \varepsilon^-} \mathfrak{Z}_n.$$

И окончательно

$$\mathfrak{Z}_n = \frac{2 \varepsilon^+ \varepsilon^-}{\varepsilon^+ + \varepsilon^-} E_n^0 = \frac{2 \varepsilon^+}{\varepsilon^+ + \varepsilon^-} \mathfrak{Z}_n^0.$$

Сравним теперь в области  $D^+$  две задачи Неймана для уравнения Лапласа [1]:

$$\begin{cases} \Delta \varphi^0 = 0 \\ \frac{\partial \varphi^0}{\partial n} = -\mathfrak{Z}_n^0 / \varepsilon^+ \mid_{nAL} \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} \Delta \varphi^+ = 0 \\ \frac{\partial \varphi^+}{\partial n} = -\mathfrak{Z}_n^+ / \varepsilon^+ = -\frac{2}{\varepsilon^+ + \varepsilon^-} \mathfrak{Z}_n^0 \mid_{nAL} \end{cases}$$

Легко увидеть, что

$$\frac{\partial \varphi^+}{\partial n} / \frac{\partial \varphi^0}{\partial n} = k = \frac{2\varepsilon^+}{\varepsilon^+ + \varepsilon^-} nAL.$$

Вследствие линейной зависимости решения задачи Неймана от краевых условий и

$$\bar{E}^+ = k\bar{E}^0,$$

что и требовалось доказать.

Таким образом, поле внешних источников диэлектрический цилиндр не деформирует, а всего лишь трансформирует с коэффициентом трансформации "k". В частности, при  $\varepsilon^+ \rightarrow \infty$   $k=2$ .

Представленные результаты являются доказательством второй задачи Сирла в случае произвольного внешнего поля [4]. Аналогично можно провести и доказательство первой задачи Сирла.

### Список литературы

1. Тихонов А.Н., Уравнения математической физики, М, "Наука", 1966. –724 с.
2. Тозони О.В., Расчет электромагнитных полей на вычислительных машинах, "Техника", Киев, 1967. –176 с.
3. Шимони К., Теоретическая электротехника, "Мир", 1964. –256 с.
4. Хэг Б., Электромагнитные расчеты, ГЭИ, М, 1934. –198 с.

Статья поступила в редакцию 15.14.2001 г.

**УДК 621.382:537.5**

***Глумова М.В., Воробьев М.Д.***

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЭМИССИОННОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ КАТОДА НА ВОЛЬТ - АМПЕРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРОВ**

Эмиссионная неоднородность катода оказывает существенное влияние на характеристики и параметры ЭЛП, в связи с чем при моделировании ЭЛП важно учитывать вклад различных участков эмиттирующей поверхности. Вместе с тем она является одним из информативных параметров, свидетельствующих о качестве и надежности катодно-подогревательного узла и всего ЭЛП в целом, вследствие чего моделирование должно рассматриваться как необходимый и ответственный этап при разработке методов контроля и управления качеством. Количественная оценка влияния эмиссионной неоднородности с помощью известных аналитических соотношений связана с серьезными техническими трудностями.

Как известно, любой ЭВП, включая и ЭЛП, имеет в своем составе, в качестве элементарной ячейки, вакуумный диод, вследствие чего весь ЭВП можно представить в виде совокупности элементарных диодных ячеек, моделирование которых в настоящее время проводится без учета современных возможностей средств вычислительной техники.

В отличие от существующих моделей [1, 2, 3], основанных на аналитических соотношениях, разработанная авторами базовая модель диодной ячейки позволяет рассчитывать характеристики электронного пучка в переходном к насыщению режиме и в режиме насыщения, учитывать местонахождение различных эмиттирующих участков на поверхности катода, оценивать величину минимума потенциала и определять демпфирующее влияние на шум прикатодного пространственного заряда, изучать переходные процессы формирования электронного потока при изменении потенциалов электродов. Методика создания модели и особенности ее действия подробно описаны в [4].

Традиционный выбор предмета исследований, известный характер основных физических закономерностей в нем и обилие экспериментальных данных позволили, с одной стороны, продемонстрировать адекватность метода исследования реальным физическим процессам, а с другой - показать преимущества применения новой методики для проведения ранее затруднительных «натурных» экспериментов, в частности исследования влияния эмиссионной неоднородности катода на характеристики электровакуумного устройства.

Для анализа адекватности модели реальным явлениям, выяснения принципиальной возможности расчета ВАХ при переходе к режиму насыщения и в режиме насыщения первоначально рассчитывали вольт-амперные характеристики

для диодной ячейки с размерами:  $H_g=0,21 \cdot 10^{-3}$  м и  $0,31 \cdot 10^{-3}$  м,  $R_g=0,3 \cdot 10^{-2}$  м,  $d_{ak}=0,1 \cdot 10^{-3}$  м и  $0,2 \cdot 10^{-3}$  м,  $R_k=0,1 \cdot 10^{-2}$  м. Геометрические размеры электродов диодной ячейки и моделируемые режимы работы выбирались соответствующими реально существующим ЭЛП – например, области катодно – модуляторного узла телевизионного кинескопа, с поперечным сечением катода, равным площади эффективного токоотбора с катода. Напряжение на аноде изменялось в ходе численных экспериментов в пределах от 2В до 1000В, напряжение на катоде поддерживалось равным 0. Модельные параметры были выбраны на основе общего подхода, изложенного в [4,5], где также проведен анализ влияния параметров дискретизации на адекватность результатов. Количество частиц, аппроксимирующих электронный поток – 1000, заряд крупной частицы  $0,1 \cdot 10^{-14} \div 0,9 \cdot 10^{-15}$  Кл. Расчетная область представлена на рис 1.

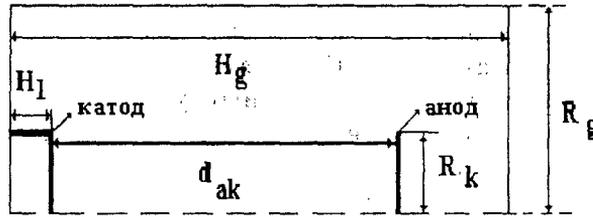


Рис. 1

Расчетная область диодной ячейки с обозначением геометрических размеров.

Анодный ток определялся как количество макрочастиц, поступивших на анод, умноженное на нормировочный коэффициент. Этот коэффициент учитывает укрупнение частицы и временной интервал, в течение которого частицы поступают на анод.

На рисунках 2 и 3 представлены ВАХ, рассчитанные с помощью разработанной модели и с использованием закона степени  $3/2x$  [6] при межэлектродных расстояниях.  $d_{ak}=0,1 \cdot 10^{-3}$  м и  $0,2 \cdot 10^{-3}$  м. Ток эмиссии принимался равным 0,032 А.

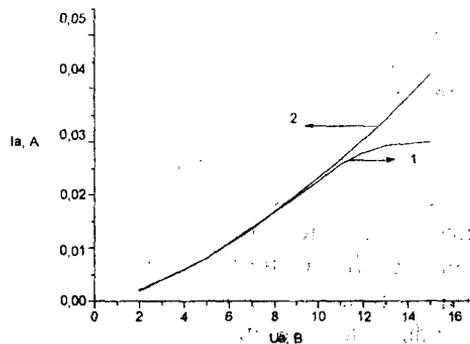


Рис. 2

Вольт-амперные характеристики диодной ячейки при  $d_{ak}=0,1 \cdot 10^{-3}$  м

1- рассчитана с использованием модели;

2- рассчитана с использованием закона степени  $3/2-x$ .

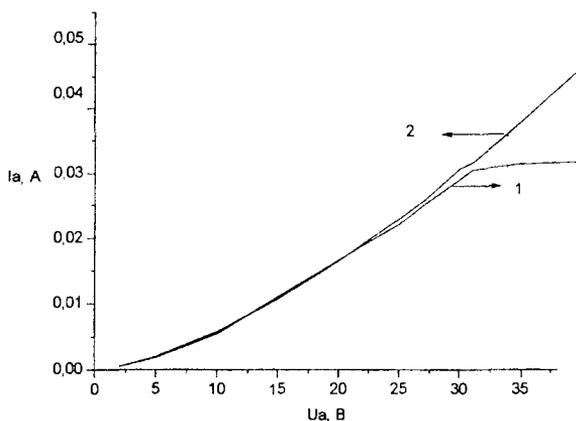


Рис.3

Вольт-амперные характеристики диодной ячейки при  $d_{ак}=0,2 \cdot 10^{-3}$  м  
1 - рассчитана с использованием модели;  
2-рассчитана с использованием закона степени  $3/2$ -х.

Как видно, рассчитанные с использованием модели ВАХ (кривые 1) имеют соответствующую теоретическим представлениям форму и четко выраженные участки: область ограничения тока пространственным зарядом и переход к области насыщения. Практическое совпадение ВАХ 1 и 2 для режима пространственного заряда подтверждает правомерность использования разработанной модели при проведении численного эксперимента.

Идентичный характер ВАХ при различных межэлектродных расстояниях позволяет полагать, что влияние этого параметра на указанное выше согласование несущественно.

ВАХ, представленные на рисунках 2, 3, полученные в результате численного эксперимента, содержат участки режима ограничения тока пространственным зарядом и перехода к режиму насыщения. Получить участок перехода с использованием известных аналитических соотношений затруднительно, ввиду чего использование численной динамической модели представляется единственным способом для решения задач, связанных с расчетом характеристик диодной ячейки в пределах переходного участка ВАХ.

Возможности разработанной модели, проиллюстрированные выше, позволили поставить численный эксперимент по изучению влияния эмиссионной неоднородности катода на ВАХ.

В ходе численного эксперимента были рассчитаны ВАХ диодной ячейки при эмиссии отдельных участков катода. При этом предполагалось, что участок эмиссии перемещался по поверхности катода в пределах его площади. Различие геометрических размеров перемещаемого участка определило несколько вариантов

эксперимента. При этом  $Y$  (линейный размер перемещаемого участка) изменялся от  $0,1 \cdot 10^{-3}$  м до  $0,3 \cdot 10^{-3}$  м. На рисунке 4 схематично представлена система, для которой осуществлялся этот эксперимент.

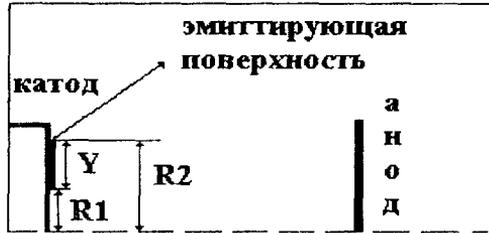


Рис.4

Расчетная область диодной ячейки с указанием участка эмиссии катода.

На рисунках 5-8 представлены полученные в результате численного эксперимента и рассчитанные с помощью закона  $3/2$ -х [6] ВАХ при межэлектродном расстоянии  $d_{ak}=0,1 \cdot 10^{-3}$  м, различных размерах эмиттирующего участка  $Y$  и различном положении участка по отношению к центру катода. Величины  $R_1$  и  $R_2$  определяют координаты краев эмиттирующего участка в цилиндрической системе координат. Кривая 1 рассчитана с использованием разработанной численной модели (численный эксперимент), кривая 2 — с использованием известного аналитического соотношения — закона  $3/2$ -х. Для рис. 5-8  $Y=0,2 \cdot 10^{-3}$  м.

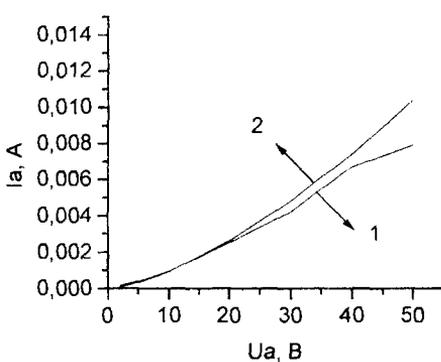


Рис. 5

ВАХ диодной ячейки  
 $d_{ak}=0,1 \cdot 10^{-3}$  м,  $Y=0,2 \cdot 10^{-3}$  м  
 $R_1=0,1$  м,  $R_2=0,20 \cdot 10^{-3}$  м

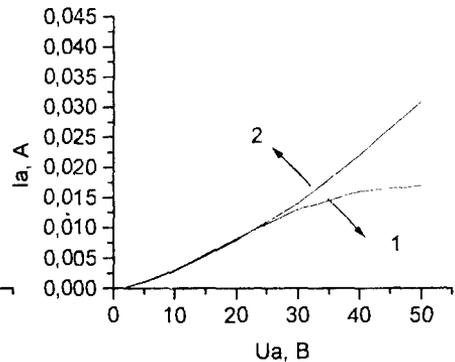


Рис. 6

ВАХ диодной ячейки  
 $d_{ak}=0,1 \cdot 10^{-3}$  м,  $Y=0,2 \cdot 10^{-3}$  м  
 $R_1=0,2 \cdot 10^{-3}$  м,  $R_2=0,40 \cdot 10^{-3}$  м

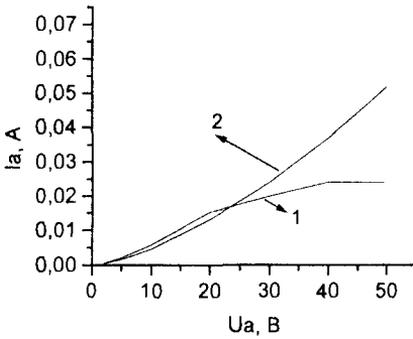


Рис. 7

ВАХ диодной ячейки  
 $d_{ак}=0,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ,  $Y=0,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$   
 $R1=0,40 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ,  $R2=0,60 \cdot 10^{-3} \text{ м}$

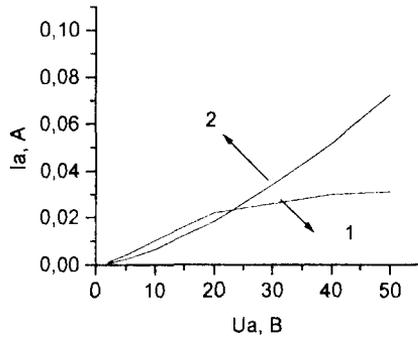


Рис. 8

ВАХ диодной ячейки  
 $d_{ак}=0,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ,  $Y=0,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$   
 $R1=0,60 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ,  $R2=0,80 \cdot 10^{-3} \text{ м}$

Анализ представленного материала свидетельствует о том, что полученные в результате эксперимента ВАХ при различных размерах перемещаемого эмиттирующего участка имеют идентичные закономерности. При положениях участка, близких к центру катода, наблюдается совпадение ВАХ с рассчитанными по закону  $3/2x$  в области ограничения тока пространственным зарядом (рис.5, 6). С увеличением расстояния от центра катода до эмиттирующего участка расхождения между кривыми 1 и 2 в области ограничения тока пространственным зарядом увеличиваются (рис.7,8), при этом экспериментальная кривая располагается выше расчетной. Следует отметить, что размещение эмиттирующего участка ближе к внешней границе катода приводит к существенному расхождению экспериментальной и расчетной кривых, что в целом укладывается в рамки физических представлений о влиянии «краевых» эффектов, связанных с неоднородностью электрического поля в этой области.

Для количественной оценки этого влияния и определения возможности минимизации «краевых» эффектов был проведен эксперимент по определению ВАХ при наличии осесимметричного эмиттирующего участка катода с различными размерами. Если оценивать степень проявления «краевых» эффектов как величину расхождения между экспериментальной (при численном эксперименте) ВАХ и расчетной (по закону  $3/2-x$ ), то полученные результаты позволяют найти условие, при которых такое расхождение становится минимальным. Оно состоит в том, что эмитирующий участок, располагающийся в центре катода, должен иметь площадь примерно в 2,5 – 3 раза меньше площади всего катода.

Найденные закономерности находятся в рамках физических представлений о токопрохождении в реальном диоде с термокатодом [1,5]. Выявленные в ходе эксперимента особенности ВАХ (например, затянутый переход к режиму

насыщения или превышение над расчетной при малых  $Y$ ) должны быть предметом специального изучения с использованием натурального эксперимента.

Полученные результаты могут быть востребованы в процессе дальнейшего расширения и совершенствования численной экспериментальной базы вакуумной электроники.

#### **Список литературы**

5. Клейнер Э.Ю. Основы теории электронных ламп. - М.:Высшая школа, 1974.-367 с.
6. Ван-дер-Зил А. Флуктуации в радиотехнике и физике. - М.: Государственное Энергетическое Издательство, 1958. - 295 с.
7. Шумы в электронных приборах // Под ред. Л.Д.Смулина и Г.А.Хауса.-М.:Энергия,1964.-484 с.
8. Глумова М.В., Шадрин А.А. Динамическое моделирование ЭЛП методом крупных частиц // Динамические системы –Киев: «Либідь» – 1994 –вып.13.-С.80-85
9. Глумова М.В., Воробьев М.Д., Старостенко В.В. Численные исследования шумовых характеристик электронного пучка // Ученые записки Симферопольского государственного университета. – 1998. – № 7 (46). – С.128-130
10. Жигарев А.А. Шамаева Г.Г. Электронно-лучевые и фотоэлектронные приборы.- М.:Высшая школа, 1982.- 463 с.

Статья поступила в редакцию 16.14.2001 г.

УДК 537.621.3

*Пономаренко В.И., Попов В.В.*

## ОДНОСЛОЙНЫЕ ПОГЛОЩАЮЩИЕ ПОКРЫТИЯ НА ОСНОВЕ ДВУХУРОВНЕВЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

### ВВЕДЕНИЕ

Синтез радиопоглощающих покрытий (РПП), наряду с обеспечением необходимых радиотехнических характеристик, предполагает также выполнение требований, налагаемых на прочие параметры покрытия. Одним из условий оптимальности РПП, обеспечивающего в рабочем диапазоне длин волн  $\lambda_{\min} < \lambda < \lambda_{\max}$  значения коэффициента отражения  $R(\lambda) \leq R_0$ , где  $R_0$  - предельно допустимый уровень отражения, является минимальность толщины покрытия  $d$ .

Задача синтеза немагнитных РПП с минимизированным значением параметров  $k_1 = d/\lambda_{\max}$ ,  $k_2 = d/(\lambda_{\max} - \lambda_{\min})$  рассматривалась рядом авторов как в общей постановке в предположении, что дисперсия диэлектрической проницаемости материала покрытия удовлетворяет соотношениям Крамерса-Кронига [1, 2], так и для материалов с конкретным характером дисперсии [3, 4, 5]. В частности, в [5] проанализированы поглощающие структуры на основе композиционных материалов с резонансной частотной зависимостью диэлектрической проницаемости [6],

$$\tilde{\epsilon} = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}, \quad (1)$$

причём резонанс может иметь место на нескольких частотах.

Нами рассматривается поглощающий слой из материала на основе проводящих волокон, именуемых далее включениями первого уровня, распределенных в среде – матрице, которая, в свою очередь, представляет собой композит с аналогичными, но намного меньшего размера включениями второго уровня, распределенными в недиспергирующем связующем, рис 1. Рассмотрен также случай, когда матрица является композитом с дисперсией резонансного типа.

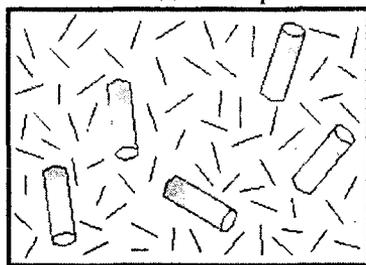


Рис. 1 Двухуровневый композиционный

### ДИСПЕРСИОННЫЕ ЗАВИСИМОСТИ

Для композита в виде упорядоченной системы отрезков цилиндрических проводящих волокон, распределенных в среде с диэлектрической проницаемостью



**Однослойные поглощающие покрытия на основе  
двухуровневых композиционных материалов**

$$F(\{x_i\}, d) = \max_{\lambda_{\min} < \lambda < \lambda_{\max}} R(\{x_i\}, d, \lambda), \quad (5)$$

где R – коэффициент отражения по мощности,

$$R = \left| \frac{i \operatorname{tg}(2\pi d \sqrt{\varepsilon / \lambda}) + \sqrt{\varepsilon}}{i \operatorname{tg}(2\pi d \sqrt{\varepsilon / \lambda}) - \sqrt{\varepsilon}} \right|^2, \quad (6)$$

зависящий от параметров  $\{x_i\}$  через посредство  $\varepsilon$ . На величину диэлектрической проницаемости связующего накладывалось ограничение  $\varepsilon_1 \geq 1$ .

Минимизация проводилась путем пошагового поочерёдного изменения параметров  $\{x_i\}$ , причем величина шага уменьшалась при приближении к минимуму. В качестве начального приближения использовались значения  $\{x_i\}$ , полученные в результате минимизации тем же методом функционала

$$F_0(\{x_i\}, d) = \frac{1}{\lambda_{\min} - \lambda_{\max}} \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} R^n(\{x_i\}, d, \lambda) d\lambda, \quad (7)$$

имеющего смысл усредненного по рабочему диапазону длин волн коэффициента отражения, возведенного в степень n, причем параметр n, как показали расчеты, целесообразно выбирать в пределах от 6 до 8. Такой алгоритм позволил в значительной степени уменьшить известные трудности, отмеченные, в частности, в [5], связанные с тем, что функционал (5) имеет большое число близких друг к другу локальных минимумов, вследствие чего результат минимизации зависит от выбора начального приближения. Вместе с тем необходимо отметить, что гарантированного нахождения глобального минимума описанный алгоритм не обеспечивает, так же как и другие известные методы минимизации, например, симплекс-метод [5].

### РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЁТОВ

При проведении численных расчетов полагалось  $\lambda_{\min} = 1$  см,  $\lambda_{\max} = 10$  см,  $R_0 = 0,1$  (-10 Дб).

Как видно из таблицы 1, в которой приведены оптимальные значения параметров для различных вариантов однослойного покрытия, наименьшую толщину  $d = 1.832$  см имеет покрытие на основе композита, оба уровня которого содержат проводящие волокна с сильным скин-эффектом.

Таблица 1. Оптимальные значения параметров покрытий.

№	1: уровень I 2: уровень II	Параметры оптимизации					Толщина d (см)
		$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	
1	1: волокна с сильным скин- эффектом (BC) 2: BC	A 0.67 8	G (ГГц <sup>-3/2</sup> ) 13.1·10 <sup>-7</sup>	A <sub>1</sub> 1.662	G <sub>1</sub> (ГГц <sup>-3/2</sup> ) 15.2·10 <sup>-7</sup>	$\varepsilon_1$ 1.661	0.832

2	1: ВС 2: волокна со слабым скин-эффектом (ВСЛ)	A 0.64 8	G (ГГц <sup>-1</sup> ) <sup>3/2</sup> 11.9·10 <sup>-4</sup>	A <sub>1</sub> 1.443	Q <sub>1</sub> (ГГц <sup>-1</sup> ) 0.02	ε <sub>1</sub> 1.61	0.87
3	1: ВСЛ 2: ВС	A 0.51	Q (ГГц <sup>-1</sup> ) 67.4·10 <sup>-4</sup>	A <sub>1</sub> 7.99	G <sub>1</sub> (ГГц <sup>-1</sup> ) <sup>3/2</sup> 31.1·10 <sup>-4</sup>	ε <sub>1</sub> 1.0	0.935
4	1: ВС 2: резонансный диэлектрик (РД)	A 0.77 8	G (ГГц <sup>-1</sup> ) <sup>3/2</sup> 3.4·10 <sup>-4</sup>	γ (ГГц) 73.32	ω <sub>p</sub> (ГГц) 60.88	ω <sub>0</sub> (ГГц) 40.89	0.94
5	1: ВСЛ 2: РД	A 1.31	Q (ГГц <sup>-1</sup> ) 42.1·10 <sup>-4</sup>	γ (ГГц) 86.71	ω <sub>p</sub> (ГГц) 77.28	ω <sub>0</sub> (ГГц) 44.05	1.0
6	1: ВСЛ 2: ВСЛ	A 38.6	Q (ГГц <sup>-1</sup> ) 27.4·10 <sup>-3</sup>	A <sub>1</sub> 0.163	Q <sub>1</sub> (ГГц <sup>-1</sup> ) 9.91·10 <sup>-3</sup>	ε <sub>1</sub> 1.01	1.08

Зависимость КО от частоты для этого покрытия приведена на рис. 2. На рис. 3 показана зависимость от частоты компонент эффективной диэлектрической

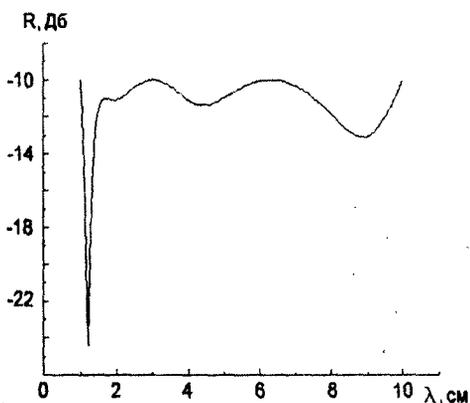


Рис. 2 Зависимость КО от длины волны для оптимального варианта покрытия

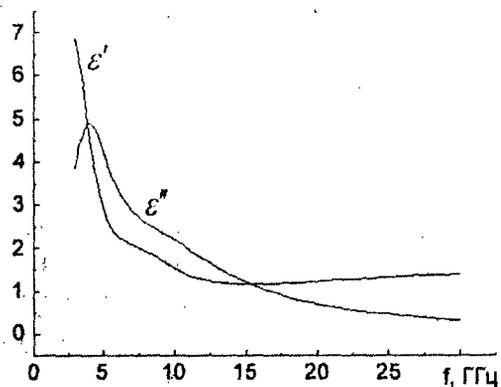


Рис. 3 Зависимость действительной (ε') и мнимой (ε'') частей диэлектрической проницаемости от частоты для оптимального варианта

проницаемости материала покрытия. Отметим, что приведенные зависимости  $\varepsilon(\omega)$ ,  $R(\lambda)$ , для оптимального двухуровневого покрытия с относительной толщиной  $d/\lambda_{\max}=1/12$  очень близки к соответствующим зависимостям, полученным в [1] для поглощающего слоя практически такой же толщины из композиционного материала с четырьмя частотными резонансами диэлектрической проницаемости.

### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Исследованы различные варианты однослойных покрытий из двухуровневых композиционных материалов. Определены оптимальные параметры покрытий, а также их дисперсионные и радиотехнические характеристики при значениях коэффициента отражения по мощности, не превышающих 10% в диапазоне длин волн 1-10 см. Показано, что наименьшую относительную толщину имеет покрытие на основе композиционного материала, оба уровня которого содержат отрезки проводящих волокон с сильным скин-эффектом. Такое покрытие практически тождественно по своим свойствам покрытию на основе композита с четырьмя резонансами частотной зависимости диэлектрической проницаемости.

### **Список литературы**

1. J.J. Pesque, D.P. Bouche, R. Mittra, Optimization of Multi-Layer Antireflection Coatings Using an Optimal Control Method, IEEE Trans. – vol. MTT-40 – no 3 – Sep. 1992 – pp.1789-1796.
2. Розанов К.Н. Фундаментальные ограничения для ширины рабочего диапазона радиопоглощающих покрытий. // Материалы 8-ой международной Крымской конференции «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии», 1998г. – Т.2 – стр.537-538
3. Будагян И.Ф., Мировицкий Д.И., Пономаренко В.И. Оптимизация неоднородного радиопоглощающего диэлектрического слоя. // Радиотехника. – 1982. – Т. 37. – № 7. – С. 22-27.
4. Казанцев Ю.Н., Красножен А.П., Тихонравов А.В. Многослойные поглощающие структуры с дебаевской дисперсией диэлектрической проницаемости.// РЭ. – 1990. – Т. 35. – № 6. – С.1140
5. Виноградов А.П., Лагарьков А.Н., Сарычев А.К., Стерлина И.Г. Многослойные поглощающие структуры из композитных материалов. // РЭ. – 1996. – Т. 41. – № 2. – С. 158-161.
6. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. – М.: Мир, 1986. – 660 с.
7. Пономаренко В.И. Эффективная диэлектрическая проницаемость искусственного диэлектрика с проводящими волокнами. // Радиотехника. – 1990. – Т. 45. – № 5. – С. 82-84.
8. Антонов А.С., Батенин В.М., Виноградов А.П., Калачев А.А., Кулаков А.В., Лагарьков А.Н., Матицын С.М., Панина Л.В., Розанов К.Н., Сарычев А.К., Смычковская Ю.Р., Электрофизические свойства перколяционных систем. – М.: изд. ИВТАН, 1990. – 199 с.

Статья поступила в редакцию 12.04.2001 г.

УДК 535. 317. 2

Дзедолик И.В., Лапаева С.Н.

## ДИНАМИКА ГАУССОВЫХ ИМПУЛЬСОВ, ВОЗБУЖДАЕМЫХ НА ОСНОВНОЙ И НА ВЫСШИХ МОДАХ ОПТИЧЕСКОГО ВОЛОКНА

### ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время исследованию свойств импульсов, распространяющихся по оптическому волокну, уделяется особое внимание в связи с интенсивным развитием волоконно-оптических линий связи и импульсных волоконно-оптических датчиков [1-6]. Известно, что для импульсов с начальной модуляцией частоты возможна компрессия в волокне в результате трансформации фазовой модуляции в амплитудную [3]. В связи с этим представляет интерес исследование особенностей динамики волновых поверхностей модулированных и немодулированных импульсов гауссовой формы в оптических волокнах.

### ПОЛЕВЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим распространение оптического импульса в поперечно неоднородной среде с осевой симметрией и материальной дисперсией – оптическом волокне с градиентным профилем показателя преломления. Предположим, что волноводные условия для импульса, профиль электрического поля которого при  $z = 0$  задан

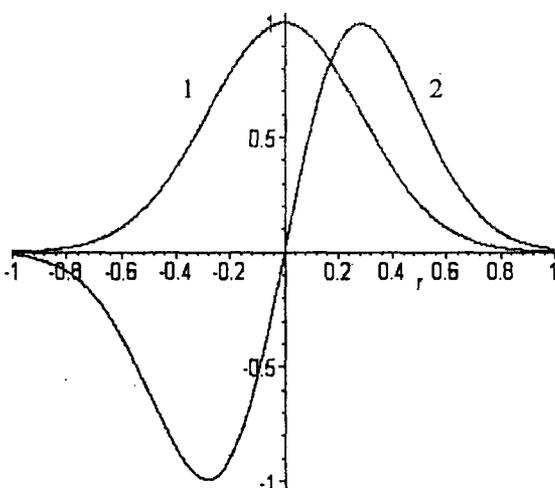


Рис.1. Профиль импульса в поперечном сечении волокна на низших (1)  $\ell = 0$  и на высших модах (2)  $\ell \neq 0$ .

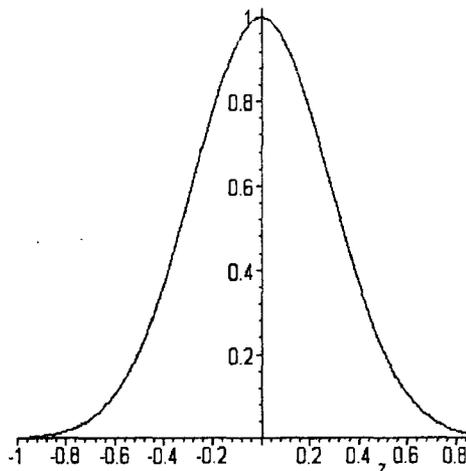


Рис.2. Профиль импульса в продольном сечении волокна.

$E_0(t)$ , выполняются – поперечное распределение поля импульса описывается направляемыми модами, моды излучения высветились, а для несущей гармоники имеют место условия трансляции в волокне. В поперечной плоскости для всех компонент электромагнитного поля ( $\mathbf{E}, \mathbf{B}$ ) выполняются условия излучения Зоммерфельда  $\lim_{r \rightarrow \infty} [r(k\psi_j + \partial\psi_j / \partial r)] = 0$ .

Исследуем динамику импульсов, возбуждаемых на основной моде (азимутальный индекс моды  $\ell = 0$ ) и на высших модах ( $\ell \neq 0$ )  $\psi \sim r^\ell e^{-r^2} e^{i\ell\phi} Z(z, t)$  [7] в оптическом волокне с параболическим профилем показателя преломления сердцевинны и безграничной оболочкой (рис.1-4).

Волновая поверхность гауссова импульса с  $\ell = 0$  представляет собой плоскость, а волновая поверхность импульса с  $\ell \neq 0$  – геликоид (рис.3), который

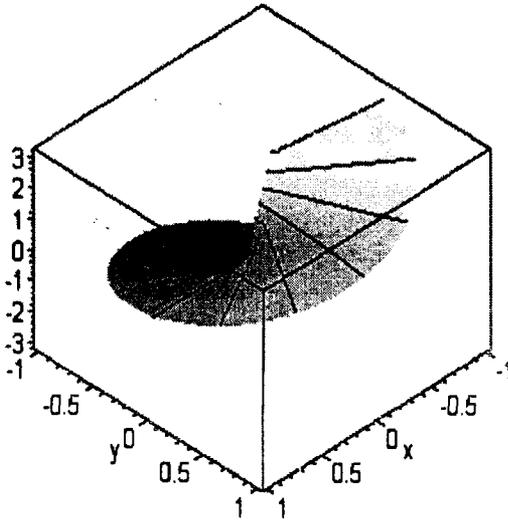


Рис.3. Волновая поверхность импульса с  $\ell \neq 0$ .

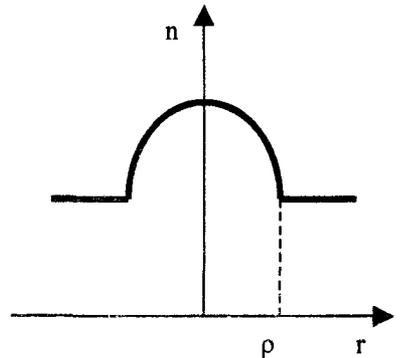


Рис. 4. Профиль оптического волокна.

при распространении импульса не вращается как целое, но деформируется (расширяется либо сжимается по продольной оси).

Для векторов электромагнитного поля запишем макроскопическую систему уравнений Максвелла [8]

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{B} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, & \nabla \mathbf{D} &= 0, \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, & \nabla \mathbf{B} &= 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Взаимодействие электромагнитного поля с диэлектрической средой представим в форме материального уравнения, задающего связь векторов электрической индукции  $\mathbf{D}$  и напряженности поля  $\mathbf{E}$  в линейном случае:

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + 4\pi \int_{-\infty}^t \chi(\mathbf{r}, t', t) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t') dt'. \quad (2)$$

В материальном уравнении (2) учтено, что среда обладает временной (частотной) дисперсией. В стационарной среде, не меняющей своих свойств во времени под влиянием внешних причин, не связанных с действием электромагнитного поля, отклик зависит лишь от разности моментов времени  $t - t' \equiv \tilde{t}$ . Для стационарной среды перепишем материальное уравнение (2) в виде:

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + 4\pi \int_0^{\infty} \chi(\mathbf{r}, \tilde{t}) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t - \tilde{t}) d\tilde{t} \equiv \hat{\epsilon} \mathbf{E}. \quad (3)$$

Из системы полевых уравнений (1) получаем интегро-дифференциальное векторное уравнение для  $\mathbf{E}$  в форме:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \nabla(\nabla \mathbf{E}) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^{\infty} d\tilde{t} \chi(\mathbf{r}, \tilde{t}) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t - \tilde{t}) = 0. \quad (4)$$

Из уравнения  $\nabla \mathbf{D} = 0$  с учетом (3) следует, что  $\hat{\epsilon} \nabla \mathbf{E} + (\nabla \hat{\epsilon}) \mathbf{E} = 0$ . Пренебрегая поляризационными эффектами, полагаем  $|\hat{\epsilon} \nabla \mathbf{E}| \gg |(\nabla \hat{\epsilon}) \mathbf{E}|$ , то есть  $\nabla \mathbf{E} \approx 0$ . Тогда уравнение (4) представим в форме

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\hat{\chi}_1 \mathbf{E}), \quad (5)$$

где  $\hat{\chi}_1 = \int_0^{\infty} dt_1 \chi_1(\mathbf{r}, t_1)$  – интегральный оператор.

Выделим в операторе Лапласа вторую производную по продольной координате  $\nabla_{\perp}^2 + \partial^2 / \partial z^2$ , умножим уравнение (5) на комплексно-сопряженное значение  $\mathbf{E}^*$ , а комплексно-сопряженное уравнение (4) – на  $\mathbf{E}$  и вычтем эти уравнения одно из другого. Проинтегрируем полученное уравнение по поперечному сечению:

$$\iint_S dS \left\{ (\mathbf{E}^* \nabla_{\perp}^2 \mathbf{E} - \mathbf{E} \nabla_{\perp}^2 \mathbf{E}^*) + \left[ \mathbf{E}^* \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \hat{\epsilon} \right) \mathbf{E} - \mathbf{E} \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \hat{\epsilon} \right) \mathbf{E}^* \right] \right\} = 0$$

где  $\hat{\epsilon} = 1 + 4\pi \hat{\chi}_1$ . Учитывая условия излучения Зоммерфельда

$\lim_{r \rightarrow \infty} \left[ r \left( \frac{\omega}{c} \mathbf{E} + \frac{\partial}{\partial r} \mathbf{E} \right) \right] = 0$ , получаем, что согласно второй двумерной формуле Грина

$$\iint_S dS (\mathbf{E}^* \nabla_{\perp}^2 \mathbf{E} - \mathbf{E} \nabla_{\perp}^2 \mathbf{E}^*) = \oint_L dl [\mathbf{E}^* (\nabla \mathbf{E}) - \mathbf{E} (\nabla \mathbf{E}^*)] = 0$$

при  $L \rightarrow \infty$ . Представим вектор электрического поля в виде

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e}(\mathbf{r}_\perp) Z(z, t),$$

подставим в уравнение (5), и, учитывая что  $Z \neq 0$ ,  $Z^* \neq 0$ , получаем уравнение:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) Z = \frac{4\pi\hat{\alpha}_1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} Z, \quad (6)$$

$$\text{где } \hat{\alpha}_1 = \left( \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty dr r \hat{\chi}_1(\mathbf{r}_\perp) |\mathbf{e}(\mathbf{r}_\perp)|^2 \right) \left( \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty dr r |\mathbf{e}(\mathbf{r}_\perp)|^2 \right)^{-1}.$$

### ВОЛНОВОЙ ПАКЕТ

Будем искать полевые компоненты импульса, распространяющегося в параболическом волокне  $1 + 4\pi\hat{\chi} = \int_0^\infty d\tilde{t} \tilde{n}_1^2(\tilde{t})(1 - 2\Delta(\tilde{t})r^2/\rho^2)$ , (где  $n_1$  -

показатель преломления на оси сердцевинки,  $\Delta = (n_1^2 - n_2^2)/2n_1^2$  - параметр высоты профиля волокна,  $n_2^2$  - показатель преломления оболочки,  $\rho$  - радиус сердцевинки волокна). Решения уравнений для поперечной структуры поля  $\mathbf{e}(\mathbf{r}_\perp)$  в виде мод параболического волокна хорошо известны [7]. Будем искать решения уравнения (6) для огибающей импульса, заданного в сечении волокна  $z = 0$ . Найдем частотный спектр импульса  $E_0(t)$  при  $z = 0$ :

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} E_0(t') \exp(-i\omega t') dt'. \quad (7)$$

Учитывая, что каждая гармоническая волна распространяется в линейной среде независимо друг от друга, решение уравнения для продольного фактора  $Z(z, t)$  (6) ищем как суперпозицию гармоник  $F(\omega) \exp\{i[\omega t - \beta(\omega)z]\}$  [8]:

$$Z(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \exp\{i[\omega t - \beta(\omega)z]\} d\omega. \quad (8)$$

Подставляя выражение для спектра (7) в (8), получаем выражение для  $Z(z, t)$  с учетом граничных условий

$$Z(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_0(t') \exp\{i[\omega(t - t') - \beta(\omega)z]\} dt' d\omega. \quad (9)$$

Решение (9) возможно получить в замкнутой форме, если вычислить двойной интеграл с учетом точного закона дисперсии  $\beta = \beta(\omega)$ , который в общем случае не известен.

Рассмотрим динамику импульса с пологим фронтом и относительно большой длительностью – волнового пакета. Предположим, что частотный спектр  $\Delta\omega$  импульса достаточно узкий. Тогда приближенные решения для  $Z(z, t)$  можно найти, разлагая постоянную распространения в ряд Тейлора в окрестности несущей частоты  $\omega_0$  [8]:

$$\beta(\omega) = \beta(\omega_0) + \left. \frac{\partial\beta}{\partial\omega} \right|_{\omega = \omega_0} (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2\beta}{\partial\omega^2} \right|_{\omega = \omega_0} (\omega - \omega_0)^2 + \dots \quad (10)$$

и подставляя ряд (11) в решение (9), получаем выражения для  $Z$  в первом, втором и т.д. приближениях теории дисперсии, соответствующие удерживаемым членам. Тогда, взяв внутренний интеграл по  $\omega$ , а, затем интеграл по  $t'$ , получаем решения в замкнутой форме в соответствующих приближениях теории дисперсии.

Во втором приближении теории дисперсии получаем выражение для  $Z$  в виде:

$$Z(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \exp\left\{i\left[t - \frac{\partial\beta}{\partial\omega} z\right](\omega - \omega_0) - \frac{i}{2} \frac{\partial^2\beta}{\partial\omega^2} z\right\} d\omega \times \exp[i(\omega_0 t - \beta(\omega_0) z)] \equiv A(z, t) \exp[i(\omega_0 t - \beta(\omega_0) z)]. \quad (11)$$

### ГАУССОВ ИМПУЛЬС БЕЗ НАЧАЛЬНОЙ ДЕВИАЦИИ ЧАСТОТЫ

Предположим, что спектр импульса ограничен, т.е. импульс не модулирован по частоте, начальная частотная девиация отсутствует. Огибающая импульса имеет гауссову форму при  $z = 0$ :

$$A_0(t) = E_0 \exp(-t^2 / T_0^2), \quad (12)$$

где  $T_0$  - начальная длительность импульса. На рис.5 представлена огибающая импульса без начальной девиации частоты в сечении  $z = 0$ .

Подставляя выражение для граничной формы импульса  $A_0(t)$  при  $z = 0$  (12) в (11), получаем выражение для огибающей импульса в сечении волокна  $z$ :

$$A(z, t) = \frac{E_0}{(1 + \bar{z}^2)^{1/4}} \exp\left[-\frac{(t - \bar{z}L_d / v_g)^2}{T_0^2 (1 + \bar{z}^2)}\right] \times \exp\{i\vartheta\} \quad (13)$$

$$\text{где } \vartheta = \frac{(t - L_d \bar{z} / v_g)^2 \bar{z}}{T_0^2 (1 + \bar{z}^2)} - \frac{1}{2} \arctg(\bar{z})$$

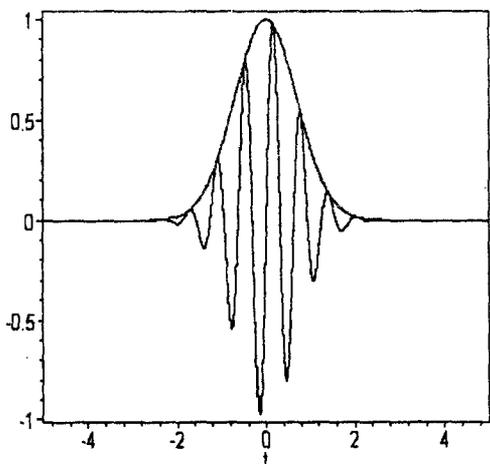


Рис.5. Огибающая импульса без начальной модуляции частоты в волокне при  $z = 0$

- фазовая добавка, возникающая в результате дисперсии в волокне,  $\bar{z} = z/L_D$ ,  $L_D = T_0^2/4D$  - дисперсионная длина для импульса, на которой его длительность увеличивается в  $\sqrt{2}$  раз,  $D = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \beta}{\partial \omega^2}$ .

На рис. 6 представлена динамика огибающей импульса без начальной частотной модуляции  $|A_e|$  (13) в сердцевине градиентного волокна: при увеличении нормализованной длины  $\bar{z} = z/L_d$  амплитуда импульса монотонно уменьшается, а длительность импульса  $2T = 2T_0 [1 + (z/L_d)^2]^{1/2}$  по нормализованному времени  $\tau_0 = \tau/T_0$  увеличивается, что соответствует поведению волнового пакета в линейной среде. Длительность импульса  $2T$  на длине волокна  $z = \text{const}$  зависит от профиля волокна, от величины дисперсии групповой скорости и от начальной длительности импульса, т.к. эти параметры определяют дисперсионную длину импульса:

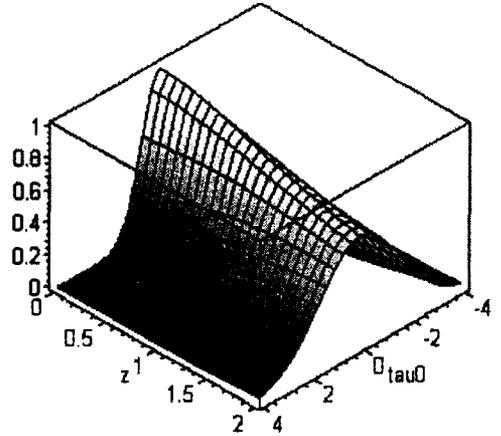


Рис.6. Огибающая импульса без начальной модуляции частоты при его распространении в волокне:  $\bar{z} = z/L_D, \tau_0 = (t - z/v_g)/T_0$ .

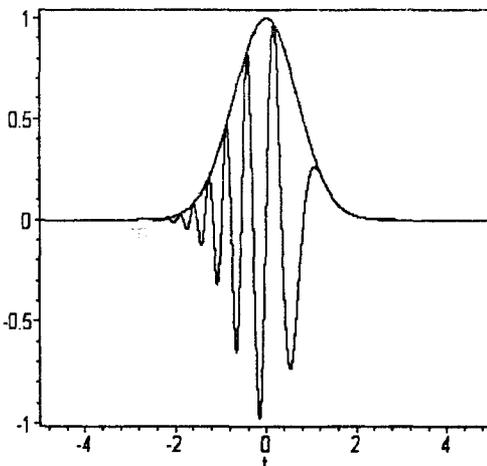


Рис.7. Импульс с начальной с начальной модуляцией частоты при  $z = 0$ .

$$L_d = \frac{T_0^2}{4D} = \frac{T_0^2}{2} \left( \frac{\partial^2 \beta}{\partial \omega^2} \right)^{-1}. \quad (14)$$

**ГАУССОВ ИМПУЛЬС С НАЧАЛЬНОЙ ДЕВИАЦИЕЙ ЧАСТОТЫ**

Если гауссов импульс имеет начальную частотную девиацию, его огибающая при  $z = 0$  может быть представлена в форме

$$A_0(t) = E_0 \exp(-t^2/T_0^2 - i\omega_0 vt^2). \quad (15)$$

Когда знак частотного параметра  $v$  больше нуля, частота уменьшается к

Рис.7. Импульс с начальной с начальной модуляцией частоты при  $z = 0$ .

Подставляя  $A_0(t)$  (15) в выражение (11), получаем огибающую импульса с начальной частотной модуляцией в сердцевине волокна в сечении  $z$ :

$$A(z, t) = \frac{E_0}{[(1 - \gamma \bar{z})^2 + \bar{z}^2]^{1/4}} \exp\left[-\frac{(t - \bar{z}L_d / v_g)^2}{T_0^2((1 - \gamma \bar{z})^2 + \bar{z}^2)}\right] \exp\{i\vartheta\}, \quad (16)$$

где 
$$\vartheta = \frac{(t - \bar{z}L_d / v_g)^2 [\bar{z}(1 + \gamma^2) - \gamma]}{T_0^2[(1 - \gamma \bar{z})^2 + \bar{z}^2]} - \frac{1}{2} \operatorname{arctg}\left(\frac{\bar{z}}{1 - \gamma \bar{z}}\right), \quad \gamma = v\omega_0 T_0^2$$

коэффициент длительности импульса.

Рис.8 представляет динамику огибающей импульса с начальной частотной модуляцией  $|A_e|$  (16) при распространении импульса в сердцевине волокна в случае  $\gamma = 1$ : амплитуда импульса нарастает на нормализованной длине  $\bar{z} = 0.5$ . При увеличении коэффициента  $\gamma$  скорость изменения амплитуды импульса при его распространении увеличивается. Например, при  $\gamma = 10$  компрессия импульса с начальной девиацией частоты отсутствует.

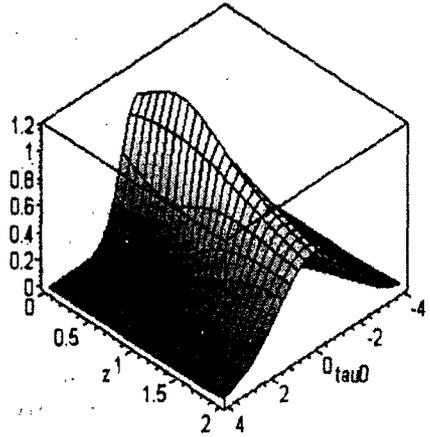


Рис.8. Огибающая импульса в волокне с начальной девиацией частоты:  $\gamma = 1$ .

Длительность импульса с начальной частотной модуляцией  $2T = 2T_0[(1 - \gamma z/L_D)^2 + (z/L_D)^2]^{1/2}$  при его распространении в сердцевине волокна в случае  $\gamma = 1$ , когда  $D > 0$  (нормальная дисперсия), имеет минимум на длине  $z_{\min} = \gamma T_0^2 / 4D(1 + \gamma^2)$ , а амплитуда импульса - максимум. Таким образом, импульс с начальной частотной девиацией «фокусируется во времени» в линейной среде. Мощность импульса будет нарастать и возможно возникновение нелинейных эффектов, когда амплитуда достигает значения, при котором показатель преломления волокна начинает зависеть от напряженности поля.

## ВОЛНОВАЯ ПОВЕРХНОСТЬ ИМПУЛЬСА

Динамика импульса характеризуется изменением во времени и в пространстве его комплексной огибающей. Скорость адиабатического изменения огибающей импульса зависит от величины возмущений в волокне, а величина возмущений определяется в случае идеальной симметрии волокна параметром высоты его

профиля  $\Delta$ . Таким образом, адиабатическое изменение показателя преломления волокна в радиальном направлении, пропорциональное  $\sqrt{\Delta}$ , вызывает деформацию комплексной огибающей импульса. Это приводит к изменению формы импульса (его амплитуды) и волновой поверхности (фазы).

При стремлении начальной длительности импульса к бесконечности - в случае монохроматической волны фазовая добавка  $\vartheta$ , обусловленная временной ограниченностью импульса, стремится в пределе к нулю. И наоборот, для коротких импульсов фазовая добавка  $\vartheta$  будет велика на больших длинах распространения импульса. Причем, фазовые добавки из-за временной ограниченности импульса для максимума амплитуды импульса, движущегося с групповой скоростью  $v_g$ , для фронта и для спада различны по величине. Скорость волновой поверхности - фазовую скорость определим, взяв производную по времени от фиксированного значения фазы  $\phi = \omega t - \beta z + k\ell\phi + \vartheta(z, t) = \text{const}$ , т.е. «метки на волновой поверхности». Для гауссова импульса без начальной девиации частоты фазовая скорость равна

$$v_\phi = \left[ \omega_0 + \frac{2\bar{z}\bar{\tau}}{T_0(1+\bar{z}^2)} \right] \times \left[ \beta + \frac{2\bar{z}\bar{\tau}}{v_g T_0(1+\bar{z}^2)} - \frac{\bar{\tau}^2}{L_D(1+\bar{z}^2)} + \frac{2\bar{z}^2\bar{\tau}^2}{L_D(1+\bar{z}^2)^2} + \frac{1}{2L_D(1+\bar{z}^2)} \right]^{-1}, \quad (17)$$

а для гауссова импульса с начальной девиацией частоты

$$v_\phi = \left\{ \omega_0 + \frac{2[\bar{z}(1+\gamma^2) - \gamma]\bar{\tau}}{T_0[(1-\gamma\bar{z})^2 + \bar{z}^2]} \right\} \times \left\{ \beta + \frac{2[\bar{z}(1+\gamma^2) - \gamma]\bar{\tau}}{v_g T_0[(1-\gamma\bar{z})^2 + \bar{z}^2]} - \frac{\bar{\tau}^2(1+\gamma^2)}{L_D[(1-\gamma\bar{z})^2 + \bar{z}^2]} + \frac{2[\bar{z}(1+\gamma^2) - \gamma]^2\bar{\tau}^2}{L_D[(1-\gamma\bar{z})^2 + \bar{z}^2]^2} + \frac{1}{2L_D[(1-\gamma\bar{z})^2 + \bar{z}^2]} \right\}^{-1}, \quad (18)$$

где  $\bar{z} = z/L_D$ ,  $\bar{\tau} = (t - \bar{z}L_D/v)/T_0$ . Из (17), (18) следует, что скорости волновой поверхности для вершины ( $\bar{\tau} = 0$ ), фронта ( $\bar{\tau} = 1$ ) и спада ( $\bar{\tau} = -1$ ) импульса изменяются при распространении его вдоль оси  $z$  (см. рис.9, 10).

На определенной длине  $z_{\text{invers}}$  происходит инверсия волновой поверхности импульса с начальной девиацией частоты: волновая поверхность спада импульса обгоняет волновой фронт импульса. При этом их скорости сравниваются  $v_\phi(\tau = -1) = v_\phi(\tau = 1)$  на нормированной длине  $\bar{z} = 0.5$ , амплитуда импульса достигает максимального значения, а его длительность - минимального (см. рис.6), т.е.  $z_{\text{invers}} = z_{\text{min}}$ .

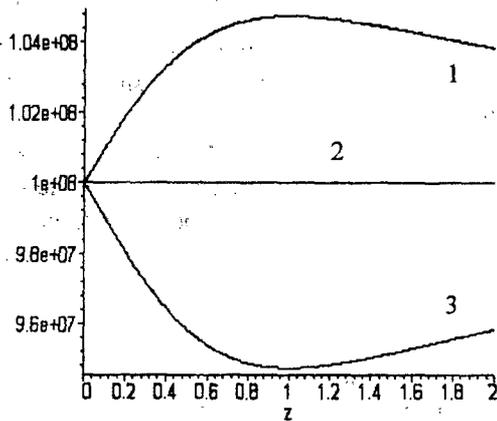


Рис.9. Скорость волновой поверхности импульса без начальной модуляции частоты для: (1)- фронта; (2)- вершины; (3)- спада.

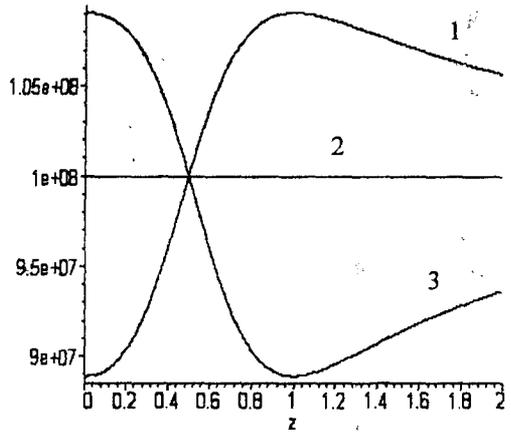


Рис.10. Скорость волновой поверхности импульса с начальной модуляцией частоты для: (1)- фронта; (2)- вершины; (3)- спада.

Инверсия волнового фронта в волокне обусловлена различной скоростью распространения частотных гармоник импульса с начальной модуляцией частоты в линейной среде с материальной дисперсией. Низкочастотные гармоники, сгруппированные вблизи спада импульса, обгоняют высокочастотные гармоники, сгруппированные вблизи его фронта.

Таким образом, при соответствующей начальной модуляции частоты импульсов возможно на заданной длине волоконно-оптической линии связи получить короткие импульсы с крутым фронтом, что позволит повысить качество передаваемого сигнала и, соответственно, уменьшить число ошибок при приеме. Анализ динамики фазы модулированного импульса и инверсии его волновой поверхности в зависимости от изменения параметров волокна дает возможность проектировать волоконно-оптические импульсные датчики, в которых устранено влияние помех, вызванных вибрацией, изменением температуры и т.п.

Авторы благодарят А.В.Воляра и А.Б.Гопмана за плодотворные обсуждения работы.

### Список литературы

1. Nye J.F., Berry M.V. Dislocation in wave trains // Proc. R. Soc. London, -1974.-A. 336.-pp.165-190.
2. Jurgensen K. Transmission of Gaussian pulses through monomode dielectric optical waveguides // Applied Optics.- January 1977.- 16, No.1.- pp.22-23.
3. Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. Самовоздействие волновых пакетов в нелинейной среде и генерация фемтосекундных лазерных импульсов // Успехи физических наук.- 1986.- 149, вып.3, С. 451-509.
4. Воляр А.В., Фадеева Т.А. Вихревая природа мод оптического волокна // Письма в Журнал Технической Физики. III.- 1996.- 22, вып.17. С.- 69-74.

## **ДИНАМИКА ГАУССОВЫХ ИМПУЛЬСОВ, ВОЗБУЖДАЕМЫХ НА ОСНОВНОЙ И НА ВЫСШИХ МОДАХ ОПТИЧЕСКОГО ВОЛОКНА**

---

5. Basistiy I.V., Soskin M.S., Vasnetsov M.V. Nonlinear singular optics //Opt. Com.- 1995.- 119, pp.604-612.
6. Dzedolik I.V., Volyar A.V. Optical vortex train dynamics in a medium with anomalous dispersion //Proceedings of SPIE.- 1999.- 3904-11, pp.83-91.
7. Снайдер А.В., Лав Д.В. Теория оптических волноводов. -Москва: Радио и связь, 1987. - 487 с.
8. Виноградова М.Б., Руденко О.И., Сухоруков А.П. Теория волн. - Москва: Наука. 1990.- 340 с.

УДК 537.622.5

*Скибинский К.М., Стругацкий М.Б., Хижный В.И., Тараканов В.В.*

## АМПЛИТУДНО - ЧАСТОТНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА БОРАТА ЖЕЛЕЗА В ПРОЦЕССЕ МАГНИТНОГО ДВУПРЕЛОМЛЕНИЯ ПОПЕРЕЧНОГО ЗВУКА

В работах [1,2] исследовалось магнитное двупреломление поперечного звука в борате железа. Была получена зависимость амплитуды  $A$ , прошедшей вдоль главной оси кристалла  $\text{FeVO}_3$ , поперечной звуковой волны от магнитного поля, приложенного в базисной плоскости. Настоящая работа посвящена изучению частотной зависимости амплитуды такой волны. При этом внешнее магнитное поле равно нулю. Оказалось, что в пределах рабочего диапазона частот пьезопреобразователей амплитудно-частотная характеристика кристалла имеет максимум в районе частот, близких к 180 МГц (рис 1а). Условия эксперимента аналогичны [1]: образец в виде базисной пластины  $\text{FeVO}_3$  толщиной 1,2 мм помещался между двумя пьезопреобразователями, изготовленными из X-среза  $\text{LiNbO}_3$ . Один из пьезопреобразователей служил источником звука, другой приемником. Акустические контакты в этой связке обеспечивались за счет использования тонких слоев кремнийорганической жидкости, отвердевавшей при 150К. Рабочая же температура эксперимента 77К. Поляризации источника и приемника взаимно параллельны.

Теоретическая интерпретация экспериментального результата проводилась в рамках анизотропной модели [2]. Модель основана на рассмотрении магнитного двупреломления поперечного звука в антиферромагнетике [3] с учетом экспериментальных граничных условий для бората  $\text{FeVO}_3$ . Граничные условия ведут к возникновению магнитной анизотропии в базисной плоскости, убывающей вглубь кристалла. Для простоты мы полагаем эту анизотропию одноосной и ориентацию легкой оси не зависящей от координаты  $z$  (оси  $z$  и  $C_3$  параллельны). В этом случае в отсутствие внешнего магнитного поля распределение намагниченности однородно.

Добавка к модулю упругости, определяющая фазовую скорость магнитной моды звуковой волны [2] в нашем случае имеет вид

$$\Delta C^{\text{eff}} = \frac{2B_{14}^2}{M_0 H_{\text{me1}} + a}. \quad (1)$$

Здесь  $B_{14}$  - магнитоупругая постоянная,  $M_0$  - спонтанная намагниченность бората железа,  $H_{\text{me1}}$  - эффективное магнитоупругое поле [2],  $a$  - константа наведенной одноосной анизотропии, зависящая от координаты  $z$  вдоль оси  $C_3$  кристалла.

Скорости магнитной и немагнитной мод звука в образце определяются так:

$$V_X = \sqrt{(C_{44} - \Delta C^{\text{eff}}) / \rho},$$

$$V_Y = \sqrt{C_{44} / \rho},$$
(2)

где  $\rho$  - плотность кристалла.

Вектор поляризации необыкновенной волны параллелен оси X, обыкновенной - оси Y. Скорость  $V_X$  магнитной моды зависит от координаты z.

Для расчета амплитуды, как и в [2], применим известный из оптики метод матриц Джонса [4]. Можно представить кристалл толщиной d разбитым на n слоев с постоянной внутри каждого слоя анизотропией. В этом случае связь между входящей и выходящей из m-го слоя волной определится так

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u}_{Xm}^{\text{out}} \\ \mathbf{u}_{Ym}^{\text{out}} \end{pmatrix} = T_m \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{u}_{Xm}^{\text{in}} \\ \mathbf{u}_{Ym}^{\text{in}} \end{pmatrix}.$$
(3)

Отметим еще раз, что в рассматриваемом случае магнитное поле не приложено и намагниченность распределена однородно. Поэтому матрица  $T_m$  определяет только набег фазы в слое и не содержит поворота локальной системы координат, как это было в случае не нулевого поля [2]. Таким образом, матрицу  $T_m$  можно представить так

$$T_m = \begin{pmatrix} \exp[-i\omega \frac{d}{n} V_{Xm}^{-1}] & 0 \\ 0 & \exp[-i\omega \frac{d}{n} V_Y^{-1}] \end{pmatrix},$$
(4)

Применяя (4) последовательно ко всем n слоям, получим следующую связь между амплитудами входящей и выходящей волн

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u}_X^{\text{out}} \\ \mathbf{u}_Y^{\text{out}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \exp(i\omega \frac{d}{n} \sum_m V_{Xm}^{-1}) & 0 \\ 0 & \exp(i\omega d V_Y^{-1}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{u}_X^{\text{in}} \\ \mathbf{u}_Y^{\text{in}} \end{pmatrix}.$$
(5)

Здесь и далее начало координат выбрано в центре кристалла. В базисе (X, Y) входящая линейно поляризованная волна на поверхности кристалла записывается следующим образом

$$\begin{pmatrix} u_x^{in} \\ u_y^{in} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u^m \cos \varphi_0 \\ u^m \sin \varphi_0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Здесь  $u^{in} = \exp(i\omega t)$ ,  $\varphi_0$  - угол между поляризациями падающей волны и ее магнитной моды. Используя (5) и (6), мы определяем компоненту  $u_{II}^{out}$  волны на выходе из кристалла с поляризацией, параллельной поляризации падающей волны  $u^{in}$ .

$$\begin{aligned} u_{II}^{out} &= u_x^{out} \cdot \cos \varphi_0 + u_y^{out} \cdot \sin \varphi_0 = \\ &= [\cos(\omega \frac{d}{n} \sum_m V_{Xm}^{-1}) \cos^2 \varphi_0 + \cos(\omega d V_Y^{-1}) \sin^2 \varphi_0] \cos \omega t + \\ &+ [\sin(\omega \frac{d}{n} \sum_m V_{Xm}^{-1}) \cos^2 \varphi_0 + \sin(\omega d V_Y^{-1}) \sin^2 \varphi_0] \sin \omega t \end{aligned} \quad (7)$$

Отсюда получаем искомое выражение для амплитуды

$$A_{II} = \sqrt{1 - 1/2 \sin^2 2\varphi_0 \{1 - \cos[\omega d (\frac{1}{n} \sum_m V_{Xm}^{-1} - V_Y^{-1})]\}}, \quad (8)$$

Формула (8) позволяет определить  $A_{II}(\omega)$ , если задан закон, по которому анизотропия  $a(z)$  убывает вглубь кристалла. Положим

$$a(z) = k_1 + k_2 \cdot |z|. \quad (9)$$

Расчет по формуле (8) с подбором параметров  $k_1$  и  $k_2$  дает теоретическую кривую АЧХ (рис. 1б), наиболее близко соответствующую экспериментальной в рамках предлагаемой модели. Однако эта модель не позволяет интерпретировать экспериментальную особенность кривой АЧХ - ее тонкую структуру (рис. 1а)

Как следует из выражения (8) зависимость  $A(\omega)$  - периодическая, причем период убывает с увеличением толщины кристалла. В связи с этим, для объяснения тонкой структуры можно предположить, что волна в части данного образца проходит путь, значительно больший его толщины за счет многократного переотражения от границ существующих в кристалле блоков. Естественно было бы учесть также, переотражение от поверхности кристалла в области склейки. Однако этого делать не нужно по следующим причинам. Если коэффициент отражения сравнительно мал  $\rho \lesssim 0,8$ , то это не приводит к заметному вкладу в эффект, при большом коэффициенте отражения АЧХ вырождается: явно выраженные максимумы исчезают, кривая представляет собой сплошной шум.

**Амплитудно-частотная характеристика бората железа в процессе магнитного двупреломления поперечного звука**

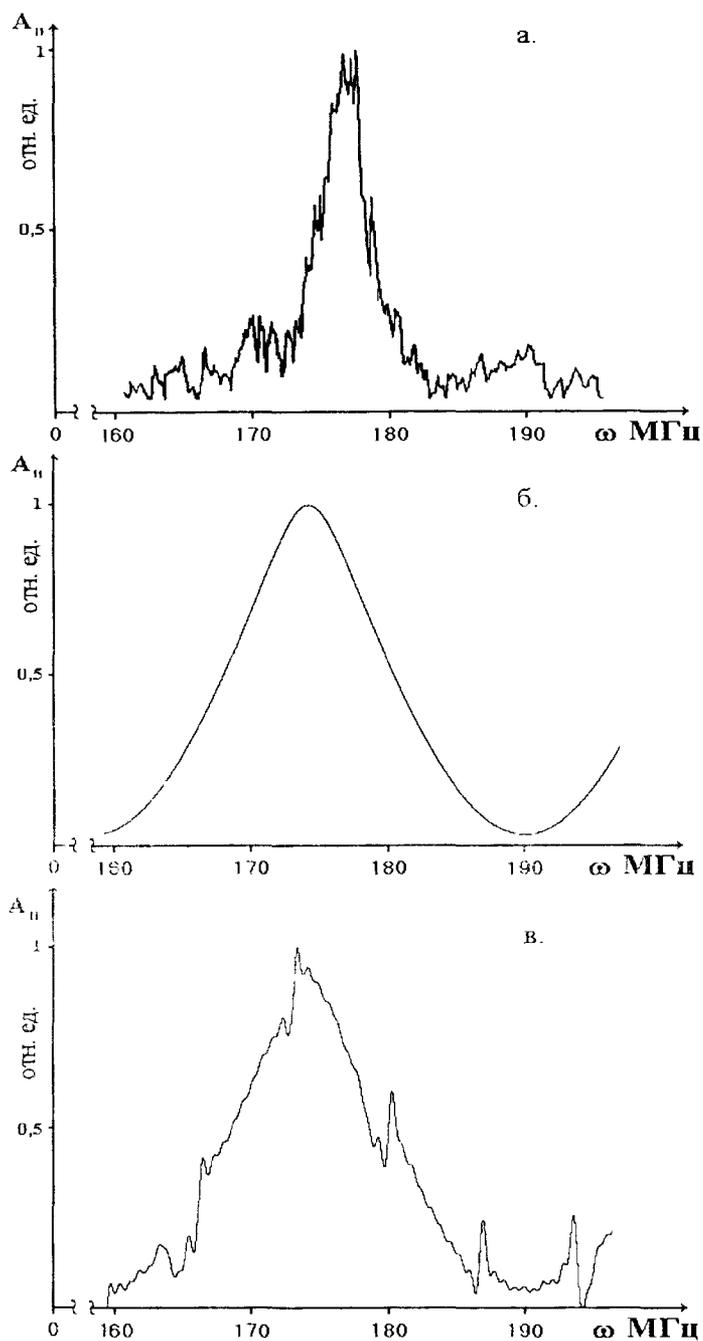


Рис. 1 Зависимость амплитуды прошедшего звука от частоты:

- а. эксперимент;
- б. теория (бездефектный кристалл);
- в. теория (кристалл с блочной структурой).

На рис. 1в приведена расчетная кривая  $A_{II}(\omega)$ , полученная в рамках анизотропной модели [3], дополненной следующими предположениями. В кристалле имеется внутренний блок, параллельный базисной плоскости, площадь которого в этой плоскости составляет лишь часть площади кристалла. Блок отделен границами, обладающими большим коэффициентом отражения. Существующая наведенная магнитная анизотропия в блоке значительно меньше, чем в приповерхностных слоях. Для простоты положим ее равной нулю. В блоке волна испытывает многократное переотражение от его границ, выходя наружу малыми порциями. Интерференция этих выходящих волн и приводит к тонкой структуре.

На выходе из кристалла для волн,  $N$  – кратно прошедшей блок, имеем

$$\begin{pmatrix} u_{XN}^{out} \\ u_{YN}^{out} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \exp\{i\omega\left[\frac{d}{n} \cdot \left(\sum_{m=1}^{B_1} V_{Xm}^{-1} + \sum_{m=n-B_2}^n V_{Xm}^{-1}\right) + \frac{Nd_B}{V_{XB}}\right]\} & 0 \\ 0 & \exp\left\{i\omega \frac{[d+d_B(N-1)]}{V_Y}\right\} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} u_X^{in} \\ u_Y^{in} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

где  $B_1$  и  $B_2$  – номера граничащих с внутренним блоком слоев,  $d_B$  - толщина блока.

Компонента волны  $u_{i1}^{out}$  с поляризацией, параллельной поляризации входящей волны  $u^{in} = e^{i\omega t}$ , определяется выражением

$$u_{II}^{out} = [S_B \sum_N k_N u_{XN}^{out} + (1-S_B)u_X^{out}] \cos\varphi_0 + [S_B \sum_N k_N u_{YN}^{out} + (1-S_B)u_Y^{out}] \sin\varphi_0. \quad (11)$$

где  $S_B$  - доля площади кристалла с блоком,  $\rho$  - коэффициент отражения,  $k_N = (1-\rho)^2 \rho^{N-1}$ .

Расчет амплитуды волны (11) с оптимизацией параметров  $S_B$  и  $\rho$  приводит к теоретической кривой (рис. 1в), обладающей тонкой структурой. Некоторое уширение теоретической кривой по сравнению с экспериментальной (ср. рис. 1а и 1в) связано, видимо, с тем, что мы не учли реальную полосу пропускания пьезопреобразователей и взяли ее по существу неограниченной.

### Список литературы

1. А.П. Королюк, В.В. Тараканов, В.Н. Хижный, В.Н. Селезнев, М.Б. Стругацкий. //ФНТ – 1996. – Т.22, вып.8, – С.824 - 827.
2. Ю.Н. Мицай, К.М. Скибилский, М.Б. Стругацкий, В.В. Тараканов. //ФТГ. – 1997. –Т.39, №5, – С. 901-904.
3. Е.А. Туров. //ЖЭТФ – 1987. – Т.92, вып. 5, – С. 1886 - 1892.
4. М. Аззам, Н. Башара. Эллипсометрия и поляризованный свет. М., 1981. – 583 с.

Статья поступила в редакцию 02.04.2001 г.

УДК 537.226.4

*Шостак Р.И., Яценко А.В.*

## О ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ КОМПОНЕНТ ТЕНЗОРА ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЛЯРИЗУЕМОСТИ ИОНОВ $O^{2-}$ В СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКЕ $LiNbO_3$

Компьютерное моделирование структуры и свойств монокристаллических соединений, основанное на анализе кулоновских взаимодействий и энергии межионного отталкивания получило в настоящее время широкое развитие [1]. Корректное применение этого метода возможно лишь тогда, когда имеется достаточно точная информация о величине эффективных зарядов ионов, их электронной поляризуемости (ЭП), а также о параметрах потенциала межионного отталкивания.

Сегнетоэлектрические кристаллы ниобата лития  $LiNbO_3$  являются материалом, который нашел широкое практическое применение в устройствах опто- и акустоэлектроники. Известно, что свойства этих кристаллов в диапазоне температур 273÷350К имеют ряд аномалий [2], определяемых, вероятно, особенностями динамики структуры. В частности, из анализа данных по ЯМР  $^7Li$  в этом кристалле было установлено, что при  $T=324K$  наблюдается скачок температурного коэффициента смещения ионов  $Li^+$  относительно ближайшей кислородной плоскости [3]. Ионы  $Li^+$  при  $T=293K$  обладают достаточно высокой подвижностью, вследствие чего нейтронографический и рентгеноструктурный анализ в данном случае малоинформативны. Поэтому применение метода компьютерного моделирования к анализу структуры кристаллов  $LiNbO_3$  в этом температурном диапазоне может обеспечить эксклюзивные результаты. Основная проблема при проведении моделирования связана с тем, что в кристаллах с ионно - ковалентной связью, к которым относится и ниобат лития, ЭП ионов кислорода обычно анизотропна, существенно отличаясь от значения ЭП, рассчитанного для “свободного” иона [4].

В [5] был предложен метод расчета ЭП ионов в оптически одноосных кристаллах, при помощи которого были определены компоненты тензора ЭП ионов  $O^{2-}$  в кристалле  $LiNbO_3$  стехиометрического состава при  $T=293K$ . Предполагалось, что главная ось тензора ЭП совпадает по направлению с короткой связью ( $Nb-O$ ), а сам тензор имеет аксиальную симметрию. В основе метода лежит использование модифицированного уравнения Лорентц – Лоренца:

$$\frac{n_k^2 - 1}{n_k^2 + 2} = \frac{1}{3\epsilon_0} \sum_{i=1}^S N_i \cdot (\alpha_{eff})_{ik}$$

где  $n_k$  – коэффициенты преломления кристалла при ориентации электрической компоненты поля световой волны  $\mathbf{E}$  вдоль  $\mathbf{k}$  оси кристалла;  $k = x, y, z$ ;  $S$  – количество сортов структурно - неэквивалентных ионов;  $N_i$  – объемная концентрация ионов  $i$ -го сорта,  $(\alpha_{eff})_{ik}$  – эффективная электронная поляризуемость иона  $i$ -го сорта. Для кристаллов с симметрией ниже кубической  $(\alpha_{eff})_{ik}$  определяется не только конфигурацией электронной оболочки “свободного” иона, но и его ближайшим ( $\approx 12$  нм) окружением [5]. Этот же метод расчета ЭП использован ниже.

Для определения температурной зависимости коэффициентов преломления кристаллов  $LiNbO_3$ , необходимой для дальнейших расчетов, было использовано обобщенное уравнение Зельмейера, которое очень хорошо аппроксимирует экспериментальные значения  $n_x$  и  $n_z$  в широком диапазоне температур (50÷600K) и длин волн  $\lambda$  (400÷1200 нм) при содержании  $Li_2O$  в образце от 47 до 50 мол.% [6]. Температурные зависимости  $n_x$  и  $n_z$  кристалла  $LiNbO_3$  стехиометрического состава рассчитанные для  $\lambda=1200$  нм представлены на рис. 1.

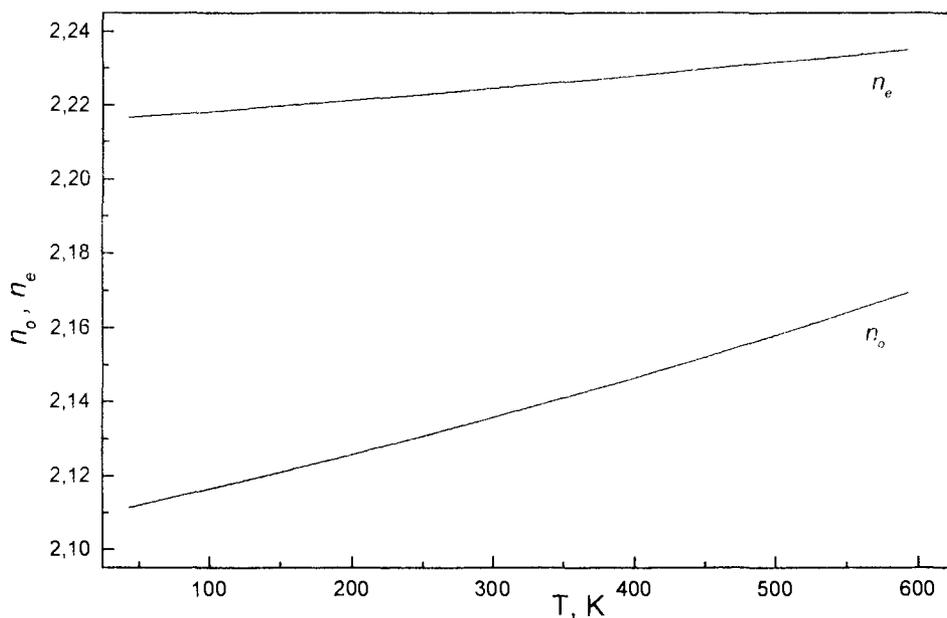


Рис.1. Температурная зависимость коэффициентов преломления кристалла  $LiNbO_3$  стехиометрического состава

Расчет структурных сумм, входящих в выражение для определения  $(\alpha_{eff})_{ik}$  [5] проводился с использованием рентгенографических данных о структуре кристалла  $LiNbO_3$  стехиометрического состава для температурного диапазона 300÷600K [7], с последующей интерполяцией до 93К. Предполагалось, что постоянные решетки

кристалла и координаты ионов в элементарной ячейке в этом температурном диапазоне меняются по линейному закону.

Так как ЭП ионов  $Nb^{5+}$  в структуре  $LiNbO_3$  невелика и, вероятно, не превышает значения  $0.05 \cdot 10^{-24} \text{ см}^3$  [5], расчет температурной зависимости главных компонент тензора ЭП  $\alpha_{11}$  и  $\alpha_{33}$  ионов  $O^{2-}$  проводился лишь при  $\alpha_{Nb} = 0$ . Результаты расчета  $\alpha_{11}(T)$  и  $\alpha_{33}(T)$  представлены на рис.2. Там же приведена температурная зависимость длины короткой связи ( $Nb - O$ ) [7].

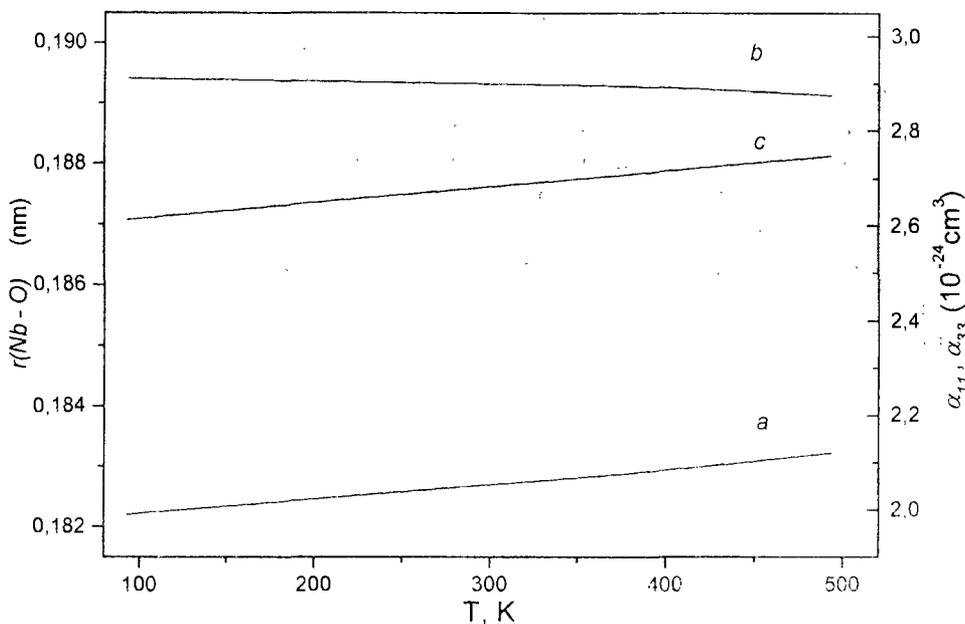


Рис.2. Температурные зависимости главных компонент тензора ЭП ионов  $O^{2-}$ : (a)  $\alpha_{11}$ ; (b)  $\alpha_{33}$ ; и (c) кратчайшего расстояния между ионами  $Nb^{5+}$  и  $O^{2-}$   $r(Nb-O)$ .

Из рис.2 наглядно видно, что с увеличением длины короткой связи ( $Nb - O$ ) анизотропия ЭП ионов  $O^{2-}$  уменьшается. Таким образом, подтверждается предположение о том, что анизотропия ЭП ионов  $O^{2-}$  в  $LiNbO_3$  определяется в первую очередь степенью перекрытия электронных оболочек ионов  $Nb^{5+}$  и  $O^{2-}$  [5]. Полученные данные позволяют при помощи обычных электростатических методов проводить достаточно точные расчеты дипольного вклада во внутрикристаллическое электрическое поле на структурно-неэквивалентных ионах кристаллической решетки ниобата лития. С использованием этих результатов можно провести вычисление температурной зависимости эффективных зарядов ионов, входящих в состав кристалла и, таким образом, проводить дальнейшее изучение особенностей динамики структуры кристаллов  $LiNbO_3$  в практически важном диапазоне температур  $100 \div 500 \text{ K}$ .

**Список литературы**

1. Luty B.A., Tironi I.G., van Gunsteren W.F. J.Chem.Phys. 101 (1995) С.3014-3021.
2. Li Baiqin, Wang Yening and Xu Ziran. NMR study of anomalous properties of  $LiNbO_3$  crystals at 292-363 K. J.Phys.C: Solid State Phys. 21 (1988) №9 L251-L255.
3. Яценко А.В. Особенности динамики структуры кристаллов  $LiNbO_3$  по данным ЯМР  $^7Li$ . ФТТ.- 37 (1995) №7. С. 2203-2207.
4. Kirsch R., Gérard A., Wautelet M. Nuclear quadrupole couplings and polarizability of the oxygen ion in spinel-structure compounds. J. Phys. C: Solid State Phys. 7 (1974) С.3633-3644.
5. Яценко А.В. Расчет электронной поляризуемости ионов и параметров межоионного отталкивания в кристаллах  $LiNbO_3$ . ФТТ.- 42 (2000) №9. С.1673-1677.
6. Schlarb U., Betzler K. Refractive indices of lithium niobate as a function of temperature, wavelength, and composition: A generalized fit. Phys. Rev.B. 48. (1993) №21. С.15613- 15620.
7. Lehnert H., Boysen H., Frey F. A neutron powder investigation of the high temperature structure and phase transition in stoichiometric  $LiNbO_3$ . Zeitschrift Für Kristallographie. 212 (1997) С.712-719.

Статья поступила в редакцию 03.04.2001 г.

УДК 537.226.4

*Евдокимов С.В., Яценко А.В.*

## ИССЛЕДОВАНИЕ ФОТОИНДУЦИРОВАННОГО МАКРОСКОПИЧЕСКОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В КРИСТАЛЛАХ $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ ПРИ ИХ ОСВЕЩЕНИИ ЛИНЕЙНО ПОЛЯРИЗОВАННЫМ СВЕТОМ

Кристаллы ниобата лития  $\text{LiNbO}_3$  являются очень перспективным материалом для использования в оптической и электронной аппаратуре. Одним из практически важных свойств этих кристаллов является их долговременная оптическая память, в основе которой лежит локальное изменение разности показателей преломления обыкновенного и необыкновенного луча под действием освещения – т.н. фоторефрактивный (ФР) эффект. Также было установлено, что при освещении разомкнутых образцов  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$  кроме ФР-эффекта наблюдается изменение скорости распространения упругой волны [1]. Вероятной причиной этого явления может быть действие локального пьезоэффекта, возникающего из-за формирования в освещаемой области кристалла фотоиндуцированного электрического поля  $E_{\text{ph}}$ . Таким образом, комплекс оптических, акустических и электрических свойств ниобата лития позволяет создавать на основе этого кристалла оптически регулируемые электроакустические фильтры и линии задержки. Очевидно, что для получения минимальных фазовых искажений обрабатываемого электрического сигнала поле  $E_{\text{ph}}$  должно быть максимально однородным в направлениях, нормальных к направлению распространения упругой волны. В связи с этим особое значение принимает исследование причин возникновения пространственной неоднородности поля  $E_{\text{ph}}$  и, следовательно, дальнейшее исследование механизмов его возникновения.

При освещении короткозамкнутых кристаллов  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$  линейно поляризованным светом фотоиндуцированные токи описываются тензором 3-го ранга  $\beta_{ijk}$  [1,2]:

$$j_i = \sum_{jk} \beta_{ijk} \cdot E_j \cdot E_k$$

где –  $E_j$  и  $E_k$  – компоненты поля световой волны вдоль осей  $j$  и  $k$  кристалла,  $j_i$  – плотность фотоиндуцированного тока вдоль  $i$ -й оси кристалла;  $i, j, k = x, y, z$ . При освещении поляризованным светом разомкнутого кристалла поле  $E_{\text{ph}}$  будет иметь отличные от нуля не только  $z$  (ось  $z$  совпадает с полярной осью кристалла), но и  $x$  и  $y$  компоненты. Отметим, что  $E_{\text{ph}}$  существенно влияет на структурное упорядочение ионов  $\text{Nb}^{5+}$ , и это проявляется в сильном влиянии освещения на форму центральной линии спектра ЯМР  $^{93}\text{Nb}$  [4,5].

**Исследование фотоиндуцированного макроскопического  
электрического поля в кристаллах  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$   
при их освещении линейно-поляризованным светом**

Ниже представлены результаты изучения влияния освещения линейно-поляризованным светом монокристалла  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$  (0,07 масс.%) на параметры спектра ЯМР  $^{93}\text{Nb}$ . Кроме экспериментов по исследованию формы линии ЯМР проводилось измерение фототоков короткого замыкания (ф.т.к.з.) в условиях, аналогичных режиму засветки разомкнутого кристалла.

Источником света являлась лампа накаливания с оптической системой, включающей поляризатор, теплопоглощающий фильтр и красный фильтр. Плотность мощности засветки составляла  $19 \text{ мВт/см}^2$ , ось слаборасходящегося светового пучка была перпендикулярна оси симметрии 3-го порядка кристалла, совпадающей с осью  $z$  лабораторной системы. Для измерения ф.т.к.з. использовался специально разработанный электрометрический усилитель (погрешность измерения - не более  $0.2 \text{ пА}$ ), регистрация осуществлялась двухкоординатным самописцем типа Н307/2.. Экспериментальные угловые зависимости плотности ф.т.к.з.  $j_x$  и  $j_z$  в кристалле  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$  (0,07 масс.%) кубической формы представлены на рис. 1.

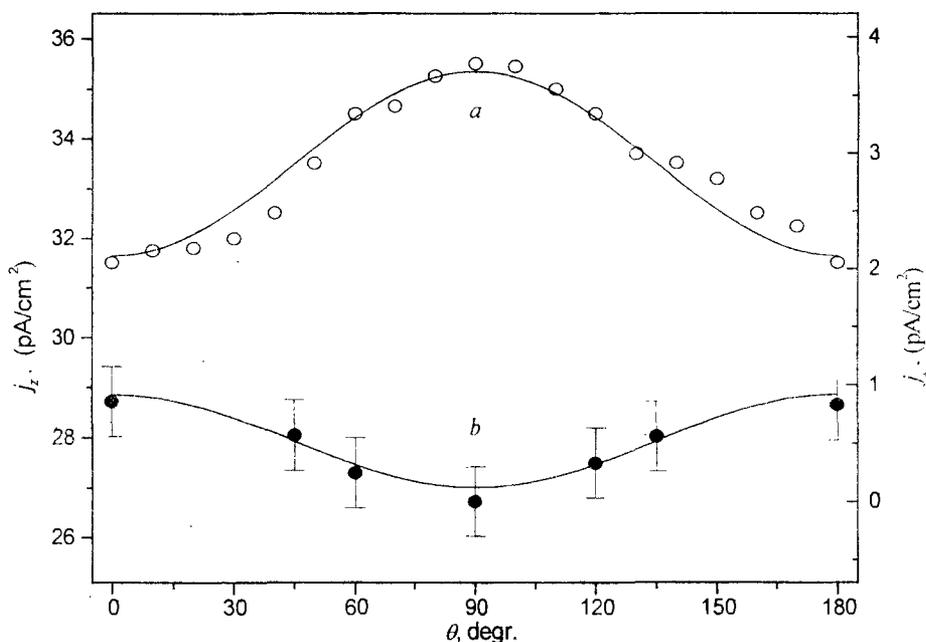


Рис.1. Угловые зависимости плотности фототоков короткого замыкания (а)  $j_z$  и (б)  $j_x$  при освещении образца линейно поляризованным светом.  $\theta$  – угол между осью  $z$  кристалла и электрической компонентой поля световой волны.

Аппроксимация результатов проводилась выражением  $j_{x,z}(\theta) = a + b \cdot \cos(2\theta)$  в соответствии с подходом, использованным в [2, 3]. Как видно из рис.1, такая аппроксимация угловой зависимости  $j_z(\theta)$  недостаточно хорошо описывает экспериментальные данные. Аналогичная ситуация наблюдалась и в [3], однако анализ причин расхождения экспериментальных и теоретических данных выходит за пределы настоящей статьи.

Результаты измерений плотности ф.т.к.з.  $j_x$  и  $j_z$  можно использовать для расчета компонент поля  $E_{ph}$ , возникающем при освещении в том же режиме разомкнутого кристалла. В предположении аддитивности влияния  $E_z$  и  $E_x$  на параметры линии ЯМР  $^{93}\text{Nb}$  [4, 5] были рассчитаны зависимости первого ( $M_1$ ) и второго ( $M_2$ ) моментов центральной линии спектра ЯМР  $^{93}\text{Nb}$  от угла  $\theta$  для заданного времени (40 мин.) освещения разомкнутого кристалла. Результаты расчета  $M_1$  и данные эксперимента представлены на рис.2.

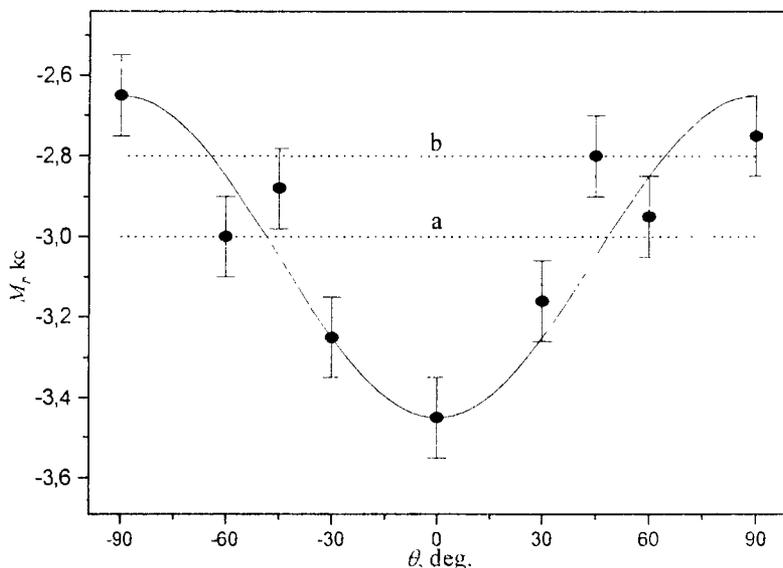


Рис.2. Ориентационные зависимости  $M_1$  линии центрального перехода спектра ЯМР  $^{93}\text{Nb}$  при освещении поляризованным светом. Значения  $M_1$  до и после освещения кристалла неполяризованным светом представлены прямыми линиями (a) и (b) соответственно.

Расчет значений  $M_1$  и эксперимент проводились при значении индукции магнитного поля  $B_0=1\text{T}$  и  $\varphi=0$  ( $\varphi$  - угол между  $\mathbf{B}_0$  и осью  $z$  кристалла). На этом же рисунке приведены значения  $M_1$  до освещения кристалла и после засветки образца неполяризованным светом при той же плотности мощности и времени засветки. Из рис.2 видно, что расчетная зависимость и данные эксперимента совпадают вполне удовлетворительно в рамках погрешности ЯМР измерений. Это же относится и к экспериментальной и расчетной зависимостям  $M_2(\theta)$ . Однако из-за значительной относительной ошибки измерений  $j_x(\theta)$  расчет поля  $E_x$  не является достаточно точным. В частности, остается открытым вопрос о знакопеременности  $j_x(\theta)$  из-за противоречивости известных экспериментальных данных [2, 3] который требует дополнительного изучения.

Несмотря на предварительный характер полученных экспериментальных данных, их анализ снимает противоречие между предыдущими результатами изучения влияния засветки кристаллов  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$  He-Ne лазером на параметры

**Исследование фотоиндуцированного макроскопического  
электрического поля в кристаллах  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$   
при их освещении линейно-поляризованным светом**

---

спектров ЯМР  $^{93}\text{Nb}$  [6, 7]. Показано, что на неоднородность  $E_{\text{ph}}$  влияет не только геометрия светового пучка, но и его поляризация.

**Список литературы**

1. Владимирцев Ю.В., Голенищев-Кутузов А.В. Индуцированные светом изменения скорости ультразвуковых волн в ниобате лития. // ФТТ. - 22. - 1980. - №1. - С.217-218.
2. Фридкин В.М., Магомадов Р.М. Аномальный фотовольтаический эффект в  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$  в поляризованном свете. // Письма в ЖЭТФ. 30. - 1979. - №11. С.723-726.
3. Festl H.G., Hertel P., Krätzig E., von Baltz R. Investigations of the photovoltaic tensor in doped  $\text{LiNbO}_3$ . // Phys. Stat. Solidi B. 113. - 1982. - С.157-164.
4. Яценко А.В., Сергеев Н.А. Особенности ЯМР  $^{93}\text{Nb}$  в  $\text{LiNbO}_3$  и их связь с фоторефрактивным эффектом. // УФЖ. 33. - 1988. - №7. С.1101-1105.
5. Евдокимов С.В., Яценко А.В. Влияние освещения на внутрикристаллическое электрическое поле в кристаллах  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ . // Ученые записки Таврического национального университета. - 2000. - №2 (13). - С. 137-140.
6. Яценко А.В., Сергеев Н.А. Наведенная оптическая неоднородность в  $\text{LiNbO}_3$  и разупорядочение ионов  $\text{Nb}^{5+}$ . // ФТТ. 27. - 1985. - №4. - С.1239-1241.
7. Богоносцев М.А., Голенищев-Кутузов В.А., Монахов А.А. и др. Изучение механизмов лазерного повреждения кристаллоа ниобата лития методом ЯМР. // Изв.АН СССР сер.физ. - 39. - 1975. - №4. - С.929-932.

Статья поступила в редакцию 04.04.2001 г.

УДК 537.621.3

*Пономаренко В.И., Лагунов И.М.*

## КВАЗИМАГНЕТИКИ НА ОСНОВЕ МЕТАЛЛИЗИРОВАННЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ

Композиционные немагнитные материалы, ведущие себя как магнетики в переменном электромагнитном поле, являются перспективными для использования в технике сверхвысоких частот, например, в качестве радиопоглощающих. В настоящее время теория искусственных магнетиков на основе металлизированных сферических частиц, распределенных в диэлектрической матрице, построена в предположении, что поляризуемость частицы в ансамбле такая же, как у отдельной частицы, окруженной средой - матрицей [1,2]. Такое предположение, соответствующее приближению Максвелла Гарнетта [3], наиболее адекватно случаю упорядоченного расположения частиц [4]. В реальных композитах, однако, порядок в расположении включений отсутствует. Целью настоящей работы является расчет свойств искусственных магнетиков на основе металлизированных сферических частиц, беспорядочно распределенных в матрице. Такую структуру наиболее адекватно описывает модель Браггемана, в соответствии с которой каждую частицу следует считать окруженной «эффективной средой», диэлектрическая и магнитная проницаемости которой такие же, что и у композита [3,4].

Для рассматриваемой структуры выполняется равенство [4]:

$$N_2 m_0 + S_1 = 0, \text{ где } S_1 = \frac{3(1-c)\mu(\mu_1 - \mu)}{\mu_1 + 2\mu} \quad (1)$$

где  $c$  - объемная концентрация включений,  $\mu_1$  - магнитная проницаемость матрицы,  $N_2$  - число частиц - включений в единице объема композита,  $m_0$  - магнитная поляризуемость частицы в среде с магнитной проницаемостью  $\mu$ , равной эффективной магнитной проницаемости композита.

Для частицы радиуса  $a$  из материала с магнитной проницаемостью  $\mu_2$ , покрытой проводящей пленкой с поверхностным сопротивлением  $\rho$  и помещенной в среду с магнитной проницаемостью  $\mu$ , имеем [1]:

$$m_0 = 4\pi a^3 \mu(1-Z)/(1+2Z), \quad (2)$$

$$Z = Q\mu, \quad Q = \frac{1}{\mu_2} - \frac{i\omega a}{2\rho},$$

где  $\omega$  - циклическая частота. Подставляя (2) в (1) и учитывая, что  $4\pi a^3 N_2 = c$ , получим квадратное уравнение относительно  $\mu$ . Решение этого уравнения имеет вид:

$$\mu = B + \sqrt{B^2 + C}, \quad (3)$$

$$B = \frac{(2-t)A\mu_1 + 2t - 1}{4A(t+1)}, \quad t = \frac{c}{1-c}, \quad C = \frac{\mu_1}{A}, \quad A = \frac{1}{\mu_2} - \frac{i\omega a\mu_0}{2\rho},$$

где  $\mu_0$  - магнитная проницаемость вакуума. В (3) и ниже величины  $\mu$ ,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  имеют смысл относительных магнитных проницаемостей.

Для расчета эффективной диэлектрической проницаемости композита следует воспользоваться равенствами (1), (2), сделав в них формальные замены

$$\mu \rightarrow \varepsilon, \quad \mu_{1,2} \rightarrow \varepsilon_{1,2}, \quad m_0 \rightarrow p_0,$$

где  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  - диэлектрические проницаемости матрицы и включений соответственно,  $p_0$  - электрическая поляризуемость металлизированной частицы в среде с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$  [1]:

$$p_0 = 4\pi a^3 \varepsilon (1 - \tilde{Z}/(1 + 2\tilde{Z})), \quad \tilde{Z} = \tilde{Q}\varepsilon, \quad \tilde{Q} = \frac{\rho b \omega}{\rho b \omega \varepsilon_2 + 2i}. \quad (4)$$

Формула для расчета  $\varepsilon$  имеет вид:

$$\varepsilon = \tilde{B} + \sqrt{\tilde{B}^2 + \tilde{C}^2}, \quad (5)$$

$$\tilde{B} = \frac{(2-t)\tilde{A}\varepsilon_1 + 2t - 1}{4\tilde{A}(t+1)}, \quad \tilde{C} = \frac{\varepsilon_1}{\tilde{A}}, \quad \tilde{A} = \frac{\rho b \omega \varepsilon_0}{\rho b \omega \varepsilon_0 \varepsilon_2 + 2i},$$

где  $\varepsilon_0$  - диэлектрическая проницаемость вакуума. В (5) и ниже величины  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  имеют смысл относительных диэлектрических проницаемостей.

Отметим, что в частном случае неметаллизированных включений, когда  $\rho \rightarrow \infty$ , формулы (3), (5) совпадают с формулой Браггемана.

На рисунках приведены результаты расчетов частотных зависимостей действительной (рис.1) и мнимой (рис.2) частей  $\mu$  для упорядоченной структуры (кривые 1) и неупорядоченной (кривые 2) при следующих значениях параметров:

$$a = 0,5 \text{ мм}; \quad c = 0,3; \quad \mu_1 = \mu_2 = 1; \quad \varepsilon_1 = 3; \quad \varepsilon_2 = 6;$$

$$\rho = \rho'(1 + ki\omega_0/\omega); \quad \rho' = 1,51 \text{ Ом}; \quad k = 10; \quad \omega_0/2\pi = 10 \text{ ГГц},$$

где  $\omega_0$  - циклическая частота квазимагнитного резонанса в упорядоченной структуре. Из рисунков видно, что разупорядочение приводит к сдвигу частоты квазимагнитного резонанса, уменьшению экстремальных значений  $\text{Im } \mu$  и  $\text{Re } \mu$ ,

уширению резонансной кривой  $Jm \mu(\omega)$  и изменению формы кривых  $Re \mu(\omega)$ ,  $Jm \mu(\omega)$ .

Как для упорядоченной структуры, так и для неупорядоченной величина  $\epsilon$  слабо зависит от частоты на частотах  $2 \text{ ГГц} < \omega/2\pi < 50 \text{ ГГц}$ , при этом разупорядочение приводит к увеличению как действительной, так и мнимой частей  $\epsilon$ . Так, при значениях параметров, приведенных выше, на частоте  $10 \text{ ГГц}$  имеем  $\epsilon = 6,8 + 0,01i$  для упорядоченной и  $\epsilon = 18 + 0,5i$  для неупорядоченной структуры.

Как показали численные расчеты, при уменьшении параметра  $K$ , определяющего соотношение между  $Re \rho$  и  $Jm \rho$  на частоте  $\omega_0$ , характер дисперсии магнитной проницаемости упорядоченного композита плавно меняется от парамагнитного типа при  $K = 10$  к диамагнитному типу при  $K = 0$ . При этом дисперсионные зависимости  $\mu(\omega)$  сближаются для упорядоченной и неупорядоченной структур. Напротив, различие между модулями значений  $\epsilon$  упорядоченных и неупорядоченных структур у диамагнетиков несколько больше, чем у парамагнетиков. Так, для диамагнетика с упорядоченной структурой и частотой квазимагнитного резонанса  $\omega_0/2\pi = 10 \text{ ГГц}$  на этой же частоте  $\epsilon = 6,9 + 0,1i$ , тогда как для неупорядоченной структуры  $\epsilon = 18 + 8,5i$ .

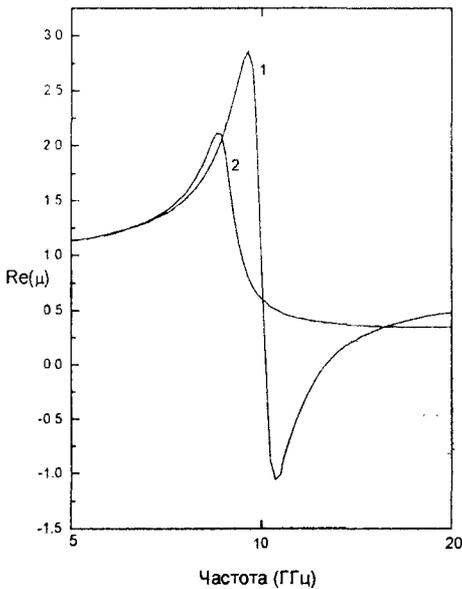


Рис. 1.

Рис. 1 Частотная зависимость действительной части  $\mu$

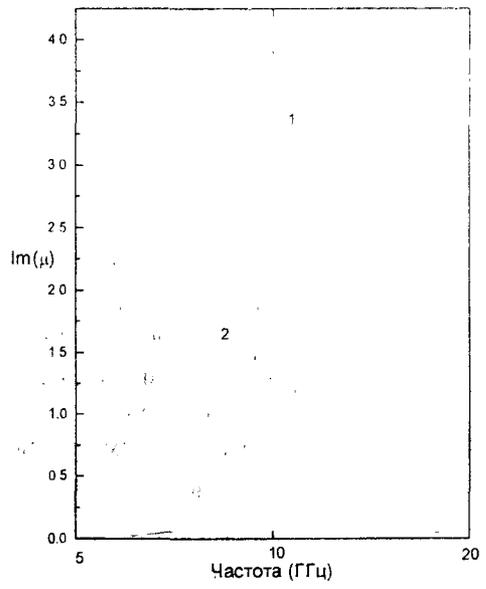


Рис. 2.

Рис. 2 Частотная зависимость мнимой части  $\mu$

В настоящей работе проанализирован искусственный магнетик с предельно разупорядоченной структурой. Аналогичный анализ может быть проведен и для промежуточных вариантов упорядочения на основе подхода, предложенного в [4]. Такой анализ требует предварительного решения задачи о поляризуемости трехслойной частицы в квазистатическом поле. Это решение не содержит принципиальных трудностей и может быть получено тем же методом, что и в случае двухслойной частицы [1,3].

#### **Список литературы**

1. Пономаренко В.И., Мировицкий Д.И. Искусственный диэлектрик с металлизированными магнитодиэлектрическими включениями // Радиотехника. 1991. Т.36. № 6. С. 76.-78
2. Казанцев Ю.Н., Костиш М.В., Крафтмахер Г.А., Пономаренко В.И., Шевченко В.В. Искусственные парамагнетики // Радиотехника и Электроника. 1994. Т.39. №10. С. 1652-1655.
3. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986.- 655 с.
4. Тимошенко А.М., Пономаренко В.И. Обобщенная формула для эффективных проницаемостей неоднородной среды со сферическими включениями // Радиотехника и Электроника. 1996. Т. 41. № 4. С. 412.

Статья поступила в редакцию 02.04.2001 г.

УДК 681.7: 621.396.25

*Долгов А. И., Басиладзе Г. Д.*

## ОПТИМИЗАЦИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОТВЕТВЛЕНИЯ ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИХ РАЗВЕТВИТЕЛЕЙ 1×2 ДЛЯ СЕТИ С ОДНОВОЛОКОННОЙ ШИННОЙ

Рассмотрим локальную сеть шинной топологии (рис. 1), которая объединяет  $N$  рабочих станций с порядковыми номерами от 1 до  $N$ . Сеть содержит  $N-1$  разветвителей конфигурации 1×2, с помощью которых рабочие станции подключены к объединяющему их оптическому волокну. При использовании волоконно-оптических разветвителей с 50% делением выходной мощности затухание оптического сигнала в сети между передающей и остальными станциями быстро возрастает с номером станции. Возможное количество станций в сети зависит от энергетического потенциала их прямо-передающих модулей. В такой сети он не может быть использован максимально рационально из-за значительного различия амплитуд на приемниках близлежащих и отдаленных от передатчика станций сети.

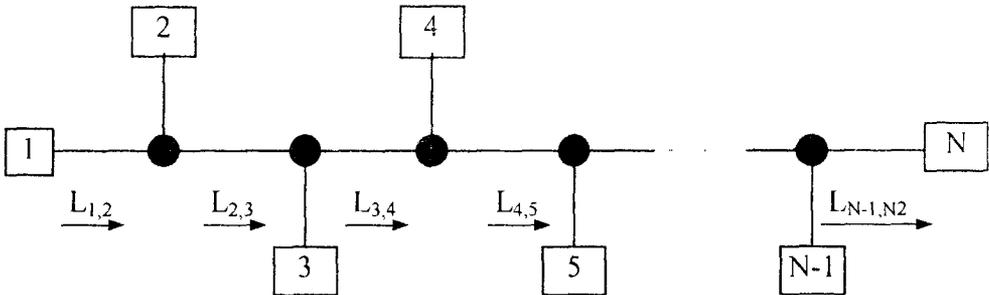


Рис. 1. Схема локальной сети одноволоконной шинной топологии

В [1] было рассмотрено энергетически более выгодное подключение станций к сети с помощью асимметричных разветвителей с одномодовым полюсом для подключения к станции и многомодовым -- к шине. Но их применение эффективно лишь в сети с многомодовой шиной. К тому же оснащение рабочих станций сетевыми адаптерами с одномодовым портом в настоящее время обходится гораздо дороже чем с многомодовым.

В статье предлагается методика расчета коэффициентов передачи разветвителей конфигурации 1×2 для подключения рабочих станций к сети шинной

**Оптимизация коэффициентов ответвления  
волоконно-оптических разветвителей 1×2  
для сети с одноволоконной шиной**

топологии. Разветвители с рассчитанными коэффициентами передачи могут изготавливаться как из одномодовых, так и из многомодовых волокон для подключения, соответственно, к одномодовой или многомодовой шине. В сравнении с разветвителями с 50 % делением в этом случае, за счет более рационального использования энергетического потенциала сети, возможно подключение большего количества станций. Кроме того, упрощается конструкция приемных модулей, которые не требуют устройств для компенсации значительной разницы в амплитудах оптического сигнала на приемниках станций.

На примере вещательной сети (станция № 1 -- транслятор, остальные -- приемники) рассчитаем оптимальные коэффициенты деления разветвителей для подключения принимающих станций сети.

Положим, что расстояние между точками ответвлений  $L_{i-1,i}$  и коэффициент затухания на этом участке известен. Затуханием на участке от  $i$ -го узла разветвления до приемника  $i$ -й станции пренебрегаем (ввиду незначительного затухания в волокнах полюсов разветвителя). Будем характеризовать разветвители следующими параметрами:  $k_{i,0} = P_{i,L}/P_{i,0}$  -- прямой коэффициент передачи, где  $P_{i,L}$ ,  $P_{i,0}$  -- мощности оптических сигналов на входе и выходе, Вт;  $k_i = P_i/P_{i,0}$  -- коэффициент передачи разветвителя к  $i$ -й станции, где  $P_i$  -- мощность, поступающая к  $i$ -й станции, Вт.

Без учета потерь на рассеяние и поглощение в разветвителе справедливо выражение

$$k_{i,0} + k_i = 1. \quad (1)$$

При этом условии коэффициенты передачи ко всем  $N$  станциям можно записать в следующем виде

$$K_1 = 10^{\frac{-\alpha L_{0,1}}{10}} \cdot k_1, \quad (2)$$

$$K_2 = 10^{\frac{-\alpha L_{0,1}}{10}} \cdot 10^{\frac{-\alpha L_{1,2}}{10}} \cdot k_{1,0} \cdot k_2 = 10^{\frac{-\alpha L_{0,1}}{10}} \cdot 10^{\frac{-\alpha L_{1,2}}{10}} \cdot (1 - k_1) \cdot k_2, \quad (3)$$

$$K_j = \left[ 10^{\sum_{i=1}^j \frac{\alpha_i L_{i-1,i}}{10}} \cdot \prod_{i=1}^{j-1} (1 - k_i) \right] \cdot k_j, \quad (4)$$

$$K_{n-1} = \left[ 10^{\sum_{i=1}^{n-1} \frac{\alpha_i L_{i-1,i}}{10}} \cdot \prod_{i=1}^{n-1} (1 - k_i) \right] \cdot k_{n-1}, \quad (5)$$

$$K_n = 10^{\sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i L_{i-1,i}}{10}} \cdot \prod_{i=1}^{n-1} (1 - k_i). \quad (6)$$

Для обеспечения равного соотношения сигнал/шум на входе всех станций необходимо, чтобы все коэффициенты  $K_i = \text{const}$ .

Рассмотрим возможность соблюдения этого условия.

Приравняем коэффициенты  $K_n = K_{n-1}$ . Тогда справедливо следующее

$$10^{\frac{-\alpha \cdot L_{n-1,n}}{10}} \cdot \frac{(1 - k_{n-1})}{k_{n-1}} = 1, \quad (7)$$

отсюда

$$k_{n-1} = \frac{1}{1 + 10^{\frac{\alpha \cdot L_{n-1,n}}{10}}}. \quad (8)$$

Если мы выберем два узла К и К-1 и также потребуем выполнения равенства  $K_j = K_{j-1}$ , то будет справедливо

$$10^{\frac{-\alpha_j \cdot L_{j-1,j}}{10}} \cdot \frac{(1 - k_{j-1})}{k_{j-1}} = 1. \quad (9)$$

Отсюда

$$k_{j-1} = \frac{k_j \cdot 10^{\frac{-\alpha_j \cdot L_{j-1,j}}{10}}}{1 + k_j \cdot 10^{\frac{-\alpha_j \cdot L_{j-1,j}}{10}}} = \frac{1}{1 + \frac{10^{\frac{\alpha_j \cdot L_{j-1,j}}{10}}}{k_j}}. \quad (10)$$

Последнее выражение можно рассматривать как рекуррентную формулу для расчета оптимального коэффициента передачи i-го разветвителя.

Если учесть потери, вносимые разветвителями  $\alpha_i$  и соединениями между волокнами разветвителя и шины  $\alpha_s$ , то

$$k_{j-1} = \frac{1}{1 + \frac{10^{\frac{\alpha_j \cdot L_{j-1,j} + \alpha_i + \alpha_s}{10}}}{k_j}}. \quad (11)$$

Максимальное затухание сигнала в такой сети составит

$$\alpha = 10 \cdot \log \left( \left( \prod_{j=1}^{n-1} (1 - k_j) \right) \cdot k_n \cdot 10^{\left( \frac{\alpha_j \cdot L_{j-1,j} + \alpha_i + \alpha_s}{10} \right) \cdot n} \right). \quad (12)$$

Если в сети применять разветвители с равномерным распределением, то максимальное затухание сигнала в такой сети составит

$$\alpha = 10 \cdot \log \left( 0,5^n \cdot 10^{\left( \frac{\alpha_j \cdot L_{j-1,j} + \alpha_i + \alpha_s}{10} \right) \cdot n} \right). \quad (13)$$

На рис. 2 представлены границы затухания оптического сигнала  $\alpha$  в сети с одноволоконной шиной в зависимости от числа разветвителей N с равномерным распределением (а) и специально рассчитанным распределением (б). Графики построены для следующих условий: длина соединительной линии между узлами от

**Оптимизация коэффициентов ответвления  
волоконно-оптических разветвителей 1×2  
для сети с одноволоконной шиной**

10 до 100 м, потери в волокне 0,5 дБ/км, вносимые потери разветвителей от 0,2 до 0,4 дБ, потери в соединениях между узлами от 0,3 до 0,5 дБ, число узлов от 2 до 20.

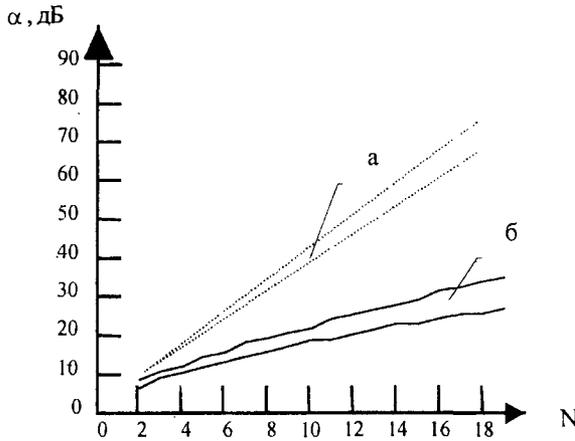


Рис. 2. Затухание  $\alpha$  оптического сигнала в сети в зависимости от числа разветвителей  $N$  с 50 % делением мощности (область а) и специально рассчитанным делением (область б)

Как видно из рис. 2 при применении разветвителей с 50 % распределением мощности затухание оптического сигнала в сети уменьшается значительно быстрее, чем в случае применения разветвителей со специально рассчитанными коэффициентами деления выходной мощности. Например, для количества станций  $N = 20$  максимальное затухание между ними в первом случае составит, примерно, 79 дБ, а во втором - примерно, 27 дБ.

В таблице 1 приведены значения коэффициентов ответвления разветвителей в сети с числом станций до 20. Из нее следует, что в сетях с различным числом станций коэффициенты ответвления разветвителей с одинаковыми порядковыми номерами совпадают и не зависят от числа станций в сети. То есть обеспечивается возможность наращивания числа станций в сети путем продления шины с установкой дополнительных разветвителей с приведенными в таблице коэффициентами деления.

Таблица 1. Коэффициенты ответвления разветвителей и затухания световой мощности в сети с одноволоконной шиной

Количество станций в сети (по рис. 1)	Максимальный коэффициент затухания в тракте, дБ	Номер разветвителя в тракте от 1 до N-2	Коэффициент ответвления разветвителя
1	2	3	4
3	4,0	N-2	0,500
4	6,4	N-3	0,287
5	8,2	N-4	0,187

1	2	3	4
6	9,8	N-5	0,131
7	11,2	N-6	0,095
8	12,4	N-7	0,071
9	13,6	N-8	0,054
10	14,7	N-9	0,042
11	15,9	N-10	0,032
12	17,0	N-11	0,025
13	17,9	N-12	0,020
14	18,9	N-13	0,016
15	19,8	N-14	0,013
16	21,0	N-15	0,010
17	21,9	N-16	0,008
18	23,2	N-17	0,006
19	24,0	N-18	0,005
20	25,0	N-19	0,004

Приведенный расчет справедлив и для случая, когда сеть на основе одноволоконной шины строится для работы в режиме приема информации первой станцией от всех остальных. Он применим также и для сетей на основе двухволоконной шины. На рис. 3 приведены примеры схем сетей, для которых эти расчеты справедливы. На рис. 3а - станция № 1 выполняет функцию ретранслятора, через который каждый из абонентов может взаимодействовать с любой из станций сети. В сети на рис. 3б вместо станции № 1 установлена соединительная перемычка, от которой ведется отсчет подключаемых к шине станций.

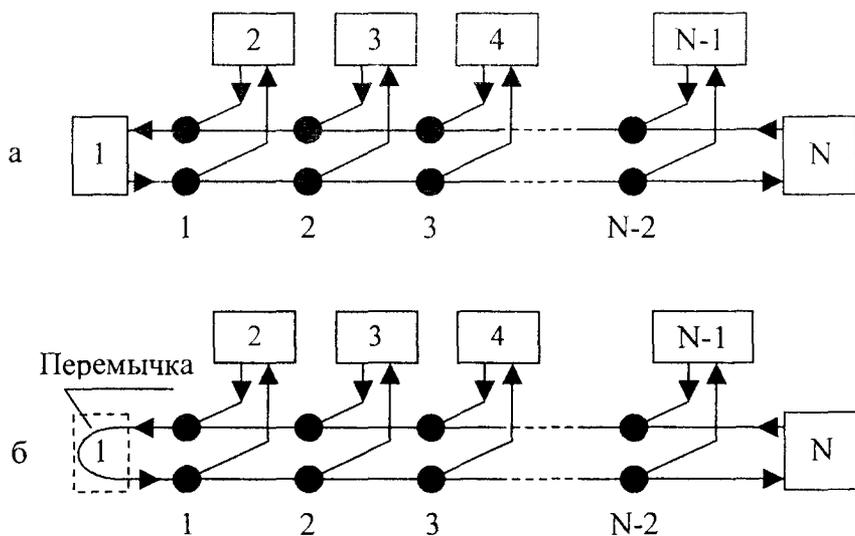


Рис. 3. Примеры сетей с двухволоконной шиной

**Оптимизация коэффициентов ответвления  
волоконно-оптических разветвителей 1×2  
для сети с одноволоконной шиной**

---

Данные таблицы 1 в этих двух примерах пригодны для распределяющей части шины, к которой подключены разветвители, работающие на прием сигналов от шины. К параллельному волокну шины разветвители, работающие на передачу, подключаются в том же порядке.

Например, для двухволоконной шины, объединяющей 11 станций, необходимо использовать в каждом волокне шины по девять разветвителей с коэффициентами ответвления пар разветвителей от девятой до первой, соответственно: 0,5; 0,287; 0,187; 0,131; 0,095; 0,071; 0,054; 0,042 и 0,032. Коэффициент затухания оптического сигнала между любыми узлами составит:  $15,9 \cdot 2 = 31,8$  дБ.

**Список литературы**

1. Басиладзе Г.Д., Семов А.Е. Разветвитель с асимметричной оптической связью для волоконно-оптической локальной сети // Учёные записки Симферопольского государственного университета. - Симферополь. 1998. - N 7 (46). - С.113-115.

Статья поступила в редакцию 06.04.2001 г.

**УДК 550.343.6+531.715.1+539.3**

***Боборыкина О.В., Насонкин В.А.***

## **О ВОЗМОЖНОСТИ КРАТКОСРОЧНОГО ПРОГНОЗА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ НА ПРИМЕРЕ ЗАПИСЕЙ ЛАЗЕРНЫХ ИНТЕРФЕРОМЕТРОВ- ДЕФОРМОГРАФОВ**

В настоящее время проблема прогноза землетрясений является одной из актуальных и нерешенных задач естествознания. В основе современных методов прогноза лежит поиск предшествующих землетрясениям аномалий в различных геофизических полях. Деформационные предвестники занимают особое место в системе прогноза как наиболее информативные, поскольку первопричиной землетрясений являются процессы аналогичной природы.

Согласно современным представлениям, явления в земной оболочке, вызывающие землетрясения, в качестве характерного времени развития имеют годы и десятилетия. Помимо этого, сигналы, несущие информацию об этих процессах, чрезвычайно слабы по сравнению с техногенными шумами и метеорологическими процессами. Классическая сейсмологическая аппаратура для исследования долговременных предвестниковых явлений не предназначена.

На данный момент лазерные интерферометры являются наиболее чувствительными приборами для измерения деформаций Земли в широком диапазоне частот. Причем частотный диапазон начинается от нуля герц и ограничивается сверху лишь быстродействием электроники, что теоретически составляет десятки мегагерц.

В начале 80-х годов в Таврическом национальном университете были разработаны уникальные по точности, чувствительности и динамическому диапазону, большебазовые лазерные интерферометрические комплексы. Их частотный диапазон существенно превосходит частотный диапазон современных сейсмографов. Два комплекса установлено в Геофизической обсерватории университета в районе г. Севастополя (бухта Казачья) в подземных сооружениях бывшей 35-й батареи дальнобойных морских орудий, на глубине приблизительно 20 метров. В обсерватории с 1987 г. ведутся синхронные измерения литосферных деформаций, метеорологических параметров и геофизических полей. Обсерватория ТНУ уникальна не только из-за используемой в ней аппаратуры, но и благодаря исключительной стабильности метеорологических параметров в измерительной полости. Существенное значение имеет стационарное энергоснабжение комплекса.

Степень подобия данных, получаемых на измерительных комплексах, иллюстрирует рисунок 1. На нём изображены записи землетрясения, произошедшего 11 ноября 1999 года на территории Турции. Его магнитуда оценивается величиной 5.7, а расстояние – около 500 км от места наблюдения.

Приведенные записи сделаны двумя независимыми интерферометрами. Коэффициент корреляции между последовательностями данных составляет 0.989. Протяженность временного интервала записей равна 16 минутам. Масштаб по вертикали равен единице аналого-цифрового преобразования сигнала, поступающего от системы регистрации измерительного комплекса.

В результате предшествующих многолетних исследований были, в частности, обнаружены деформации не приливного происхождения с периодами свыше одного часа, которые получили название сверхдлиннопериодных литосферных деформаций. Было установлено, что в некоторых случаях, такие деформации предшествуют сильным региональным землетрясениям. Одной из причин возникновения такого рода деформаций, могут быть собственные колебания уровня жидкости в Черном и Азовском морях [1].

Перспективность изучения деформаций, вызванных собственными колебаниями Черного моря, связана с тем, что очаги большинства крымских землетрясений находятся на дне моря. Следовательно, собственные колебания Черного моря могут возбуждаться как сейсмическими событиями, так и деформационными процессами, им предшествующими. Поскольку собственные колебания Черного моря имеют довольно высокую добротность (порядка 10), мы получаем некоторый природный механизм генерирования предвестниковых процессов.

Самым заметным сейсмическим событием 1999 года в Черноморском регионе, безусловно, следует считать землетрясение магнитудой 7.5, произошедшее 17 августа вблизи города Измит (Турция). На этом примере удобно изложить схему предлагаемой нами прогностической методики. Сначала данные, полученные на тестовом временном интервале, разбиваются на пересекающиеся сегменты. Затем каждая из этих реализаций подвергается предварительной обработке с целью исключения эффектов, рассматриваемых по тем или иным причинам как помехи. Сюда включаются процедуры цифровой фильтрации, компенсации приливов, поточечного умножения на весовую функцию и т.п. Именно из-за использования весовых функций целесообразно применять «перекрывающиеся» сегменты, поскольку в противном случае вклад в итоговую спектральную оценку данных из начальных и завершающих интервалов каждого из сегментов будет непропорционально мал.

На следующем этапе вычисляются оценки спектральной плотности мощности (СПМ) по каждой последовательности. В заключение определяются диапазоны частот (периодов), в пределах которых производятся оценки суммарной мощности сигнала в данном частотном диапазоне и строятся зависимости этих величин от номера того сегмента данных, на основе которого получены эти оценки. Для наглядности представления результатов каждому номеру сегмента данных можно, руководствуясь произвольным условным правилом, сопоставить момент времени из того временного интервала, к которому исходная последовательность данных принадлежит. Так на представленных ниже рисунках числа, указанные вдоль горизонтальных осей графиков, соответствуют суткам, прошедшим с момента начала тестового временного интервала.

Эти рассуждения иллюстрируются рисунками 2 -- 4 для серии наблюдений, которую мы в ссылках упоминаем с индексом (а). Естественно, выбор диапазонов периодов, их количество, степень перекрытия сегментов данных между собой в известном смысле носят субъективный характер. Однако, безусловно, объективным является существенно нестационарный характер поведения получаемых в результате последовательностей.

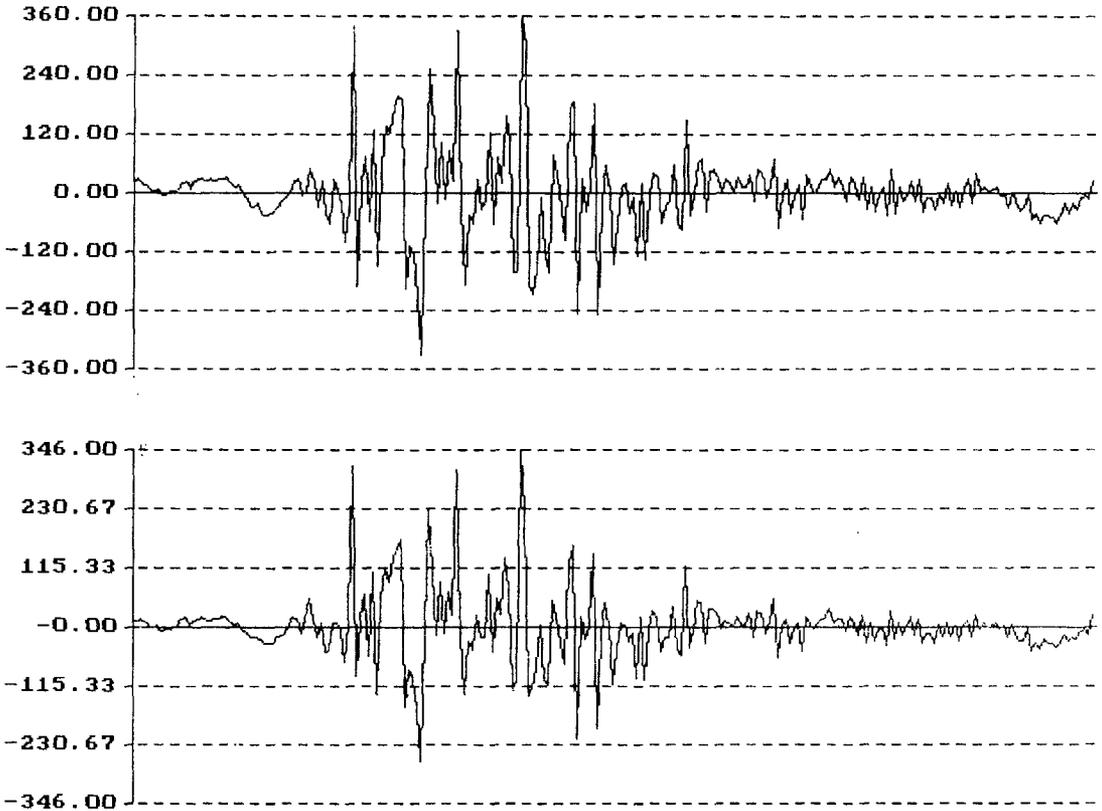


Рис. 1. Запись землетрясения, выполненная синхронно двумя интерферометрическими комплексами 11 ноября 1999 года

Для того чтобы сделать предварительные выводы о возможных причинах столь ярко выраженной нестационарности, в Таблице 1 приводятся данные о погоде, которые были зафиксированы наблюдателем на интерферометрической станции в течение тестового промежутка. В этой же таблице содержится информация о времени, на протяжении которого накапливались исходные данные о деформациях.

**О возможности краткосрочного прогноза землетрясений на примере записей лазерных интерферометров деформографов**

Нетрудно видеть, что такое поведение СПМ не может быть объяснено только динамикой метеорологических параметров.

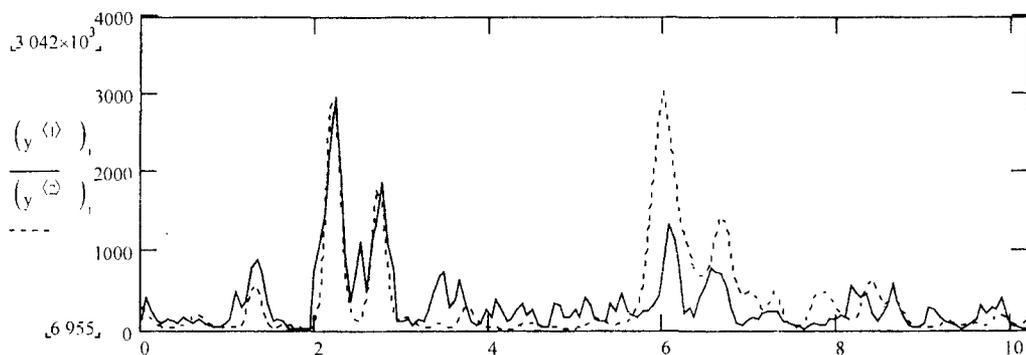


Рис. 2а. Результаты анализа данных, зарегистрированных накануне землетрясения 17.08.99, серия (а).

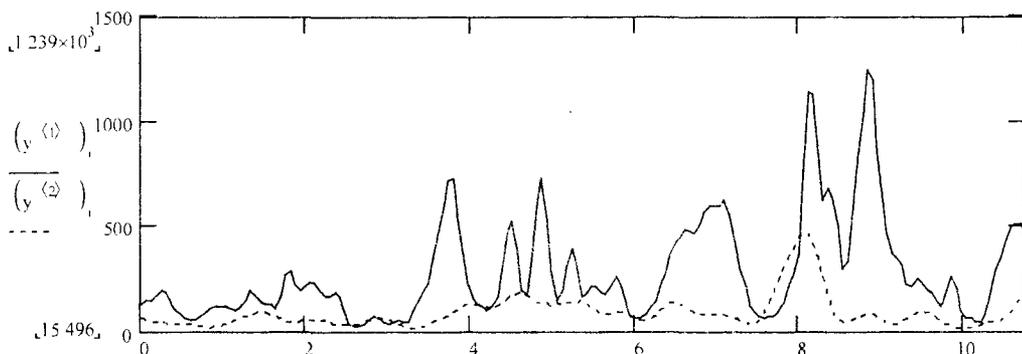


Рис. 2б. Результаты анализа данных, предложенных для сравнения. Диапазон периодов последовательностей представленных сплошными кривыми: 212 – 540 минут, точечными кривыми: 121 – 212 минут, серия (б).

В качестве материала, иллюстрирующего типичную динамику СПМ, получаемую в результате анализа данных, предлагаются рисунки для серии (б) и собранные в Таблице 2 данные о погоде в районе наблюдений. Основная причина, по которой мы сравниваем эти две последовательности измерений, заключается в существенной схожести между собой отмеченных погодных проявлений. Не трудно заметить, что погода в течение серии (б) была даже несколько более беспокойной по сравнению с погодой в течение серии (а).

Из приведенных рисунков видно, что максимальные значения спектральной плотности мощности в сопоставимых диапазонах частот для серии (а) существенно превосходят аналогичные величины в серии (б). Наиболее ярко это отличие демонстрируют рисунки 3а и 3б. В качестве одного из возможных критериев

степени нестационарности процесса в диапазоне периодов можно выбрать отношение максимального значения СПМ к её минимальному значению. Чем больше эта величина, тем, очевидно, сильнее нестационарность в данном частотном диапазоне. В Таблице 3 приводятся значения указанной характеристики для обеих серий наблюдений во всех рассматриваемых диапазонах периодов. В четвёртом столбце указаны отношения значений величин, характеризующих серии наблюдений.

Разумеется, можно предложить и другие определения для лаконичной характеристики поведения СПМ. В основе схемы анализа геофизических данных, предлагаемой авторами, лежит безусловно нестационарный характер этого поведения. Мы полагаем, что для столь сложного, информационно запутанного процесса, каковым являются деформационные процессы в литосфере, такой подход к проблеме прогноза землетрясений окажется плодотворным.

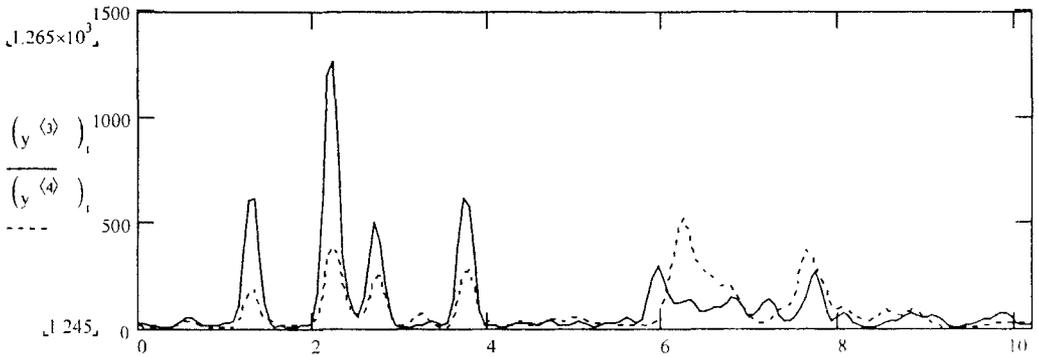


Рис. 3а. Результаты анализа данных, зарегистрированных накануне землетрясения 17.08.99, серия (а).

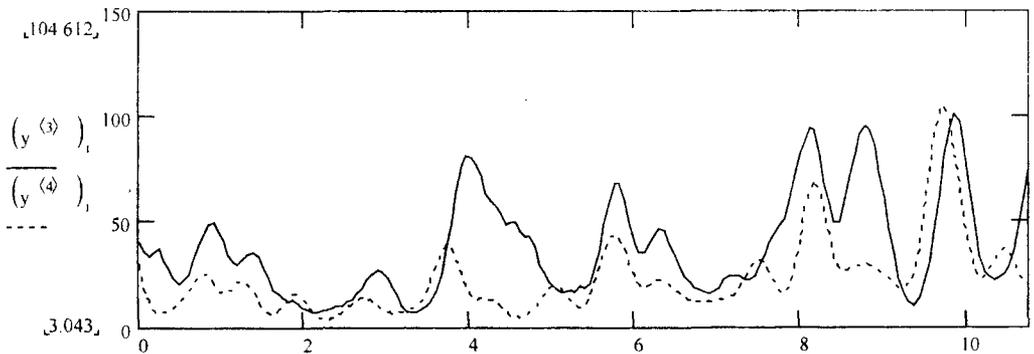


Рис. 3б. Результаты анализа данных, предложенных для сравнения. Диапазон периодов последовательностей представленных сплошными кривыми: 79 – 121 минута, точечными кривыми: 59 – 79 минут, серия (б).

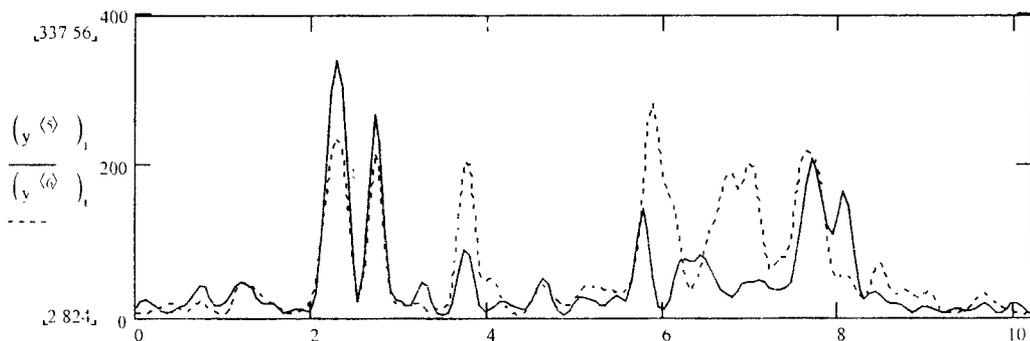


Рис. 4а. Результаты анализа данных, зарегистрированных накануне землетрясения 17.08.99, серия (а).

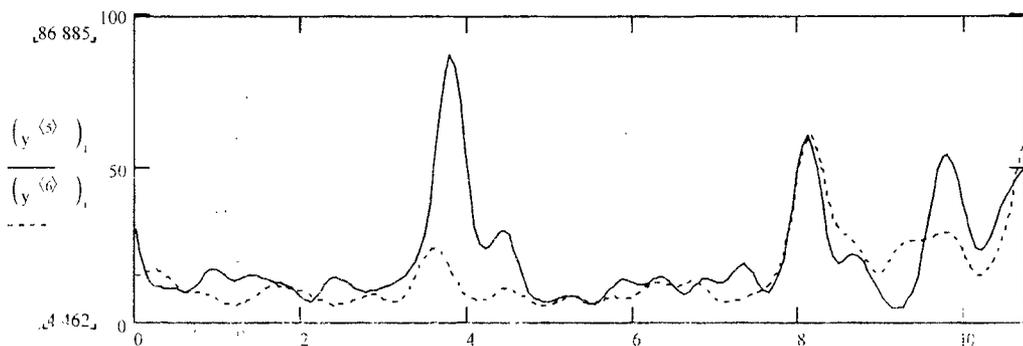


Рис. 4б. Результаты анализа данных, предложенных для сравнения. Диапазон периодов последовательностей представленных сплошными кривыми: 44 – 59 минут, точечными кривыми: 33 – 44 минуты, серия (б).

По вышеизложенной совокупности фактов мы выдвигаем предположение, что причиной необычного поведения СПМ в течение декады накануне землетрясения в Измите могли быть геодинамические процессы, протекавшие в очаговой области в это время.

Однако проблема предсказания землетрясений не может быть решена на основе только узкоспециальных методов. Очевидно лишь комплексный подход, использующий всё разнообразие предлагаемых современной наукой методов, внушает надежду на успех. Сложное финансовое положение государства не только не позволяет создавать современные центры сбора необходимой информации, но даже не даёт возможности сохранять в дееспособном состоянии прежнюю исследовательскую аппаратуру. В этой связи авторы выражают признательность руководству Крымского Экспертного Совета, в рамках хоздоговора с которым были

получены средства на восстановление и модернизацию лазерных измерительных комплексов.

Таблица 1

Информация о погоде во время измерений в канун землетрясения 17.08.99.

Индекс аргумента	Часы	Дата	Давлен.	Направление и сила ветра	Состояние моря
0,5	0	7.08.99	756	штиль	штиль
1,0	12	7.08.99	755	штиль	штиль
1,5	0	8.08.99	754	штиль	штиль
2,0	12	8.08.99	754	«С-З», лёгкий	1 балл
2,5	0	9.08.99	754	штиль	штиль
3,0	12	9.08.99	754	«З», лёгкий	2 балла
3,5	0	10.08.99	754	штиль	штиль
4,0	12	10.08.99	756	«С», лёгкий	1 балл
4,5	0	11.08.99	755	штиль	штиль
5,0	12	11.08.99	755	штиль	штиль
5,5	0	12.08.99	755	штиль	штиль
6,0	12	12.08.99	753	штиль	штиль
6,5	0	13.08.99	753	штиль	штиль
7,0	12	13.08.99	753	«Ю», слабый	2 балла
7,5	0	14.08.99	750	штиль	штиль
8,0	12	14.08.99	750	«Ю-З», слабый	2 балла
8,5	0	15.08.99	752	«С-В»,	3 балла
9,0	12	15.08.99	755	«С-В»,	3 балла
9,5	0	16.08.99	756	штиль	штиль
10,0	12	16.08.99	756	штиль	штиль
10,5	0	17.08.99	756	штиль	штиль

Таблица 2

Информация о погоде во время сбора данных, выбранных для сравнения

Индекс аргумента	Часы	Дата	Давлен.	Направление и сила ветра	Состояние моря
1	2	3	4	5	6
0,5	0	21.03.99	751	штиль	штиль
1,0	12	21.03.99	751	«С-З», слабый	2 балла
1,5	0	22.03.99	753	«С-З»,	3 балла

**О возможности краткосрочного прогноза землетрясений на примере записей лазерных интерферометров деформографов**

1	2	3	4	5	6
2,0	12	22.03.99	755	штиль	штиль
2,5	0	23.03.99	756	штиль	штиль
3,0	12	23.03.99	760	«Ю-В», лёгкий	1 балл
3,5	0	24.03.99	760	«Ю-В», слабый	2 балла
4,0	12	24.03.99	757	«Ю-В»,	3 балла
4,5	0	25.03.99	757	«Ю», слабый	2 балла
5,0	12	25.03.99	758	«С-З»,	3 балла
5,5	0	26.03.99	760	«С-В», сильный	4 балла
6,0	12	26.03.99	760	штиль	штиль
6,5	0	27.03.99	761	штиль	штиль
7,0	12	27.03.99	761	штиль	штиль
7,5	0	28.03.99	758	штиль	штиль
8,0	12	28.03.99	755	«С», лёгкий	1 балл
8,5	0	29.03.99	753	штиль	штиль
9,0	12	29.03.99	753	штиль	штиль
9,5	0	30.03.99	754	штиль	штиль
10,0	12	30.03.99	754	штиль	штиль
10,5	0	31.03.99	754	штиль	штиль

Таблица 3

Сравнение отношения значений максимумов к минимумам в двух сериях наблюдений

Дианазоны периодов	Серия (а) (Max/Min)	Серия (б) (Max/Min)	(а)/(б)
212 – 540 минут	425,2	55,99	7,59
121 – 212 минут	297,1	29,79	9,97
79 – 121 минута	271,0	14,49	18,7
59 – 79 минут	416,0	34,41	12,1
44 – 59 минут	119,5	19,47	6,14
33 – 44 минуты	74,59	11,77	6,34

**Список литературы**

- 1 Нестеров В.В. Большебазовые лазерные интерферометры в геофизических исследованиях – Симферополь: Таврия, 1996. – 285 с.

Статья поступила в редакцию 05.04.2001 г.

УДК 372

*Бержанский В.Н., Гордиенко Т.П., Лагунов И.М., Милюков В.В.*

## КОМПЬЮТЕРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ. МЕХАНИКА

### КОМПЬЮТЕРНЫЕ РАБОТЫ

Разработка новых, более эффективных методов обучения – важная и актуальная часть работы высшей школы [1]. Развивающаяся компьютеризация учебного процесса открывает новые, ранее недоступные и более эффективные способы преподавания традиционных дисциплин, например, компьютерное моделирование, мультимедийные уроки, демонстрация методических материалов на компьютерных проекционных видеоустановках и т. д. В Таврическом национальном университете разработан и внедрен в учебный процесс компьютерный практикум по разделу “Механика” курса общей физики (рис. 1). Подход, реализуемый в компьютерном практикуме находится в области между компьютерным моделированием [2] и традиционными лабораторными работами [3]. Данные работы можно охарактеризовать как проблемные компьютерные работы по физике.

На занятиях обучаемый, используя готовую компьютерную модель и набор возможных функциональных зависимостей находит заданные преподавателем физические величины. От студента не требуется знаний языков программирования, что очень актуально на первых курсах обучения. Студент не занимается моделированием физического процесса, ему только необходимо на первом занятии освоить несколько функциональных кнопок и кнопки управления курсором, поэтому данный вид занятий нельзя отнести к компьютерному моделированию. С другой стороны студент не работает непосредственно с лабораторными приборами и установками и, поэтому, этот вид занятий нельзя отнести и к классическим лабораторным работам. Набор предлагаемых студенту функциональных зависимостей можно рассматривать как результат использования различных приборов, типа осциллограф (функциональная зависимость напряжения от времени), анализатор спектра (функциональная зависимость мощности колебаний

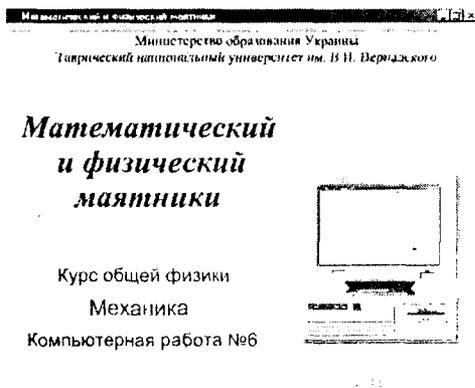


Рис. 1. Окно работы компьютерного практикума

от частоты) и т. д. Для выполнения заданий студенту предлагается воспользоваться следующими функциями: координат  $X$  и  $Y$  от времени; соответствующими проекциями вектора скорости и вектора ускорения от времени; абсолютными значениями скорости и ускорения от времени; аналогичными зависимостями для силы; потенциальной, кинетической и полной энергией от времени. Возможны функциональные зависимости в виде комбинаций из вышеперечисленных физических характеристик, например, потенциальной энергии от координаты  $X$  и т. д. При выполнении заданий можно воспользоваться динамическим методом или применить законы сохранения. Конкретный путь решения студент выбирает самостоятельно, что придает проблемный характер работам компьютерного практикума. На занятиях проявляется творческая активность студентов [4].

Как и при работе со стандартными приборами, студент имеет возможность масштабировать функциональные зависимости по различным координатам или выбрать режим автомасштабирования. При проведении модельного эксперимента на экране одновременно доступны две функции из шести – восьми возможных для данной темы. Студент вправе выбрать любые две функции или провести компьютерный эксперимент несколько раз подряд, используя набор функций. Для правильного выбора функциональных зависимостей студенту необходимо на занятии (или до занятий, если работа состоит из многих стадий) вывести расчетную формулу, т.е. в работу могут быть введены элементы практических занятий по физике.

Компьютерный практикум, не уступая традиционным лабораторным работам по наглядности, обладает намного большей производительностью и эффективностью. В некоторых случаях компьютерные работы позволяют исследовать ситуации, осуществить которые в лабораторных условиях трудно или даже невозможно. Изучая законы физики на компьютерных занятиях, студент привыкает применять компьютер для решения конкретных научных задач и готовится к более сложной работе по компьютерному моделированию в профессионально-ориентированных курсах.

## **ОБЩАЯ СТРУКТУРА РАБОТ**

Рассмотрим структуру компьютерной работы. Каждая работа состоит из нескольких этапов (от одного до восьми). Перед каждым этапом дается краткое пояснение того, что необходимо в нем сделать. Этапы формируются преподавателем на базе компьютерной модели, отвечающей данной теме. Преподавателю доступно:

- ввести в работу любое количество этапов;
- составить свой или использовать предлагаемый вариант работы;
- отдельные физические величины, используемые в работе, сделать: доступными к редактированию; видимыми, но не доступными к редактированию; невидимыми;
- поставить после любого этапа (и/или в конце работы) качественные по выбору или численные вопросы по результатам проведения данной серии компьютерных экспериментов;

- изменять точность вычисления значений физических величин.

По результатам трехлетнего опыта применения компьютерных работ в учебном процессе можно рекомендовать следующие стадии изучения темы.

На первой стадии работы разрешить студенту доступ к просмотру и изменению всех используемых физических величин и функциональных зависимостей с целью дать возможность познакомиться с заложенной в работу моделью (10 - 15 мин).

Далее следуют несколько этапов, в которых преподаватель заранее запретил доступ к изменению отдельных физических величин, некоторые из них сделал невидимыми и поставил цель определить численные значения скрытых или каких-либо других величин. Выведя расчетные формулы для данной стадии и выбрав необходимые функциональные зависимости, студент запускает компьютерную модель и наблюдает динамику процесса в визуальном режиме. В любой момент времени проведение компьютерного эксперимента может быть остановлено. Студент считывает с дисплея численные значения по функциональным зависимостям для дальнейшей обработки. Описанные стадии работы аналогичны по заданию с традиционными лабораторными работами.

Каждая компьютерная работа завершается тестом по данной теме.

При работе более чем с тремя этапами не рекомендуется вводить вопросы между ними, так как это может привести к неполному выполнению задания в целом.

#### **ПЛАН ПРОВЕДЕНИЯ КОМПЬЮТЕРНОГО ПРАКТИКУМА**

Мы рекомендуем следующий план проведения проблемных компьютерных занятий по разделу «Механика» курса общей физики.

1. Вводное занятие.
2. Занятие по теме «Движение тела в поле силы тяжести Земли».
3. Занятие по теме «Движение тела по мертвой петле».
4. Занятие по теме «Столкновение шаров».
5. Занятие по теме «Движение спутника в поле тяготения планеты».
6. Занятие по теме «Гармоническое колебание».
7. Занятие по теме «Математический и физический маятники».
8. Занятие по теме «Сферический маятник».
9. Тестовая работа «Размерности физических величин по курсу «Механика».
10. Зачет.

На вводном занятии студенту предоставляется возможность просмотреть первые стадии двух-трех работ с целью ознакомления с практикумом, объясняются назначения некоторых клавиш. На занятии доступны все параметры и все функциональные зависимости. Студентам, владеющим компьютерной техникой, можно предложить первые стадии всех работ по курсу.

Занятия по конкретным темам проводятся согласно этапам работы, предварительно составленным преподавателем.

Тестирование осуществляется посредством выбора правильного ответа на поставленные в тесте вопросы.

На зачетном занятии студент поясняет преподавателю выполнение отдельного компьютерного задания (по выбору преподавателя).

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТ

При открытии работы на экране дисплея появляются три выделенных панели (рис. 2).

- панель задания параметров (первой выбранной функциональной зависимости при проведении эксперимента);
- панель второй выбранной функциональной зависимости;
- панель динамики процесса эксперимента.

На первой стадии предлагается ознакомиться с компьютерной моделью и для этого открыты все имеющиеся в работе параметры. Перемещаясь клавишами управления курсором, выбирают необходимый параметр и при необходимости входят в режим его редактирования нажав ENTER.

После появления курсора редактора, возможен ввод численного значения выбранного параметра. Повторное нажатие ENTER выводит из режима редактирования обратно в меню "Параметры".

Все параметры из основного меню могут быть изменяемыми, фиксированными или скрытыми. На первой стадии компьютерных работ все параметры доступны изменению (редактированию). В следующих стадиях преподаватель делает некоторые параметры фиксированными или скрытыми, что определяется поставленной задачей на данном этапе работы.

Студент самостоятельно выбирает необходимую функциональную зависимость или оставляет на экране дисплея индикацию параметров системы. Для соответствующего выбора необходимо нажать клавишу F5, появится меню "функциональные зависимости". Выбор необходимой функциональной зависимости осуществляется при выделенном поле "тип зависимости". Для каждого графика устанавливается масштаб по оси времени, если выделено поле "масштаб по времени". Масштаб может быть установлен в автоматический или ручной режимы. Выбор режима доступен при выделенном поле "масштабирование". Если выбран автоматический режим, тогда система сама производит наиболее оптимальное масштабирование, при котором график получается более наглядным, но менее детальным. В ручном режиме необходимо самостоятельно задать минимальное и максимальное значения выбранной функции. Для этого предусмотрены поля "мин. значение функции" и "макс. значение функции". Возможен выбор и изменение вышеизложенных параметров для двух функциональных зависимостей.

В меню "функциональные зависимости" действуют клавиши управления курсором (для перемещения по полям меню) и клавиша ENTER. При нажатии

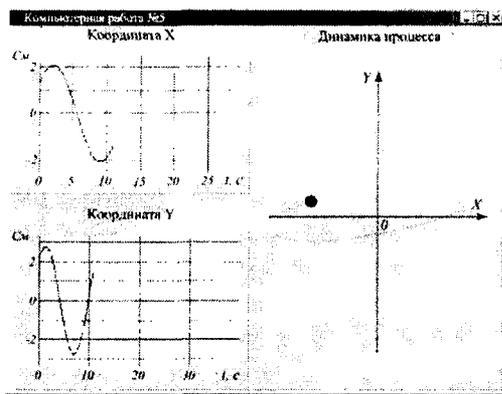


Рис. 2. Распределение методической информации в окне работы

ENTER на выделенном поле, возможно или циклическое изменение предлагаемого множества зависимостей выбранного поля или вход в режим редактирования, что индицируется появлением курсора редактора в выделенном поле. В режиме редактирования необходимо ввести численное значение выбранной величины и нажать ENTER, что приведет к выходу из редактора с установкой заданного значения. Неправильно введенное значение выбранной величины сопровождается звуковым сигналом и предлагается ввести новое. То же самое происходит и в том случае, если введенное значение выходит за пределы диапазона действия модели. Выход из меню параметров графиков осуществляется по нажатию клавиши ESC.

После установки основных параметров эксперимента, выбора дополнительных условий и функциональных зависимостей можно перейти к его проведению. Для этого необходимо нажать клавишу F6. В первом и во втором окне появятся выбранные функциональные зависимости, а в третьем окне начнется эксперимент. Если дополнительные условия не изменялись, то во время эксперимента будут выводиться функциональные зависимости, установленные преподавателем. Нажав клавишу F8, можно остановить эксперимент и сделать копию экрана на бумаге. Для продолжения эксперимента нажимают F9. Выход в режим установки параметров осуществляется по ESC. Если стадия выполнена, то после нажатия ESC, произойдет переход к выполнению следующей стадии работы. Последний этап каждой работы содержит тест из вопросов. Сначала идут качественные вопросы по конкретной теме, а затем вопросы на которые нужно дать численный ответ по выполненным стадиям работы.

Графики выводятся на печать и вклеиваются в тетрадь компьютерного практикума для дальнейшего отчета.

## **КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОТДЕЛЬНЫХ РАБОТ**

### **Столкновение шаров**

Данная работа предназначена для изучения законов сохранения импульса и механической энергии на примере соударения двух шаров. Диапазон взаимодействия - от абсолютно упругого столкновения до абсолютно неупругого.

Компьютерная модель представляет собой два физических маятника с общей точкой подвеса (рис. 3). Каждый физический маятник состоит из невесомого стержня, один конец которого закреплен в точке подвеса, а на другом конце стержня находится шар. Длины маятников одинаковы. Вся масса маятника сосредоточена в центре шара, но так как размерами шаров пренебрегаем, то можно считать, что масса маятника сосредоточена на незакрепленном конце. Шары испытывают центральный удар. Сопротивление среды отсутствует.

Параметры системы двух соударяющихся шаров:

- $R$  - расстояние от точки подвеса до центра шара (длина стержня);
- $g$  - модуль вектора ускорения свободного падения;
- $U_{01}, U_{02}$  - начальные скорости шаров;
- $m_1, m_2$  - массы шаров;

- $\varphi_1, \varphi_2$  - начальные углы отклонения маятников.

При проведении компьютерного эксперимента возможно выведение на дисплей одновременно двух функциональных зависимостей из следующих:

- кинетической, потенциальной и полной механической энергии от времени;
- координат X и Y от времени;
- проекций вектора скорости на оси координат от времени;
- проекции вектора ускорения на оси координат от времени.

Все функциональные зависимости относятся к ударяющему шару.

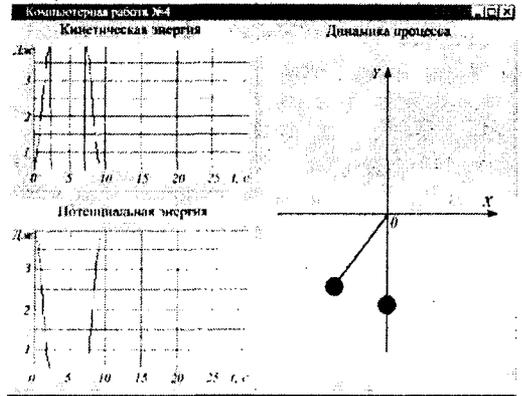


Рис. 3. Пример визуализации динамики процесса

#### Движение тела по мертвой петле

Компьютерная работа моделирует движение шара по направляющим, изогнутым в виде окружности. Трение отсутствует. Плоскость окружности расположена вертикально и находится в однородном поле силы тяжести. Сила реакции опоры (направляющих) действует на шар по направлению к центру окружности.

В начале эксперимента шар находится в нижней точке окружности и его вектор начальной скорости направлен по касательной к окружности так, что вектор угловой скорости имеет направление в сторону исследователя.

В зависимости от величины модуля начальной скорости возможно рассмотрение трех случаев движения шара внутри окружности.

1. Если начальная скорость шара недостаточна для поднятия его на высоту большую радиуса окружности, тогда шар будет бесконечно колебаться вокруг устойчивого положения равновесия, которое расположено в нижней точке окружности.
2. Если начальная скорость шара достаточна для его поднятия на высоту равную удвоенному радиусу окружности, тогда шар будет бесконечно вращаться по окружности.
3. Если начальная скорость шара лежит в диапазоне между двумя ранее рассмотренными случаями, тогда шар поднимается на определенную высоту (большую радиуса окружности, но меньшую его удвоенного радиуса) и выпадает из направляющих.

После входа в меню параметров возможно изменение следующих величин:

- $R$  - радиуса окружности;
- $g$  - модуля вектора ускорения свободного падения;

- $U$  - модуля вектора начальной скорости.

В модели предусмотрено изменение масштаба времени и вывод основных функциональных зависимостей практикума.

#### **Движение тела в поле силы тяжести**

Компьютерная модель данной работы представляет собой динамическую визуализацию известной задачи о движении тела, брошенного под углом к горизонту. Движение тела происходит в среде, оказывающей сопротивление с силой, пропорциональной скорости движения.

Для модели выбрана прямоугольная система координат, центр которой лежит в плоскости поверхности Земли в точке, находящейся под начальным положением тела. Направление оси  $X$  совпадает с направлением горизонтальной компоненты вектора скорости. Ось  $Y$  направлена вертикально вверх. Начало движения тела возможно с заданной высоты  $h$ .

Вектор начальной скорости может быть задан двумя способами:

- заданием проекций вектора скорости на оси координат;
- заданием модуля вектора скорости и величины угла между вектором скорости и положительным направлением оси  $X$ .

При изменении численных значений одного из способов задания скорости, значения другого способа задания скорости меняются автоматически.

Изменяемыми параметрами модели являются:

- $m$  - масса тела;
- $g$  - модуль вектора ускорения свободного падения;
- $k$  - коэффициент пропорциональности между скоростью и силой сопротивления движению тела;
- $h$  - начальная высота;
- $U_x$  - проекция вектора скорости на ось  $X$ ;
- $U_y$  - проекция вектора скорости на ось  $Y$ ;
- $mod$  - модуль вектора скорости;
- $arg$  - величина угла между вектором скорости и положительным направлением оси  $X$ .

В работе возможен вывод функциональных зависимостей от времени следующих величин: координат, проекций вектора скорости и проекций вектора ускорения.

#### **Движение тела в поле тяготения планеты**

В данной работе моделируется движение одного или нескольких спутников вокруг планеты. Размеры и массы спутников пренебрежимо малы по сравнению с размером и массой планеты. Сопротивление среды движению спутников отсутствует. Спутники между собой не взаимодействуют. Планета считается однородным шаром и задается своим радиусом и средней плотностью.

Положение спутника задается расстоянием от него до центра планеты и углом между лучами, направленными из центра планеты вертикально вверх и в точку

нахождения спутника. Угол отсчитывается по часовой стрелке. Движение спутников происходит в плоскости, проходящей через центр планеты (зафиксирована одна плоскость из бесконечного множества).

С планетой связана прямоугольная система координат с началом отсчета в ее центре. Оси координат лежат в плоскости движения спутников.

Начальная скорость спутника задается модулем вектора начальной скорости и углом между вектором начальной скорости и касательной к окружности, проведенной из центра планеты через точку начального положения спутника.

При проведении работы необходимо знание прямоугольной и полярной систем координат, формул связи между ними.

Один из спутников считается основным и его параметры задаются из главного меню. К этому спутнику относятся и все функциональные зависимости модели. Начальные параметры движения дополнительных спутников задаются в меню дополнительных параметров. Всего возможно ввести в эксперимент до четырех дополнительных спутников.

### **Гармоническое движение**

Компьютерная модель данной работы рассматривает колебания тела вокруг точки равновесия. Если тело находится вдали от точки равновесия, на него действует сила упругости, которая пытается вернуть его в эту точку.

В работе используется прямоугольная система координат с центром в точке равновесия тела. Проекция силы упругости на координатные оси пропорциональны смещениям тела вдоль соответствующих осей от положения устойчивого равновесия. Коэффициенты пропорциональности между проекциями силы упругости и соответствующими смещениями (коэффициенты упругости) задаются отдельно.

При движении тела в среде на него может действовать сила сопротивления, пропорциональная модулю вектора скорости и направленная против вектора скорости.

На тело также может действовать внешняя сила, проекции которой на координатные оси изменяются по гармоническому закону. Возможно задание амплитуды, периода и начальной фазы действия внешней силы.

В данной модели предусмотрено изменение следующих величин в меню "Параметры":

- начального смещения тела по осям  $X$  и  $Y$ ;
- проекции вектора начальной скорости на оси  $X$  и  $Y$ ;
- коэффициента упругости по осям  $X$  и  $Y$ ;
- массы тела;
- коэффициента сопротивления среды.

При нажатии клавиши F7 осуществляется переход в меню параметров внешней силы, где возможно задание величин:

- периода действия внешней силы по осям  $X$  и  $Y$ ;
- амплитуды внешней силы по осям  $X$  и  $Y$ ;
- начальной фазы действия внешней силы по оси  $X$ ;
- начальной фазы действия внешней силы.

Возможна работа с функциональными зависимостями:

- координаты положения тела  $X$  и  $Y$  от времени;
- модуля и проекций вектора скорости на оси  $X$  и  $Y$  от времени;
- модуля и проекций вектора ускорения на оси  $X$  и  $Y$  от времени;
- кинетической и потенциальной энергии тела от времени.

#### **Заключение**

Опыт использования компьютерного практикума в преподавании курса общей физики на физическом факультете ТНУ показал наличие большого интереса студентов к такой форме проведения занятий. Также необходимо отметить высокую эффективность сочетания традиционных форм преподавания физики с новыми подходами, которые позволяют современные информационные технологии.

#### **Список литературы**

1. Гончаренко С.У., Пастернак Н.В. Проблема підвищення теоретичного рівня освіти. Педагогіка і психологія, № 2, 1998, С. 16-30.
2. Гулд Х., Тобочник Я. Компьютерное моделирование в физике: В 2-х частях. Ч. 1: Пер. с англ. – М.: Мир. 1990. – 349 с.
3. Каленков С.Г., Соломахо Г.И. Практикум по физике. Механика: Учеб. пособие для студ. вузов / Под ред. А.Д. Гладуна. – М.: Высш. шк., 1990. – 111 с.
4. Аврамчук Л.А. Формування активної пізнавальної діяльності студентів. Педагогіка і психологія, № 3, 1997, С. 122-126.

Статья поступила в редакцию 03.04.2001 г.

## АННОТАЦИИ

*Бержанский В.Н., Сорокин Ю.В. Сверхобменные взаимодействия и ковалентные эффекты в хромовых халькошпинелях// Ученые записки ТНУ. Серия: Физика, 2001. - Т.14 (53). №1. – С. 3-11.*

Методом ЛКАО получены аналитические выражения ковалентных вкладов при сверхобменных взаимодействиях ионов хрома с соседними анионами и катионами в халькогенидных шпинелях хрома.

*Ключевые слова:* эффекты ковалентности, сверхтонкое взаимодействие, хром.

*Рябушкин Д.С., Борисов В.В. Метод аппроксимантов в теории ядерного магнитного резонанса// Ученые записки ТНУ. Серия: Физика, 2001. - Т.14 (53). №1. – С. 12-15.*

В статье исследуются особенности формирования импульсных откликов ЯМР в гетероядерных твёрдых телах. Теоретический анализ проводится с помощью метода аппроксимантов.

*Ключевые слова:* импульсные отклики, ЯМР, твёрдые тела.

*Фридман Ю.А., Космачев О.А. Фазовые переходы по давлению и спектры элементарных возбуждений ферромагнетика со сложной одноионной анизотропией// Ученые записки ТНУ. Серия: Физика, 2001. - Т.14 (53). №1. – С. 16-23.*

В работе изучены фазовые переходы по давлению в ферромагнетике со сложной одноионной анизотропией, учитывающей также и «наклонную» анизотропию. Показано, что в системе могут реализовываться только две магнитные фазы, а внешнее давление создает «эффективную» анизотропию.

*Ключевые слова:* внешнее давление; одноионная анизотропия; магнитоупругие волны.

*Фридман Ю.А., Клевцев Ф.Н., Спиринов Д.В. Влияние анизотропии высших порядков на фазовый переход по температуре в двумерном ферромагнетике// Ученые записки ТНУ. Серия: Физика, 2001. - Т.14 (53). №1. – С. 24-31.*

В работе исследованы переориентационные фазовые переходы в тонких магнитных пленках (толщиной в несколько атомных слоев). Показано, что учет анизотропии высших порядков и магнитоупругого взаимодействия приводит к реализации в системе угловой фазы. Фазовые переходы в рассматриваемой системе являются переходами первого рода, а их основные характеристики, в основном, определяются упругими и магнитоупругими параметрами системы.

*Ключевые слова:* одноионная анизотропия; фазовые переходы; спектры квазичастиц

*Арифов Л.Я., Меляков А.П., Роцупкин С.Н. Динамика замкнутой струны в пространстве – времени Переса// Ученые записки ТНУ. Серия: Физика, 2001. - Т.14 (53). №1. – С. 32-35.*

В этой работе мы нашли в первом приближении, решения уравнений движения для замкнутой струны в пространстве – времени Переса по теории возмущений, где роль малого параметра играет натяжение струны

*Ключевые слова:* пространство Переса, теория возмущений, струна

*Зипченко Е.Н., Роцупкин С.Н. Сингулярная теория возмущений и динамика струн в пространстве Риндлера// Ученые записки ТНУ. Серия: Физика, 2001. - Т.14 (53). №1. – С. 36-37.*

В статье найдены решения описывающие в первом порядке теории возмущений динамику струны в пространстве Риндлера.

*Ключевые слова:* пространство Риндлера, теория возмущений, струна

*Mueller W., Novender W.-R., Баженов В.М., Долгошеев А.Т. О теореме Сирла// Ученые записки ТНУ. Серия: Физика, 2001. - Т.14 (53). №1. – С. 38-40.*

Показано, что поле внутри диэлектрического цилиндра является “трансформацией” поля внешних источников.

*Ключевые слова:* расчет, поле, источник, диэлектрик, проницаемость

*Глумова М.В., Воробьев М.Д.* Исследование влияния эмиссионной неоднородности катода на вольт-амперные характеристики электронных приборов// Ученые записки ТНУ. Серия: Физика. 2001. - Т.14 (53). №1. – С. 41-46.

В статье приведено исследование влияния эмиссионной неоднородности катода на вольт-амперные характеристики (ВАХ), выполнение которого стало возможным только с использованием разработанной авторами численной динамической модели электронно-лучевых приборов (ЭЛП).

*Ключевые слова:* эмиссионная неоднородность, катод, ВАХ.

*Дономаренко В.И., Попов В.В.* Однослойные поглощающие покрытия на основе двухуровневых композиционных материалов// Ученые записки ТНУ. Серия: Физика, 2001. - Т.14 (53). №1. – С. 47-51.

Исследованы оптимальные параметры и радиотехнические характеристики однослойных радиопоглощающих покрытий из композиционных материалов, содержащих проводящие волокна, распределенные в среде, являющейся искусственным диэлектриком на основе включений такого же типа, а также в диэлектрической среде с дисперсией резонансного типа.

*Ключевые слова:* микроволны, поглощение, композиционные материалы.

*Дзедолик И.В., Ланаева С.Н.* Динамика гауссовых импульсов, возбуждаемых на основной и на высших модах оптического волокна// Ученые записки ТНУ. Серия: Физика, 2001. - Т.14 (53). №1. – С. 52-61.

В статье рассмотрены два режима распространения импульсов гауссовой формы в градиентном волокне: без начальной модуляции и с начальной модуляцией частоты. У импульса без начальной модуляции частоты волновая поверхность спада импульса отстает от волновой поверхности его вершины, а волновая поверхность фронта опережает волновую поверхность вершины. У импульса с начальной модуляцией частоты волновая поверхность спада импульса опережает волновую поверхность его вершины, а волновая поверхность фронта отстает от поверхности вершины, то есть возникает режим инверсии волнового фронта импульса.

*Ключевые слова:* импульс, градиентное волокно, модуляция частоты.

*Скибинский К.М., Стругацкий М.Б., Хижный В.И., Тараканов В.В.* Амплитудно-частотная характеристика бората железа в процессе магнитного двупреломления поперечного звука// Ученые записки ТНУ. Серия: Физика, 2001. - Т.14 (53). №1. – С. 62-67.

В эксперименте по магнитному двупреломлению звука получена амплитудно-частотная характеристика бората железа. Построенная теория адекватно описывает эксперимент.

*Ключевые слова:* двупреломление звука, слабый ферромагнетик

*Шостак Р.И., Яценко А.В.* Q температурной зависимости компонент тензора электронной поляризуемости ионов  $O^{2-}$  в сегнетоэлектрике  $LiNbO_3$ // Ученые записки ТНУ. Серия: Физика, 2001. - Т.14 (53). №1. – С. 68-71.

Проведены расчеты температурной зависимости компонент тензора электронной поляризуемости ионов  $O^{2-}$  в кристаллах ниобата лития стехиометрического состава. Показано, что анизотропия электронной поляризуемости ионов  $O^{2-}$  определяется длиной коротких связей (Nb–O).

*Ключевые слова:* ниобат лития, электронная поляризуемость.

*Евдокимов С.В., Яценко А.В.* Исследование фотоиндуцированного макроскопического электрического поля в кристаллах  $LiNbO_3:Fe$  при их освещении линейно поляризованным светом// Ученые записки ТНУ. Серия: Физика, 2001. - Т.14 (53). №1. – С. 72-75.

Проведены эксперименты по изучению влияния освещения кристаллов  $LiNbO_3:Fe$  линейно поляризованным светом на параметры спектров ЯМР  $^{93}Nb$ , и на фототоки короткого замыкания. Делается вывод о значительном влиянии параметров светового потока на однородность внутрикристаллического электрического поля в освещаемой области кристалла.

*Ключевые слова:* ниобат лития, фоторефрактивный эффект, ЯМР

*Пономаренко В.И., Лагунов И.М.* **Квазимагнетики на основе металлизированных сферических частиц**// Ученые записки ТНУ. Серия: Физика, 2001. - Т.14 (53). №1. – С. 76-79.

Построена расчетная модель искусственного магнетика с неупорядоченной структурой на основе металлизированных сферических частиц. Показано, что в парамагнетике разупорядочение приводит к сдвигу частоты квазимагнитного резонанса и изменению формы резонансной кривой, а также к возрастанию компонент диэлектрической проницаемости. В диамагнетике влияние разупорядочения на дисперсию магнитной проницаемости выражено более слабо.

*Ключевые слова:* микроволны, поглощение, композиционные материалы, магнетик.

*Долгов А. И., Басиладзе Г. Д.* **Оптимизация коэффициентов ответвления волоконно-оптических разветвителей 1×2 для сети с одноволоконной шиной**// Ученые записки ТНУ. Серия: Физика, 2001. - Т.14 (53). №1. – С. 80-85.

Рассчитаны коэффициенты ответвления световой мощности волоконно-оптических разветвителей конфигурации 1×2, оптимизированные для подключения рабочих станций к волоконной шине локальной сети. Показано, что подбор разветвителей согласно рассчитанным коэффициентам ответвления позволяет увеличить количество станций в сети.

*Ключевые слова:* волоконно-оптический разветвитель, локальная сеть

*Боборыкина О.В., Насонкин В.А.* **О возможности краткосрочного прогноза землетрясений на примере записей лазерных интерферометров-деформографов**// Ученые записки ТНУ. Серия: Физика, 2001. - Т.14 (53). №1. – С. 86-93.

Предлагается схема для анализа данных геофизических измерений. Приводятся результаты её применения к деформационным наблюдениям, выполненным лазерными интерферометрами в районе г. Севастополя. Предлагаемая схема может послужить основой одной из методик краткосрочного прогноза землетрясений в регионе.

*Ключевые слова:* землетрясение, прогноз, интерферометр, деформация, корреляция.

*Бержанский В.Н., Гордиенко Т.П., Лагунов И.М., Милоков В.В.* **Компьютерный практикум по общей физике. Механика**// Ученые записки ТНУ. Серия: Физика, 2001. - Т.14 (53). №1. – С. 94-102

В статье представлены работы компьютерного практикума по разделу «Механика» курса общей физики. Описана как структура практикума в целом, так и структура отдельных работ. Даны рекомендации по их применению.

*Ключевые слова:* педагогические технологии, общая физика, механика, компьютерный практикум.

## АНОТАЦІЇ

*Бержанський В.Н., Сорокін Ю.В. Надобмінне взаємодія та ефекти ковалентності в хромових халькошпінелях//* Вчені записки ТНУ. Серія: Фізика, 2001. - Т. 14(53). №1. – С. 3-11 внесків при надобмінних взаємодіях іонів хрому с сусідніми аніонами та катіонами в халькогенідних шпінелях.

*Ключові слова:* ефекти ковалентності, надобмінне взаємодія, хром.

*Рябушкін Д.С., Борисов В.В. Метод апроксимантів в теорії ядерного магнітного резонансу//* Вчені записки ТНУ. Серія: Фізика, 2001. - Т. 14(53). №1. – С. 12-15.

У статті досліджені особливості формування двоімпульсних відгуків ЯМР в гетероядерних твердих тілах, містять два сорта магнітних ядер.

*Ключові слова:* двоімпульсні відгуки, ЯМР, гетероядерні тіла

*Фрідман Ю.А., Космачьов О.А. Фазові переходи по тиску та спектри елементарних збуджень ферромагнетика зі складною одноіонною анізотропією//* Вчені записки ТНУ. Серія: Фізика, 2001. - Т. 14(53). №1. – С. 16-23.

У роботі досліджено фазові переходи по тиску у ферромагнетик у складною одноіонною анізотропією, також враховується “похилена анізотронія”. Показано, що у системі можуть реалізовуватись тільки дві магнітні фази. Зовнішній тиск створює “ефективну” анізотропію”.

*Ключові слова:* зовнішній тиск, одноіонная анізотронія, магнітопружні хвилі.

*Фрідман Ю.А., Клевець Ф.Н., Спірін Д.В. Вплив анізотропії вищих порядків на фазовий перехід по температурі у двовимірному ферромагнетикі//* Вчені записки ТНУ. Серія: Фізика, 2001. - Т. 14(53). №1. – С. 24-31.

У роботі досліджено переорієнтаційні фазові переходи у тонких магнітних плівках (товщиною у декілька атомних шарів). Показано, що урахування анізотропії вищих порядків та магнітопружної взаємодії приводить до реалізації у системі кутової фази. Фазові переходи у дослідженій системі є переходами першого рідку, їх загальні характеристики, в основному, визначаються пружніми та магнітопружними параметрами системи.

*Ключові слова:* одноіонная анізотропія, фазові переходи, спектри квазічастинок.

*Аріфов Л.Я., Лесяков А.П., Рошупкін С.П. Динаміка замкненої струни у просторі – часі Переса//* Вчені записки ТНУ. Серія: Фізика, 2001. - Т. 14(53). №1. – С. 32-35.

У цій роботі ми знайшли в першому наближенні, рішення рівнянь руху для замкненої струни в просторі - часі Переса по теорії обурень, де роль малого параметру грає її натяг.

*Ключові слова:* простір Переса, теорія обурень, струна

*Зінченко Е.Н., Рошупкін С.Н. Сінгулярна теорія обурювання та динаміка струн у просторі Риндлера//* Вчені записки ТНУ. Серія: Фізика, 2001. - Т. 14(53). №1. – С. 36-37.

У цій роботі ми знайшли в першому наближенні, рішення рівнянь руху для замкненої струни в просторі - часі Риндлера.

*Ключові слова:* простір Переса, теорія обурень, струна

*Mueller, W., Novender, W-R., Баженов В.М., Долгошеєв А.Т. Про теорему Свірла//* Вчені записки ТНУ. Серія: Фізика, 2001. - Т. 14(53). №1. – С. 38-40.

Показано, що поле в середині діелектричного циліндра є “трансформацією” поля зовнішніх джерел.

*Глумова М.В., Вороб'юв М.Д. Дослідження впливу емісійної неоднорідності катоду на вольт-амперні характеристики електронних приладів//* Вчені записки ТНУ. Серія: Фізика, 2001. - Т. 14(53). №1. – С. 41-46.

У статті наведено дослідження впливу емісійної неоднорідності катоду на вольт-амперні характеристики (ВАХ) електронних приладів. Це стало можливим тільки після розробки авторами динамічної моделі електронних приладів.

*Ключові слова:* емісійна неоднорідність, катод, ВАХ.

**Пономаренко В.І., Попов В.В. Одношарові поглинаючі покриття на основі двошарових композиційних матеріалів**// Вчені записки ТНУ. Серія: Фізика, 2001. - Т. 14(53). №1. – С. 47-51.

Досліджені оптимальні параметри і радіотехнічні характеристики одношарових покриттів із композиційних матеріалів, що містять провідні волокна, які розподілені в середовищі, що є штучним діелектриком на основі включень такого ж типу, а також в діелектричному середовищі з дисперсією резонансного типу.

*Ключові слова:* мікрохвилі, поглинання, композиційні матеріали.

**Дзедолік І.В., Лапаєва С.Н. Динаміка гауссових імпульсів, що збуджуються на основній та вищих модах оптичного волокна**// Вчені записки ТНУ. Серія: Фізика, 2001. - Т. 14(53). №1. – С. 52-61.

У статті розглянуто два режими розповсюдження імпульсів гауссової форми: без початкової модуляції частоти та з початковою модуляцією частоти. У імпульсу без початкової модуляції частоти хвильова поверхня спаду відстає від хвильової поверхні його вершини, а хвильова поверхня фронту випереджає хвильову поверхню вершини. У імпульсу з початковою модуляцією частоти хвильова поверхня спаду імпульсу випереджає хвильову поверхню його вершини, а хвильова поверхня фронту відстає від поверхні вершини, таким чином виникає режим інверсії хвильового фронту імпульсу.

**Скибинський К.М., Стругацький М.Б., Хижний В.І., Тараканов В.В. Амплітудно - частотна характеристика борату заліза в процесі магнітного двопронезаломлювання поперечного звуку**// Вчені записки ТНУ. Серія: Фізика, 2001. - Т. 14(53). №1. – С. 62-67.

В експерименті з магнітного двопронезаломлювання звуку отримано криву АЧХ борату заліза. Побудована теорія адекватно описує експеримент.

*Ключові слова:* двопронезаломлювання звуку, слабкий феромагнетик.

**Шостак Р.І. та Яценко О.В. О температурній залежності компонент тензору електронної поляризованості іонів  $O^{2-}$  у сегнетоелектрику  $LiNbO_3$** // Вчені записки ТНУ. Серія: Фізика, 2001. - Т. 14(53). №1. – С. 69-71.

Проведено розрахунки температурної залежності компонент тензору електронної поляризованості іонів  $O^{2-}$  у кристалах ніобата літія стехіометричного складу. Показано, що анізотропія електронної поляризованості іонів  $O^{2-}$  зумовлюється довжиною коротких зв'язків (Nb–O).

*Ключові слова:* ніобат літію, електронна поляризованість.

**Свдокімов С.В. та Яценко О.В. Дослідження фотоіндукованого макроскопічного електричного поля у кристалах  $LiNbO_3:Fe$  за їх освітленням поляризованим світлом**// Вчені записки ТНУ. Серія: Фізика, 2001. - Т. 14(53). №1. – С. 72-75.

Проведено експериментальне дослідження впливу освітлення кристалів  $LiNbO_3:Fe$  лінійно поляризованим світлом на параметри спектрів ЯМР  $^{93}Nb$  та на фотоструми короткого замикання. Робиться висновок о значному впливі параметрів світлового потоку на однорідність внутрішньокристалічного електричного поля у області кристала, що освітлюється.

*Ключові слова:* ніобат літію, фоторефрактивний ефект, ЯМР.

**Пономаренко В.І., Лагунов І.М. Квазімагнетікі на основі металізованих сферичних частинок**// Вчені записки ТНУ. Серія: Фізика, 2001. - Т. 14(53). №1. – С. 76-79.

Побудована розрахункова модель штучного магнетіка з неупорядкованою структурою на основі металізованих сферичних частинок. Показано, що у парамагнетіку разупорядження приводить до зсуву частоти квазімагнітного резонансу та зміни форми резонансної кривої. У діамагнетіку вплив разупорядження на дисперсію магнітної проникності слабше.

*Ключові слова:* мікрохвилі, поглинання, композиційні матеріали, магнетік.

*Долгов О.І., Басиладзе Г.Д.* Оптимізація коефіцієнтів відгалуження волоконно-оптичних розгалужувачів 1x2 для мережі з одноволоконною шиною// Вчені записки ТНУ. Серія: Фізика, 2001. - Т. 14(53). №1. – С. 80-85.

Розраховано коефіцієнти відгалуження світлової потужності волоконно-оптичних розгалужувачів конфігурації 1x2, оптимізовані для приєднання робочих станцій до волоконної шини локальної мережі. Показано, що підбір розгалужувачів згідно з розрахованими коефіцієнтами відгалуження дозволяє збільшити кількість станцій в мережі.

*Ключові слова:* волоконно-оптичний розгалужувач, локальна мережа

*Боборикіна О.В., Насонкін В.О.* Про можливість короткострокового прогнозу землетрусів на прикладі записів лазерних інтерферометрів-деформографів// Вчені записки ТНУ. Серія: Фізика, 2001. - Т. 14(53). №1. – С. 86-93.

Пропонується схема для аналізу даних геофізичних вимірів. Приводяться результати її застосування до спостережень деформацій, що виконані лазерними інтерферометрами в районі м. Севастополя. Пропонована схема може послужити основою однієї з методик короткострокового прогнозу землетрусів у регіоні.

*Ключові слова:* землетрус, прогноз, інтерферометр, деформація, кореляція.

*Бержанський В.Н., Гордієнко Т.П., Лагунів І.М., Мілюков В.В.* Комп'ютерний практикум з загальної фізики. Механіка// Вчені записки ТНУ. Серія: Фізика, 2001. - Т. 14(53). №1. – С. 94-102.

У статті подані роботи комп'ютерного практикуму по поділу «Механіка» курсу загальної фізики. Описана як структура практикуму в цілому, так і структура окремих робіт. Дано рекомендації по їхньому застосуванню.

*Ключові слова:* педагогічні технології, загальна фізика, механіка, комп'ютерний практикум.

## SUMMARY

*Berzhansky V.N., Sorokin Yu.V. Hyperfine interactions and covalency effects in the chromium chalcogenide spinels // Uchenye zapiski TNU. Series: Physics, 2001. – Vol.14(53). №1. – P. 3-11.*

Using the LCAO method, obtained the expressions contributions at superechange interactions of ions chromium with next anions and cations in the chromium chalcogenide spinels.

*Keywords:* covalency effects, hyperfine interactions, chromium.

*Ryabushkin, D.S., Borisov, V.V. Approximants Method in Nuclear Magnetic Resonance Theory // Uchenye zapiski TNU. Series: Physics, 2001. – Vol.14(53). №1. – P. 12-15.*

In this paper the peculiarities of formation of two-pulse NMR responses in heteronuclear solids containing two types of magnetic nuclei are investigated.

*Keywords:* two-pulse responses, NMR, heteronuclear solids

*Fridman Yu.A., Kosmachev O.A. Influence of External Pressure on Phase States and Spectral Lows of Ferromagnet with Complicated Single-Ion Anisotropy // Uchenye zapiski TNU. Series: Physics, 2001. – Vol.14(53). №1. – P.16-23.*

In the paper the phase transitions on pressure in ferromagnet with complicated single-ion anisotropy with account of inclined anisotropy are investigated. It is found that in the system under investigation only two magnetic phases may realize, and external pressure creates effective anisotropy.

*Keywords:* external pressure, single-ion anisotropy, magnetoelastic waves

*Fridman Yu.A., Klevet Ph.N., Spirin, D.V. Reorientation Phase Transition on Temperature in Two-Dimensional Ferromagnet with the Account of High-Order Anisotropy // Uchenye zapiski TNU. Series: Physics, 2001. – Vol.14(53). №1. – P. 24-31.*

The reorientation phase transitions on temperature in thin films (with thickness of few monolayers) are investigated in the paper. It is shown that the account of high-order anisotropy and magnetoelastic interaction leads to the realization of angular phase in the system. The phase transitions in the system under study are of the first order and their characteristery are determined mainly by elastic and magnetoelastic parameters

*Keywords:* single - ion anisotropy, phase transitions, spectra

*Arifov L.Ya., Lelyakov A.P., Roschupkin C.N. The dynamics for closed string in Peress space-time // Uchenye zapiski TNU. Series: Physics, 2001. – Vol.14(53). №1. – P. 32-35.*

In this article, in single approximation, we find solutions of motion equations for closed string moving in Peress space – time on the perturbation theory, where role of a small parameter plays string tension.

*Keywords:* Peress space – time, perturbation theory, string

*Zinchenko E.N., Roschupkin S.N. The singular perturbation theory and string dynamics of Rindler area // Uchenye zapiski TNU. Series: Physics, 2001. – Vol.14(53). №1. – P. 36-37.*

In this article, in single approximation, we find the solutions of motion equations for closed string moving in Rindler space – time

*Keywords:* Peres space – time, perturbation theory, string

*Mueller W., Novender W.-R., Bazhenov B.M., Dolgosheev A.T. About the theorem Sirl // Uchenye zapiski TNU. Series: Physics, 2001. – Vol.14(53). №1. – P. 38-40.*

The field inside the dielectric cylinder is shown to be the “transformation” of the field of external sources.

*Glumova M.T., Vorobev M.II. A research of influence of an issuing non-uniformity of the cathode per volt-ampere performances of electroless electronics // Uchenye zapiski TNU. Series: Physics, 2001. – Vol.14(53). №1. – P.41-46.*

In the article the research of influence issuing of the cathode per volt-ampere performances (current-voltage characteristic) is adduced, the fulfilment which one has become possible only with usage by the designed writers of numerical dynamic model of electron-beam tubes.

*Keywords:* an issuing non-uniformity, cathode, current-voltage characteristic.

*Ponomarenko V.I., Popov V.V. Single-Layer radioabsorbing coatings on the basis of two-level composites // Uchenye zapiski TNU. Series: Physics, 2001. – Vol.14(53). №1. – P. 47-51.*

Optimum parameters and radiotechnical characteristic of single-layer radioabsorbers are researched. Composites containing conductive inclusions, distributed in the environment being artificial dielectric on the basis of inclusions of the same type, and also in the dielectric environment with a dispersion of a resonant type were researched.

*Keywords:* microwave, absorption, composition materials.

*Dzedolik I.V., Lapaeva S.N. Dynamics of Gaussian pulses, which are excited on the basic and the highest modes in optical fiber// Uchenye zapiski TNU. Series: Physics, 2001. – Vol.14(53). №1. – P. 52-61.*

In the paper two regimes of the transmitting of the Gaussian pulses without and with the initial frequency modulation in the graded-index fiber are researched. The tail wave surface of the pulse without the initial frequency modulation falls behind the top wave surface and the front wave surface passes ahead of the top wave surface. The tail wave surface of the pulse with the initial frequency modulation passes ahead the top wave surface and the front wave surface falls behind of the top surface, i.e. the regime of the pulse wave front inversion appears.

*Skibinsky K.M., Strugatsky M.B., Khizhnyi V.I., Tarakanov V.V. Amplitude – Frequency Characteristic of Iron Borate Under Magnetic Birefringence of Transverse Sound// Uchenye zapiski TNU. Series: Physics, 2001. – Vol.14(53). №1. – P. 61-67.*

In experiment on magnetic birefringence of transverse sound amplitude-frequency characteristic curve was found. Constructed theory describes the experiment adequately.

*Keywords:* Birefringence of sound, Weak ferromagnet.

*Shostak R.I. and Yatsenko A.V. On the temperature dependence of the components of the electronic polarizability tensor of  $O^{2-}$  ions in ferroelectric  $LiNbO_3$  crystal// Uchenye zapiski TNU. Series: Physics, 2001. – Vol.14(53). №1. – P. 68-71.*

Temperature dependences of the principal components of the electronic polarizability tensor of the  $O^{2-}$  ions in stoichiometric  $LiNbO_3$  crystal are calculated. It is shown, that the anisotropy of the electronic polarizability of the  $O^{2-}$  ions is closely influenced by the length of the shortest (Nb – O) bonds.

*Keywords:*  $LiNbO_3$  crystal, electronic polarizability.

*Yevdokimov S.V. and Yatsenko A.V. Investigation of the photoinduced macroscopic electric field in  $LiNbO_3$  crystals under their illumination by polarized light// Uchenye zapiski TNU. Series: Physics, 2001. – Vol.14(53). №1. – P. 72-75.*

It is investigated the influence of illumination of the  $LiNbO_3:Fe$  crystals by linear-polarized light on the  $^{93}Nb$  NMR line parameters and on the short-circuit photocurrents. It is concluded that the homogeneity of the total electric field in the illuminated area of crystal is strongly influenced by the parameters of the light source.

*Keywords:*  $LiNbO_3$  crystal, NMR.

*Ponomarenko V.I., Lagunov I.M. Quasimagnetics on the basis of metallized spherical corpuscles// Uchenye zapiski TNU. Series: Physics, 2001. – Vol.14(53). №1. – P. 76-79.*

The computational model of a synthetic magnetic with unregulated frame is constructed on the basis of metallized spherical corpuscles. It is exhibited, that in a paramagnetic material the order-disorder transformation results in frequency shift quasimagnetic resonance and modification of the form of a resonance characteristic, and also to ascending components of inductivity. In a diamagnet the influence of an order-disorder transformation to a dispersion of a magnetic permeability is expressed more weakly.

*Keywords:* microwaves, absorption, composites, magnetics.

*Dolgov A.I., Basiladze G.D. Optimization of coupling coefficients of fiber-optic 1×2 couplers for one-fiber bus network// Uchenye zapiski TNU. Series: Physics, 2001. – Vol.14(53). №1. – P. 80-85.*

Light power coupling coefficients of fiber-optic couplers 1×2 configuration being optimised for work stations connection to fiber-optic local network bus are calculated. It is shown that selection of couplers according to calculated coupling coefficients allow to increase a number of network stations.

*Keywords:* fiber-optic coupler, local network

*Boborikina O.V., Nasonkin V.A. About a capability of a short forecast of earthquakes on an example of records of laser interferometers.// Uchenye zapiski TNU. Series: Physics, 2001. – Vol.14(53). №1. – P. 86-93.*

The scheme for a data analysis in geophysical measurements is offered. The outcomes of an application of the scheme in deformations observations executed by laser interferometers in Sevastopol district of are got. The offered scheme can be the basis for some technique of a short forecast of earthquakes in locale.

*Keywords:* earthquake, forecast, interferometer, deformation, correlation.

*Berzhansky V.N., Gordienko T.P., Lagunov I.M., Milyukov V.V. The computer course on Physics. Mechanics// Uchenye zapiski TNU. Series: Physics, 2001. – Vol.14(53). №1. – P. 94-102.*

There are presented the tasks of computer course on Physics «Mechanics». There are described both structure of computer course as a whole and structure of each task. The recommendations for application of tasks are given.

*Keywords:* pedagogical technologies, physics, mechanics, computer practical work.

## УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ТНУ

- Арифов Леннур Ягья** доктор физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедрой теоретической физики. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина
- Баженов Виктор Михайлович** канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры прикладной электродинамики. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина
- Басиладзе Георгий Диомидович** инженер конструкторского бюро «Домен». Ул. Студенческая 12, г.Симферополь 95001, Крым, Украина [domain@home.cris.net](mailto:domain@home.cris.net)
- Бержанский Владимир Наумович** доктор физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедрой экспериментальной физики. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина. [berj@pop.cris.net](mailto:berj@pop.cris.net)
- Боборыкина Ольга Викторовна** младший научный сотрудник НИЧ. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина
- Борисов Виталий Владимирович** аспирант кафедры экспериментальной физики. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина [borisov@ccssu.crimea.ua](mailto:borisov@ccssu.crimea.ua)
- Воробьев Михаил Дмитриевич** доктор техн. наук, профессор кафедры электронных приборов МЭИ. Ул. Красноказарменная 14, г.Москва 105835, Россия. т.(095) 362-75-24 [noise@srv-vmss.mpei.ac.ru](mailto:noise@srv-vmss.mpei.ac.ru)
- Гордиенко Татьяна Петровна** канд. педагог. наук, докторант Национального педагогического университета им. М.П.Драгоманова, доцент кафедры астрономии и методики преподавания физики. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина [Gordienko@mail.strace.net](mailto:Gordienko@mail.strace.net)
- Глумова Марина Всеволодовна** канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры радиофизики. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина [gmv@tnu.crimea.ua](mailto:gmv@tnu.crimea.ua)
- Дзедолик Игорь Викторович** канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры общей физики. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина [dzedoliki@tnu.crimea.ua](mailto:dzedoliki@tnu.crimea.ua)
- Долгов Александр Иванович** инженер конструкторского бюро «Домен». Ул. Студенческая 12, г.Симферополь 95001, Крым, Украина [domain@home.cris.net](mailto:domain@home.cris.net)

- Долгошеев Александр Тихонович** канд.техн.наук, доцент кафедры прикладной электродинамики. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина [dolgosheev@ccssu.crimea.ua](mailto:dolgosheev@ccssu.crimea.ua)
- Евдокимов Сергей Викторович** аспирант кафедры физики твердого тела. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина [Lab2@tnu.crimea.ua](mailto:Lab2@tnu.crimea.ua)
- Зинченко Евгений Николаевич** аспирант кафедры теоретической физики. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина [tlg-zen@sf.ukrtel.net](mailto:tlg-zen@sf.ukrtel.net)
- Клевец Филипп Николаевич** аспирант кафедры теоретической физики. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина [PhilKlevets@mail.ru](mailto:PhilKlevets@mail.ru)
- Космачев Олег Александрович** аспирант кафедры теоретической физики. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина
- Лагунов Игорь Михайлович** старший преподаватель кафедры экспериментальной физики. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина [Lagunov@cit.sf.ukrtel.net](mailto:Lagunov@cit.sf.ukrtel.net)
- Лапаева Светлана Николаевна** канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры общей физики. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина [lapaeva@tnu.crimea.ua](mailto:lapaeva@tnu.crimea.ua)
- Леяков Александр Петрович** ассистент кафедры теоретической физики. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина
- Милюков Виктор Васильевич** канд.техн.наук, доцент кафедры теоретической физики. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина [mw@tnu.crimea.ua](mailto:mw@tnu.crimea.ua)
- Насонкин Виктор Александрович** старший научный сотрудник НИЧ. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина
- Пономаренко Владимир Иваниович** доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры экспериментальной физики. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина [ponomarenko@tnu.crimea.ua](mailto:ponomarenko@tnu.crimea.ua)
- Попов Вячеслав Валерьевич** студент физического факультета. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина [vpopov@tnu.crimea.ua](mailto:vpopov@tnu.crimea.ua)
- Рощупкин Сергей Николаевич** канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры теоретической физики. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина [snr@tnu.crimea.ua](mailto:snr@tnu.crimea.ua)

- Рябушкин Дмитрий Сергеевич** канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры экспериментальной физики. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина [druabushkin@tnu.crimea.ua](mailto:druabushkin@tnu.crimea.ua)
- Скибинский Константин Михайлович** аспирант кафедры физики твердого тела. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина [sky@sunbay.com](mailto:sky@sunbay.com)
- Стругацкий Марк Борисович** канд. физ.-мат. наук, доцент, зав. кафедрой физики твердого тела. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина [strugatsky@tnu.crimea.ua](mailto:strugatsky@tnu.crimea.ua)
- Сорокин Юрий Викторович** старший преподаватель кафедры экспериментальной физики. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина [atom@tnu.crimea.ua](mailto:atom@tnu.crimea.ua)
- Спирин Денис Валерьевич** канд. физ.-мат. наук, старший преподаватель кафедры теоретической физики. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина [spirin@tnu.crimea.ua](mailto:spirin@tnu.crimea.ua)
- Тараканов Валерий Васильевич** старший научный сотрудник ИРЭ НАН Украины. Ул. Академика Проскуры 12, г. Харьков 610085, Украина [yar@ire.kharkov.ua](mailto:yar@ire.kharkov.ua)
- Фридман Юрий Анатольевич** канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры теоретической физики. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина [frid@tnu.crimea.ua](mailto:frid@tnu.crimea.ua)
- Хижный Валерий Иванович** старший научный сотрудник ИРЭ НАН Украины. Ул. Академика Проскуры 12, г. Харьков 610085, Украина [khiz@ire.kharkov.ua](mailto:khiz@ire.kharkov.ua)
- Шостак Роман Иванович** аспирант кафедры физики твердого тела. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина [Lab2@tnu.crimea.ua](mailto:Lab2@tnu.crimea.ua)
- Яценко Александр Викторович** канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры физики твердого тела. Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, ул. Ялтинская 4, г.Симферополь 95007, Крым, Украина [Lab2@tnu.crimea.ua](mailto:Lab2@tnu.crimea.ua)
- Muller W.-Dr.** Professor. Technische Hochschule (Darmstadt, DBR)
- Nozender W.-R.** Dr.-Ing., Professor. Giessen-Friedberg Fachhochschule (Friedberg, DBR)

# СОДЕРЖАНИЕ

*Бержанский В. Н., Сорокин Ю. В.*

**СВЕРХОБМЕННЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ  
И КОВАЛЕНТНЫЕ ЭФФЕКТЫ В ХРОМОВЫХ ХАЛЬКОШПИНЕЛЯХ** ..... 3

*Рябушкин Д.С., Борисов В.В.*

**МЕТОД АППРОКСИМАНТОВ В ТЕОРИИ ЯДЕРНОГО  
МАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА**..... 12

*Фридман Ю.А., Космачев О.А.*

**ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ ПО ДАВЛЕНИЮ И СПЕКТРЫ  
ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ ФЕРРОМАГНЕТИКА СО СЛОЖНОЙ  
ОДНОИОННОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ** ..... 16

*Ю.А. Фридман, Ф.Н. Клевец, Д.В. Спирин*

**ВЛИЯНИЕ АНИЗОТРОПИИ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ НА  
ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД ПО ТЕМПЕРАТУРЕ В ДВУМЕРНОМ  
ФЕРРОМАГНЕТИКЕ** ..... 24

*Арифов Л.Я., Лебякое А.П., Рошупкин С.Н.*

**ДИНАМИКА ЗАМКНУТОЙ СТРУНЫ  
В ПРОСТРАНСТВЕ – ВРЕМЕНИ ПЕРЕСА**..... 32

*Зинченко Е.Н., Рошупкин С.Н.*

**СИНГУЛЯРНАЯ ТЕОРИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ  
И ДИНАМИКА СТРУН В ПРОСТРАНСТВЕ РИНДЛЕРА**..... 36

*W. Mueller, W.-R. Novender, В. М. Баженов, Долгошеев А. Т*

**О ТЕОРЕМЕ СИРЛА** ..... 38

*Глумова М.В., Воробьев М.Д.*

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЭМИССИОННОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ  
КАТОДА НА ВОЛЬТ - АМПЕРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ  
ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРОВ** ..... 41

*Пономаренко В.И., Попов В.В.*

**ОДНОСЛОЙНЫЕ ПОГЛОЩАЮЩИЕ ПОКРЫТИЯ НА ОСНОВЕ  
ДВУХУРОВНЕВЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ**..... 47

*Дзедолик И.В., Лапаева С.Н.*

**ДИНАМИКА ГАУССОВЫХ ИМПУЛЬСОВ, ВОЗБУЖДАЕМЫХ НА  
ОСНОВНОЙ И НА ВЫСШИХ МОДАХ ОПТИЧЕСКОГО ВОЛОКНА**..... 52

*Скибинский К.М., Стругацкий М.Б., Хижный В.И., Тараканов В.В.*

**АМПЛИТУДНО - ЧАСТОТНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА БОРАТА ЖЕЛЕЗА В  
ПРОЦЕССЕ МАГНИТНОГО ДВУПРЕЛОМЛЕНИЯ ПОПЕРЕЧНОГО  
ЗВУКА**..... 62

*Шостак Р.И., Яценко А.В.*

**О ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ КОМПОНЕНТ ТЕНЗОРА  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЛЯРИЗУЕМОСТИ ИОНОВ O<sub>2</sub>-  
В СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКЕ LiNbO<sub>3</sub>**..... 68

*Евдокимов С.В., Яценко А.В.*

**ИССЛЕДОВАНИЕ ФОТОИНДУЦИРОВАННОГО  
МАКРОСКОПИЧЕСКОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В КРИСТАЛЛАХ  
LiNbO<sub>3</sub>:Fe ПРИ ИХ ОСВЕЩЕНИИ ЛИНЕЙНО ПОЛЯРИЗОВАННЫМ  
СВЕТОМ.....** 68

*Пономаренко В.И., Лагунов И.М.*

**КВАЗИМАГНЕТИКИ НА ОСНОВЕ МЕТАЛЛИЗИРОВАННЫХ  
СФЕРИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ.....** 72

*Долгое А. И., Базиладзе Г. Д.*

**ОПТИМИЗАЦИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОТВЕТВЛЕНИЯ  
ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИХ РАЗВЕТВИТЕЛЕЙ 1×2  
ДЛЯ СЕТИ С ОДНОВОЛОКОННОЙ ШИНОЙ.....** 76

*Боборыкина О.В., Насонкин В.А.*

**О ВОЗМОЖНОСТИ КРАТКОСРОЧНОГО ПРОГНОЗА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ  
НА ПРИМЕРЕ ЗАПИСЕЙ ЛАЗЕРНЫХ ИНТЕРФЕРОМЕТРОВ-  
ДЕФОРМОГРАФОВ.....** 80

*Бержанский В.Н., Гордиенко Т.П., Лагунов И.М., Милюков В.В.*

**КОМПЬЮТЕРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ. МЕХАНИКА.....** 86



# **УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ**

**ТАВРИЧЕСКОГО  
НАЦИОНАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА  
им. В. И. Вернадского**

**Том 14 (53). № 1  
Физика**

**Симферополь  
2001**